# Chapitre XI

## Les objets de l'espace

**Sommaire**



## I — Vocabulaire

**❧ Définition II.1 : Solide**

Un **solide** est un ensemble de points de l'espace situé à l'intérieur d'une partie fermée.

**❧ Définition II.2 : Polyèdre**

Un **polyèdre** est un solide dont toutes les faces sont des polygones. Les côtés de ces polygones sont appelés **arêtes** . Les extrémités de ces arêtes sont appelés **sommet**

## II — Les prismes droits et le cylindre

**Définition II.3 : Prisme droit**

Un **Prisme droit** est un solide

**Exemples :**

$f(x) = 3x + 5$ est la fonction affine de paramètres $a = 3$ et $b = 5$
$g(x) = -3x - 7$ est la fonction affine de paramètres $a = -3$ et $b = -7$

$h(x) = \frac{2x}{3} - \frac{9}{5}$ est la fonction affine de paramètres $a = \frac{2}{3}$ et $b = -\frac{9}{5}$

$k(x) = x - 3$ est la fonction affine de paramètres $a = 1$ et $b = -3$
$l(x) = 7 - x$ peut s'écrire $l(x) = -x + 7$, elle est affine de paramètres $a = -1$ et $b = 7$

$m(x) = 5x$ peut s'écrire $m(x) = 5x + 0$ c'est une fonction affine de paramètres $a = 5$ et $b = 0$
$n(x) = 3$ peut s'écrire $n(x) = 0x + 3$ c'est une fonction affine de paramètres $a = 0$ et $b = 3$.
$n$ est une fonction **constante**.

**Propriété II.1 :**

$a$ un nombre quelconque.

La **fonction linéaire** de coefficient $a$ est une **fonction affine** de paramètres $a$ et $b = 0$.

**Démonstration :**

$a$ un nombre quelconque.
La fonction $x \to ax$ peut s'écrire $x \to ax + b$ avec $b = 0$.
Il s'agit bien d'une fonction affine !

CQFD

## III — Les pyramides et le cône

**Définition II.4 : Prisme droit**

Un **Prisme droit** est un solide

**Exemples :**

$f(x) = 3x + 5$ est la fonction affine de paramètres $a = 3$ et $b = 5$
$g(x) = -3x - 7$ est la fonction affine de paramètres $a = -3$ et $b = -7$

$h(x) = \frac{2x}{3} - \frac{9}{5}$ est la fonction affine de paramètres $a = \frac{2}{3}$ et $b = -\frac{9}{5}$

$k(x) = x - 3$ est la fonction affine de paramètres $a = 1$ et $b = -3$
$l(x) = 7 - x$ peut s'écrire $l(x) = -x + 7$, elle est affine de paramètres $a = -1$ et $b = 7$

$m(x) = 5x$ peut s'écrire $m(x) = 5x + 0$ c'est une fonction affine de paramètres $a = 5$ et $b = 0$
$n(x) = 3$ peut s'écrire $n(x) = 0x + 3$ c'est une fonction affine de paramètres $a = 0$ et $b = 3$.
$n$ est une fonction **constante**.

**Propriété II.2 :**

$a$ un nombre quelconque.

La **fonction linéaire** de coefficient $a$ est une **fonction affine** de paramètres $a$ et $b = 0$.

---

**Démonstration :**

$a$ un nombre quelconque.
La fonction $x \to ax$ peut s'écrire $x \to ax + b$ avec $b = 0$.
Il s'agit bien d'une fonction affine !

CQFD

---

## IV — La sphère et la boule

**Définition II.5 : Prisme droit**

Un **Prisme droit** est un solide

**Exemples :**

$f(x) = 3x + 5$ est la fonction affine de paramètres $a = 3$ et $b = 5$
$g(x) = -3x - 7$ est la fonction affine de paramètres $a = -3$ et $b = -7$

$h(x) = \dfrac{2x}{3} - \dfrac{9}{5}$ est la fonction affine de paramètres $a = \dfrac{2}{3}$ et $b = -\dfrac{9}{5}$

$k(x) = x - 3$ est la fonction affine de paramètres $a = 1$ et $b = -3$
$l(x) = 7 - x$ peut s'écrire $l(x) = -x + 7$, elle est affine de paramètres $a = -1$ et $b = 7$

$m(x) = 5x$ peut s'écrire $m(x) = 5x + 0$ c'est une fonction affine de paramètres $a = 5$ et $b = 0$
$n(x) = 3$ peut s'écrire $n(x) = 0x + 3$ c'est une fonction affine de paramètres $a = 0$ et $b = 3$.
$n$ est une fonction **constante**.

**Propriété II.3 :**

$a$ un nombre quelconque.

La **fonction linéaire** de coefficient $a$ est une **fonction affine** de paramètres $a$ et $b = 0$.

---

**Démonstration :**

$a$ un nombre quelconque.
La fonction $x \to ax$ peut s'écrire $x \to ax + b$ avec $b = 0$.
Il s'agit bien d'une fonction affine !

# Solides et volumes

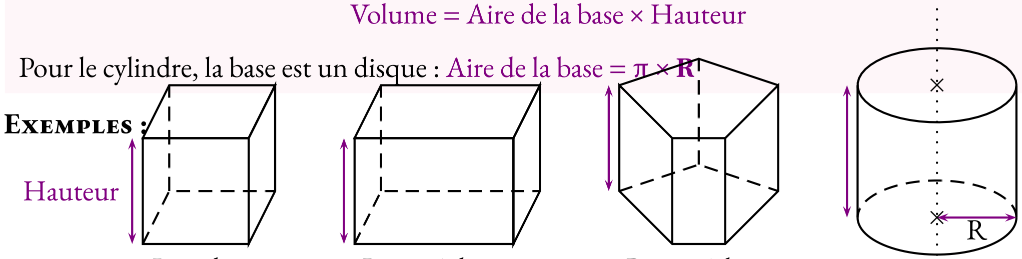
## Les prismes droits et le cylindre

Un **prisme droit** est un polyèdre constitué par deux faces polygonales parallèles et superposables reliées par des faces rectangulaires.
Un **cylindre** est un solide constitué par deux disques parallèles, de même rayon, reliés par une surface de révolution.
Les deux faces parallèles sont **les bases** du solide.
La distance entre les bases est **la hauteur** du solide.
Le volume d'un cylindre ou d'un prisme droit est donné par la formule :

$$\text{Volume} = \text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}$$

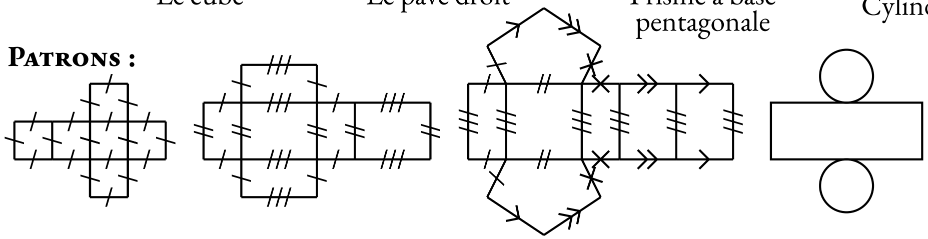
Pour le cylindre, la base est un disque : Aire de la base $= \pi \times \mathbf{R}^2$

**Exemples :**




Le cube — Le pavé droit — Prisme à base pentagonale — Cylindre droit

**Patrons :**



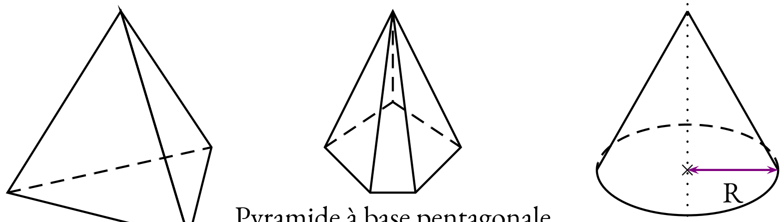
## Les pyramides et le cône

Une **pyramide** est un polyèdre constitué d'une base polygonale et d'un sommet principal reliés par des faces triangulaires.
Un **cône** est un solide constitué d'une base circulaire et d'un sommet principal reliés par une surface de révolution.
La **hauteur** est la distance entre la base et le sommet principal.
Dans un cône, un segment reliant le sommet principal et un point du cercle de base s'appelle **une génératrice** .

$$\text{Volume} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}$$

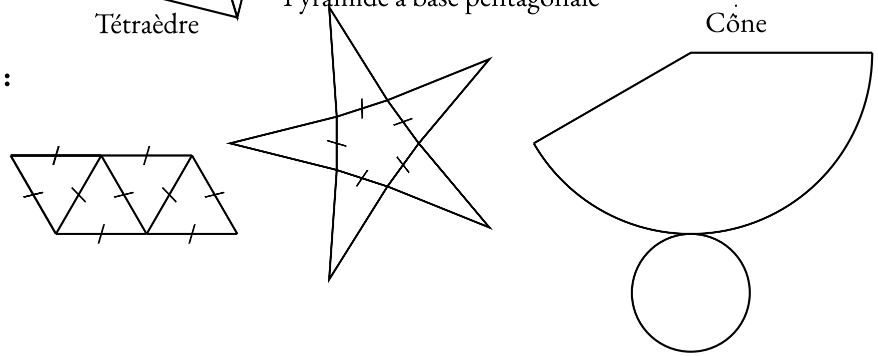
Dans le cas du cône, la base est un disque : Aire de la base $= \pi \times \mathbf{R}$.

**Exemples :**




Tétraèdre — Pyramide à base pentagonale — Cône

**Patrons :**



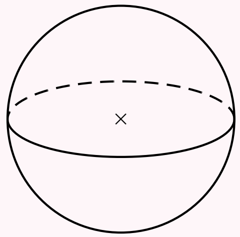
## La sphère et la boule

Une **sphère** de centre O et de rayon R est une surface constituée des points situés exactement à la distance R du centre O.
Une **boule** de centre O et de rayon R est un solide constitué des point situées à une distance inférieure ou égale à R du centre O.

La boule ne possède pas de patron.

$$\text{Aire de la sphère} = \mathbf{4\pi R^2}$$

$$\text{Volume de la boule} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}\pi\mathbf{R^3}$$



## Unités et conversion

**Un mètre cube** (1 m$^3$) est le volume d'un cube de 1 m de côté.

| | | |
|---|---|---|
| 1 m$^3$=1000 dm$^3$ | 1 L=1 dm$^3$ | 1 L=1000 mL |
| 1 m$^3$=1 000 000 cm$^3$ | 1 L=1000 cm$^3$ | 1 cm$^3$=1 mL |
| 1 m$^3$=1 000 000 000 mm$^3$ | 1 m$^3$=1000 L | 1 mL=1000 mm$^3$ |

## Coefficient d'agrandissement/réduction

Si on multiplie les longueurs d'une figure par un nombre $k > 0$ alors les aires sont multpliées par $k^2$ et les volumes par $k^3$.

# Cercle, disque, sphère et boule

## Le plan : cercle et disque

R un nombre positif ou nul, O un point du plan.

**Le cercle** de centre O et de rayon R est un **courbe** constituée de tous les points du plan situés à exactement la distance R du centre O.

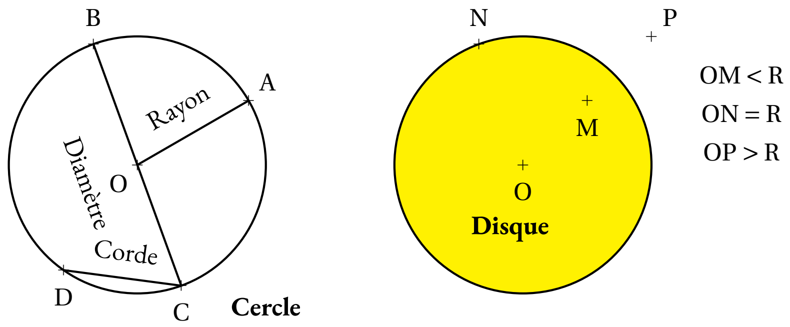
**Le disque** de centre O et de rayon R est une **surface** constituée de tous les points du plan situés à une distance inférieure ou égale à R du centre O.

## Vocabulaire

Un **rayon** est un segment joignant le centre à un point quelconque du cercle.
Une **corde** est un segment joignant deux points du cercle.
Un **diamètre** est une corde passant par le centre du cercle.

La longueur d'un rayon s'appelle **le rayon du cercle** , on utilise le même nom pour le segment et sa longueur.
Le diamètre a une longueur égale au double du rayon du cercle.
La longueur maximale d'une corde est égale au diamètre du cercle.

**Illustrations :**




## Périmètre et aire

Le **périmètre** d'un cercle de rayon R ou de diamètre D mesure sa longueur, il vaut : $\pi \times \mathbf{D} = \mathbf{2\pi} \times \mathbf{R}$.
L'**aire** d'un disque de rayon R mesure sa surface, elle vaut : $\pi \times \mathbf{R^2}$

## L'espace : sphère et boule

R un nombre positif ou nul, O un point de l'espace.

La **sphère** de centre O et de rayon R est une **surface** constituée de tous les points de l'espace situés à exactement la distance R du centre O.

La **boule** de centre O et de rayon R est un **solide** constitué de tous les points de l'espace situés à une distance inférieure ou égale à R du centre O.

## Aire et volume

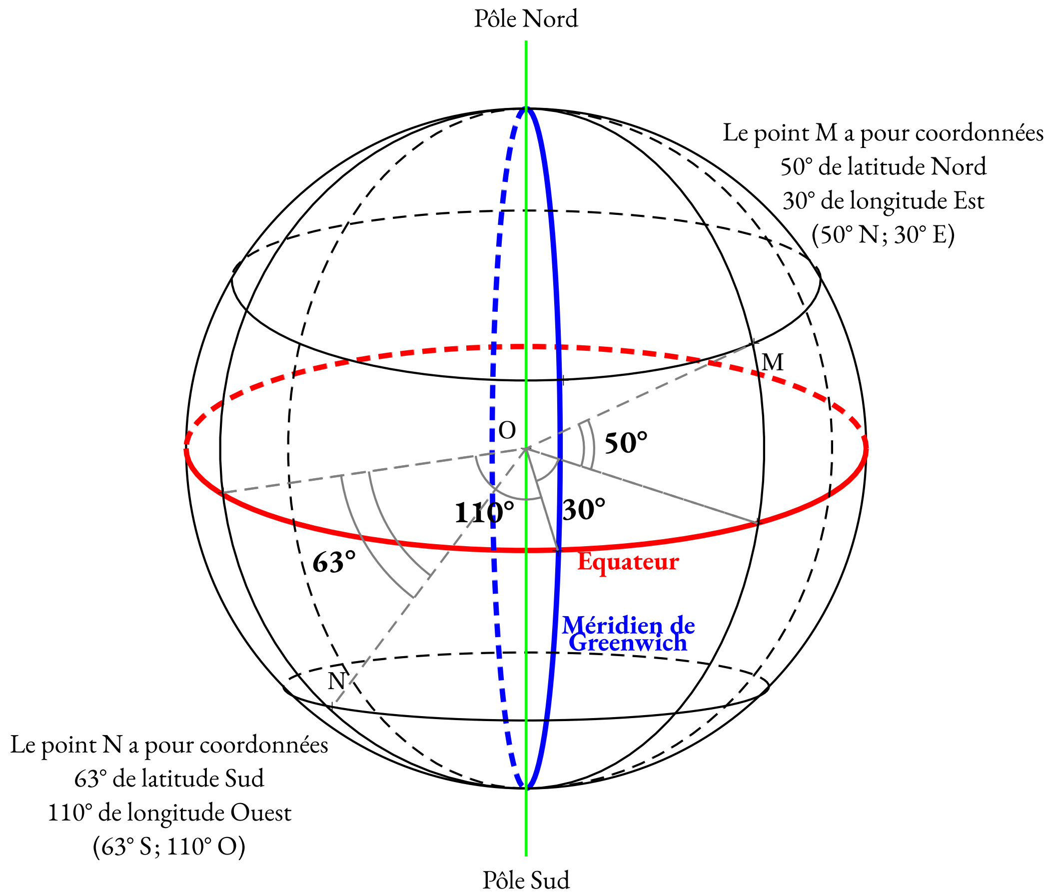
L'**aire** d'une sphère R mesure sa surface, elle vaut : $\mathbf{4\pi R^2}$.

Le **volume** d'une boule de rayon R mesure son « intérieur », il vaut : $\mathbf{\frac{4}{3}\pi R^3}$

## Coordonnées géographiques

Soit une sphère de rayon R et de centre O.
Un **grand cercle** de la sphère est un cercle de rayon R et de centre O.
Un grand cercle partage la sphère en deux **hémisphères** .
Sur la **sphère terrestre** , l'**équateur** et les **méridiens** sont des grands cercles.
Un **parallèle** est un cercle de la sphère situé à l'intersection avec un plan parallèle au plan équatorial.
Tout les points de la sphère situés sur un même parallèle sont à la même **latitude** .
Un **méridien** est un cercle de la sphère terrestre passant par les pôles Nord et Sud.
Tous les points de la sphère situés sur un même méridien sont à la même **longitude** .

**Exemples :**



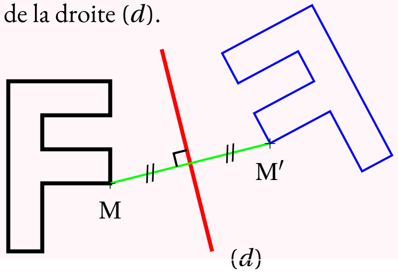
# Les transformations

## La symétrie axiale

$(d)$ une droite et M un point du plan.

L'image du point M par la **symétrie d'axe** la droite $(d)$ est l'unique point M′ vérifiant :
$(d) \perp (MM')$ et $(d)$ coupe $[MM']$ en son milieu.
Cela revient à dire que $(d)$ est la **médiatrice** de $[MM']$.

C'est le résultat d'un **pliage** le long de la droite $(d)$.

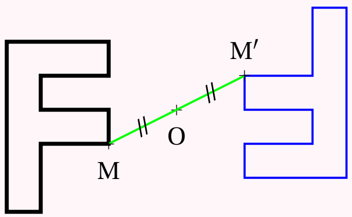



## La symétrie centrale

O et M deux points du plan.

L'image du point M par la **symétrie de centre** O est l'unique point M′ vérifiant O est le milieu de $[MM']$.

C'est le résultat d'un **demi-tour** autour du point O.

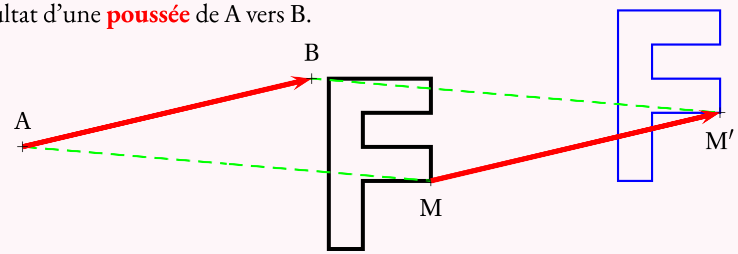



## La translation

A, B et M trois points du plan.

L'image du point M par la **translation** qui transforme A en B est l'unique point M′ vérifiant ABM′M est un parallélogramme.

C'est le résultat d'une **poussée** de A vers B.



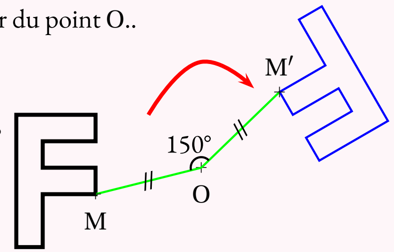

## La rotation

O, et M deux points du plan.

L'image du point M par la **rotation** d'angle $\alpha$ dans le sens des aiguilles d'une montre l'unique point M′ vérifiant $OM = OM'$ et $\widehat{MOM'} = \alpha$.

C'est le résultat d'une **rotation** autour du point O..

Rotation d'angle $\alpha = 150°$ dans le sens des aiguilles d'une montre



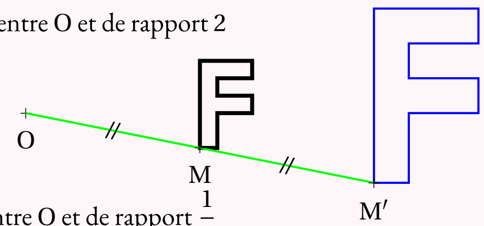

## L'homothétie

O, et M deux points du plan.

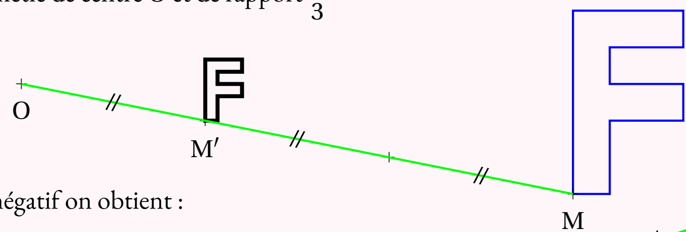
L'image du point M par l'**homothétie** de centre O et de rapport $k > 0$ est l'unique point M′ vérifiant $OM = kOM'$ et $M' \in [OM)$.

C'est le résultat d'un **agrandissement/réduction** de rapport $k$ depuis le point O.

Homothétie de centre O et de rapport 2

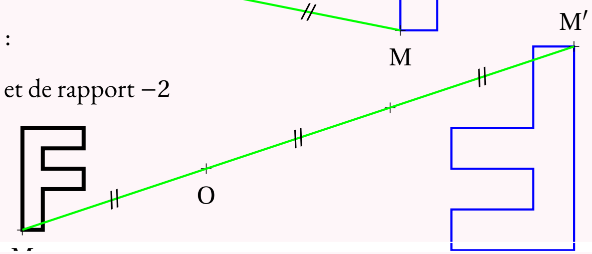



Homothétie de centre O et de rapport $\frac{1}{3}$




Pour un rapport $k$ négatif on obtient :

Homothétie de centre O et de rapport $-2$




## Propriétés

La symétrie axiale, la symétrie centrale, la translation et la rotation sont des **isométries** : elles ne modifient pas les angles et les longueurs.
L'homothétie ne modifie pas les angles. Elle agrandit ou réduit les longueurs.

# Informations légales


— **Auteur :** Fabrice ARNAUD
— **Web :** pi.ac3j.fr
— **Mail :** contact@ac3j.fr

— **Dernière modification :** 30 avril 2026 à 12:52



# Licence CC BY-NC-SA 4.0