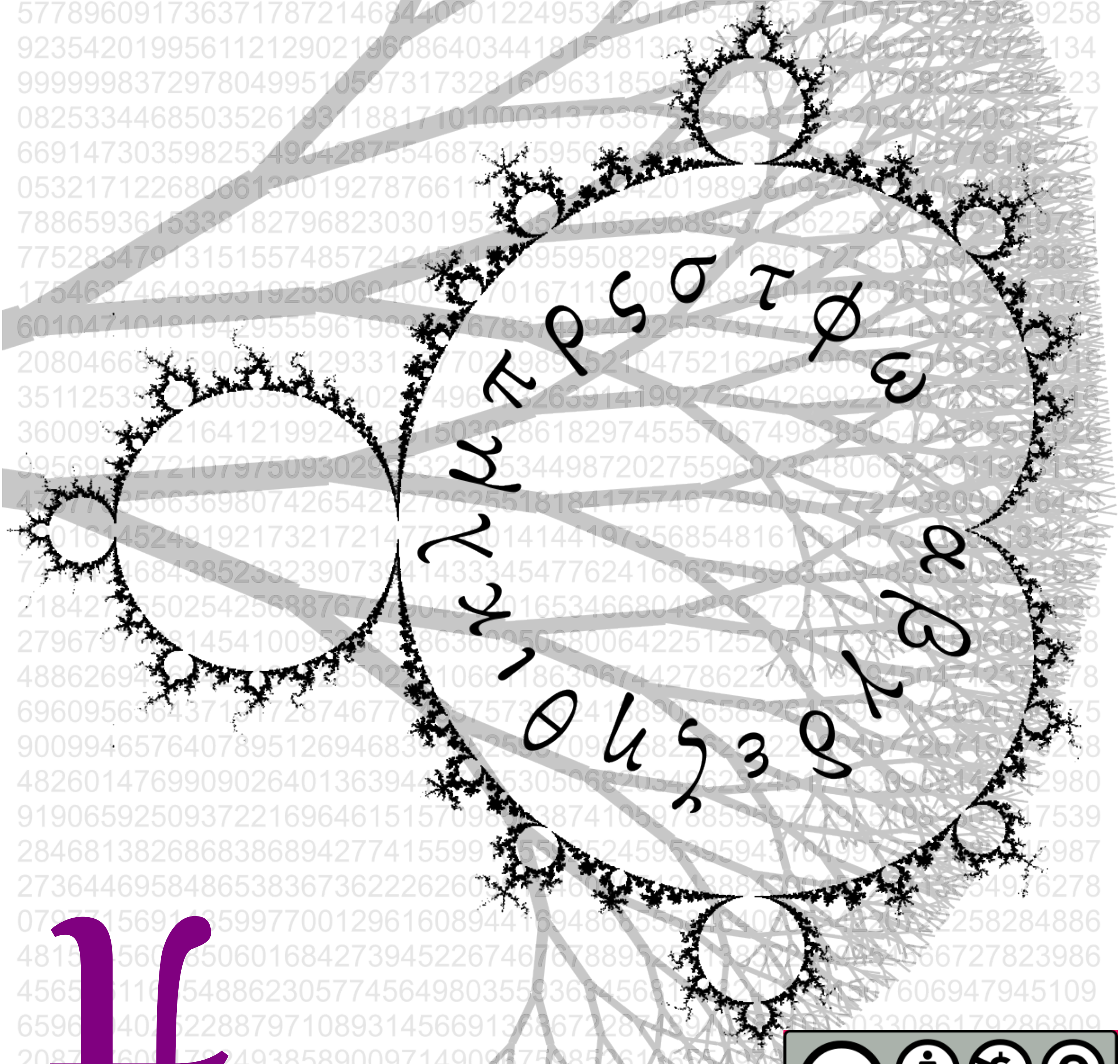
Concours
Annales CRPE
Mathématiques



Fabrice ARNAUD

pi.ac3j.fr

Version du 16 décembre 2025

Table des matières

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE
Liberté
Égalité
Fraternité

EST MAT 2

SESSION 2025

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ECOLES

Concours externe - Concours externe spécial langue régionale - Troisième concours
Second concours interne - Concours interne spécial langue régionale

Deuxième épreuve d'admissibilité

Épreuve écrite disciplinaire de mathématiques

L'épreuve est constituée d'un ensemble d'au moins trois exercices indépendants, permettant de vérifier les connaissances du candidat.

Durée : 3 heures

L'usage de la calculatrice est autorisé dans les conditions relevant de la circulaire du 17 juin 2021 BOEN du 29 juillet 2021.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout document et de tout matériel électronique est rigoureusement interdit.

Tournez la page S.V.P

G1S1 version session 2 (13/11/24)

EXERCICE 1

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer, en justifiant, si elle est vraie ou fausse. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. **Affirmation 1 :** $\frac{35}{7}$ n'est pas un nombre décimal.
2. **Affirmation 2 :** $22{,}9$ est un nombre rationnel.
3. **Affirmation 3 :** la somme de sept nombres entiers consécutifs est un multiple de 7.
4. Un nombre entier positif est parfait signifie qu'il est égal à la somme de ses diviseurs positifs stricts (tout diviseur hormis lui-même).
   Par exemple, 6 est un nombre parfait car $6 = 1 + 2 + 3$.
   Affirmation 4 : 496 est un nombre parfait.
5. **Affirmation 5 :** quelque soit le nombre réel positif x, la racine carrée de x est inférieure ou égale à x.
6. **Affirmation 6 :** tout rectangle a pour axes de symétrie ses diagonales.

EXERCICE 2

Claire, éleveuse et productrice de lait fabrique et commercialise du beurre. Elle utilise 8 L de lait pour fabriquer 1 L de crème fraiche. Pour produire 1 kg de beurre, 3 L de cette crème sont nécessaires. L'éleveuse possède 248 vaches. Chaque vache fournit en moyenne 30 L de lait chaque jour.

1. La transformation du lait en crème entraîne une réduction du volume. Montrer que cette réduction est de $87{,}5$ %.
2. Déterminer la masse de beurre, en kilogrammes, que peut espérer fabriquer Claire chaque jour, si elle utilise la totalité du lait produit par ses vaches.
3. Claire décide de vendre son beurre en plaquette de 250 g. Chaque plaquette a une forme pouvant être assimilée à un pavé droit dont les dimensions sont 10 cm de longueur, $6{,}5$ cm de largeur et $3{,}5$ cm de hauteur.
   - **a.** Déterminer le volume d'une plaquette de beurre. On exprimera le résultat en cm^3.
   - **b.** On donne la formule permettant de calculer la masse volumique ρ du beurre, $\rho = \frac{m}{V}$ avec m la masse du beurre et V son volume.

     La masse volumique du lait est de $1{,}03$ kg/L.
     Comparer la masse volumique du beurre avec celle du lait.
4. Pour emballer chaque plaquette de beurre, Claire utilise une feuille rectangulaire de papier alimentaire de dimensions 23 cm et 20 cm.

a. Montrer qu'il est possible d'emballer une plaquette de beurre dans le papier alimentaire choisi par Claire. Une réponse sous la forme d'un schéma sera acceptée.

b. On note A l'aire totale de la surface du pavé droit représentant la plaquette de beurre. Calculer A en cm².

c. Claire pense que l'aire A représente au moins 60% de l'aire de la feuille de papier alimentaire. A-t-elle raison ?

5. Claire fixe le prix du beurre à 2,5 € la plaquette. Afin de tenir la comptabilité de ses ventes mensuelles de plaquettes de beurre, elle utilise la feuille de calcul ci-dessous.

	A	B	C
1	**Ventes mars 2025**		
2	**Client**	**Nombre de plaquettes vendues**	**Prix total**
3	Coopérative laitière	18400	
4	Supermarché A	8800	
5	Supermarché B	6100	
6	Épicerie fine	1300	
7	Vendeur marché	1438	
8	Vente à la ferme	327	
9	TOTAL		

a. Proposer une formule qui peut être saisie dans la cellule B9 pour obtenir le nombre total de plaquettes de beurre vendues en mars 2025. Aucune justification n'est attendue.

b. Proposer une formule qui peut être saisie dans la cellule C3 puis recopiée vers le bas pour compléter la colonne C. Aucune justification n'est attendue.

EXERCICE 3

La pratique du saut en longueur comprend une course d'élan suivie d'un saut. Une planche d'appel est placée sur la piste d'élan. Si le pied de l'athlète touche ou dépasse cette planche, le saut n'est pas mesuré. Dans ces deux cas, on dit que l'athlète a « mordu ». Si l'athlète n'a pas « mordu », on dit que le saut est réussi.
Pour chaque saut de l'athlète Jean-Baptiste, on considère que :

- les événements « toucher la planche », « dépasser la planche » et « réussir le saut » sont équiprobables,
- le succès ou l'échec d'un saut n'influence pas le saut suivant.

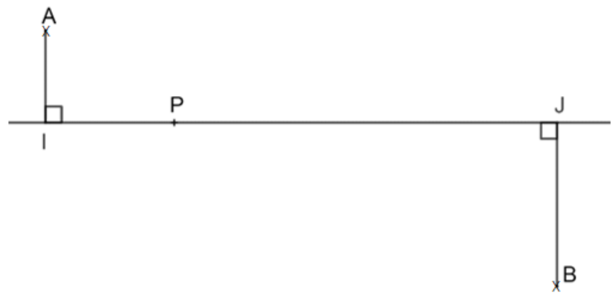
Jean-Baptiste, effectue deux sauts.

Pour chaque question, les résultats seront donnés sous la forme d'une fraction irréductible.

1. Déterminer la probabilité que Jean-Baptiste réussisse chacun de ses deux sauts.
2. Déterminer la probabilité qu'il « morde » au premier saut et qu'il réussisse le second saut.
3. Déterminer la probabilité qu'il « morde » exactement une fois.
4. Déterminer la probabilité qu'il « morde » au moins une fois lors de ses deux sauts.

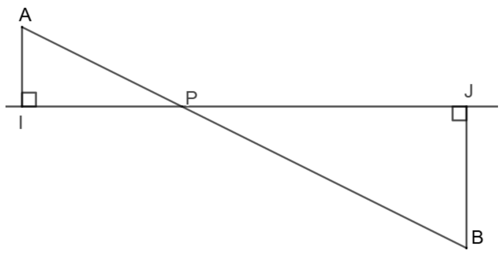
EXERCICE 4

Alice et Bob vivent dans deux maisons situées de part et d'autre d'un ruisseau. Ils décident de construire un pont sur le ruisseau pour se rendre d'une maison à l'autre. Pour placer le pont, ils hésitent entre les deux possibilités.
La figure ci-dessous représente le schéma qu'Alice et Bob ont réalisé de leur quartier. Les points A et B représentent leurs maisons respectives, la droite (IJ) représente le ruisseau et le point P la position du pont. Sur ce schéma et dans tout l'exercice, on considère le ruisseau rectiligne et sa largeur négligeable.
On sait que IJ = 120 m, IA = 30 m et JB = 46 m. On note x la longueur, en mètre, du segment [IP].



1. **Première possibilité** : le pont sera placé à l'intersection du segment reliant les deux maisons et du segment représentant le ruisseau. La figure 1 ci-dessous (qui n'est pas à l'échelle) représente la modélisation de cette première possibilité.

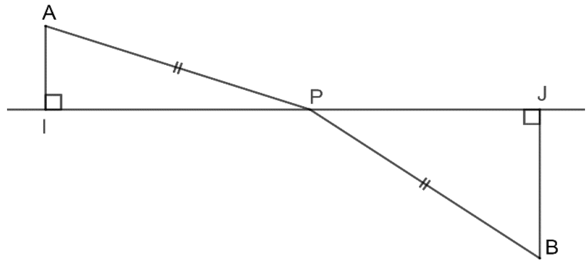
Figure 1



Déterminer la longueur du segment [IP] dans cette configuration. On donnera le résultat arrondi au mètre.

2. **Deuxième possibilité :** le pont sera placé sur le ruisseau à égale distance des deux maisons. La figure 2 ci-dessous (qui n'est pas à l'échelle) représente la modélisation de cette seconde possibilité.

Figure 2



a. Déterminer AP² et PB² en fonction de x .

b. En déduire que la longueur du segment [IP], arrondie au mètre, est égale à 65 m.

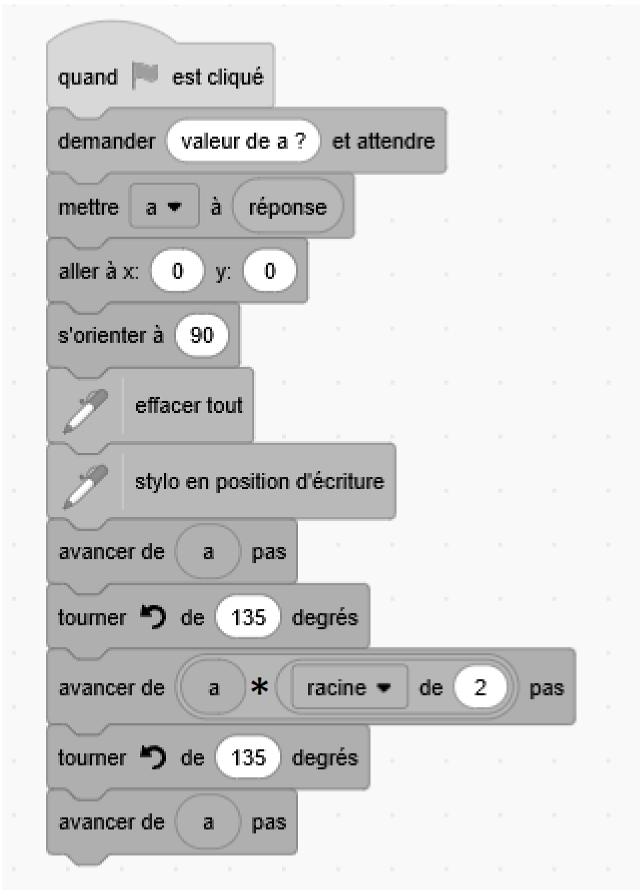
3. Le pont est construit selon la seconde possibilité.

a. Alice part de chez elle pour se rendre chez Bob en suivant le chemin [AP] puis [PB]. Elle marche à une vitesse moyenne de $4{,}5$ km/h. Combien de temps met-elle pour parcourir ce trajet ? Donner le résultat en minutes et secondes, arrondi à la seconde.

b. Bob part de chez lui en courant pour se rendre chez Alice en suivant le chemin [BP] puis [PA]. Il met 57 s pour parcourir ce trajet. Déterminer sa vitesse en km/h. Arrondir le résultat à l'unité.

EXERCICE 5

On considère le programme ci-dessous écrit à l'aide du logiciel Scratch.



Lorsque le drapeau de la première instruction est cliqué, le lutin demande la valeur de a puis il trace une figure à l'écran. On admet que la figure tracée est un triangle rectangle isocèle.

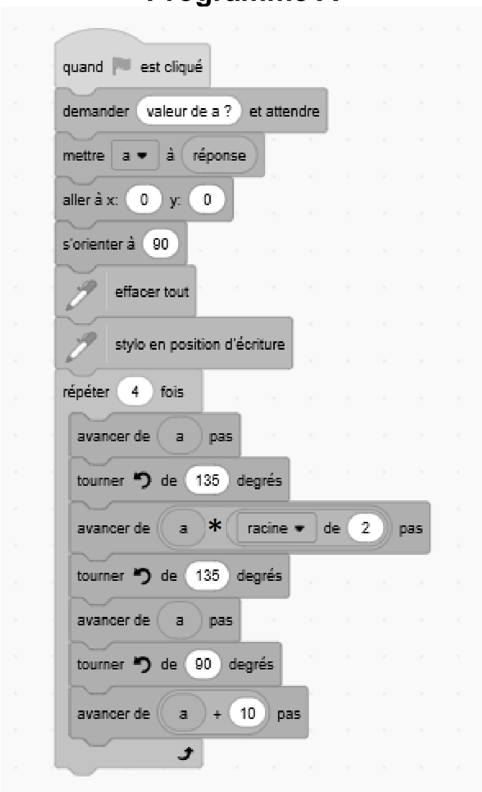
On rappelle que « s'orienter à 90 » signifie que le lutin s'oriente vers la droite.

Lutin

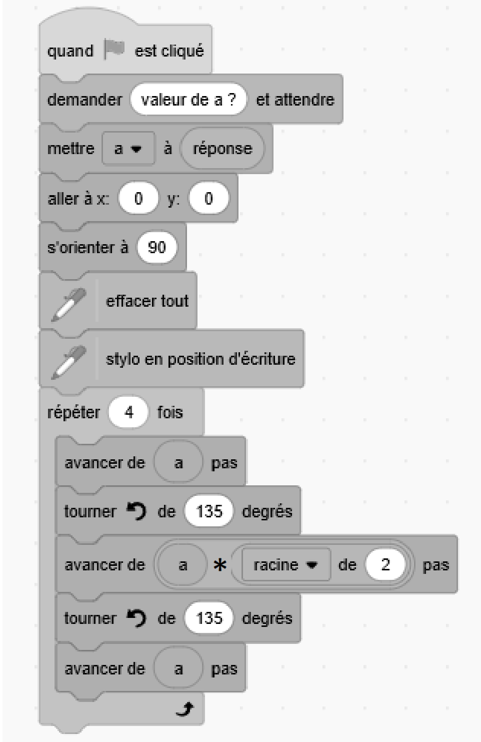
Tournez la page S.V.P.

1. On suppose pour cette question que a $= 40$. Tracer sur la copie, à la règle graduée et au compas, la figure obtenue à l'écran en choisissant comme échelle 1 cm pour représenter 10 pas. Laisser apparents les traits de construction. Aucune justification n'est attendue.
2. Indiquer l'orientation du lutin à la fin du programme. Aucune justification n'est attendue.
3. On modifie le programme de trois façons différentes. On obtient les 3 programmes ci-dessous.

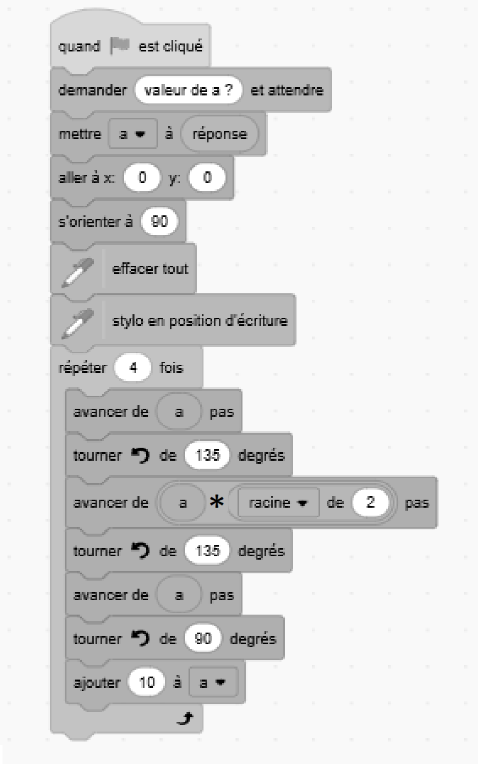
Programme A



Programme B



Programme C



Chacun des trois programmes permet d'obtenir l'une des quatre figures ci-dessous.

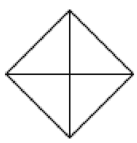


Figure 1

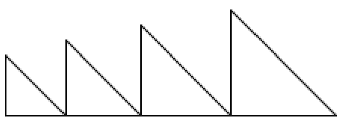


Figure 2

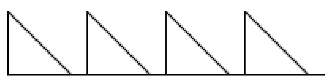


Figure 3

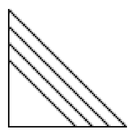


Figure 4

Associer, sans justifier, chaque programme à la figure correspondante.

Information aux candidats

Les codes doivent être reportés sur les rubriques figurant en en-tête de chacune des copies que vous remettrez.

Épreuve écrite disciplinaire de mathématiques

Externe

	Concours	Épreuve	Matière
Public	**EXT PU**	**102**	**9418**
Privé	**EXT PR**	**102**	**9418**

Concours Externe - Spécial langue régionale

	Concours	Épreuve	Matière
Public	**EXT LR PU**	**102**	**9418**
Privé	**EXT LR PR**	**102**	**9418**

Troisième concours

	Concours	Épreuve	Matière
Public	**3ème PU**	**102**	**9418**
Privé	**3ème PR**	**102**	**9418**

Second concours interne

	Concours	Épreuve	Matière
Public	**2INT PU**	**102**	**9418**
Privé	**2INT PR**	**102**	**9418**

Concours interne - spécial langue régionale

	Concours	Épreuve	Matière
Public	**2INT LR PU**	**102**	**9418**
Privé	**2INT LR PR**	**102**	**9418**

IMPRIMERIE NATIONALE – 25 0905 – D'après documents fournis

CRPE 2025 — Mathématiques — Groupe 2

CORRECTION

Cette correction est rédigée à des fins pédagogiques et didactiques. Il n'est pas demandé au candidat de justifier le raisonnement en donnant autant de détails. De nombreux commentaires ont été ajoutés pour aider à la préparation à cette épreuve. Il est même régulièrement proposé plusieurs alternatives pour une même réponse. Une seule réponse est attendue de la part du candidat. Pour la même raison, même quand le sujet indique explicitement que le raisonnement ne doit pas être justifié, des explications complémentaires ont été fournies.

EXERCICE N° 1

Nombres décimaux — Nombres rationnels — Diviseurs — Analyse — Rectangle

Pour résoudre cet exercice il peut être utile de consulter les fiches de synthèse de cours suivantes sur l'(excellent) blog de Fabrice ARNAUD :

Arithmétique — Troisième ***Quadrilatère — Cinquième***

1. La fraction $\frac{35}{7}$ correspond au quotient $35 \div 7 = 5$, en effet $\frac{35}{7} = \frac{7 \times 5}{7 \times 1} = \frac{5}{1} = 5$.

5 est un nombre entier, c'est aussi un nombre décimal comme tous les nombres entiers. En effet, $5 = \frac{5}{1} = \frac{5}{10^0}$.

Un nombre décimal est un nombre que l'on peut écrire sous la forme d'une fraction du type $\frac{n}{10^p}$ où n et p sont des entiers relatifs.

$\frac{35}{7}$ est un nombre décimal. **Affirmation n° 1 : FAUSSE**

2. Un nombre rationnel est un nombre que l'on peut écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ où a et b sont des entiers relatifs et $a \neq 0$.

$22,9 = \frac{229}{10}$, c'est un nombre rationnel et même un nombre décimal.

$22,9$ est un nombre rationnel. **Affirmation n° 2 : VRAIE**

3. On peut tester avec un exemple : $16+17+18+19+20+21+22 = 133$ et $133 = 7 \times 19$. Mais cela ne prouve rien !

Notons n le premier de ces sept nombres consécutifs, $n+1$ est le suivant, $n+2$... $n+6$ le septième.

Or $n+(n+1)+(n+2)+(n+3)+(n+4)+(n+5)+(n+6) = 7n+1+2+3+4+5+6 = 7n+21$. Or $7n+21 = 7(n+3)$ ce qui prouve que ce nombre est un multiple de 7.

La somme de sept nombres entiers consécutifs est un multiple de 7. **Affirmation n° 3 : VRAIE**

4. Il faut chercher les diviseurs de 496. Une bonne méthode consiste à le décomposer en produit de facteurs premiers.

496	2
248	2
124	2
62	2
31	31
1	

$496 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 31$ donc $496 = 2^4 \times 31$

On peut maintenant déterminer les diviseurs de 496 en combinant les facteurs premiers.

496 : 1; 2; 4; 8; 16; 31; 62; 124; 248; 496 de plus $1+2+4+8+16+21+62+124+248 = 496$.

496 est un nombre parfait. **Affirmation n° 4 : VRAIE**

Les sept premiers nombres parfaits sont 6 ; 28 ; 496 ; 8128 ; 33 550 336 ; 8 589 869 056 et 137 438 691 328. On ne connait pas de nombres parfaits impairs. On ne sait même pas si cela existe.

5. Testons cette conjecture.
$\sqrt{2} \approx 1,414$ donc $\sqrt{2} < 2$. $\sqrt{9} = 3 < 9$.
Or $\sqrt{0,01} = \sqrt{\dfrac{1}{100}} = \dfrac{1}{10} = 0,1$ et $0,1 > 0,01$.
Ce contre exemple suffit à répondre à la question.

Affirmation n° 5 : FAUSSE

On peut aussi tenter de résoudre l'inéquation $\sqrt{x} < x$ dans $]0;+\infty[$.

$$\sqrt{x} < x$$

Sur cet intervalle, la fonction carrée est croissante, on peut donc écrire :

$$x < x^2$$
$$0 < x^2 - x$$
$$0 < x(x-1)$$

Sur cet intervalle, $x > 0$. $x - 1 > 0$ si et seulement si $x > 1$.
Donc $\sqrt{x} < x$ pour $x > 1$, $\sqrt{x} = x$ pour $x = 1$ et $\sqrt{x} > x$ pour $0 < x < 1$ et $\sqrt{x} = x$ pour $x = 0$.

6. Pour que les diagonales d'un rectangle soient des axes de symétries, il faut et il suffit qu'elles soient perpendiculaires et qu'elles se coupent en leur milieu.
Un rectangle étant un parallélogramme, ses diagonales se coupent en leur milieu.
Un parallélogramme ayant des diagonales perpendiculaires est un losange.
Un rectangle dont les diagonales sont des axes de symétries est donc un losange. Un rectangle losange est un carré.
Seul le carré a des diagonales qui sont des axes de symétrie.

Affirmation n° 6 : FAUSSE

Exercice n° 2

Pourcentages — Proportionnalité — Pavé droit — Aire — Tableur

Pour résoudre cet exercice il peut être utile de consulter les fiches de synthèse de cours suivantes sur l'(excellent) blog de Fabrice ARNAUD :

Sixième — Les solides   ***Cinquième — Proportionnalité et pourcentages***   ***Troisième — Tableur***

1. On passe de 8 L de lait à 1 L de crème fraiche.
On peut raisonner en estimant que le volume de lait et de crème fraiche sont des grandeurs proportionnelles.

Volume de lait	8 L	100 L
Volume de beurre	1 L	$\dfrac{1\text{ L} \times 100\text{ L}}{8\text{ L}} = 12,5\text{ L}$

Comme $100\text{ L} - 12,5\text{ L} = 87,5\text{ L}$, on a bien une réducation de 87,5 % du volume quand on passe du lait au beurre.

Alternative *Coefficient de réduction*

On peut rechercher le coefficient k vérifiant :

$$\begin{aligned} 8 \times k &= 1 \\ k &= \frac{1}{8} \\ k &= 0,125 \end{aligned}$$

Donc $8 \times 0,125 = 1$.
On sait que réduire une quantité de n % revient à multiplier cette quantité par $1 - \frac{n}{100}$.

Comme $0,125 = 1 - 0,875 = 1 - \frac{87,5}{100}$, on obtient le résultat attendu. a

2. Cette éleveuse possède 248 vaches qui produisent chacune en moyenne 30 L de lait.
$248 \times 30 \text{ L} = 7440 \text{ L}$.
Elle obtient 1 L de crème pour 8 L de lait, il faut ensuite 3 L de crème pour obtenir 1 kg de beurre.

Volume de lait	8 L	7440 L
Volume de crème	1 L	$\frac{1 \text{ L} \times 7440 \text{ L}}{8 \text{ L}} = 930 \text{ L}$

Puis,

Volume de crème	3 L	930 L
Masse de beurre	1 kg	$\frac{1\ kg \times 930 \text{ L}}{3 \text{ L}} = 310\ kg$

Claire peut espérer produire 310 kg de beurre par jour.

Alternative *En divisant*

Claire produit 1 L de crème pour 8 L de lait, soit $\frac{1}{8}$ de crème.

$7440 \text{ L} \times \frac{1}{8} = 7440 \text{ L} \div 8 = 930 \text{ L}$.

Il lui faut ensuite 3 L de crème pour 1 kg de beurre soit $\frac{1}{3}$ de beurre.

$930 \text{ L} \times \frac{1}{3} = 930 \text{ L} \div 3 = 310 \text{ L}$.

3.a. Une plaquette peut être modélisée par un pavé droit dont les mesures sont 10 cm, 6,5 cm et 3,5 cm.

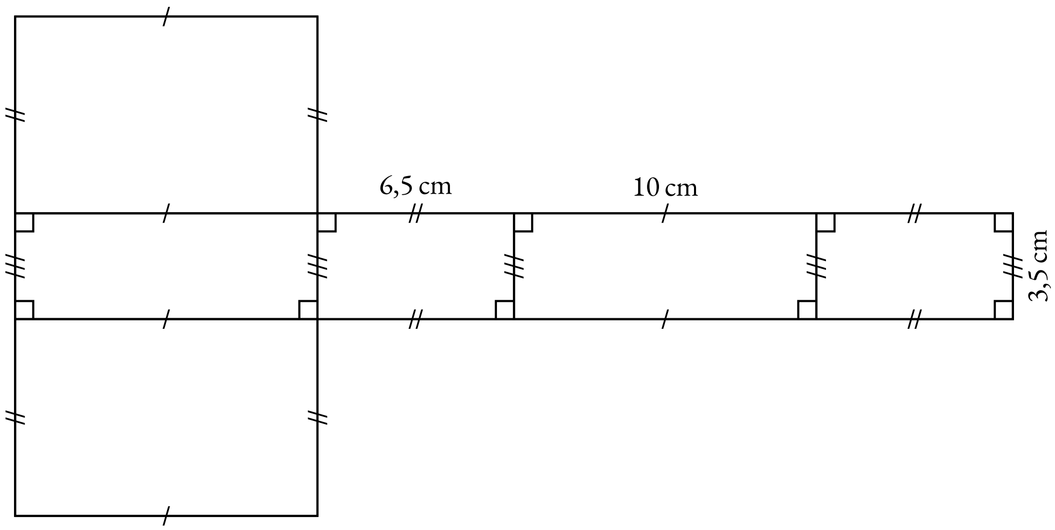
Le volume de la plaquette vaut $10\,\text{cm} \times 6{,}5\,\text{cm} \times 3{,}5\,\text{cm} = 227{,}5\,\text{cm}^3$.

3.b. La masse volumique du beurre est donnée par la formule $\rho = \dfrac{m}{V}$ où m = masse et V = Volume.

On sait qu'une plaquette de 250 g a une volume de $227{,}5\,\text{cm}^3$.
Il faut convertir la masse en kilogramme. On sait que $1\,\text{kg} = 1000\,\text{g}$ donc $250\,\text{g} = 0{,}25\,\text{kg}$.
Il faut convertir le volume en litre. On sait que $1\,\text{L} = 1\,\text{dm}^3 = 1000\,\text{cm}^3$, ainsi $227{,}5\,\text{cm}^3 = 0{,}2275\,\text{dm}^3 = 0{,}2275\,\text{L}$.

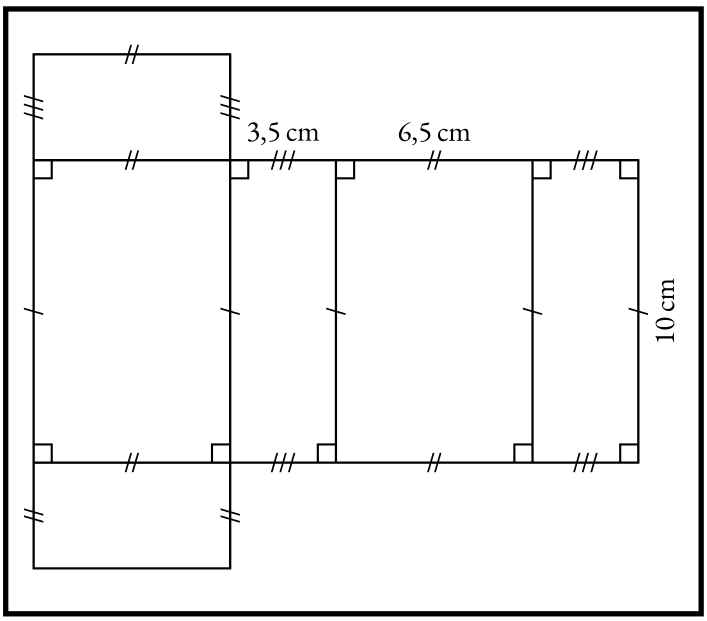
Finalement, $\rho = \dfrac{0{,}25\,\text{kg}}{0{,}2275\,\text{L}} = 1,10\ kg/\text{L}$. Le beurre a une masse volumique supérieure à celle du lait, il est plus dense !

4.a. La question consiste à se demander s'il est possible de tracer un patron de pavé mesurant 10 cm, 6,5 cm et 3,5 cm sur une feuille rectangulaire mesurant 23 cm sur 20 cm.
Voici une représentation du patron de ce pavé :



Cette version ne peut pas tenir sur la feuille rectangulaire, elle mesure $10\,\text{cm} + 6{,}5\,\text{cm} + 10\,\text{cm} + 6{,}5\,\text{cm} = 33\,\text{cm}$ de long !

En voici une autre version :



Cette version mesure $6{,}5\,\text{cm} + 3{,}5\,\text{cm} + 6{,}5\,\text{cm} + 3{,}5\,\text{cm} = 20\,\text{cm}$ et $3{,}5\,\text{cm} + 10\,\text{cm} + 3{,}5\,\text{cm} = 16\,\text{cm}$

Oui, il est tout à fait possible de tracer ce patron sur une feuille rectangulaire de 20 cm sur 23 cm.

4.b. Ce patron est constitué de deux rectangle mesurant 10 cm sur 6,5 cm, de deux rectangle mesurant 10 cm sur 3,5 cm et de deux rectangles mesurant 3,5 cm sur 6,5 cm.

L'aire de ce patron vaut exactement :

$\boxed{2 \times 10\,\text{cm} \times 6{,}5\,\text{cm} + 2 \times 10\,\text{cm} \times 3{,}5\,\text{cm} + 2 \times 6{,}5\,\text{cm} \times 3{,}5\,\text{cm} = 2 \times 65\,\text{cm}^2 + 2 \times 35\,\text{cm}^2 + 2 \times 22{,}75\,\text{cm}^2 = 245{,}5\,\text{cm}^2.}$

4.c. La feuille de papier alimentaire rectangulaire à une aire de $20\,\text{cm} \times 23\,\text{cm} = 460\,\text{cm}^2$.

Le patron a une aire de $245{,}5\,\text{cm}^2$, $\dfrac{245{,}5\,\text{cm}^2}{460\,\text{cm}^2} \approx 0{,}53$ soit 53 %.

Le patron reprensente 53 % de la feuille de papier alimentaire, c'est moins que 60 %.

Alternative *Tableau de proportionnalité*

Aire du patron	$245{,}5\,\text{cm}^2$	$\dfrac{245{,}5\,\text{cm}^2 \times 100}{460\,\text{cm}^2} \approx 53$
Aire de la feuille	$460\,\text{cm}^2$	100

5.a. On peut saisir **=B3+B4+B5+B6+B7+B8** ou **=SOMME(B3:B8).**

5.b. On peut saisir **=B3*2,5**.

Exercice n° 3

Expérience aléatoire à deux épreuves

Pour résoudre cet exercice il peut être utile de consulter la fiche de synthèse de cours suivante sur l'(excellent) blog de Fabrice ARNAUD :

Probabilités

Nous sommes, dans cet exercice, dans une **expérience aléatoire à deux épreuves**. Pour chacune des deux épreuves, trois événements sont **équiprobables**.
On peut représenter ces événements dans un tableau à double entrée.

Premier saut \ Second saut	Toucher T	Mordre M	Réussir R
Toucher T	T T	T M	T R
Mordre M	M T	M M	M R
Réussir R	R T	R M	R R

On observe qu'il y a 9 issues équiprobables à cette expérience aléatoire.

1. Il s'agit de l'issue codée par R R. Il n'y a qu'une issue qui convient. La probabilité cherchée est $\dfrac{1}{9}$.

2. Il s'agit de l'issue codée par M R. Il n'y a qu'une issue qui convient. La probabilité cherchée est $\dfrac{1}{9}$.

3. Il s'agit des issues contenant un seul M. Il y a T M, M T, M R er R M. $\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \frac{4}{9}.}$

4. Au moins une fois signifie qu'il peut mordre deux fois. Il faut ajouter l'issue M M au quatre précédente. $\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \frac{5}{9}.}$

Exercice n° 4

Théorème de Thalès — Théorème de Pythagore — Équation du premier degré — Vitesse

Pour résoudre cet exercice il peut être utile de consulter les fiches de synthèse de cours suivantes sur l'(excellent) blog de Fabrice ARNAUD :

Troisième — Théorème de Thalès

Quatrième — Théorème de Pythagore

Troisième — Équation du premier degré

Troisième — Grandeurs composées

1. Première possibilité

Les droites (AB) et (IJ) sont sécantes en P.
Les droites (AI) et (JB) sont perpendiculaires à la droite (IJ).
Or on sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

Les droites (AI) et (JB) sont donc parallèles.

D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{PI}}{\text{PJ}} = \frac{\text{PA}}{\text{PB}} = \frac{\text{IA}}{\text{JB}}$$

$$\frac{x}{120 - x} = \frac{\text{PA}}{\text{PB}} = \frac{30\,\text{m}}{46\,\text{m}}$$

Ainsi $\dfrac{x}{120 - x} = \dfrac{30}{46}$.

Deux fractions sont égales si et seulement si les produits en croix sont égaux.
On arrive à :

$$\begin{aligned}
46x &= 30(120 - x)\\
46x &= 3600 - 30x\\
46x + 30x &= 3600 - 30x + 30x\\
76x &= 3600\\
x &= \frac{3600}{76}\\
x &= \frac{900}{19}\\
x &\approx 47,37
\end{aligned}$$

$\boxed{\text{Le segment [IP] mesure environ 47 m.}}$

2. Deuxième possibilité

Dans le triangle PIA rectangle en I,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\mathrm{IP}^2 + \mathrm{IA}^2 = \mathrm{PA}^2$$
$$x^2 + 30^2 = \mathrm{PA}^2$$
$$x^2 + 900 = \mathrm{PA}^2$$

$\boxed{\mathrm{PA}^2 = x^2 + 900}$

Dans le triangle PJB rectangle en J,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\mathrm{JP}^2 + \mathrm{JB}^2 = \mathrm{PB}^2$$
$$(120 - x)^2 + 46^2 = \mathrm{PB}^2$$
$$(120 - x)^2 + 2116 = \mathrm{PB}^2$$

$\boxed{\mathrm{PB}^2 = (120 - x)^2 + 2116}$

2. On souhaite déterminer x tel que PA = PB, cela équivalent au fait que $\mathrm{PA}^2 = \mathrm{PB}^2$.
Il faut résoudre :

$$\begin{aligned}
\mathrm{PA}^2 &= \mathrm{PB}^2\\
x^2 + 900 &= (120 - x)^2 + 2116\\
x^2 + 900 &= 14\,400 - 240x + x^2 + 2116\\
x^2 + 900 - x^2 &= 14\,400 - 240x + x^2 + 2116 - x^2\\
900 &= 14\,400 - 240x + 2116\\
900 &= 16\,516 - 240x\\
900 + 240x &= 16\,516 - 240x + 240x\\
900 + 240x &= 16\,516\\
900 + 240x - 900 &= 16\,515 - 900\\
240x &= 15\,616\\
x &= \frac{15\,616}{240}\\
x &= \frac{976}{15}\\
x &\approx 65
\end{aligned}$$

$\boxed{\text{La valeur de IP cherchée est bien approximativement égale à 65 m au mètre près.}}$

3.a. Le trajet parcouru mesure $\mathrm{PA} + \mathrm{PB} \approx 2 \times 65\,\mathrm{m} \approx 130\,\mathrm{m}$.

Distance	4,5 km	130 m
Temps	1 h =60 min =3 600 s	$\frac{3600\ s \times 130\,\mathrm{m}}{4{,}5\,\mathrm{km}} = \frac{3600\ s \times 130\,\mathrm{m}}{4500\,\mathrm{m}} = 104\ s$

104 s $= 1 \times 60$ s + 44 s = 1 min 44 s. $\boxed{\text{Alice va mettre 1 min 44 s.}}$

3.b. Bob va également parcourir 65 m. Il met 57 s.

Distance	130 m	$\dfrac{3600\ s \times 130\,\text{m}}{57\ \text{s}} \approx 8210\,\text{m}$
Temps	57 s	1 h =60 min =3600 s

Bob courre à la vitesse de 8210 m à l'heure soit 8 km/h.

Exercice nº 5

Triangle rectangle isocèle — Programmation par blocs

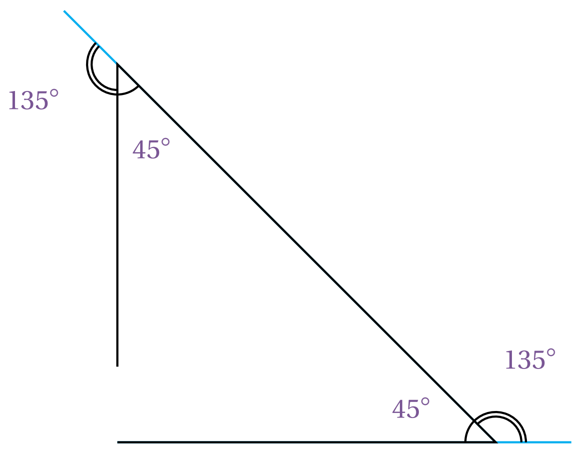
Pour résoudre cet exercice il peut être utile de consulter la fiche de synthèse de cours suivante sur l'(excellent) blog de Fabrice ARNAUD :

Troisième — Programmer avec des blocs

1.

Il est surprenant d'admettre que la figure obtenue est un triangle isocèle rectangle. Dans ce cas, la question **1.** *se limite à tracer un triangle isocèle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesure 40 unités soit 4 cm.*
La raison pour laquelle ce triangle est pourtant accessible :
Tout d'abord le lutin avance de a pas. Il tourne de $135°$*, il avance ensuite de* $a\sqrt{2}$ *pas, tourne de* $135°$ *et avance de* a *pas.*

Voici un croquis :



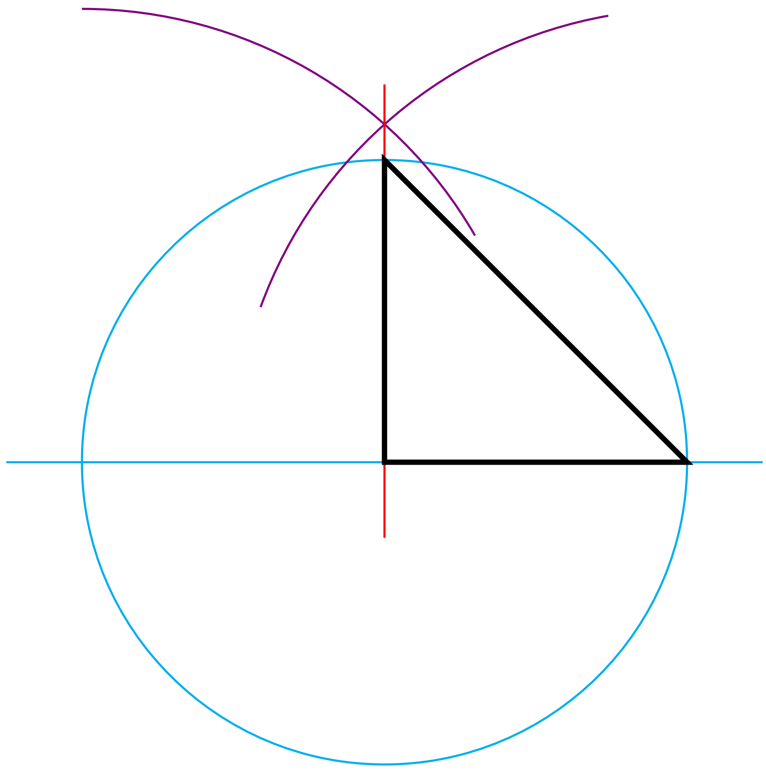
Le triangle tracé est clairement isocèle puisque les deux angles à la base sont égaux.
De plus $45° + 45° + 90° = 180°$*, ce triangle est rectangle.*
Comme les côtés du triangle mesure chacun a*, on obtient bien un triangle.*

Enfin, en utilisant le théorème de Pythagore dans ce triangle on arrive à :

$$a^2 + a^2 = Hypoténuse^2$$
$$Hypoténuse^2 = 2a^2$$
$$Hypoténuse = \sqrt{2a^2}$$
$$Hypoténuse = a\sqrt{2}$$

Ce qui est la longueur fournie dans l'énoncé !
Il faut tracer à la règle graduée et au compas, un triangle isocèle rectangle dont les côtés égaux mesurent 4 cm.
On n'a pas le droit à l'équerre ni au rapporteur.
Il faut donc :

— Tracer un segment de 4 cm ;
— Tracer un cercle dont ce segment est le rayon ;
— Obtenir le point diamètralement opposé et tracer le diamètre ;
— Tracer la médiatrice du diamètre au compas ;
— L'intersection avec le cercle donne le triangle attendu.



2. Le lutin était orienté à 90° au départ. Il a tourné deux fois de 135° soit 270°.
Comme $90° + 270° = 360°$ ce qui revient à 0°.

Il est orienté à 0°, c'est à dire vers le bas !

3. Programme A
Ce programme répète 4 fois le tracé du triangle rectangle isocèle, puis remet le lutin en position originel et avance de 10 pas.

Ce programme permet d'obtenir la **Figure n° 3**, quatre triangles séparés par 10 pas.

Programme B
Ce programme trace un triangle isocèle rectangle, ne réoriente pas le lutin, recommence quatre fois.
Ainsi après le premier triangle, il en trace un deuxième en partant vers le bas, puis vers la gauche et enfin vers le haut.

Ce programme permet d'obtenir la **Figure n° 1**, quatre triangles à la suite autour du même point.

Programme C
Ce programme trace le triangle rectangle, rétablit le lutin puis augmente sa taille de 10 unités.

Ce programme permet d'obtenir la **Figure n° 4**, quatre triangles imbriqués.

Informations légales

- **Auteur :** Fabrice ARNAUD
- **Web :** pi.ac3j.fr
- **Mail :** contact@ac3j.fr
- **Dernière modification :** 16 décembre 2025 à 12:23

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Plucky Puffin (macareux courageux) 25.04 avec la distribution TeX Live 2024.20250309 et LuaHBTex 1.18.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerai beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
Mes pdf ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page, et verticalement sur mes corrections de brevet qui sont très pillés, afin de permettre à tous d'utiliser les documents tels quels.
Les QRCodes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe pas vers une page de mon blog ni sur une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.