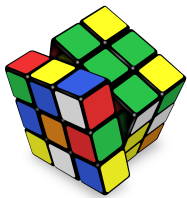




## Égalité et somme de fractions

### Sommaire

ACTIVITÉ — TÂCHE COMPLEXE : La pêche à pied à Noirmoutier . . . . .	158
ACTIVITÉ — TÂCHE COMPLEXE : Le mur . . . . .	161
I Définition du quotient . . . . .	163
II Égalité de fractions : le produit en croix . . . . .	164
III Somme algébrique de fractions . . . . .	165
IV Produit des fractions . . . . .	167
V Quotient des fractions . . . . .	169
Exercices . . . . .	172
Évaluations . . . . .	175
ÉVALUATION : Fractions, égalité et somme . . . . .	190
ACTIVITÉ — CULTURE : Le nombre d'or . . . . .	202
ÉVALUATION — Nombres relatifs et fractions . . . . .	207
ÉVALUATION — Nombres relatifs et fractions . . . . .	209



TÂCHE COMPLEXE



# LA PÊCHE À PIED À NOIRMOUTIER QUATRIÈME



Nous sommes le 12 août 2022. La famille Cantor est en vacances sur l'île de Noirmoutier. Ils souhaitent profiter des grandes marées pour organiser une sortie pêche à pied. Pour préparer cette journée, cette famille qui ne connaît pas bien la culture de la côte atlantique, a consulté la capitainerie du port pour obtenir des consignes de sécurité, le site Wikipédia et marée.info pour obtenir des informations.



**En utilisant toutes ces informations, indiquer à la famille Cantor l'heure à laquelle ils pourront aller pêcher et celle où ils devront absolument rentrer.**

## Document n° 1 : conseils de la capitainerie



Prendre connaissance de la météo, des horaires de marée et anticiper la remontée de la mer. Vous pouvez commencer lorsque la marée descendante a atteint un quart du marnage. Vous devez absolument rentrer quand la marée montante a atteint un tiers du marnage. Éviter d'aller pêcher par temps de brume ou d'orage. Ne partez pas seul et prévenez quelqu'un resté à terre. Disposer d'un moyen de communication pour alerter les secours.

## Document n° 2 : Wikipédia



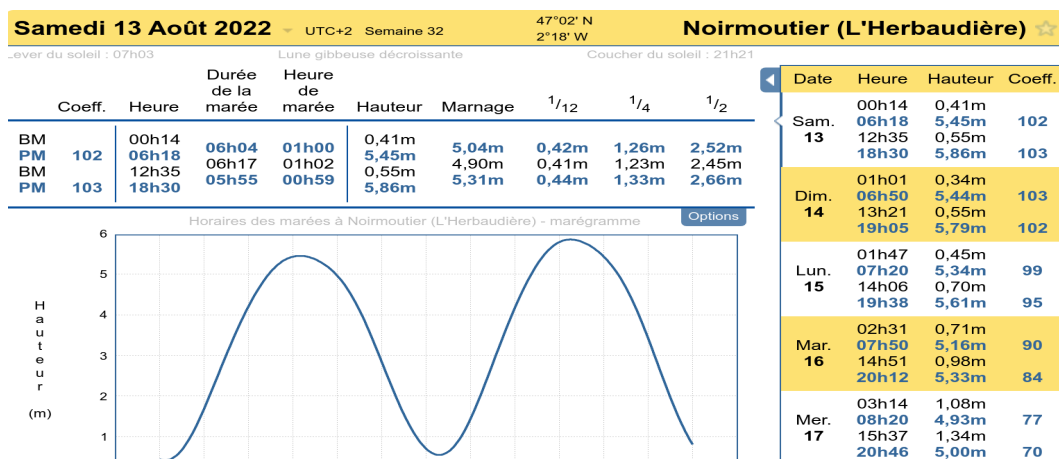
WIKIPÉDIA  
L'encyclopédie libre

**Période de pêche :** Du fait des conditions de pêches, les grandes marées sont très favorables à cette activité. Les zones découvertes à marée basse étant beaucoup moins souvent que lors des marées normales, la population de crustacés est nettement plus importante. Ces événements attirent en règle générale un grand nombre de pêcheurs à pied.

**Marée :** La marée est la variation de la hauteur du niveau des mers et des océans, causée par des forces gravitationnelles dues à la Lune et au Soleil, le tout conjugué à la rotation de la Terre sur son axe et la révolution de la Terre. Le niveau le plus élevé atteint par la mer au cours d'un cycle de marée est appelé pleine mer (PM) ou marée haute. Le niveau le plus bas est appelé basse mer (BM) ou marée basse.

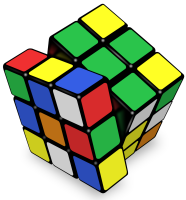
**Marnage :** Le marnage est la différence de hauteur d'eau entre la pleine mer et la basse mer.

## Document n° 3 : Maree.info



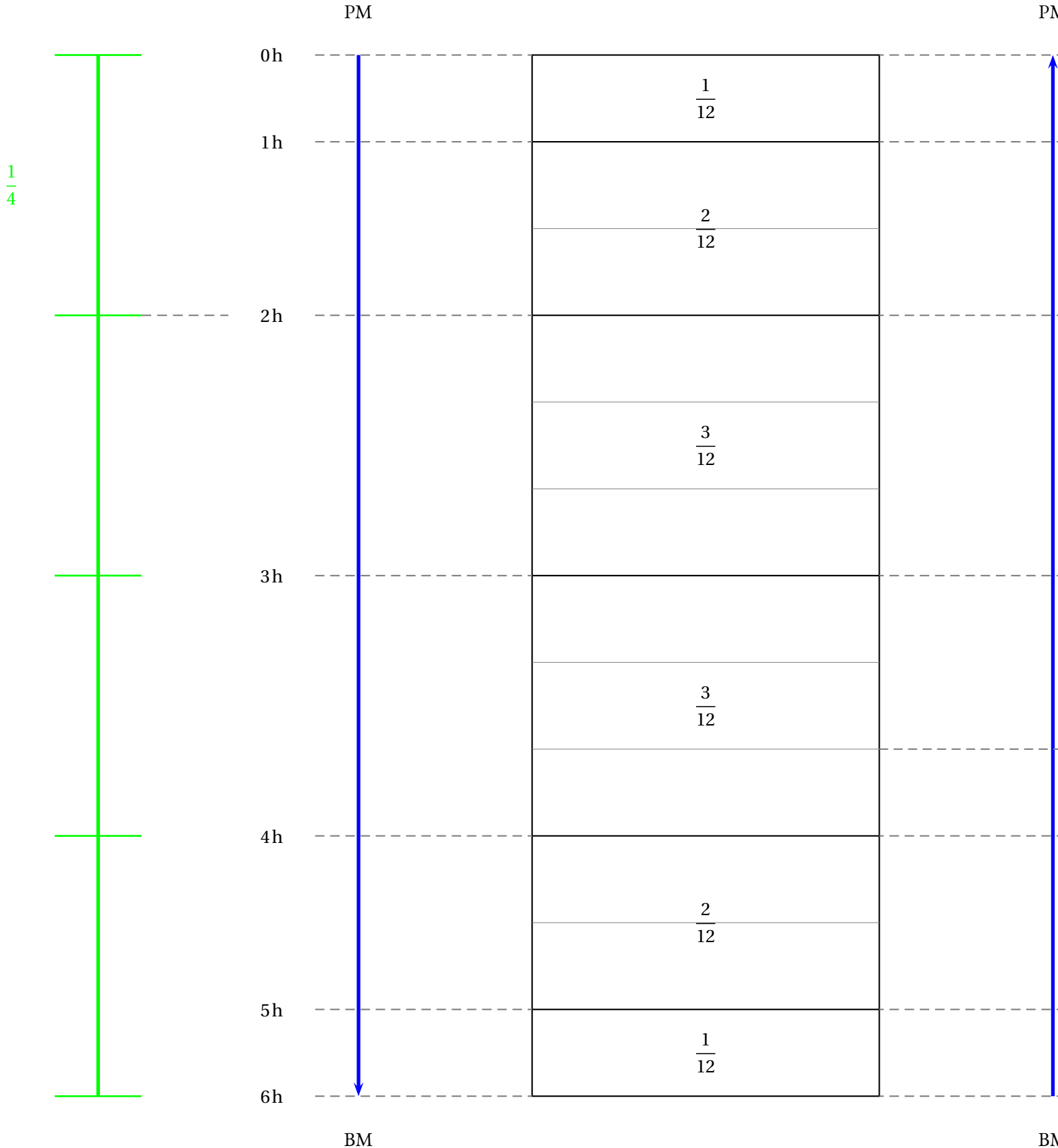
## Document n° 4 : la règle des douzièmes

Proverbe marin : « À partir de la marée haute, la marée descend de un douzième la première heure, de deux douzièmes la deuxième heure, de trois douzièmes la troisième heure, de trois douzièmes la quatrième heure, de deux douzièmes la cinquième heure et de un douzième la sixième heure pour arriver à la marée basse puis elle remonte de manière identique. »



TÂCHE COMPLEXE

Nous allons commencer par modéliser la règle des douzièmes pour comprendre la manière dont la marée monte et descend.



Nous avons représenté sous la forme d'un rectangle les six heures de marée montante ou descendante. Ce rectangle a été partagé en douze parts. Il est assez facile ensuite de représenter les heures de montée et descente en respectant la règle des douzièmes du **Document n° 4**.

En lisant le **Document n° 1** nous lisons qu'il est possible d'aller pêcher à partir du quart du marnage. D'après le **Document n° 2** le marnage correspond à la hauteur de montée ou de descente de la marée.

Comme  $\frac{1}{4} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{3}{12}$  et que  $\frac{3}{12} = \frac{1}{12} + \frac{2}{12}$  on en déduit qu'il est possible d'aller pêcher deux heures après le début de la marée descendante comme on peut le voir sur la modélisation ci-dessus.

Comme  $\frac{1}{3} = \frac{1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{4}{12}$  et que  $\frac{4}{12} = \frac{1}{12} + \frac{2}{12} + \frac{1}{12}$  on en déduit que l'heure de départ aura lieu durant la troisième heure après la marée basse. Comme la troisième heure correspond à trois douzièmes de la marée, il faut partir au premier douzième c'est-à-dire au tiers de la troisième heure.

Comme  $1 \text{ h} = 60 \text{ min}$ ,  $\frac{1}{3} \times 60 \text{ min} = \frac{60 \text{ min}}{3} = 20 \text{ min}$ , il faut partir 2 h 20 min après la marée basse.

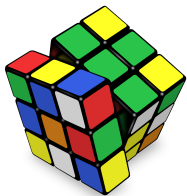
En consultant le **Document n° 3** on constate que le 13 août 2022, la marée haute aura lieu à 6 h 18 min.

Cette famille pourra donc pêcher à partir de 8 h 18 min.

Comme la marée basse suivante est prévue à 12 h 35 min,

ils devront quitter les lieux au plus tard à 14 h 55 min.

Ils pourraient aussi aller pêcher après la marée haute du soir vers 20 h 30, mais pêcher à pied la nuit ne semble pas raisonnable!



TÂCHE COMPLEXE

Emmy Noether vient d'acheter une maison neuve. Le terrain est encore en friche, elle souhaite rapidement le clôturer pour que son chien Ascali cesse de s'enfuir. Emmy est bricoleuse, avec ses amies, elle a décidé de monter elle-même un mur en béton tout autour de sa propriété.

Pour ne pas être dérangée par ses voisins, elle veut un mur de 1,60 m de haut. Sa maison a été construite en bordure du terrain, autant de parpaings en moins !

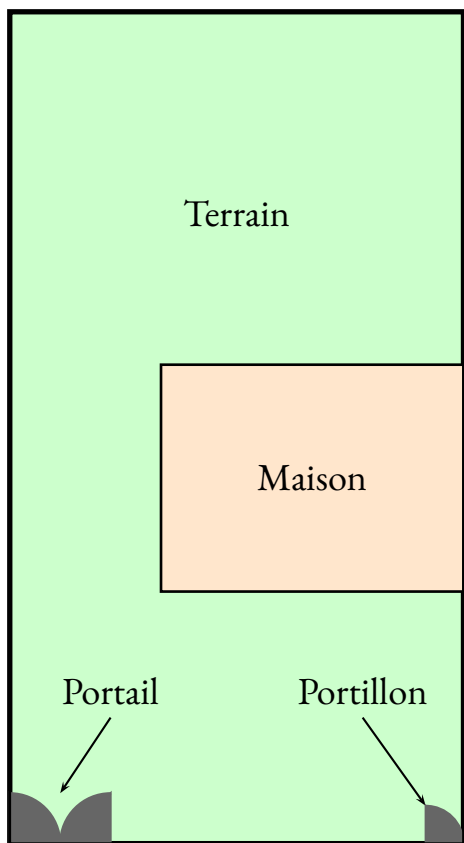
Avant de se lancer dans les travaux de maçonnerie, il faut acheter et transporter le matériel. Son magasin de bricolage préféré, Le Roi Arthur, se situe à 12 km de chez elle. C'est dans ce magasin qu'elle compte acheter les parpaings. Il faut pour cela qu'elle loue un camion pour le transport. Pour le ciment, le sable et le gravier, elle se fera livrer par la sablière près de chez elle. Elle envisage aussi d'ajouter un portail et un portillon qu'elle commandera plus tard.



En utilisant les documents ci-dessous, indiquer le budget à prévoir pour l'achat des parpaings en tenant compte de la location du moyen de transport.

Document n° 1 : Plan du terrain

Échelle 1 : 300



Document n° 2 : Location d'un camion



Tarifs et informations :

- Masse totale en charge : 3 tonnes;
- 10 € la première heure avec 30 km inclus;
- 3 € le quart d'heure supplémentaire;
- 0,37 € le kilomètre supplémentaire.

Document n° 3 : le trajet

- Distance entre le magasin et chez Mme Noether : 12 km
- Vitesse moyenne du camion : 75 km/h
- Temps de chargement et de déchargement : 15 min

Document n° 4 : les parpaings

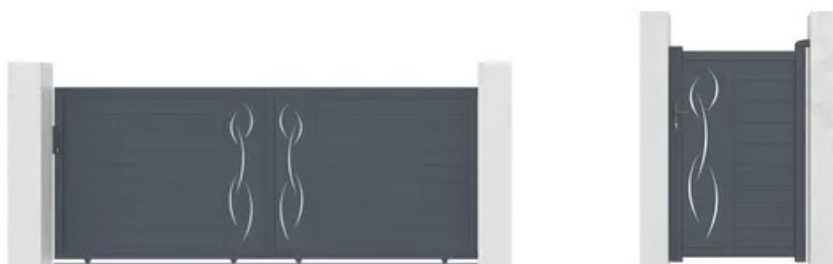


Prix : 1,15 €

Dimensions : 20 cm × 20 cm × 50 cm

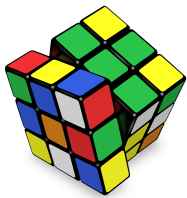
Masse : 10 kg

Document n° 5 : le projet de portail et de portillon



Longueur : 400 cm

Longueur : 150 cm



### TÂCHE COMPLEXE

Nous allons procéder à la résolution de cette tâche complexe en plusieurs étapes.

#### Étape n° 1 : périmètre du terrain

Il s'agit d'un terrain rectangulaire de longueur 18 m et de largeur 33 m.  
Son périmètre mesure donc  $18\text{ m} \times 2 + 33\text{ m} \times 2 = 36\text{ m} + 66\text{ m} = 102\text{ m}$

#### Étape n° 2 : longueur du mur

Il faut retirer au périmètre le côté mitoyen de la maison et la longueur des entrées.  
Le mur doit donc mesurer :  $102\text{ m} - 9\text{ m} - 4\text{ m} - 1,50\text{ m} = 87,50\text{ m}$

#### Étape n° 3 : nombre de parpaings

Le mur doit mesurer 87,50 m de long. Un parpaing a une longueur de 50 cm = 0,50 m.  
Comme  $87,50\text{ m} \div 0,50\text{ m} = 175$ , il faut 175 parpaings pour faire une longueur.  
On pouvait aussi se dire qu'il faut deux parpaings pour 1 m de mur et on obtient  $87,5 \times 2 = 175$

Le mur mesure 1,60 m de haut. Un parpaing mesure 20 cm = 0,20 m de haut.  
Comme  $1,60\text{ m} \div 0,20\text{ m} = 8$  ou que  $160\text{ cm} \div 20\text{ cm} = 8$ , il faut 8 rangées de 175 parpaings.  
 $8 \times 175 = 1400$ , Emmy doit acheter et transporter 1400 parpaings.

#### Étape n° 4 : prix des parpaings

Un parpaing coûte 0,83 €.  
Comme  $0,83\text{ €} \times 1400 = 1162\text{ €}$ , Emmy doit payer 1162 € pour le matériel.

#### Étape n° 5 : masse à transporter

Un parpaing a une masse de 10 kg. Emmy doit donc transporter  $10\text{ kg} \times 1400 = 14000\text{ kg} = 14\text{ t}$ .

#### Étape n° 6 : nombre de voyages à effectuer, distance et temps de trajet

Le camion ne peut transporter que 3 t à la fois.  
Comme  $14\text{ t} \div 3\text{ t} \approx 4,67$ , il faudra faire 5 aller-retour.

La distance entre la maison et la magasin est de 12 km, comme  $12\text{ km} \times 2 \times 5 = 120\text{ km}$ , Emmy doit faire 120 km.

En comptant le temps de trajet et de chargement/déchargement, on trouve  $17\text{ min} + 20\text{ min} = 37\text{ min}$  par trajet.  
Comme  $37\text{ min} \times 5 = 185\text{ min} = 3\text{ h } 05\text{ min}$ , Emmy va passer 3 h 05 min pour effectuer le transport du matériel.

#### Étape n° 7 : coût de la location

La première heure et les trente premiers kilomètres coûtent 10 €.  
Il reste donc  $120\text{ km} - 30\text{ km} = 90\text{ km}$  hors forfait.  
Comme  $90 \times 0,37\text{ €} = 33,30\text{ €}$ , il faut ajouter 33,30 € pour la distance supplémentaire.

La première heure est incluse, soit 60 min, il reste donc  $185\text{ min} - 60\text{ min} = 125\text{ min}$  à payer.  
Or  $125\text{ min} \div 15\text{ min} \approx 8,33$ , elle va payer 9 quarts d'heures supplémentaires.  
Soit  $9 \times 3\text{ €} = 27\text{ €}$ .

Finalement pour le transport, Emmy va payer :  $10\text{ €} + 33,30\text{ €} + 27\text{ €} = 70,30\text{ €}$ .

#### Étape n° 8 : conclusion

Emmy va payer 1162€ pour les parpaings et 70,30 € pour le transport soit  $1162\text{ €} + 70,30\text{ €} = 1232,30\text{ €}$ .

## Objectifs d'apprentissage :

### — Définition et égalité

- Connaître la propriété caractéristique d'une fraction 🐣
- Savoir simplifier et changer le dénominateur d'une fraction 🐣
- Connaître l'égalité des produits en croix 🐣
- Savoir utiliser la « règle de trois » 🐣

### — Somme ou différence de fractions

- Ajouter ou soustraire deux fractions dont les dénominateurs sont multiples l'un de l'autre 🐣
- Ajouter ou soustraire deux fractions dont les numérateurs et dénominateurs sont des entiers relatifs 🐣
- Ajouter ou soustraire deux fractions dont les dénominateurs sont des entiers relatifs quelconques 🐣
- Ajouter ou soustraire plusieurs fractions avec des entiers relatifs quelconques 🐣

### — Produit de fractions

- Multiplier deux fractions sans simplification 🐣
- Multiplier deux fractions avec simplification 🐣

### — Quotient de fractions

- Diviser deux fractions sans simplification 🐣
- Diviser deux fractions avec simplification 🐣

### — Expressions complexes

- Effectuer des sommes, différences et produits en utilisant les priorités opératoires 🐣
- Effectuer des sommes, différences et quotients en utilisant les priorités opératoires 🐣
- Effectuer toutes successions d'opérations en utilisant les priorités opératoires 🐣

## I — Définition du quotient

### 🐣 DÉFINITION 3.2 : Fraction

$a$  et  $b$  deux nombres entiers relatifs et  $b \neq 0$

La **fraction**  $\frac{a}{b}$  désigne le quotient  $a \div b$  de  $a$  par  $b$ , c'est-à-dire un nombre vérifiant :

$$b \times \frac{a}{b} = a$$

- $a$  est le **numérateur** de la fraction ;
- $b$  est le **dénominateur** de la fraction ;
- $a$  et  $b$  sont séparés par **la barre de fraction** ou vinculum.

### REMARQUE :

🚫 la division par 0 n'est pas une opération autorisée!<sup>15</sup>

### EXEMPLES :

$5 \times \frac{15}{5} = 15$  ainsi  $\frac{15}{5} = 3$  : une fraction peut correspondre à un **nombre entier** .

Réciproquement, comme  $3 = 3 \div 1 = \frac{3}{1}$ , tout nombre entier  $a$  peut s'écrire sous la forme d'une fraction  $a = \frac{a}{1}$ <sup>16</sup>

$4 \times \frac{7}{4} = 7$  et  $7 \div 4 = 1,75$  donc la fraction  $\frac{7}{4}$  correspond à un **nombre décimal** .

Réciproquement, le nombre décimal  $3,141\,592 = \frac{3\,141\,592}{1\,000\,000}$ , tout nombre décimal peut s'écrire sous la forme d'une fraction.

$3 \times \frac{4}{3} = 4$  et  $4 \div 3 \approx 1,333$ ,  $\frac{4}{3}$  n'est pas un nombre décimal, c'est un **nombre rationnel** .<sup>17</sup>

## II — Égalité de fractions : le produit en croix

### PROPRIÉTÉ 3.3 : Égalité de fractions

$a$ ,  $b$  et  $k$  des nombres entiers relatifs avec  $b \neq 0$  et  $k \neq 0$  <sup>18</sup>

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$$

En multipliant le numérateur et le dénominateur d'une fraction par le même nombre non nul on obtient une fraction égale.

### DÉMONSTRATION :

Sur un exemple générique :

Considérons la fraction  $\frac{5}{3}$ . Elle a pour propriété fondamentale de vérifier  $3 \times \frac{5}{3} = 5$ .

Choisissons un nombre entier quelconque, par exemple 9. On peut multiplier l'égalité précédente par 9 :

$$9 \times 3 \times \frac{5}{3} = 9 \times 5$$

$$27 \times \frac{5}{3} = 45$$

On sait également que par définition la fraction  $\frac{45}{27}$  vérifie  $27 \times \frac{45}{27} = 45$ .

Par conséquent,  $\frac{5}{3} = \frac{45}{27}$  c'est-à-dire  $\frac{5}{3} = \frac{9 \times 5}{9 \times 3} = \frac{45}{27}$ . <sup>19</sup>

De manière générale :

Pour  $a$  et  $b$  deux nombres entiers relatifs et  $b \neq 0$  on a  $b \times \frac{a}{b} = a$

$k$  un nombre entier relatif non nul, on peut multiplier l'égalité précédente par  $k$  :

$$k \times b \times \frac{a}{b} = a \times k$$

$$b \times k \times \frac{a}{b} = a \times k$$

Or par définition du quotient :  $b \times k \times \frac{a \times b}{b \times k} = a \times k$

Finalement en observant ces deux égalités on constate que  $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$

CQFD

### EXEMPLES :

Cette propriété permet de simplifier les fractions :

$$A = \frac{56}{64} = \frac{8 \times 7}{8 \times 8} = \frac{7}{8}$$

Il y a souvent plusieurs manières de simplifier une fraction :

$$A = \frac{56}{64} = \frac{2 \times 28}{2 \times 32} = \frac{28}{32} = \frac{2 \times 14}{2 \times 16} = \frac{14}{16} = \frac{2 \times 7}{2 \times 8} = \frac{7}{8}$$

Cette propriété permet aussi d'obtenir des fractions égales entre elles :

### REMARQUE :

La connaissance des critères de divisibilité est souvent utile pour simplifier des fractions.

- un nombre entier est divisible par 2 si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8;
- un nombre entier est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3;
- un nombre entier est divisible par 4 si le nombre formé par le chiffre des dizaines et des unités est divisible par 4;
- un nombre entier est divisible par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5;
- un nombre entier est divisible par 6 s'il est divisible par 2 et par 3;
- un nombre entier est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9;
- un nombre entier est divisible par 10 si son chiffre des unités est 0.

**EXEMPLE :**

Cette propriété permet aussi d'obtenir des fractions égales à un dénominateur fixé à l'avance :

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9} = \frac{7 \times 2}{7 \times 3} = \frac{14}{21} = \frac{12 \times 2}{12 \times 3} = \frac{24}{36} = \frac{9 \times 2}{9 \times 3} = \frac{18}{27} = \dots$$

**PROPRIÉTÉ 3.4 : Le produit en croix**

Dire que deux fractions sont égales revient exactement à dire que leurs produits en croix sont égaux.

Plus précisément,

$a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  quatre nombres entiers avec  $b \neq 0$  et  $d \neq 0$ .

Les fractions  $\frac{a}{b}$  et  $\frac{c}{d}$  sont égales si et seulement si  $a \times d = b \times c$ .

### III — Somme algébrique de fractions

**PROPRIÉTÉ 3.5 : Somme de fractions**

$a$ ,  $b$  et  $c$  des nombres entiers rationnels avec  $b \neq 0$ .

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

**DÉMONSTRATION :**

Sur un exemple générique :

Calculons la somme  $\frac{7}{9} + \frac{13}{9}$ .

On sait que  $9 \times \frac{7}{9} = 7$  et que  $9 \times \frac{13}{9} = 13$ .

On peut ajouter ces deux égalités :

$$9 \times \frac{7}{9} + 9 \times \frac{13}{9} = 7 + 13$$

On factorise le facteur commun 9 :

$$9 \times \left( \frac{7}{9} + \frac{13}{9} \right) = 20$$

D'autre part on sait que :

$$9 \times \frac{20}{9} = 20$$

On en déduit que :

$$\frac{7}{9} + \frac{13}{9} = \frac{20}{9}$$

Dans un cas plus général,  $a$ ,  $b$  et  $c$  des nombres entiers relatifs avec  $b \neq 0$ .

On souhaite calculer la somme  $\frac{a}{b} + \frac{c}{b}$ .

On sait que  $b \times \frac{a}{b} = a$  et que  $b \times \frac{c}{b} = c$ .

On peut ajouter ces deux égalités :

$$b \times \frac{a}{b} + b \times \frac{c}{b} = a + c$$

On factorise le facteur commun  $b$  :

$$b \times \left( \frac{a}{b} + \frac{c}{b} \right) = a + c$$

D'autre part on sait que :

$$b \times \frac{a+c}{b} = a + c$$

On en déduit que :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

CQFD

---

### REMARQUE :

Les nombres entiers  $a$  et  $c$  sont relatifs. Cette propriété concerne donc la somme algébrique de fractions, c'est-à-dire l'addition et la soustraction ordinaire.

$$\text{Ainsi } \frac{5}{3} + \frac{-4}{3} = \frac{5}{3} - \frac{4}{3} = \frac{5+(-4)}{3} = \frac{1}{3}$$

On a vu quand on a étudié le quotient des nombres relatifs que  $\frac{4}{3} = \frac{-4}{-3}$  et que  $\frac{-4}{3} = \frac{4}{-3} = -\frac{4}{3}$ .

On privilégiera les nombres entiers positifs au numérateur et au dénominateur des fractions !

### EXEMPLES :

$$\frac{3}{4} + \frac{6}{4} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{6}{7} - \frac{11}{7} = -\frac{5}{7}$$

### REMARQUE IMPORTANTE :

On ne sait faire la somme algébrique que de fractions ayant le même dénominateur. Pour additionner des fractions ayant des dénominateurs différents il faut donc les modifier pour qu'elles puissent correspondre à la propriété !

---

## MÉTHODE 3.3 : Somme algébrique des fractions

**Premier cas :** les fractions ont le même dénominateur.

Il suffit d'appliquer la propriété précédente.

$$\frac{3}{5} + \frac{7}{5} - \frac{16}{5} = \frac{3+7-16}{5} = -\frac{6}{5}$$

**Deuxième cas :** une des fractions a un dénominateur multiple de l'autre.

Le dénominateur multiple de l'autre est un dénominateur commun.

$$\frac{5}{7} + \frac{10}{21}, 21 = 7 \times 3 \text{ est un multiple de } 7.$$

$$\frac{5}{7} + \frac{10}{21} = \frac{5 \times 3}{7 \times 3} + \frac{10}{21} = \frac{15}{21} + \frac{10}{21} = \frac{25}{21}$$

Il est souvent nécessaire de simplifier le résultat :  $\frac{35}{21} = \frac{7 \times 5}{7 \times 3} = \frac{5}{3}$

**Cas particulier :** en présence d'unités!

$5 + \frac{7}{9} = \frac{5}{1} + \frac{7}{9}$ , tout nombre entier peut s'écrire sous la forme d'une fraction dont le dénominateur est 1.

$$\frac{5 \times 9}{1 \times 9} + \frac{7}{9} = \frac{45}{9} + \frac{7}{9} = \frac{52}{9}$$

**Troisième cas :** les deux dénominateurs n'ont rien en commun!

Le produit de ces dénominateurs est un dénominateur commun.

$\frac{7}{8} + \frac{6}{5}$ , le produit  $8 \times 5 = 40$  est un multiple commun à 8 et 5.

$$\frac{7 \times 5}{8 \times 5} + \frac{6 \times 8}{5 \times 8} = \frac{35}{40} + \frac{48}{40} = \frac{83}{40}$$

Attention, le produit de deux dénominateurs n'est pas toujours le plus petit dénominateur commun!

$\frac{7}{12} - \frac{4}{15}$ ,  $12 \times 15 = 180$  est un dénominateur commun possible... mais il y a mieux!

On peut lister les multiples de 12 : 12 – 24 – 36 – 48 – 60 – 72... et ceux de 15 : 15 – 30 – 45 – 60...

60 est un dénominateur commun plus petit!

$$\frac{7}{12} - \frac{4}{15} = \frac{7 \times 5}{12 \times 5} - \frac{4 \times 4}{15 \times 4} = \frac{35}{60} - \frac{16}{60} = \frac{19}{60}$$

## IV — Produit des fractions

### 🌀 PROPRIÉTÉ 3.6 : Produit de deux fractions

$a, b, c$  et  $d$  sont des nombres entiers relatifs,  $b \neq 0$  et  $d \neq 0$ .

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

### 🔗 DÉMONSTRATION :

Sur un exemple générique :

Calculons  $\frac{5}{3} \times \frac{4}{7}$

On sait que  $3 \times \frac{5}{3} = 5$  et que  $7 \times \frac{4}{7} = 4$

On peut multiplier les membres de ces égalités :

$$3 \times \frac{5}{3} \times 7 \times \frac{4}{7} = 5 \times 4$$

$$3 \times 7 \times \frac{5}{3} \times \frac{4}{7} = 20$$

$$21 \times \frac{5}{3} \times \frac{4}{7} = 20$$

De plus on sait que :

$$21 \times \frac{20}{21} = 20$$

On en déduit que  $\frac{5}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{20}{21} = \frac{5 \times 4}{3 \times 7}$

De manière générale,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  des entiers relatifs avec  $b \neq 0$  et  $d \neq 0$

Calculons  $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$

On sait que  $b \times \frac{a}{b} = a$  et que  $d \times \frac{c}{d} = c$

On peut multiplier les membres de ces égalités :

$$b \times \frac{a}{b} \times d \times \frac{c}{d} = a \times c$$

$$b \times d \times \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = a \times c$$

De plus on sait que :

$$b \times d \times \frac{a \times c}{b \times d} = a \times c$$

On en déduit que  $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

CQFD

#### EXEMPLES :

$$\frac{5}{3} \times \frac{7}{13} = \frac{5 \times 7}{3 \times 13} = \frac{35}{39}$$

Il est souvent conseillé de simplifier un produit avant de l'effectuer :

$$\frac{16}{15} \times \frac{35}{24} = \frac{560}{360} : \text{mais il faut alors simplifier!}$$

$$\frac{16}{15} \times \frac{35}{24} = \frac{16 \times 35}{15 \times 24} = \frac{8 \times 2 \times 7 \times 5}{3 \times 5 \times 8 \times 3} = \frac{8 \times 2 \times 7 \times 5}{3 \times 5 \times 8 \times 3} = \frac{2 \times 7}{3 \times 3} = \frac{14}{9}$$

De manière encore plus caricaturale ....

$$\frac{64}{63} \times \frac{81}{56} = \frac{5184}{3528} : \text{oups!}$$

$$\frac{64}{63} \times \frac{81}{56} = \frac{64 \times 81}{63 \times 56} = \frac{8 \times 8 \times 9 \times 9}{7 \times 9 \times 8 \times 7} = \frac{8 \times 8 \times 9 \times 9}{7 \times 9 \times 8 \times 7} = \frac{8 \times 9}{7 \times 7} = \frac{72}{49}$$

## V — Quotient des fractions

### 📌 DÉFINITION 3.3 : Inverse d'un nombre

Deux nombres sont inverses l'un de l'autre quand leur produit est égal à 1.

#### EXEMPLES :

$0,5 \times 2 = 1$  : 0,5 et 2 sont inverses l'un de l'autre.

On dit que 2 est l'inverse de 0,5 ou que 0,5 est l'inverse de 2.

$0,2 \times 5 = 1$  : 0,2 et 5 sont inverses l'un de l'autre.

$1 \times 1 = 1$  : 1 est son propre inverse,  $-1 \times (-1) = 1$ , -1 aussi.

#### REMARQUE :

Pour tout nombre  $k$  on sait que  $0 \times k = 0$ .

Le nombre 0 ne possède pas d'inverse.

### 📌 PROPRIÉTÉ 3.7 : Inverse d'un nombre entier relatif

$a$  un entier relatif,  $a \neq 0$ .

$\frac{1}{a}$  est l'inverse de  $a$ .

#### 📌 DÉMONSTRATION :

C'est la définition de la fraction quotient :  $a \times \frac{1}{a} = 1$ !

Sur un exemple générique on a :  $3 \times \frac{1}{3} = 1$

CQFD

#### EXEMPLES :

$\frac{1}{2} = 0,5$  est l'inverse de 2.

$\frac{1}{5} = 0,2$  est l'inverse de 5.

### 📌 PROPRIÉTÉ 3.8 : Inverse d'un nombre rationnel

$a$  et  $b$  deux nombres entiers relatifs et  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$

L'inverse de la fraction  $\frac{a}{b}$  est la fraction  $\frac{b}{a}$ .

#### 📌 DÉMONSTRATION :

Sur un exemple générique, il est évident de voir que  $\frac{5}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{5 \times 4}{4 \times 5} = \frac{20}{20} = 1$

Plus généralement on a  $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = \frac{a \times b}{b \times a} = 1$

### 🌀 PROPRIÉTÉ 3.9 : Diviser deux fractions

Diviser par un nombre rationnel non nul revient à multiplier par son inverse.

Plus précisément,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  des nombres relatifs tous non nuls.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

### 🌀 DÉMONSTRATION :

Sur un exemple générique dans le cas de la division par un entier positif,

Le quotient  $5 \div 3$  correspond à la fraction  $\frac{5}{3}$ .

Or on sait que  $5 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$

Finalement  $5 \div 3 = 5 \times \frac{1}{3}$ .

De manière générale  $a$  et  $b$  deux entiers positifs non nuls,

On a  $a \div b = \frac{a}{b}$  et  $a \times \frac{1}{b} = \frac{a}{1} \times \frac{1}{b} = \frac{a}{b}$

Sur un exemple générique dans le cas de la division par un nombre rationnel,

On veut calculer  $\frac{5}{3} \div \frac{7}{4}$ . On note  $Q$  ce résultat.

D'après la définition d'un quotient, le nombre  $Q$  vérifie l'égalité  $\frac{7}{4} \times Q = \frac{5}{3}$ .

L'idée géniale consiste à multiplier cette égalité par le nombre rationnel non nul  $\frac{4}{7}$  inverse de  $\frac{7}{4}$ . On obtient :

$$\frac{7}{4} \times Q \times \frac{4}{7} = \frac{5}{3} \times \frac{4}{7}$$

$$\frac{7}{4} \times \frac{4}{7} \times Q = \frac{5}{3} \times \frac{4}{7}$$

$$1 \times Q = \frac{5}{3} \times \frac{4}{7}$$

On en déduit que  $\frac{5}{3} \div \frac{7}{4} = \frac{5}{3} \times \frac{4}{7}$

De manière plus générale,

On veut calculer  $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$ . On note  $Q$  ce résultat.

D'après la définition d'un quotient, le nombre  $Q$  vérifie l'égalité  $\frac{c}{d} \times Q = \frac{a}{b}$ .

L'idée géniale consiste à multiplier cette égalité par le nombre rationnel non nul  $\frac{d}{c}$  inverse de  $\frac{c}{d}$ . On obtient :

$$\frac{c}{d} \times Q \times \frac{d}{c} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

$$\frac{c}{d} \times \frac{d}{c} \times Q = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

$$1 \times Q = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

On en déduit que  $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

CQFD

---

**EXEMPLE :**

$$\frac{5}{3} \div \frac{7}{4} = \frac{5}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{20}{21}$$

### EXERCICE N° 3.3 : La fraction quotient



Recopier les égalités suivantes en complétant la partie manquante avec un nombre entier, un nombre décimal ou une fraction. Quand il y a plusieurs de ces réponses est possible, les écrire toutes!

$$3 \times \frac{\text{🔍}}{\text{🔍}} = 15$$

$$3 \times \frac{\text{💡}}{\text{💡}} = 2$$

$$\text{☁️} \times \frac{3}{7} = 15$$

$$8 \times \frac{\text{✍️}}{\text{✍️}} = 12$$

$$\text{☀️} \times \frac{5}{4} = 5$$

$$\text{🐟} \times \frac{9}{4} = 18$$

$$5 \times \frac{\text{❤️}}{\text{❤️}} = 2$$

$$\text{❄️} \times \frac{7}{9} = 7$$

$$20 \times \frac{6}{5} = \text{📎}$$

$$6 \times \frac{\text{★}}{\text{★}} = 10$$

$$8 \times \frac{11}{8} = \text{🐻}$$

$$48 \times \frac{11}{6} = \text{😊}$$

### EXERCICE N° 3.4 : Simplification de fractions



Simplifier au maximum les fractions suivantes en détaillant votre réponse :

$$\frac{6}{9}$$

$$\frac{9}{45}$$

$$\frac{56}{63}$$

$$\frac{16}{24}$$

$$\frac{45}{9}$$

$$\frac{128}{96}$$

$$\frac{11}{22}$$

$$\frac{64}{48}$$

$$\frac{315}{405}$$

### EXERCICE N° 3.5 : Égalité de fractions



Recopier les égalités suivantes en complétant les nombres manquants :

$$\frac{5}{4} = \frac{\text{🔍}}{20} = \frac{20}{\text{🐻}} = \frac{35}{\text{☁️}} = \frac{\text{☘️}}{36} = \frac{\text{💡}}{\text{✍️}}$$

$$\frac{7}{8} = \frac{14}{\text{🔍}} = \frac{28}{\text{🐻}} = \frac{\text{☁️}}{56} = \frac{56}{\text{☘️}} = \frac{\text{💡}}{\text{✍️}}$$

**EXERCICE N° 3.6 : Avec le même dénominateur et des nombres entiers**

Pour ajouter ou soustraire deux fractions ayant le même dénominateur, il suffit d'ajouter et soustraire les numérateurs. Le dénominateur du résultat est le même que celui des termes de départ.

$$\frac{5}{3} - \frac{1}{3} = \frac{5-1}{3} = \frac{4}{3} \text{ et } \frac{6}{7} + \frac{5}{7} = \frac{11}{7}$$

Calculer de même :

$$A = \frac{5}{2} + \frac{6}{2}$$

$$B = \frac{7}{8} - \frac{5}{8}$$

$$C = \frac{15}{4} + \frac{9}{4}$$

$$D = \frac{11}{7} - \frac{4}{7}$$

$$E = \frac{8}{11} - \frac{13}{11}$$

$$F = \frac{7}{6} - \frac{11}{6}$$

**EXERCICE N° 3.7 : Avec le même dénominateur et des nombres entiers relatifs**

Calculer :

$$A = \frac{5}{2} + \frac{-6}{2}$$

$$B = \frac{-7}{8} - \frac{-5}{8}$$

$$C = \frac{-15}{4} + \frac{9}{4}$$

$$D = \frac{-11}{7} - \frac{-4}{7}$$

$$E = -\frac{8}{11} - \frac{-13}{11}$$

$$F = -\frac{-7}{6} - \frac{-11}{6}$$

**EXERCICE N° 3.8 : Avec des dénominateurs multiples l'un de l'autre**

Quand les fractions ont des dénominateurs différents, il faut les modifier pour qu'elles aient le même dénominateur. Ce dénominateur commun est un multiple des dénominateurs des fractions de départ.

$$\frac{5}{2} + \frac{7}{8} = \frac{5 \times 4}{2 \times 4} + \frac{7}{8} = \frac{20}{8} + \frac{7}{8} = \frac{27}{8}$$

Calculer :

$$A = \frac{5}{3} - \frac{8}{9}$$

$$B = \frac{7}{4} + \frac{3}{16}$$

$$C = \frac{-15}{7} + \frac{9}{28}$$

$$D = \frac{-11}{2} - \frac{1}{10}$$

$$E = \frac{8}{9} - \frac{5}{27}$$

$$F = \frac{1}{6} - \frac{1}{36}$$

**EXERCICE N° 3.9 : Avec des dénominateurs différents**

Quand les fractions ont des dénominateurs différents, il faut les modifier pour qu'elles aient le même dénominateur. Ce dénominateur commun est un multiple des dénominateurs des fractions de départ.

$$\frac{5}{2} + \frac{7}{3} = \frac{5 \times 3}{2 \times 3} + \frac{7 \times 2}{3 \times 2} = \frac{15}{6} + \frac{14}{6} = \frac{29}{6}$$

Calculer :

**EXERCICE N° 3.10 : Avec des dénominateurs différents**

Calculer :

$$A = 3 - \frac{5}{3} + \frac{3}{4}$$

$$B = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

$$C = \frac{5}{2} + \frac{3}{4} - \frac{7}{8}$$

$$D = \frac{7}{3} - \frac{5}{9} + \frac{5}{18}$$

$$E = \frac{5}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{5}$$

$$F = \frac{3}{7} - \frac{5}{2} + \frac{4}{3}$$



# Interrogation de mathématiques



NOM :

PRÉNOM :

CLASSE :

Calculer puis simplifier au maximum les expressions suivantes :

$$A = \frac{56}{81} \times \frac{63}{64}$$

$$B = \frac{3}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{5}{4}$$

$$C = \frac{5}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{9}{7}$$

$$D = \frac{3}{5} \times \frac{1}{4} - \frac{7}{6} \times \frac{3}{5}$$

$$E = \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{3}{4}\right) \times \left(3 + \frac{3}{2} - \frac{5}{3}\right)$$



Calculer puis simplifier au maximum les expressions suivantes :

$$A = \frac{56}{81} \times \frac{63}{64}$$

$$A = \frac{56 \times 63}{81 \times 64}$$

$$A = \frac{7 \times 8 \times 7 \times 9}{8 \times 9 \times 8 \times 8}$$

$$A = \frac{49}{64}$$

$$B = \frac{3}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{5}{4}$$

$$B = \frac{3}{4} + \frac{1 \times 3}{5 \times 4}$$

$$B = \frac{3}{4} + \frac{5}{12}$$

$$B = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} + \frac{5}{12}$$

$$B = \frac{9}{12} + \frac{5}{12}$$

$$B = \frac{14}{12}$$

$$B = \frac{2 \times 7}{2 \times 6}$$

$$B = \frac{7}{6}$$

$$C = \frac{5}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{9}{7}$$

$$C = \frac{5}{3} - \frac{5 \times 9}{3 \times 7}$$

$$C = \frac{5}{3} - \frac{5 \times 3 \times 3}{3 \times 7}$$

$$C = \frac{5}{3} - \frac{15}{7}$$

$$C = \frac{5 \times 7}{3 \times 7} - \frac{15 \times 3}{7 \times 3}$$

$$C = \frac{35}{21} - \frac{45}{21}$$

$$C = -\frac{10}{21}$$

$$D = \frac{3}{5} \times \frac{1}{4} - \frac{7}{6} \times \frac{3}{5}$$

$$D = \frac{3 \times 1}{5 \times 4} - \frac{7 \times 3}{6 \times 5}$$

$$D = \frac{3}{20} - \frac{21}{30}$$

$$D = \frac{3 \times 3}{20 \times 3} - \frac{21 \times 2}{30 \times 2}$$

$$D = \frac{9}{60} - \frac{42}{60}$$

$$D = -\frac{33}{60}$$

$$D = -\frac{3 \times 11}{3 \times 20}$$

$$D = -\frac{11}{20}$$

$$E = \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{3}{4}\right) \times \left(3 + \frac{3}{2} - \frac{5}{3}\right)$$

$$E = \left(\frac{1}{1} - \frac{1 \times 4}{3 \times 4} + \frac{3 \times 3}{4 \times 3}\right) \times \left(\frac{3}{1} + \frac{3 \times 3}{2 \times 3} - \frac{5 \times 2}{3 \times 2}\right)$$

$$E = \left(\frac{1 \times 12}{1 \times 12} - \frac{4}{12} + \frac{9}{12}\right) \times \left(\frac{3 \times 6}{1 \times 6} + \frac{9}{6} - \frac{10}{6}\right)$$

$$E = \left(\frac{12}{12} - \frac{4}{12} + \frac{9}{12}\right) \times \left(\frac{18}{6} + \frac{9}{6} - \frac{10}{6}\right)$$

$$E = \frac{17}{12} \times \frac{17}{6}$$

$$E = \frac{17 \times 17}{12 \times 6}$$

$$E = \frac{289}{72}$$



# Interrogation de mathématiques



NOM :

PRÉNOM :

CLASSE :

Calculer puis simplifier au maximum les expressions suivantes :

$$A = \frac{48}{49} \times \frac{63}{56}$$

$$B = \frac{4}{3} + \frac{1}{4} \times \frac{5}{3}$$

$$C = \frac{7}{3} - \frac{7}{3} \times \frac{9}{5}$$

$$D = \frac{3}{5} \times \frac{1}{6} - \frac{7}{4} \times \frac{3}{5}$$

$$E = \left(1 - \frac{2}{3} + \frac{5}{4}\right) \times \left(4 + \frac{3}{2} - \frac{7}{3}\right)$$



Calculer puis simplifier au maximum les expressions suivantes :

$$A = \frac{48}{49} \times \frac{63}{56}$$

$$A = \frac{48 \times 63}{49 \times 56}$$

$$A = \frac{6 \times 8 \times 7 \times 9}{7 \times 7 \times 8 \times 7}$$

$$A = \frac{54}{49}$$

$$B = \frac{4}{3} + \frac{1}{4} \times \frac{5}{3}$$

$$B = \frac{4}{3} + \frac{1 \times 5}{4 \times 3}$$

$$B = \frac{4}{3} + \frac{5}{12}$$

$$B = \frac{4 \times 4}{3 \times 4} + \frac{5}{12}$$

$$B = \frac{16}{12} + \frac{5}{12}$$

$$B = \frac{21}{12}$$

$$B = \frac{3 \times 7}{3 \times 4}$$

$$B = \frac{7}{4}$$

$$C = \frac{7}{3} - \frac{7}{3} \times \frac{9}{5}$$

$$C = \frac{7}{3} - \frac{7 \times 9}{3 \times 5}$$

$$C = \frac{7}{3} - \frac{7 \times 3 \times 3}{3 \times 5}$$

$$C = \frac{7}{3} - \frac{21}{5}$$

$$C = \frac{7 \times 5}{3 \times 5} - \frac{21 \times 3}{5 \times 3}$$

$$C = \frac{35}{15} - \frac{63}{15}$$

$$C = -\frac{28}{15}$$

$$D = \frac{3}{5} \times \frac{1}{6} - \frac{7}{4} \times \frac{3}{5}$$

$$D = \frac{3 \times 1}{5 \times 6} - \frac{7 \times 3}{4 \times 5}$$

$$D = \frac{3}{30} - \frac{21}{20}$$

$$D = \frac{3 \times 2}{30 \times 2} - \frac{21 \times 3}{20 \times 3}$$

$$D = \frac{6}{60} - \frac{63}{60}$$

$$D = -\frac{57}{60}$$

$$D = -\frac{3 \times 19}{3 \times 20}$$

$$D = -\frac{19}{20}$$

$$E = \left(1 - \frac{2}{3} + \frac{5}{4}\right) \times \left(4 + \frac{3}{2} - \frac{7}{3}\right)$$

$$E = \left(\frac{1}{1} - \frac{2 \times 4}{3 \times 4} + \frac{5 \times 3}{4 \times 3}\right) \times \left(\frac{4}{1} + \frac{3 \times 3}{2 \times 3} - \frac{7 \times 2}{3 \times 2}\right)$$

$$E = \left(\frac{1 \times 12}{1 \times 12} - \frac{8}{12} + \frac{15}{12}\right) \times \left(\frac{4 \times 6}{1 \times 6} + \frac{9}{6} - \frac{14}{6}\right)$$

$$E = \left(\frac{12}{12} - \frac{8}{12} + \frac{15}{12}\right) \times \left(\frac{24}{6} + \frac{9}{6} - \frac{14}{6}\right)$$

$$E = \frac{19}{12} \times \frac{19}{6}$$

$$E = \frac{19 \times 19}{12 \times 6}$$

$$E = \frac{361}{72}$$



# Contrôle de mathématiques



NOM : \_\_\_\_\_ PRÉNOM : \_\_\_\_\_ CLASSE : \_\_\_\_\_

## EXERCICE N° 1 :

4 points

Cet exercice est à compléter directement sur le sujet.

Compléter les fractions suivantes :

$$\frac{7}{3} = \frac{\quad}{24} = \frac{49}{\quad} = \frac{56}{\quad}$$

$$\frac{12}{6} = \frac{\quad}{36} = \frac{60}{\quad} = \frac{36}{\quad}$$

$$\frac{12}{7} = \frac{\quad}{49} = \frac{36}{\quad} = \frac{60}{\quad}$$

Simplifier au maximum les fractions suivantes :

$$A = \frac{42}{49} =$$

$$B = \frac{75}{55} =$$

$C = \frac{84}{96} =$

## EXERCICE N° 2 :

6 points

Cet exercice doit être rédigé sur votre copie.

Calculer et simplifier les expressions suivantes en détaillant votre démarche :

$$A = \frac{5}{3} - \frac{11}{3} + \frac{4}{3}$$

$$B = \frac{3}{5} - \frac{2}{15}$$

$$C = 2 + \frac{3}{4} - \frac{4}{3}$$

$$D = \frac{2}{7} - \frac{8}{5}$$

## EXERCICE N° 3 :

4 points

Cet exercice doit être rédigé sur votre copie.

Calculer et simplifier au maximum les expressions suivantes en détaillant votre démarche :

$$E = \frac{5}{3} \times \frac{8}{7}$$

$$F = \frac{15}{16} \times \frac{4}{5}$$

$$G = \frac{12}{5} \times \frac{5}{36}$$

$H = \frac{64}{63} \times \frac{49}{72}$

## EXERCICE N° 4 :

6 points

Cet exercice doit être rédigé sur votre copie.

Calculer et simplifier au maximum les expressions suivantes en détaillant votre démarche :

$$I = \frac{1}{3} \times \frac{5}{4} - \frac{7}{3}$$

$$J = \frac{8}{3} - \frac{8}{3} \times \frac{2}{5}$$

$$K = \left(\frac{2}{5} - \frac{5}{3}\right) \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3}\right)$$

$L = \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{3}{4}\right) \left(2 + \frac{1}{3}\right)$



**Exercice n° 1 : Simplification de fractions**

CORRECTION

*Simplification de fractions*

$$\frac{7}{3} = \frac{7 \times 8}{3 \times 8} = \frac{56}{24} = \frac{7 \times 7}{3 \times 7} = \frac{49}{21} = \frac{56}{24}$$

$$A = \frac{42}{49} = \frac{6 \times 7}{7 \times 7} = \boxed{\frac{6}{7}}$$

$$\frac{12}{6} = \frac{12 \times 6}{6 \times 6} = \frac{72}{36} = \frac{12 \times 5}{6 \times 5} = \frac{60}{30} = \frac{12 \times 3}{6 \times 3} = \frac{36}{18}$$

$$B = \frac{75}{55} = \frac{5 \times 15}{5 \times 11} = \boxed{\frac{15}{11}}$$

$$\frac{12}{7} = \frac{12 \times 7}{7 \times 7} = \frac{84}{49} = \frac{12 \times 3}{7 \times 3} = \frac{36}{21} = \frac{12 \times 5}{7 \times 5} = \frac{60}{35}$$

$$C = \frac{84}{96} = \frac{2 \times 42}{2 \times 48} = \frac{42}{48} = \frac{6 \times 7}{6 \times 8} = \boxed{\frac{7}{8}}$$



**Exercice n° 2 : Somme algébrique de fractions**

CORRECTION

*Somme algébrique de fractions*

$$A = \frac{5}{3} - \frac{11}{3} + \frac{4}{3}$$

$$B = \frac{3}{5} - \frac{2}{15}$$

$$C = 2 + \frac{3}{4} - \frac{4}{3}$$

$$D = \frac{2}{7} - \frac{8}{5}$$

$$B = \frac{3 \times 3}{5 \times 3} - \frac{2}{15}$$

$$C = \frac{2 \times 12}{1 \times 12} + \frac{3 \times 3}{4 \times 3} - \frac{4 \times 4}{3 \times 4}$$

$$D = \frac{2 \times 5}{7 \times 5} - \frac{8 \times 7}{5 \times 7}$$

$$B = \frac{9}{15} - \frac{2}{15}$$

$$C = \frac{24}{12} + \frac{9}{12} - \frac{16}{12}$$

$$D = \frac{10}{35} - \frac{56}{35}$$

$$\boxed{A = -\frac{2}{3}}$$

$$\boxed{B = \frac{7}{15}}$$

$$\boxed{C = \frac{17}{12}}$$

$$\boxed{D = -\frac{46}{35}}$$



**Exercice n° 3 : Produit de fractions**

CORRECTION

*Produit de fractions*

$$E = \frac{5}{3} \times \frac{8}{7}$$

$$F = \frac{15}{16} \times \frac{4}{5}$$

$$G = \frac{12}{5} \times \frac{5}{36}$$

$$H = \frac{64}{63} \times \frac{49}{72}$$

$$F = \frac{3 \times 5 \times 4}{4 \times 4 \times 5}$$

$$G = \frac{12 \times 5}{5 \times 12 \times 3}$$

$$H = \frac{8 \times 8 \times 7 \times 7}{7 \times 9 \times 8 \times 9}$$

$$H = \frac{8 \times 7}{9 \times 9}$$

$$\boxed{E = \frac{40}{21}}$$

$$\boxed{F = \frac{3}{4}}$$

$$\boxed{G = \frac{1}{3}}$$

$$\boxed{H = \frac{56}{81}}$$



## Exercice n° 4 : Expression complexe utilisant les fractions

CORRECTION

*Fractions et priorité*

$$I = \frac{1}{3} \times \frac{5}{4} - \frac{7}{3}$$

$$I = \frac{5}{12} - \frac{7}{3}$$

$$I = \frac{5}{12} - \frac{28}{12}$$

$$I = -\frac{23}{12}$$

$$J = \frac{8}{3} - \frac{8}{3} \times \frac{2}{5}$$

$$J = \frac{8}{3} - \frac{16}{15}$$

$$J = \frac{40}{15} - \frac{16}{15}$$

$$J = \frac{24}{15}$$

$$K = \left(\frac{2}{5} - \frac{5}{3}\right) \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3}\right)$$

$$K = \left(\frac{6}{15} - \frac{25}{15}\right) \left(\frac{9}{15} + \frac{5}{15}\right)$$

$$K = -\frac{19}{15} \times \frac{14}{15}$$

$$K = -\frac{266}{225}$$

$$L = \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{3}{4}\right) \left(2 + \frac{1}{3}\right)$$

$$L = \left(\frac{12}{12} - \frac{4}{12} + \frac{9}{12}\right) \left(\frac{6}{3} + \frac{1}{3}\right)$$

$$L = \frac{17}{12} \times \frac{7}{3}$$

$$L = \frac{119}{36}$$



# Interrogation de mathématiques



NOM :

PRÉNOM :

CLASSE :

## EXERCICE N° 1 :



Compléter les égalités suivantes :

$$3 \times \quad = 7 \quad \left| \quad 7 \times \quad = 3 \quad \left| \quad 5 \times \quad = 8 \quad \left| \quad \times \frac{9}{13} = \quad \left| \quad \times \frac{17}{7} =$$

## EXERCICE N° 2 :



Compléter les fractions suivantes :

$$\frac{7}{3} = \frac{\quad}{24} = \frac{49}{\quad} = \frac{63}{\quad}$$

$$\frac{12}{6} = \frac{\quad}{36} = \frac{60}{\quad} = \frac{36}{\quad}$$

$$\frac{4}{7} = \frac{\quad}{49} = \frac{36}{\quad} = \frac{48}{\quad}$$

$$\frac{9}{6} = \frac{\quad}{2} = \frac{15}{\quad} = \frac{24}{\quad}$$

Simplifier au maximum les fractions suivantes en détaillant votre raisonnement :

$$A = \frac{15}{25} =$$

$$B = \frac{42}{49} =$$

$$C = \frac{36}{24} =$$

$$D = \frac{84}{96} =$$

## EXERCICE N° 3 :



Calculer et simplifier les expressions suivantes en détaillant votre démarche :

$$A = \frac{5}{3} - \frac{11}{3} + \frac{4}{3}$$

$$B = \frac{3}{5} - \frac{2}{15}$$

$$C = 2 + \frac{3}{4} - \frac{4}{3}$$

$$D = \frac{2}{7} - \frac{8}{5}$$

**Exercice n° 1 : Définition des fractions**

CORRECTION

*Définition*

Compléter les égalités suivantes :

$3 \times \frac{7}{3} = 7$

$7 \times \frac{3}{7} = 3$

$5 \times \frac{8}{3} = 8$

$13 \times \frac{9}{13} = 9$

$7 \times \frac{17}{7} = 17$

**Exercice n° 2 : Simplification de fractions**

CORRECTION

*Simplification de fractions*

Compléter les fractions suivantes :

$\frac{7}{3} = \frac{56}{24} = \frac{49}{21} = \frac{63}{27}$

$\frac{12}{6} = \frac{72}{36} = \frac{60}{30} = \frac{36}{18}$

$\frac{4}{7} = \frac{28}{49} = \frac{36}{63} = \frac{60}{84}$

$\frac{9}{6} = \frac{3}{2} = \frac{15}{10} = \frac{24}{16}$

Simplifier au maximum les fractions suivantes en détaillant votre raisonnement :

$A = \frac{15}{25} = \frac{5 \times 3}{5 \times 5} = \boxed{\frac{3}{5}}$

$B = \frac{42}{49} = \frac{7 \times 6}{7 \times 7} = \boxed{\frac{6}{7}}$

$C = \frac{36}{24} = \frac{4 \times 9}{4 \times 6} = \frac{9}{6} = \frac{3 \times 3}{3 \times 2} = \boxed{\frac{3}{2}}$

$D = \frac{84}{96} = \frac{2 \times 42}{2 \times 48} = \frac{42}{48} = \frac{6 \times 7}{6 \times 8} = \boxed{\frac{7}{8}}$

**Exercice n° 3 : Somme algébrique de fractions**

CORRECTION

*Somme algébrique de fractions*

Calculer et simplifier les expressions suivantes en détaillant votre démarche :

$A = \frac{5}{3} - \frac{11}{3} + \frac{4}{3}$

$A = \frac{5 - 11 + 4}{3}$

$A = -\frac{2}{3}$

$B = \frac{3}{5} - \frac{2}{15}$

$B = \frac{3 \times 3}{5 \times 3} - \frac{2}{15}$

$B = \frac{9}{15} - \frac{2}{15}$

$B = \frac{7}{15}$

$C = 2 + \frac{3}{4} - \frac{4}{3}$

$C = \frac{2}{1} + \frac{3 \times 3}{4 \times 3} - \frac{4 \times 4}{3 \times 4}$

$C = \frac{2 \times 12}{1 \times 12} + \frac{9}{12} - \frac{16}{12}$

$C = \frac{24}{12} + \frac{9}{12} - \frac{16}{12}$

$C = \frac{17}{12}$

$D = \frac{2}{7} - \frac{8}{5}$

$D = \frac{2 \times 5}{7 \times 5} - \frac{8 \times 7}{5 \times 7}$

$D = \frac{10}{35} - \frac{56}{35}$

$D = -\frac{46}{35}$



# Interrogation de mathématiques



NOM :

PRÉNOM :

CLASSE :

## EXERCICE N° 1 :



Compléter les égalités suivantes :

$$5 \times \quad = 3 \quad | \quad 3 \times \quad = 5 \quad | \quad 6 \times \quad = 7 \quad | \quad \times \frac{8}{17} = \quad | \quad \times \frac{13}{7} =$$

## EXERCICE N° 2 :



Compléter les fractions suivantes :

$$\frac{5}{4} = \frac{\quad}{24} = \frac{35}{\quad} = \frac{45}{\quad}$$

$$\frac{10}{5} = \frac{\quad}{25} = \frac{60}{\quad} = \frac{70}{\quad}$$

$$\frac{6}{7} = \frac{\quad}{49} = \frac{36}{\quad} = \frac{48}{\quad}$$

$$\frac{15}{9} = \frac{\quad}{3} = \frac{25}{\quad} = \frac{35}{\quad}$$

Simplifier au maximum les fractions suivantes en détaillant votre raisonnement :

$$A = \frac{14}{21} =$$

$$B = \frac{48}{56} =$$

$$C = \frac{48}{36} =$$

$$D = \frac{96}{112} =$$

## EXERCICE N° 3 :



Calculer et simplifier les expressions suivantes en détaillant votre démarche :

$$A = \frac{5}{4} - \frac{11}{4} + \frac{3}{4}$$

$$B = \frac{3}{7} - \frac{2}{21}$$

$$C = 2 + \frac{3}{5} - \frac{4}{3}$$

$$D = \frac{2}{5} - \frac{8}{7}$$

**Exercice n° 1 : Définition des fractions**

CORRECTION

*Définition*

Compléter les égalités suivantes :

$5 \times \frac{3}{5} = 3$

$3 \times \frac{5}{3} = 5$

$6 \times \frac{7}{6} = 7$

$17 \times \frac{6}{17} = 6$

$7 \times \frac{13}{7} = 13$

**Exercice n° 2 : Simplification de fractions**

CORRECTION

*Simplification de fractions*

Compléter les fractions suivantes :

$\frac{5}{4} = \frac{30}{24} = \frac{35}{28} = \frac{45}{36}$

$\frac{10}{5} = \frac{50}{25} = \frac{60}{30} = \frac{70}{35}$

$\frac{6}{7} = \frac{42}{49} = \frac{36}{42} = \frac{48}{56}$

$\frac{15}{9} = \frac{5}{3} = \frac{25}{15} = \frac{35}{21}$

Simplifier au maximum les fractions suivantes en détaillant votre raisonnement :

$A = \frac{14}{21} = \frac{7 \times 2}{7 \times 3} = \frac{2}{3}$

$B = \frac{48}{56} = \frac{8 \times 6}{8 \times 7} = \frac{6}{7}$

$C = \frac{48}{36} = \frac{6 \times 8}{6 \times 6} = \frac{8}{6} = \frac{2 \times 4}{2 \times 3} = \frac{4}{3}$

$D = \frac{96}{112} = \frac{2 \times 48}{2 \times 56} = \frac{48}{56} = \frac{8 \times 6}{8 \times 7} = \frac{6}{7}$

**Exercice n° 3 : Somme algébrique de fractions**

CORRECTION

*Somme algébrique de fractions*

Calculer et simplifier les expressions suivantes en détaillant votre démarche :

$A = \frac{5}{4} - \frac{11}{4} + \frac{3}{4}$

$A = \frac{5 - 11 + 3}{4}$

$A = -\frac{3}{4}$

$B = \frac{3}{7} - \frac{2}{21}$

$B = \frac{3 \times 3}{7 \times 3} - \frac{2}{21}$

$B = \frac{9}{21} - \frac{2}{21}$

$B = \frac{7}{21}$

$C = 2 + \frac{3}{5} - \frac{4}{3}$

$C = \frac{2}{1} + \frac{3 \times 3}{5 \times 3} - \frac{4 \times 5}{3 \times 5}$

$C = \frac{2 \times 15}{1 \times 15} + \frac{9}{15} - \frac{20}{15}$

$C = \frac{30}{15} + \frac{9}{15} - \frac{20}{15}$

$C = \frac{19}{15}$

$D = \frac{2}{5} - \frac{8}{7}$

$D = \frac{2 \times 7}{5 \times 7} - \frac{8 \times 5}{7 \times 5}$

$D = \frac{14}{35} - \frac{40}{35}$

$D = -\frac{26}{35}$



# Interrogation de mathématiques



NOM :

PRÉNOM :

CLASSE :

## EXERCICE N° 1 :



Compléter les égalités suivantes :

$$8 \times \quad = 3 \quad | \quad 3 \times \quad = 8 \quad | \quad 9 \times \quad = 7 \quad | \quad \times \frac{11}{8} = \quad | \quad \times \frac{11}{27} =$$

## EXERCICE N° 2 :



Compléter les fractions suivantes :

$$\frac{3}{4} = \frac{\quad}{24} = \frac{27}{\quad} = \frac{39}{\quad}$$

$$\frac{14}{7} = \frac{\quad}{49} = \frac{28}{\quad} = \frac{70}{\quad}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{\quad}{36} = \frac{35}{\quad} = \frac{55}{\quad}$$

$$\frac{18}{12} = \frac{\quad}{2} = \frac{15}{\quad} = \frac{27}{\quad}$$

Simplifier au maximum les fractions suivantes en détaillant votre raisonnement :

$$A = \frac{12}{18} =$$

$$B = \frac{64}{56} =$$

$$C = \frac{24}{36} =$$

$$D = \frac{96}{84} =$$

## EXERCICE N° 3 :



Calculer et simplifier les expressions suivantes en détaillant votre démarche :

$$A = \frac{5}{7} - \frac{11}{7} + \frac{3}{7}$$

$$B = \frac{3}{5} - \frac{2}{15}$$

$$C = 2 + \frac{3}{6} - \frac{4}{5}$$

$$D = \frac{2}{3} - \frac{8}{7}$$



**Exercice n° 1 : Définition des fractions**

CORRECTION

*Définition*

Compléter les égalités suivantes :

$$8 \times \frac{3}{8} = 3 \quad | \quad 3 \times \frac{8}{3} = 8 \quad | \quad 9 \times \frac{7}{8} = 7 \quad | \quad 8 \times \frac{11}{8} = 11 \quad | \quad 27 \times \frac{11}{27} = 11$$



**Exercice n° 2 : Simplification de fractions**

CORRECTION

*Simplification de fractions*

Compléter les fractions suivantes :

$$\frac{3}{4} = \frac{18}{24} = \frac{27}{36} = \frac{39}{52}$$

$$\frac{14}{7} = \frac{98}{49} = \frac{28}{14} = \frac{70}{35}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{30}{36} = \frac{35}{42} = \frac{55}{66}$$

$$\frac{18}{12} = \frac{3}{2} = \frac{15}{10} = \frac{27}{18}$$

Simplifier au maximum les fractions suivantes en détaillant votre raisonnement :

$$A = \frac{12}{18} = \frac{6 \times 2}{6 \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$B = \frac{64}{56} = \frac{8 \times 8}{8 \times 7} = \frac{8}{7}$$

$$C = \frac{24}{36} = \frac{6 \times 4}{6 \times 6} = \frac{4}{6} = \frac{2 \times 2}{2 \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$D = \frac{96}{84} = \frac{2 \times 48}{2 \times 42} = \frac{48}{42} = \frac{6 \times 8}{6 \times 7} = \frac{8}{7}$$



**Exercice n° 3 : Somme algébrique de fractions**

CORRECTION

*Somme algébrique de fractions*

Calculer et simplifier les expressions suivantes en détaillant votre démarche :

$$A = \frac{5}{7} - \frac{11}{7} + \frac{3}{7}$$

$$A = \frac{5 - 11 + 3}{7}$$

$$A = -\frac{3}{7}$$

$$B = \frac{3}{5} - \frac{2}{15}$$

$$B = \frac{3 \times 3}{5 \times 3} - \frac{2}{15}$$

$$B = \frac{9}{15} - \frac{2}{15}$$

$$B = \frac{7}{15}$$

$$C = 2 + \frac{3}{6} - \frac{4}{5}$$

$$C = \frac{2}{1} + \frac{3 \times 5}{6 \times 5} - \frac{4 \times 6}{5 \times 6}$$

$$C = \frac{2 \times 30}{1 \times 30} + \frac{15}{30} - \frac{24}{30}$$

$$C = \frac{60}{30} + \frac{15}{30} - \frac{24}{30}$$

$$C = \frac{51}{30}$$

$$C = \frac{3 \times 17}{3 \times 10}$$

$$C = \frac{17}{10}$$

$$D = \frac{2}{3} - \frac{8}{7}$$

$$D = \frac{2 \times 7}{3 \times 7} - \frac{8 \times 3}{7 \times 3}$$

$$D = \frac{14}{21} - \frac{24}{21}$$

$$D = -\frac{10}{21}$$



# Interrogation de mathématiques



NOM :

PRÉNOM :

CLASSE :

## EXERCICE N° 1 :



Compléter les égalités suivantes :

$$9 \times \quad = 7 \quad \left| \quad 7 \times \quad = 9 \quad \left| \quad 4 \times \quad = 7 \quad \left| \quad \times \frac{11}{23} = \quad \left| \quad \times \frac{17}{27} = \quad$$

## EXERCICE N° 2 :



Compléter les fractions suivantes :

$$\frac{7}{3} = \frac{\quad}{24} = \frac{49}{\quad} = \frac{63}{\quad}$$

$$\frac{16}{8} = \frac{\quad}{32} = \frac{32}{\quad} = \frac{80}{\quad}$$

$$\frac{6}{7} = \frac{\quad}{49} = \frac{36}{\quad} = \frac{48}{\quad}$$

$$\frac{15}{10} = \frac{\quad}{2} = \frac{9}{\quad} = \frac{24}{\quad}$$

Simplifier au maximum les fractions suivantes en détaillant votre raisonnement :

$$A = \frac{21}{14} =$$

$$B = \frac{49}{42} =$$

$$C = \frac{36}{24} =$$

$$D = \frac{112}{96} =$$

## EXERCICE N° 3 :



Calculer et simplifier les expressions suivantes en détaillant votre démarche :

$$A = \frac{5}{4} - \frac{17}{4} + \frac{9}{4}$$

$$B = \frac{3}{7} - \frac{2}{21}$$

$$C = 2 + \frac{5}{6} - \frac{7}{4}$$

$$D = \frac{2}{9} - \frac{8}{5}$$

**Exercice n° 1 : Définition des fractions**

CORRECTION

*Définition*

Compléter les égalités suivantes :

$$9 \times \frac{7}{9} = 7$$

$$7 \times \frac{9}{7} = 9$$

$$4 \times \frac{7}{4} = 7$$

$$23 \times \frac{11}{23} = 11$$

$$27 \times \frac{17}{27} = 17$$

**Exercice n° 2 : Simplification de fractions**

CORRECTION

*Simplification de fractions*

Compléter les fractions suivantes :

$$\frac{7}{3} = \frac{56}{24} = \frac{49}{21} = \frac{63}{27}$$

$$\frac{16}{8} = \frac{64}{32} = \frac{32}{16} = \frac{80}{40}$$

$$\frac{6}{7} = \frac{42}{49} = \frac{36}{42} = \frac{48}{56}$$

$$\frac{15}{10} = \frac{3}{2} = \frac{9}{6} = \frac{24}{16}$$

Simplifier au maximum les fractions suivantes en détaillant votre raisonnement :

$$A = \frac{21}{14} = \frac{7 \times 3}{7 \times 2} = \boxed{\frac{3}{2}}$$

$$B = \frac{49}{42} = \frac{7 \times 7}{7 \times 6} = \boxed{\frac{7}{6}}$$

$$C = \frac{36}{24} = \frac{6 \times 6}{6 \times 4} = \frac{6}{4} = \frac{2 \times 3}{2 \times 2} = \boxed{\frac{3}{2}}$$

$$D = \frac{112}{96} = \frac{2 \times 56}{2 \times 48} = \frac{56}{48} = \frac{8 \times 7}{8 \times 6} = \boxed{\frac{7}{6}}$$

**Exercice n° 3 : Somme algébrique de fractions**

CORRECTION

*Somme algébrique de fractions*

Calculer et simplifier les expressions suivantes en détaillant votre démarche :

$$A = \frac{5}{4} - \frac{17}{4} + \frac{9}{4}$$

$$A = \frac{5 - 17 + 9}{4}$$

$$\boxed{A = -\frac{3}{4}}$$

$$B = \frac{3}{7} - \frac{2}{21}$$

$$B = \frac{3 \times 3}{7 \times 3} - \frac{2}{21}$$

$$B = \frac{9}{21} - \frac{2}{21}$$

$$\boxed{B = \frac{7}{21}}$$

$$C = 2 + \frac{5}{6} - \frac{7}{4}$$

$$C = \frac{2}{1} + \frac{5 \times 2}{6 \times 2} - \frac{7 \times 3}{4 \times 3}$$

$$C = \frac{2 \times 12}{1 \times 12} + \frac{10}{12} - \frac{21}{12}$$

$$C = \frac{24}{12} + \frac{10}{12} - \frac{21}{12}$$

$$\boxed{C = \frac{13}{12}}$$

$$D = \frac{2}{9} - \frac{8}{5}$$

$$D = \frac{2 \times 5}{9 \times 5} - \frac{8 \times 9}{5 \times 9}$$

$$D = \frac{10}{45} - \frac{72}{45}$$

$$\boxed{D = -\frac{62}{45}}$$



## EXERCICE N° 1 : Égalité de fractions

(4 points)

Recopier sur votre copie et remplacer les étoiles par le nombre qui convient :

$$A = \frac{3}{4} = \frac{\star}{12} = \frac{12}{\star} = \frac{\star}{36} = \frac{33}{\star}$$

$$C = \frac{9}{7} = \frac{\star}{21} = \frac{36}{\star} = \frac{\star}{63} = \frac{99}{\star}$$

$$B = \frac{6}{5} = \frac{\star}{10} = \frac{30}{\star} = \frac{\star}{45} = \frac{72}{\star}$$

$$D = \frac{11}{8} = \frac{\star}{24} = \frac{55}{\star} = \frac{\star}{56} = \frac{99}{\star}$$

## EXERCICE N° 2 : Simplification de fractions

(4 points)

Recopier chaque fraction sur votre copie puis simplifier au maximum en détaillant chaque étape :

$$E = \frac{12}{16}$$

$$F = \frac{15}{25}$$

$$G = \frac{36}{45}$$

$$H = \frac{72}{96}$$

$$I = \frac{21}{49}$$

$$J = \frac{24}{48}$$

$$K = \frac{64}{96}$$

$$L = \frac{108}{96}$$

## EXERCICE N° 3 : Somme de fractions

(12 points)

Recopier chacune de ces sommes algébriques sur votre copie, puis effectuer les calculs en détaillant chaque étape. Penser à simplifier le résultat final :

$$M = \frac{12}{7} - \frac{8}{7} - \frac{10}{7}$$

$$Q = \frac{6}{5} - \frac{3}{4}$$

$$N = 2 - \frac{8}{9} - \frac{5}{9} + \frac{4}{9}$$

$$R = \frac{5}{3} + \frac{7}{5}$$

$$O = \frac{3}{5} - \frac{7}{15}$$

$$S = 1 - \frac{7}{6} - \frac{5}{8}$$

$$P = 4 + \frac{7}{8} - \frac{11}{24}$$

$$T = 5 + \frac{3}{4} - \frac{5}{3} + \frac{1}{9}$$

## EXERCICE N° 4 : Somme de fractions

(+2 points)

Recopier chacune de ces sommes algébriques sur votre copie, puis effectuer les calculs en détaillant chaque étape. Penser à simplifier le résultat final :

$$U = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$$

$$V = \left(1 - \frac{3}{5}\right) - \left(2 - \frac{5}{6}\right) - \left(3 - \frac{7}{10}\right)$$

# Évaluation — CORRECTION



## EXERCICE N° 1

CORRECTION

Égalité de fractions

Recopier sur votre copie et remplacer les étoiles par le nombre qui convient :

$$A = \frac{3}{4} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{27}{36} = \frac{33}{44}$$

$$C = \frac{9}{7} = \frac{27}{21} = \frac{36}{28} = \frac{81}{63} = \frac{99}{77}$$

$$B = \frac{6}{5} = \frac{12}{10} = \frac{30}{25} = \frac{54}{45} = \frac{72}{60}$$

$$D = \frac{11}{8} = \frac{33}{24} = \frac{55}{40} = \frac{77}{56} = \frac{99}{72}$$



## EXERCICE N° 2

CORRECTION

Simplification de fractions

Recopier chaque fraction sur votre copie puis simplifier au maximum en détaillant chaque étape :

$$E = \frac{12}{16}$$

$$F = \frac{15}{25}$$

$$G = \frac{36}{45}$$

$$H = \frac{72}{96}$$

$$E = \frac{3 \times 4}{4 \times 4}$$

$$F = \frac{3 \times 5}{5 \times 5}$$

$$G = \frac{4 \times 9}{5 \times 9}$$

$$H = \frac{36}{48}$$

$$G = \frac{4}{5}$$

$$H = \frac{6 \times 6}{8 \times 6}$$

$$E = \frac{3}{4}$$

$$F = \frac{3}{5}$$

$$K = \frac{64}{96}$$

$$H = \frac{6}{8}$$

$$K = \frac{32 \times 2}{48 \times 2}$$

$$H = \frac{3}{4}$$

$$I = \frac{21}{49}$$

$$J = \frac{24}{48}$$

$$K = \frac{32}{48}$$

$$L = \frac{108}{96}$$

$$I = \frac{3 \times 7}{7 \times 7}$$

$$J = \frac{1 \times 24}{2 \times 48}$$

$$K = \frac{4 \times 8}{6 \times 8}$$

$$L = \frac{54}{48}$$

$$K = \frac{4}{6}$$

$$L = \frac{9 \times 6}{8 \times 6}$$


$$I = \frac{3}{7}$$

$$J = \frac{1}{2}$$

$$K = \frac{2}{3}$$

$$L = \frac{9}{8}$$



**EXERCICE N° 3 : Somme de fractions**(12 points) 

Recopier chacune de ces sommes algébriques sur votre copie, puis effectuer les calculs en détaillant chaque étape.  
Penser à simplifier le résultat final :

$$M = \frac{12}{7} - \frac{8}{7} - \frac{10}{7}$$

$$M = -\frac{6}{7}$$

$$N = 2 - \frac{8}{9} - \frac{5}{9} + \frac{4}{9}$$

$$N = \frac{2}{1} - \frac{8}{9} - \frac{5}{9} + \frac{4}{9}$$

$$N = \frac{18}{9} - \frac{8}{9} - \frac{5}{9} + \frac{4}{9}$$

$$N = \frac{9}{9} = 1$$

$$O = \frac{3}{5} - \frac{7}{15}$$

$$O = \frac{3 \times 3}{5 \times 3} - \frac{7}{15}$$

$$O = \frac{9}{15} - \frac{7}{15}$$

$$O = \frac{2}{15}$$

$$P = 4 + \frac{7}{8} - \frac{11}{24}$$

$$P = \frac{4}{1} + \frac{7}{8} - \frac{11}{24}$$

$$P = \frac{4 \times 24}{1 \times 24} + \frac{7 \times 3}{8 \times 3} - \frac{11}{24}$$

$$P = \frac{96}{24} + \frac{21}{24} - \frac{11}{24}$$

$$P = \frac{106}{24} = \frac{53}{12}$$

$$Q = \frac{6}{5} - \frac{3}{4}$$

$$Q = \frac{6 \times 4}{5 \times 4} - \frac{3 \times 5}{4 \times 5}$$

$$Q = \frac{24}{20} - \frac{15}{20}$$

$$Q = \frac{9}{20}$$

$$R = \frac{5}{3} + \frac{7}{5}$$

$$R = \frac{5 \times 5}{3 \times 5} + \frac{7 \times 3}{5 \times 3}$$

$$R = \frac{25}{15} + \frac{21}{15}$$

$$R = \frac{46}{15}$$

$$S = 1 - \frac{7}{6} - \frac{5}{8}$$

$$S = \frac{1}{1} - \frac{7}{6} - \frac{5}{8}$$

$$S = \frac{1 \times 24}{1 \times 24} - \frac{7 \times 4}{6 \times 4} - \frac{5 \times 3}{8 \times 3}$$

$$S = \frac{24}{24} - \frac{28}{24} - \frac{15}{24}$$

$$S = -\frac{19}{24}$$

$$T = 5 + \frac{3}{4} - \frac{5}{3} + \frac{1}{9}$$

$$T = \frac{5}{1} + \frac{3}{4} - \frac{5}{3} + \frac{1}{9}$$

$$T = \frac{5 \times 36}{1 \times 36} + \frac{3 \times 9}{4 \times 9} - \frac{5 \times 12}{3 \times 12} + \frac{1 \times 4}{9 \times 4}$$

$$T = \frac{180}{36} + \frac{27}{36} - \frac{60}{36} + \frac{4}{36}$$

$$T = \frac{151}{36}$$

**EXERCICE N° 4 : Somme de fractions**(+2 points) 

Recopier chacune de ces sommes algébriques sur votre copie, puis effectuer les calculs en détaillant chaque étape.  
Penser à simplifier le résultat final :

$$U = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$$

$$U = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$$

$$U = \frac{60}{60} - \frac{1 \times 30}{2 \times 30} + \frac{1 \times 20}{3 \times 20} - \frac{1 \times 15}{4 \times 15} + \frac{1 \times 12}{5 \times 12}$$

$$U = \frac{60}{60} - \frac{30}{60} + \frac{20}{60} - \frac{15}{60} + \frac{12}{60}$$

$$U = \frac{47}{12}$$

$$V = \left(1 - \frac{3}{5}\right) - \left(2 - \frac{5}{6}\right) - \left(3 - \frac{7}{10}\right)$$

$$V = \left(\frac{5}{5} - \frac{3}{5}\right) - \left(\frac{12}{6} - \frac{5}{6}\right) - \left(\frac{30}{10} - \frac{7}{10}\right)$$

$$V = \frac{2}{5} - \frac{7}{6} - \frac{23}{10}$$

$$V = \frac{2 \times 6}{5 \times 6} - \frac{7 \times 5}{6 \times 5} - \frac{23 \times 3}{10 \times 3}$$

$$V = \frac{12}{30} - \frac{35}{30} - \frac{69}{30}$$

$$V = -\frac{92}{30} = -\frac{46}{15}$$

NOM :

PRÉNOM :

CLASSE :

# Évaluation – Fractions

**Exercice 1 :** Compléter les égalités suivantes :

$$\frac{7}{3} = \frac{\quad}{21} = \frac{35}{\quad} = \frac{56}{\quad}$$

$$\frac{12}{7} = \frac{\quad}{49} = \frac{36}{\quad} = \frac{60}{\quad}$$

$$\frac{5}{4} = \frac{\quad}{16} = \frac{25}{\quad} = \frac{60}{\quad}$$

$$\frac{16}{12} = \frac{\quad}{27} = \frac{40}{\quad} = \frac{24}{\quad}$$

$$\frac{11}{6} = \frac{\quad}{36} = \frac{55}{\quad} = \frac{33}{\quad}$$

$$\frac{25}{15} = \frac{\quad}{21} = \frac{45}{\quad} = \frac{65}{\quad}$$

**Exercice 2 :** Simplifier les fractions suivantes :

$$A = \frac{42}{49} =$$

$$E = \frac{84}{96} =$$

$$B = \frac{56}{64} =$$

$$F = \frac{128}{196} =$$

$$C = \frac{63}{72} =$$

$$G = \frac{108}{162} =$$

$$D = \frac{75}{55} =$$

**Exercice 3 :** Les fractions suivantes sont-elles égales? Justifier votre réponse.

1.  $\frac{13}{8}$  et  $\frac{21}{13}$

2.  $\frac{65}{39}$  et  $\frac{95}{57}$

3.  $\frac{22}{7}$  et  $\frac{333}{106}$

NOM :

PRÉNOM :

CLASSE :

# Évaluation – Fractions

**Exercice 1 :** Compléter les égalités suivantes :

$$\frac{9}{4} = \frac{\quad}{16} = \frac{45}{\quad} = \frac{63}{\quad}$$

$$\frac{12}{7} = \frac{\quad}{49} = \frac{36}{\quad} = \frac{60}{\quad}$$

$$\frac{7}{3} = \frac{\quad}{24} = \frac{49}{\quad} = \frac{56}{\quad}$$

$$\frac{16}{12} = \frac{\quad}{27} = \frac{40}{\quad} = \frac{24}{\quad}$$

$$\frac{12}{6} = \frac{\quad}{36} = \frac{60}{\quad} = \frac{36}{\quad}$$

$$\frac{25}{15} = \frac{\quad}{21} = \frac{45}{\quad} = \frac{65}{\quad}$$

**Exercice 2 :** Simplifier les fractions suivantes :

$$A = \frac{56}{64} =$$

$$E = \frac{128}{196} =$$

$$B = \frac{42}{49} =$$

$$F = \frac{84}{96} =$$

$$C = \frac{75}{55} =$$

$$G = \frac{108}{162} =$$

$$D = \frac{63}{72} =$$

**Exercice 3 :** Les fractions suivantes sont-elles égales? Justifier votre réponse.

1.  $\frac{65}{39}$  et  $\frac{95}{57}$

2.  $\frac{13}{8}$  et  $\frac{21}{13}$

3.  $\frac{22}{7}$  et  $\frac{333}{106}$

# Évaluation – Fractions — Correction

**Exercice 1 :** Compléter les égalités suivantes :

$$\frac{7}{3} = \frac{7 \times 7}{21} = \frac{49}{21} = \frac{35}{5 \times 3} = \frac{35}{15} = \frac{56}{3 \times 8} = \frac{56}{24}$$

$$\frac{12}{7} = \frac{12 \times 7}{49} = \frac{84}{49} = \frac{36}{3 \times 7} = \frac{36}{21} = \frac{60}{7 \times 5} = \frac{60}{35}$$

$$\frac{5}{4} = \frac{5 \times 4}{16} = \frac{20}{16} = \frac{25}{5 \times 4} = \frac{25}{20} = \frac{60}{12 \times 4} = \frac{60}{48}$$

$$\frac{16}{12} = \frac{4 \times 4}{4 \times 3} = \frac{4}{3} = \frac{36}{27} = \frac{40}{30} = \frac{24}{18}$$

$$\frac{11}{6} = \frac{11 \times 6}{36} = \frac{66}{36} = \frac{55}{6 \times 5} = \frac{55}{30} = \frac{33}{3 \times 6} = \frac{33}{18}$$

$$\frac{25}{15} = \frac{5 \times 5}{5 \times 3} = \frac{5}{3} = \frac{35}{21} = \frac{45}{27} = \frac{65}{39}$$

**Exercice 2 :** Simplifier les fractions suivantes :

$$A = \frac{42}{49} = \frac{6 \times 7}{7 \times 7} = \frac{6}{7}$$

$$E = \frac{84}{96} = \frac{2 \times 42}{2 \times 48} = \frac{42}{48} = \frac{6 \times 7}{6 \times 8} = \frac{7}{8}$$

$$B = \frac{56}{64} = \frac{8 \times 7}{8 \times 8} = \frac{7}{8}$$

$$F = \frac{128}{196} = \frac{2 \times 64}{2 \times 98} = \frac{64}{98} = \frac{2 \times 32}{2 \times 49} = \frac{32}{49}$$

$$C = \frac{63}{72} = \frac{9 \times 7}{8 \times 9} = \frac{7}{8}$$

$$G = \frac{108}{162} = \frac{2 \times 54}{2 \times 81} = \frac{54}{81} = \frac{9 \times 6}{9 \times 9} = \frac{6}{9} = \frac{3 \times 2}{3 \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$D = \frac{75}{55} = \frac{5 \times 15}{5 \times 11} = \frac{15}{11}$$

**Exercice 3 :** Les fractions suivantes sont-elles égales? Justifier votre réponse.

1.  $\frac{13}{8}$  et  $\frac{21}{13}$

$13 \times 13 = 169$  et  $8 \times 21 = 168$  donc ces fractions ne sont pas égales.

2.  $\frac{65}{39}$  et  $\frac{95}{57}$

$65 \times 57 = 3705$  et  $39 \times 95 = 3705$  donc elles sont égales.

3.  $\frac{22}{7}$  et  $\frac{333}{106}$

$22 \times 106 = 2332$  et  $7 \times 333 = 2331$  donc ces fractions ne sont pas égales.

# Évaluation – Fractions — Correction

**Exercice 1 :** Compléter les égalités suivantes :

$$\frac{9}{4} = \frac{9 \times 4}{16} = \frac{36}{16} = \frac{45}{9 \times 4} = \frac{45}{36} = \frac{63}{7 \times 4} = \frac{60}{28}$$

$$\frac{12}{7} = \frac{12 \times 7}{49} = \frac{84}{49} = \frac{36}{3 \times 7} = \frac{36}{21} = \frac{60}{7 \times 5} = \frac{60}{35}$$

$$\frac{7}{3} = \frac{7 \times 7}{21} = \frac{49}{21} = \frac{35}{5 \times 3} = \frac{35}{15} = \frac{56}{3 \times 8} = \frac{56}{24}$$

$$\frac{16}{12} = \frac{4 \times 4}{4 \times 3} = \frac{4}{3} = \frac{36}{27} = \frac{40}{30} = \frac{24}{18}$$

$$\frac{12}{6} = \frac{12 \times 6}{36} = \frac{72}{36} = \frac{60}{6 \times 5} = \frac{60}{30} = \frac{36}{3 \times 6} = \frac{36}{18}$$

$$\frac{25}{15} = \frac{5 \times 5}{5 \times 3} = \frac{5}{3} = \frac{35}{21} = \frac{45}{27} = \frac{65}{39}$$

**Exercice 2 :** Simplifier les fractions suivantes :

$$A = \frac{56}{64} = \frac{8 \times 7}{8 \times 8} = \frac{7}{8}$$

$$E = \frac{128}{196} = \frac{2 \times 64}{2 \times 98} = \frac{64}{98} = \frac{2 \times 32}{2 \times 49} = \frac{32}{49}$$

$$B = \frac{42}{49} = \frac{6 \times 7}{7 \times 7} = \frac{6}{7}$$

$$E = \frac{84}{96} = \frac{2 \times 42}{2 \times 48} = \frac{42}{48} = \frac{6 \times 7}{6 \times 8} = \frac{7}{8}$$

$$C = \frac{75}{55} = \frac{5 \times 15}{5 \times 11} = \frac{15}{11}$$

$$G = \frac{108}{162} = \frac{2 \times 54}{2 \times 81} = \frac{54}{81} = \frac{9 \times 6}{9 \times 9} = \frac{6}{9} = \frac{3 \times 2}{3 \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$D = \frac{63}{72} = \frac{9 \times 7}{8 \times 9} = \frac{7}{8}$$

**Exercice 3 :** Les fractions suivantes sont-elles égales? Justifier votre réponse.

1.  $\frac{65}{39}$  et  $\frac{95}{57}$

2.  $\frac{13}{8}$  et  $\frac{21}{13}$

3.  $\frac{22}{7}$  et  $\frac{333}{106}$

$65 \times 57 = 3705$  et  $39 \times 95 = 3705$  donc elles sont égales.

$13 \times 13 = 169$  et  $8 \times 21 = 168$  donc ces fractions ne sont pas égales.

$22 \times 106 = 2332$  et  $7 \times 333 = 2331$  donc ces fractions ne sont pas égales.

NOM :

PRÉNOM :

CLASSE :

# Évaluation – Fractions

**Exercice 1** : Compléter les égalités suivantes :

$$6 \times \quad = 5$$

$$8 \times \quad = 7$$

$$9 \times \quad = 1$$

$$7 \times \quad = 8$$

**Exercice 2** : Compléter en indiquant les étapes :

$$A = \frac{7}{3} = \quad = \frac{28}{\quad}$$

$$E = \frac{21}{14} = \quad = \frac{\quad}{18}$$

$$B = \frac{5}{8} = \quad = \frac{\quad}{48}$$

$$F = \frac{27}{36} = \quad = \frac{\quad}{16}$$

$$C = \frac{7}{11} = \quad = \frac{\quad}{77}$$

$$G = \frac{45}{35} = \quad = \frac{\quad}{49}$$

$$D = \frac{8}{3} = \quad = \frac{56}{\quad}$$

$$H = \frac{48}{32} = \quad = \frac{\quad}{22}$$

**Exercice 3** : Simplifier au maximum les fractions suivantes :

$$I = \frac{42}{49} =$$

$$M = \frac{84}{96} =$$

$$J = \frac{56}{64} =$$

$$N = \frac{128}{196} =$$

$$K = \frac{63}{72} =$$

$$O = \frac{108}{162} =$$

$$L = \frac{75}{55} =$$

NOM :

PRÉNOM :

CLASSE :

# Évaluation – Fractions

**Exercice 1** : Compléter les égalités suivantes :

$$7 \times \quad = 5$$

$$6 \times \quad = 7$$

$$11 \times \quad = 1$$

$$7 \times \quad = 6$$

**Exercice 2** : Compléter en indiquant les étapes :

$$A = \frac{8}{3} = \quad = \frac{32}{\quad}$$

$$E = \frac{24}{16} = \quad = \frac{\quad}{18}$$

$$B = \frac{5}{6} = \quad = \frac{\quad}{48}$$

$$F = \frac{27}{36} = \quad = \frac{\quad}{16}$$

$$C = \frac{9}{11} = \quad = \frac{\quad}{77}$$

$$G = \frac{45}{35} = \quad = \frac{\quad}{49}$$

$$D = \frac{8}{5} = \quad = \frac{56}{\quad}$$

$$H = \frac{48}{32} = \quad = \frac{\quad}{22}$$

**Exercice 3** : Simplifier au maximum les fractions suivantes :

$$I = \frac{56}{64} =$$

$$M = \frac{84}{96} =$$

$$J = \frac{42}{49} =$$

$$N = \frac{196}{128} =$$

$$K = \frac{72}{63} =$$

$$O = \frac{162}{108} =$$

$$L = \frac{75}{55} =$$

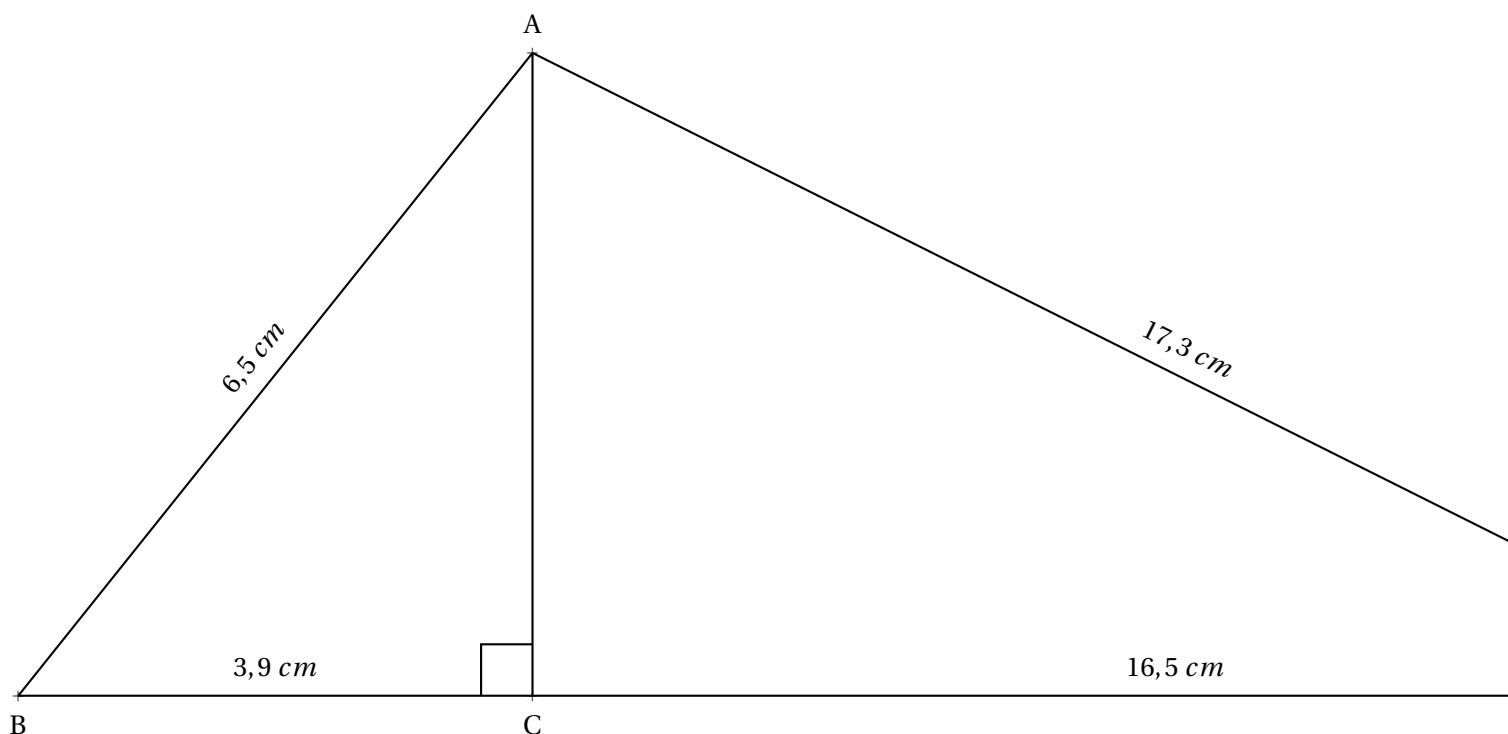


# Évaluation de mathématiques



## Exercice 1

(6 points)



1. Calculer la longueur AC
2. On admettra dans cette question que  $AC = 5,2 \text{ cm}$ . Le triangle ACD est-il rectangle?
3. Sachant que les points B, C et D sont alignés, le triangle BAD est-il rectangle?

**Exercice 2 :** Calculer en détaillant vos calculs et en simplifiant au maximum votre résultat :

(10 points)

$$A = \frac{7}{9} + \frac{8}{9} - \frac{14}{9}$$

$$D = \frac{7}{5} - \frac{8}{7}$$

$$G = \frac{3}{4} - \frac{4}{3} - \frac{11}{12}$$

$$B = 3 - \frac{3}{10} - \frac{33}{10}$$

$$E = 5 - \frac{8}{3}$$

$$H = \frac{4}{7} - \frac{1}{4} + 3$$

$$C = \frac{5}{3} - \frac{7}{15}$$

$$F = 3 + \frac{5}{4} - \frac{1}{20}$$

$$I = \frac{7}{12} - \frac{17}{15} - \frac{31}{60}$$

**Exercice 3 :** Les affirmations suivantes sont-elles vraies. Justifier à chaque fois votre réponse.

(4 points)

1. Lorsque l'on multiplie  $\frac{7}{3}$  par 7 on obtient 3.

2. Les fractions  $\frac{78}{102}$  et  $\frac{143}{187}$  sont égales.

3.  $\frac{99}{70}$  et  $\frac{577}{408}$  sont égales.

### Exercice 1

1.

Dans le triangle ABC rectangle en C,  
D'après le **théorème de Pythagore** on a :

$$CA^2 + CB^2 = AB^2$$

$$CA^2 + 3,9^2 = 6,5^2$$

$$CA^2 + 15,21 = 42,25$$

$$CA^2 = 42,25 - 15,21$$

$$CA^2 = 27,04$$

$$CA = \sqrt{27,04}$$

$$CA = 5,2$$

$$CA = 5,2 \text{ cm}$$

2.

Comparons  $CA^2 + CD^2$  et  $AD^2$  :

$CA^2 + CD^2$	$AD^2$
$5,2^2 + 16,5^2$	$17,3^2$
$27,04 + 272,25$	$299,29$
$299,29$	$299,29$

Comme  $CA^2 + CD^2 = AD^2$ , d'après le **réci-proque du théorème de Pythagore** le triangle CAD est rectangle en C.

3.

Comparons  $AB^2 + AD^2$  et  $BD^2$  :

$AB^2 + AD^2$	$BD^2$
$6,5^2 + 17,3^2$	$(3,9 + 16,5)^2$
$42,25 + 299,29$	$20,4^2$
$341,54$	$416,16$

Comme

$$AB^2 + AD^2 \neq BD^2$$

, d'après la **contraposée du théorème de Pythagore** le triangle ABD n'est pas rectangle.

**Exercice 2 :** Calculer en détaillant vos calculs et en simplifiant au maximum votre résultat :

(10 points)

$$A = \frac{7}{9} + \frac{8}{9} - \frac{14}{9}$$

$$A = \frac{1}{9}$$

$$B = 3 - \frac{3}{10} - \frac{33}{10}$$

$$B = \frac{3 \times 10}{1 \times 10} - \frac{3}{10} - \frac{33}{10}$$

$$B = \frac{30}{10} - \frac{3}{10} - \frac{33}{10}$$

$$B = \frac{-6}{10}$$

$$B = \frac{3 \times 2}{5 \times 2}$$

$$B = \frac{3}{5}$$

$$C = \frac{5}{3} - \frac{7}{15}$$

$$C = \frac{5 \times 5}{3 \times 5} - \frac{7}{15}$$

$$C = \frac{25}{15} - \frac{7}{15}$$

$$C = \frac{18}{15}$$

$$C = \frac{6 \times 3}{3 \times 5}$$

$$C = \frac{6}{5}$$

$$D = \frac{7}{5} - \frac{8}{7}$$

$$D = \frac{7 \times 7}{5 \times 7} - \frac{8 \times 5}{7 \times 5}$$

$$D = \frac{49}{35} - \frac{40}{35}$$

$$D = \frac{9}{35}$$

$$E = 5 - \frac{8}{3}$$

$$E = \frac{5 \times 3}{1 \times 3} - \frac{8}{3}$$

$$E = \frac{15}{3} - \frac{8}{3}$$

$$E = \frac{7}{3}$$

$$F = 3 + \frac{5}{4} - \frac{1}{20}$$

$$F = \frac{3 \times 20}{1 \times 20} + \frac{5 \times 5}{4 \times 5} - \frac{1}{20}$$

$$F = \frac{60}{20} + \frac{25}{20} - \frac{1}{20}$$

$$F = \frac{84}{20}$$

$$F = \frac{4 \times 21}{4 \times 5}$$

$$F = \frac{21}{5}$$

$$G = \frac{3}{4} - \frac{4}{3} - \frac{11}{12}$$

$$G = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} - \frac{4 \times 4}{3 \times 4} - \frac{11}{12}$$

$$G = \frac{9}{12} - \frac{16}{12} - \frac{11}{12}$$

$$G = \frac{-18}{12}$$

$$G = \frac{-3 \times 6}{6 \times 2}$$

$$G = \frac{-3}{2}$$

$$H = \frac{4}{7} - \frac{1}{4} + 3$$

$$H = \frac{4 \times 4}{7 \times 4} - \frac{1 \times 7}{4 \times 7} + \frac{3 \times 28}{1 \times 28}$$

$$H = \frac{16}{28} - \frac{7}{28} + \frac{84}{28}$$

$$H = \frac{93}{28}$$

$$I = \frac{7}{12} - \frac{17}{15} - \frac{31}{60}$$

$$I = \frac{7 \times 5}{12 \times 5} - \frac{17 \times 4}{15 \times 4} - \frac{31}{60}$$

$$I = \frac{35}{60} - \frac{68}{60} - \frac{31}{60}$$

$$I = \frac{-64}{60}$$

$$I = \frac{-16 \times 4}{15 \times 4}$$

$$I = \frac{-16}{15}$$

**Exercice 3 :** Les affirmations suivantes sont-elles vraies. Justifier à chaque fois votre réponse.

(4 points)

1. Lorsque l'on multiplie  $\frac{7}{3}$  par 7 on obtient 3. On sait que  $3 \times \frac{7}{3} = 7$  donc Affirmation n° 1 est fausse.

2. Les fractions  $\frac{78}{102}$  et  $\frac{143}{187}$  sont égales. Comme  $78 \times 187 = 14586$  et  $102 \times 143 = 14586$ , Affirmation n° 2 est vraie.

3.  $\frac{99}{70}$  et  $\frac{577}{408}$  sont égales. Comme  $99 \times 408 = 40392$  et  $70 \times 577 = 40390$ , Affirmation n° 3 est fausse.



- Choisir un nombre;
- Calculer son inverse;
- Ajouter 1.

Voici un programme de calcul :

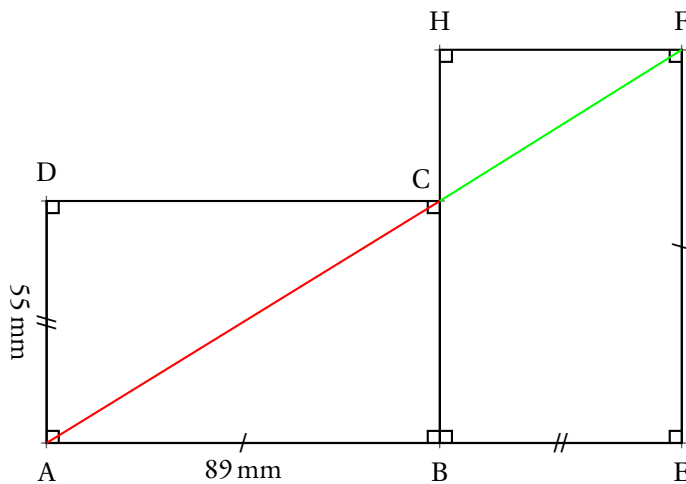
1. Tester ce programme de calcul avec les nombres 1; 2;  $\frac{3}{2}$  puis  $\frac{5}{3}$ . Donner la réponse sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Classer dans l'ordre croissant, en justifiant la réponse par des calculs, les nombres 1; 2;  $\frac{3}{2}$ ;  $\frac{5}{3}$  et  $\frac{8}{5}$ .  
En partant du nombre  $\frac{3}{2}$  on obtient  $\frac{5}{3}$ . En repartant de  $\frac{5}{3}$  on obtient  $\frac{8}{5}$ .
3. Poursuivre ainsi en partant de  $\frac{8}{5}$  puis en recommençant avec le résultat obtenu. Répéter cela 5 fois supplémentaires.
4. En utilisant des valeurs approchées des quotients calculées à la calculatrice, classer dans l'ordre croissant, les 10 résultats obtenus.
5. En écrivant  $1 = \frac{1}{1}$  et  $2 = \frac{2}{1}$ , faire la liste des **dénominateurs** des 10 fractions précédentes.
6. Peut-on faire une conjecture sur les cinq fractions suivantes en observant attentivement les nombres entiers obtenus à la question 5..
7. Donner une valeurs approchée au dix-millième près des deux dernières fractions obtenues.

Comparer ce résultat avec le nombre  $\phi = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$ .

Le nombre  $\phi$  « phi » s'appelle le **nombre d'or** ou **divine proportion**. On le retrouve dès les **Éléments d'Euclide** vers 300 avant notre ère où il correspond à un partage harmonieux d'un segment. À la Renaissance, vers 1480, Luca Pacioli en fait une proportion venue du ciel qui va marquer l'esthétique en peinture et en architecture. Cette manière un peu mystique de voir ce nombre se renforce encore au XVIII<sup>e</sup> et XIX<sup>e</sup> siècle. Ce nombre a cependant quelques propriétés mathématiques intéressantes. Par exemple, quand on lui ajoute 1 on obtient son carré. Quand on lui retire 1 on obtient son inverse!

La suite de nombres précédentes, 1; 1; 2; 3; 5; 8; 13 ... s'appelle **suite de Fibonacci** en hommage au mathématicien italien du XII<sup>e</sup> siècle Léonardo Fibonacci dit Léonard de Pise. On retrouve cette suite dans d'autres œuvres artistiques, comme dans des films où on lui associe des propriétés magiques!

Voici une figure géométrique constitué de deux rectangles parfaitement identiques.



Luca Pacioli et son élève

Jacopi de Barbari — (1495) — Musée de Naples

- 8.a. Calculer en justifiant la réponse, la mesure des segments [AC], [CF] et [AF].
- 8.b. Les points A, C et F sont-ils alignés? Justifier la réponse.
- 8.c Pour les plus téméraires, recommencer les deux questions précédentes avec 233 cm et 144 cm.

Pour que les points A, C et F soient exactement alignés, il faut que le quotient de la longueur et la largeur du rectangle soit exactement égale au nombre d'or. Plus on choisit deux nombres grands nombres consécutifs de la suite de Fibonacci, plus on approche d'une proportion égale au nombre d'or. On parle alors de **rectangle doré**. Ce format de rectangle, par exemple pour la toile d'un tableau, a été souvent choisie pour cette raison. Cette proportion serait la plus harmonieuse!



## CULTURE

1. En partant du nombre 1, on obtient successivement  $\frac{1}{1} = 1$  puis  $1 + 1 = 2$ . En partant de 1 on arrive à 2.

En partant du nombre 2, on obtient successivement  $\frac{1}{2}$  puis  $\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2} + \frac{2}{2} = \frac{3}{2}$ . En partant de 2 on arrive à  $\frac{3}{2}$ .

En partant du nombre  $\frac{3}{2}$ , on obtient successivement  $\frac{2}{3}$  puis  $\frac{2}{3} + 1 = \frac{2}{3} + \frac{3}{3} = \frac{5}{3}$ . En partant de  $\frac{3}{2}$  on arrive à  $\frac{5}{3}$ .

En partant du nombre  $\frac{5}{3}$ , on obtient successivement  $\frac{3}{5}$  puis  $\frac{3}{5} + 1 = \frac{3}{5} + \frac{5}{5} = \frac{8}{5}$ . En partant de  $\frac{5}{3}$  on arrive à  $\frac{8}{5}$ .

2. On peut écrire  $\frac{3}{2}$ ,  $\frac{5}{3}$  et  $\frac{8}{5}$  avec le même dénominateur  $2 \times 3 \times 5 = 30$ .

$$\frac{3}{2} = \frac{3 \times 15}{2 \times 15} = \frac{45}{30}$$

$$\frac{5}{3} = \frac{5 \times 10}{3 \times 10} = \frac{50}{30}$$

$$\frac{8}{5} = \frac{8 \times 6}{5 \times 6} = \frac{48}{30}$$

$$\text{Finalement } 1 < \frac{3}{2} < \frac{8}{5} < \frac{5}{3} < 2$$

3. En partant du nombre  $\frac{8}{5}$ , on obtient successivement  $\frac{5}{8}$  puis  $\frac{5}{8} + 1 = \frac{5}{8} + \frac{8}{8} = \frac{13}{8}$ . En partant de  $\frac{8}{5}$  on arrive à  $\frac{13}{8}$ .

En partant du nombre  $\frac{13}{8}$ , on obtient successivement  $\frac{8}{13}$  puis  $\frac{8}{13} + 1 = \frac{8}{13} + \frac{13}{13} = \frac{21}{13}$ . En partant de  $\frac{13}{8}$  on arrive à  $\frac{21}{13}$ .

En partant du nombre  $\frac{21}{13}$ , on obtient successivement  $\frac{13}{21}$  puis  $\frac{13}{21} + 1 = \frac{13}{21} + \frac{21}{21} = \frac{34}{21}$ . En partant de  $\frac{21}{13}$  on arrive à  $\frac{34}{21}$ .

En partant du nombre  $\frac{34}{21}$ , on obtient successivement  $\frac{21}{34}$  puis  $\frac{21}{34} + 1 = \frac{21}{34} + \frac{34}{34} = \frac{55}{34}$ . En partant de  $\frac{34}{21}$  on arrive à  $\frac{55}{34}$ .

En partant du nombre  $\frac{55}{34}$ , on obtient successivement  $\frac{34}{55}$  puis  $\frac{34}{55} + 1 = \frac{34}{55} + \frac{55}{55} = \frac{89}{55}$ . En partant de  $\frac{55}{34}$  on arrive à  $\frac{89}{55}$ .

4.  $\frac{3}{2} = 1,5$ ;  $\frac{5}{3} \approx 1,6667$ ;  $\frac{8}{5} = 1,6$ ;  $\frac{13}{8} = 1,625$ ;  $\frac{21}{13} \approx 1,6154$ ;  $\frac{34}{21} \approx 1,619$ ;  $\frac{55}{34} \approx 1,6176$  et  $\frac{89}{55} \approx 1,6182$

$$1 < \frac{3}{2} < \frac{8}{5} < \frac{21}{13} < \frac{55}{34} < \frac{89}{55} < \frac{34}{21} < \frac{13}{8} < \frac{5}{3} < 2$$

5. Voici la liste des dénominateurs : 1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; 34; 55

6. On peut conjecturer un règle qui permet de passer d'un nombre à l'autre.

Ainsi :

$$1 + 1 = 2; 1 + 2 = 3; 2 + 3 = 5; 3 + 5 = 8; 8 + 5 = 13; 13 + 8 = 21; 21 + 13 = 34 \text{ et } 21 + 34 = 55.$$

Si cette conjecture est vraie, les termes suivants sont :

$$55 + 34 = 89; 89 + 55 = 144; 144 + 89 = 233; 233 + 144 = 377; 377 + 233 = 610 \text{ et enfin } 610 + 377 = 987$$

Les cinq fractions suivantes sont :  $\frac{144}{89}$ ;  $\frac{233}{144}$ ;  $\frac{377}{233}$ ;  $\frac{610}{377}$  et  $\frac{987}{610}$ .

7. À la calculatrice on arrive à  $\frac{610}{377} \approx 1,61804$  et  $\frac{987}{610} \approx 1,61803$ .

8.a. Dans le triangle ABC rectangle en B,  
D'après le **théorème de Pythagore** on a :

$$\begin{aligned}
BA^2 + BC^2 &= AC^2 \\
89^2 + 55^2 &= AC^2 \\
7921 + 3025 &= AC^2 \\
AC^2 &= 10946 \\
AC &= \sqrt{10946} \\
AC &\approx 104,62
\end{aligned}$$

$$AC \approx 104,62 \text{ mm}$$

Dans le triangle CHF rectangle en H,  
 $HC = HB - BC = 89 \text{ mm} - 55 \text{ mm} = 34 \text{ mm}$   
D'après le **théorème de Pythagore** on a :

$$\begin{aligned}
HC^2 + HF^2 &= CF^2 \\
34^2 + 55^2 &= CF^2 \\
3025 + 1156 &= CF^2 \\
CF^2 &= 4181 \\
CF &= \sqrt{4181} \\
CF &\approx 64,66
\end{aligned}$$

$$CF \approx 64,66 \text{ mm}$$

Dans le triangle AEF rectangle en E,  
 $AE = AB + BE = 89 \text{ mm} + 55 \text{ mm} = 144 \text{ mm}$   
D'après le **théorème de Pythagore** on a :

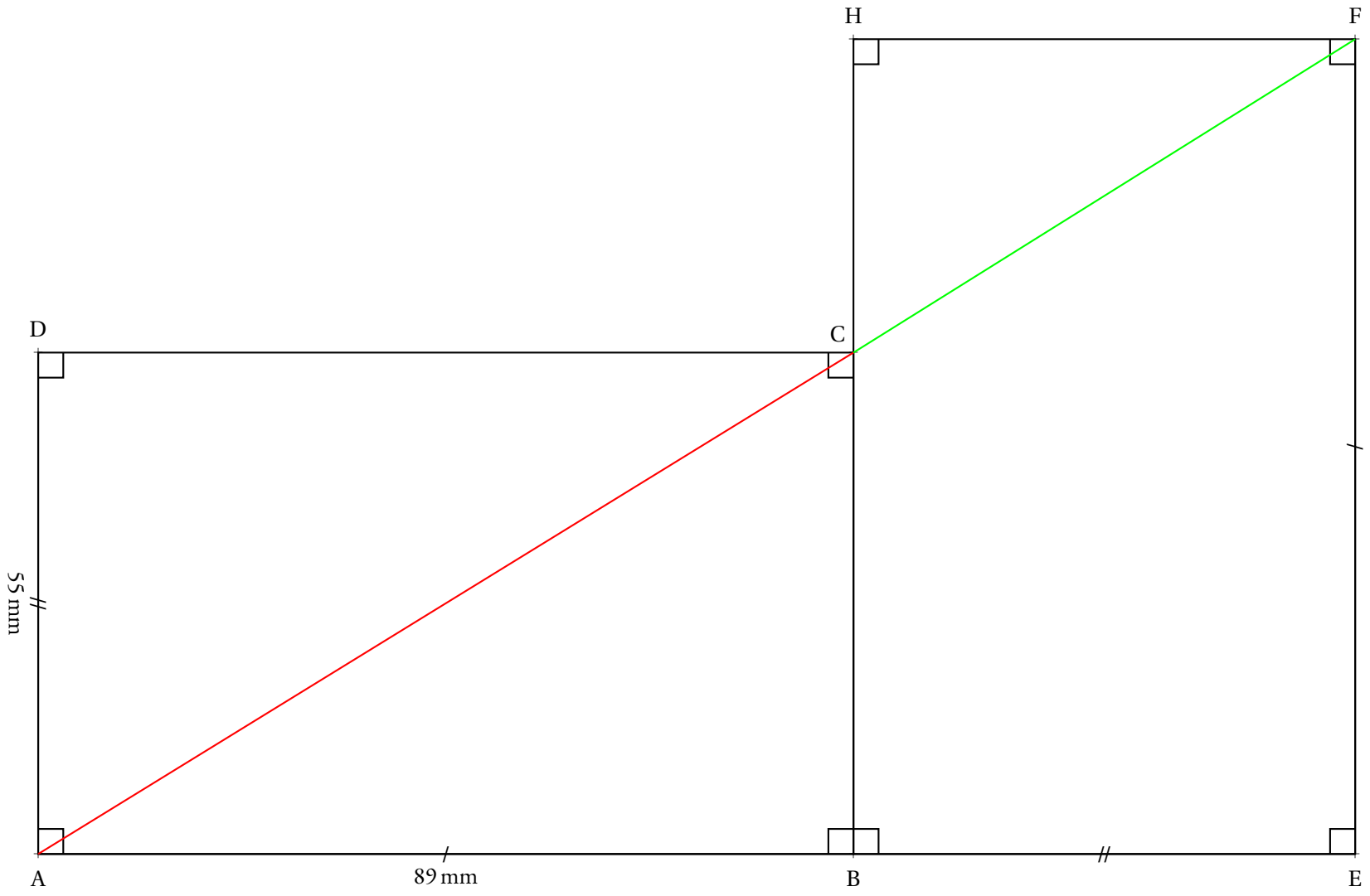
$$\begin{aligned}
EA^2 + EF^2 &= AF^2 \\
144^2 + 89^2 &= AF^2 \\
20736 + 7921 &= AF^2 \\
AF^2 &= 28657 \\
AF &= \sqrt{28657} \\
AF &\approx 169,28
\end{aligned}$$

$$AF \approx 169,28 \text{ mm}$$

**8.b.**  $AC + CF = 104,62 \text{ mm} + 64,66 \text{ mm} = 169,28 \text{ mm}$   
Avec les arrondis au centième près, on voit que  $AC + CF = AF$ .

En revanche  $\sqrt{10946} + \sqrt{4181} \approx 169,2837858$  et  $\sqrt{28657} \approx 169,2837854$ .  
Au dix-millionième près,  $AC + CF \neq AF$ !

Les points A, C et F ne sont pas alignés, même si c'est invisible à l'œil nu! On peut tester en construisant cette figure en vraie grandeur!



**8.c** On peut reprendre les calculs précédents avec  $AB = 233$  cm et  $AD = 144$  cm, on a alors  $CH = 89$  cm et  $AE = 377$  cm  
On arrive ainsi à :

$$233^2 + 144^2 = AC^2$$

$$AC^2 = 75025$$

$$AC = \sqrt{75025}$$

$$144^2 + 89^2 = CF^2$$

$$CF^2 = 28657$$

$$CF = \sqrt{28657}$$

$$377^2 + 233^2 = AF^2$$

$$AF^2 = 196418$$

$$AF = \sqrt{196418}$$

La calculatrice ordinaire est incapable de différencier  $AC + CF$  et  $AF$ .

Il faut utiliser un outil plus puissant comme le site en ligne **wolframalpha.com**.

On obtient :

$$\sqrt{75025} + \sqrt{28657} \approx 443,19070389$$

$$\sqrt{196418} \approx 443,19070387$$

Impressionnant, non ?



# Évaluation

Quatrième



*La calculatrice n'est pas autorisée pour cette évaluation.*

Calculer les expressions suivantes en détaillant la démarche.

$$A = (-3) \times (-1) + (-5) \times (+2)$$

$$D = (-1 - 2 + 4 - 1 + 3)(-3 - 5 + 4 + 7)$$

$$B = (+5) \times (+2) - (-6) \times (-2)$$

$$E = (-4 - 3 - 7 + 3 - 10) \div (1 - 7 + 8 - 9)$$

$$C = (-1)(-6) - (+3)(-3) - (-4)(-4)$$

$$F = \frac{5 \times 3 - 7 \times 5}{8 \times 4 - 9 \times 3}$$

Calculer et simplifier les expressions suivantes en détaillant la démarche.

$$G = \frac{4}{5} - \frac{3}{15}$$

$$K = \frac{3}{5} - \frac{6}{7}$$

$$H = -\frac{7}{3} + \frac{5}{12}$$

$$L = -\frac{7}{3} + \frac{9}{4}$$

$$I = 1 - \frac{1}{3} + \frac{5}{6}$$

$$M = 3 - \frac{3}{6} + \frac{1}{9} - \frac{4}{3}$$

$$J = 4 + \frac{3}{4} - \frac{9}{20}$$

$$N = \frac{-3}{-4} - \frac{-1}{-5} + \frac{3}{-10} - \frac{-3}{2}$$

# Évaluation — CORRECTION

La calculatrice n'est pas autorisée pour cette évaluation.

Calculer les expressions suivantes en détaillant la démarche.

$$A = (-3) \times (-1) + (-5) \times (+2)$$

$$A = 3 - 10$$

$$A = -7$$

$$B = (+5) \times (+2) - (-6) \times (-2)$$

$$B = 10 - 12$$

$$B = -2$$

$$C = (-1)(-6) - (+3)(-3) - (-4)(-4)$$

$$C = 6 - (-9) - (+16)$$

$$C = 6 + 9 - 16$$

$$C = -1$$

$$D = (-1 - 2 + 4 - 1 + 3)(-3 - 5 + 4 + 7)$$

$$D = (-4 + 7)(-8 + 11)$$

$$D = 3 \times 3$$

$$D = 9$$

$$E = (-4 - 3 - 7 + 3 - 10) \div (1 - 7 + 8 - 9)$$

$$E = (-24 + 3) \div (9 - 16)$$

$$E = -21 \div (-7)$$

$$E = 3$$

$$F = \frac{5 \times 3 - 7 \times 5}{8 \times 4 - 9 \times 3}$$

$$F = \frac{15 - 35}{32 - 27}$$

$$F = \frac{-20}{5}$$

$$F = -4$$

Calculer et simplifier les expressions suivantes en détaillant la démarche.

$$G = \frac{4}{5} - \frac{3}{15}$$

$$G = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} - \frac{3}{15}$$

$$G = \frac{12}{15} - \frac{3}{15}$$

$$G = \frac{9}{15}$$

$$G = \frac{3}{5}$$

$$H = -\frac{7}{3} + \frac{5}{12}$$

$$H = -\frac{7 \times 4}{3 \times 4} + \frac{5}{12}$$

$$H = -\frac{28}{12} + \frac{5}{12}$$

$$H = -\frac{23}{12}$$

$$I = 1 - \frac{1}{3} + \frac{5}{6}$$

$$I = \frac{1}{1} - \frac{1 \times 2}{3 \times 2} + \frac{5}{6}$$

$$I = \frac{1 \times 6}{1 \times 6} - \frac{2}{6} + \frac{5}{6}$$

$$I = \frac{6}{6} - \frac{2}{6} + \frac{5}{6}$$

$$I = \frac{9}{6}$$

$$I = \frac{3}{2}$$

$$J = 4 + \frac{3}{4} - \frac{9}{20}$$

$$J = \frac{4}{1} + \frac{3 \times 5}{4 \times 5} - \frac{9}{20}$$

$$J = \frac{4 \times 20}{1 \times 20} + \frac{15}{20} - \frac{9}{20}$$

$$J = \frac{80}{20} + \frac{15}{20} - \frac{9}{20}$$

$$J = \frac{86}{20}$$

$$J = \frac{43}{10}$$

$$K = \frac{3}{5} - \frac{6}{7}$$

$$K = \frac{3 \times 7}{5 \times 7} - \frac{6 \times 5}{7 \times 5}$$

$$K = \frac{21}{35} - \frac{30}{35}$$

$$K = -\frac{9}{35}$$

$$L = -\frac{7}{3} + \frac{9}{4}$$

$$L = -\frac{7 \times 4}{3 \times 4} + \frac{9 \times 3}{4 \times 3}$$

$$L = -\frac{28}{12} + \frac{27}{12}$$

$$L = -\frac{1}{12}$$

$$M = 3 - \frac{3}{6} + \frac{1}{9} - \frac{4}{3}$$

$$M = \frac{3}{1} - \frac{3}{6} + \frac{1}{9} - \frac{4}{3}$$

$$M = \frac{3 \times 18}{1 \times 18} - \frac{3 \times 3}{6 \times 3} + \frac{1 \times 2}{9 \times 2} - \frac{4 \times 6}{3 \times 6}$$

$$M = \frac{54}{18} - \frac{9}{18} + \frac{2}{18} - \frac{24}{18}$$

$$M = \frac{23}{18}$$

$$N = \frac{-3}{-4} - \frac{-1}{-5} + \frac{3}{-10} - \frac{-3}{2}$$

$$N = \frac{3}{4} - \frac{1}{5} - \frac{3}{10} + \frac{3}{2}$$

$$N = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} - \frac{1 \times 4}{5 \times 4} - \frac{3 \times 2}{10 \times 2} + \frac{3 \times 10}{2 \times 10}$$

$$N = \frac{15}{20} - \frac{4}{20} - \frac{6}{20} + \frac{30}{20}$$

$$N = \frac{35}{20}$$

$$N = \frac{7}{4}$$



*La calculatrice n'est pas autorisée pour cette évaluation.*

Calculer les expressions suivantes en détaillant la démarche.

$$A = (-4) \times (-1) + (-5) \times (+3)$$

$$D = (-2 - 3 + 7 - 1 + 3)(-5 - 3 + 4 + 7)$$

$$B = (+5) \times (+3) - (-4) \times (-3)$$

$$E = (-4 - 3 - 7 + 3 - 10) \div (1 - 7 + 8 - 9)$$

$$C = (-1)(-7) - (+4)(-4) - (-5)(-5)$$

$$F = \frac{5 \times 3 - 7 \times 5}{8 \times 4 - 9 \times 3}$$

Calculer et simplifier les expressions suivantes en détaillant la démarche.

$$G = \frac{5}{4} - \frac{5}{12}$$

$$K = \frac{3}{4} - \frac{6}{7}$$

$$H = -\frac{4}{3} + \frac{5}{18}$$

$$L = -\frac{7}{3} + \frac{9}{5}$$

$$I = 1 - \frac{1}{4} + \frac{5}{8}$$

$$M = 5 - \frac{2}{6} + \frac{4}{9} - \frac{5}{3}$$

$$J = 5 + \frac{3}{5} - \frac{7}{20}$$

$$N = \frac{3}{-4} - \frac{-1}{5} - \frac{-3}{-10} - \frac{-3}{-2}$$

# Évaluation — CORRECTION

La calculatrice n'est pas autorisée pour cette évaluation.

Calculer les expressions suivantes en détaillant la démarche.

$$A = (-4) \times (-1) + (-5) \times (+3)$$

$$A = 4 - 15$$

$$\boxed{A = -9}$$

$$B = (+5) \times (+3) - (-4) \times (-3)$$

$$B = 15 - 12$$

$$\boxed{B = 3}$$

$$C = (-1)(-7) - (+4)(-4) - (-5)(-5)$$

$$C = 7 - (-16) - 25$$

$$C = 7 + 16 - 25$$

$$\boxed{C = -2}$$

$$D = (-2 - 3 + 7 - 1 + 3)(-5 - 3 + 4 + 7)$$

$$D = (-6 + 10)(-8 + 11)$$

$$D = 4 \times 3$$

$$\boxed{D = 12}$$

$$E = (-4 - 3 - 7 + 3 - 10) \div (1 - 7 + 8 - 9)$$

$$E = (-24 + 3) \div (9 - 16)$$

$$E = -21 \div (-7)$$

$$\boxed{E = 3}$$

$$F = \frac{5 \times 3 - 7 \times 5}{8 \times 4 - 9 \times 3}$$

$$F = \frac{15 - 35}{32 - 27}$$

$$F = \frac{-20}{5}$$

$$\boxed{F = -5}$$

Calculer et simplifier les expressions suivantes en détaillant la démarche.

$$G = \frac{5}{4} - \frac{5}{12}$$

$$G = \frac{5 \times 3}{4 \times 3} - \frac{5}{12}$$

$$G = \frac{15}{12} - \frac{5}{12}$$

$$G = \frac{10}{12}$$

$$\boxed{G = \frac{5}{6}}$$

$$H = -\frac{4}{3} + \frac{5}{18}$$

$$H = -\frac{4 \times 6}{3 \times 6} + \frac{5}{18}$$

$$H = -\frac{24}{18} + \frac{5}{18}$$

$$\boxed{H = -\frac{19}{18}}$$

$$I = 1 - \frac{1}{4} + \frac{5}{8}$$

$$I = \frac{1}{1} - \frac{1}{4} + \frac{5}{8}$$

$$I = \frac{1 \times 8}{1 \times 8} - \frac{1 \times 2}{4 \times 2} + \frac{5}{8}$$

$$I = \frac{8}{8} - \frac{2}{8} + \frac{5}{8}$$

$$\boxed{I = \frac{11}{8}}$$

$$J = 5 + \frac{3}{5} - \frac{7}{20}$$

$$J = \frac{5}{1} + \frac{3}{5} - \frac{7}{20}$$

$$J = \frac{5 \times 20}{1 \times 20} + \frac{3 \times 4}{5 \times 5} - \frac{7}{20}$$

$$J = \frac{100}{20} + \frac{12}{20} - \frac{7}{20}$$

$$J = \frac{105}{20}$$

$$\boxed{J = \frac{21}{4}}$$

$$K = \frac{3}{4} - \frac{6}{7}$$

$$K = \frac{3 \times 7}{4 \times 7} - \frac{6 \times 4}{7 \times 4}$$

$$K = \frac{21}{28} - \frac{24}{28}$$

$$\boxed{K = -\frac{3}{28}}$$

$$L = -\frac{7}{3} + \frac{9}{5}$$

$$L = -\frac{7 \times 5}{3 \times 5} + \frac{9 \times 3}{5 \times 3}$$

$$L = -\frac{35}{15} + \frac{27}{15}$$

$$\boxed{L = -\frac{8}{15}}$$

$$M = 5 - \frac{2}{6} + \frac{4}{9} - \frac{5}{3}$$

$$M = \frac{5}{1} - \frac{2}{6} + \frac{4}{9} - \frac{5}{3}$$

$$M = \frac{5 \times 18}{1 \times 18} - \frac{2 \times 3}{6 \times 3} + \frac{4 \times 2}{9 \times 2} - \frac{5 \times 6}{3 \times 6}$$

$$M = \frac{90}{18} - \frac{6}{18} + \frac{8}{18} - \frac{30}{18}$$

$$M = \frac{62}{18}$$

$$\boxed{M = \frac{31}{9}}$$

$$N = \frac{3}{-4} - \frac{-1}{5} - \frac{-3}{-10} - \frac{-3}{-2}$$

$$N = -\frac{3}{4} + \frac{1}{5} - \frac{3}{10} - \frac{3}{2}$$

$$N = -\frac{3 \times 5}{4 \times 5} + \frac{1 \times 4}{5 \times 4} - \frac{3 \times 2}{10 \times 2} - \frac{3 \times 10}{2 \times 10}$$

$$N = -\frac{15}{20} + \frac{4}{20} - \frac{6}{20} - \frac{30}{20}$$

$$\boxed{N = -\frac{47}{20}}$$

# CHAPITRE 3

## LES FRACTIONS

Somme algébrique — Produit — Quotient

---

### Objectifs d'apprentissage :

#### — Définition et égalité

- Connaître la propriété caractéristique d'une fraction 🐣
- Savoir simplifier et changer le dénominateur d'une fraction 🐣
- Connaître l'égalité des produits en croix 🐦
- Savoir utiliser la « règle de trois » 🦉

#### — Somme ou différence de fractions

- Ajouter ou soustraire deux fractions dont les dénominateurs sont multiples l'un de l'autre 🐣
- Ajouter ou soustraire deux fractions dont les numérateurs et dénominateurs sont des entiers relatifs 🐦
- Ajouter ou soustraire deux fractions dont les dénominateurs sont des entiers relatifs quelconques 🐦
- Ajouter ou soustraire plusieurs fractions avec des entiers relatifs quelconques 🦉

#### — Produit de fractions

- Multiplier deux fractions sans simplification 🐣
- Multiplier deux fractions avec simplification 🐦

#### — Quotient de fractions

- Diviser deux fractions sans simplification 🐣
- Diviser deux fractions avec simplification 🐦

#### — Expressions complexes

- Effectuer des sommes, différences et produits en utilisant les priorités opératoires 🐦
  - Effectuer des sommes, différences et quotients en utilisant les priorités opératoires 🦉
  - Effectuer toutes successions d'opérations en utilisant les priorités opératoires 🦉
- 

# CHAPITRE 3

## LES FRACTIONS

Somme algébrique — Produit — Quotient

---

### Objectifs d'apprentissage :

#### — Définition et égalité

- Connaître la propriété caractéristique d'une fraction 🐣
- Savoir simplifier et changer le dénominateur d'une fraction 🐣
- Connaître l'égalité des produits en croix 🐦
- Savoir utiliser la « règle de trois » 🦉

#### — Somme ou différence de fractions

- Ajouter ou soustraire deux fractions dont les dénominateurs sont multiples l'un de l'autre 🐣
- Ajouter ou soustraire deux fractions dont les numérateurs et dénominateurs sont des entiers relatifs 🐦
- Ajouter ou soustraire deux fractions dont les dénominateurs sont des entiers relatifs quelconques 🐦
- Ajouter ou soustraire plusieurs fractions avec des entiers relatifs quelconques 🦉

#### — Produit de fractions

- Multiplier deux fractions sans simplification 🐣
- Multiplier deux fractions avec simplification 🐦

#### — Quotient de fractions

- Diviser deux fractions sans simplification 🐣
- Diviser deux fractions avec simplification 🐦

#### — Expressions complexes

- Effectuer des sommes, différences et produits en utilisant les priorités opératoires 🐦
  - Effectuer des sommes, différences et quotients en utilisant les priorités opératoires 🦉
  - Effectuer toutes successions d'opérations en utilisant les priorités opératoires 🦉
-

# LES FRACTIONS

## LA FRACTION QUOTIENT

$a$  et  $b$  étant deux nombres,  $b \neq 0$

La fraction  $\frac{a}{b}$  désigne l'unique nombre vérifiant :  $b \times \frac{a}{b} = a$

EXEMPLES :

$$3 \times \frac{4}{3} = 4 \quad 7 \times \frac{1}{7} = 1 \quad -9 \times \frac{10}{-9} = 10 \quad \text{Comme } 5 \times 3 = 15 \text{ on a } 3 = \frac{15}{5}.$$

## ÉGALITÉ DE FRACTIONS

$a$ ,  $b$  et  $k$  des nombres non nuls, alors  $\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b}$

EXEMPLES DE SIMPLIFICATION DE FRACTIONS :

$$\frac{56}{64} = \frac{8 \times 7}{8 \times 8} = \frac{7}{8} \quad \frac{144}{180} = \frac{9 \times 16}{9 \times 20} = \frac{16}{20} = \frac{4 \times 4}{4 \times 5} = \frac{4}{5}$$

## ÉGALITÉ DES PRODUITS EN CROIX

$a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  des nombres non nuls.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  à la seule et unique condition que  $a \times d = b \times c$

EXEMPLE :

$$\frac{56}{64} = \frac{7}{8} \text{ et on constate que } 56 \times 8 = 448 \text{ et que } 64 \times 7 = 448$$

## SOMME ALGÈBRE DE DEUX FRACTIONS

$a$ ,  $b$  et  $c$  des nombres non nuls, alors  $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$

REMARQUE :

Quand les fractions n'ont pas le même dénominateur il faut déterminer des fractions égales ayant le même dénominateur. Ce **dénominateur commun** est un multiple commun des dénominateurs. Il est conseillé de choisir le plus petit!

EXEMPLES :

$$A = \frac{1}{3} - \frac{5}{3} + \frac{11}{3} = \frac{1-5+11}{3} = \frac{7}{3}$$

$$B = \frac{5}{4} - \frac{7}{12} = \frac{5 \times 3}{4 \times 3} - \frac{7}{12}$$

$$B = \frac{15}{12} - \frac{7}{12} = \frac{8}{12} = \frac{4 \times 2}{4 \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$C = \frac{7}{5} - \frac{7}{4} = \frac{7 \times 4}{5 \times 4} - \frac{7 \times 5}{4 \times 5}$$

$$C = \frac{28}{20} - \frac{35}{20} = -\frac{7}{20}$$

$$D = \frac{26}{15} - \frac{13}{12} = \frac{26 \times 4}{15 \times 4} - \frac{13 \times 5}{12 \times 5}$$

$$D = \frac{104}{60} - \frac{65}{60} = \frac{39}{60} = \frac{13 \times 3}{20 \times 3} = \frac{13}{20}$$

## PRODUIT DE DEUX FRACTIONS

$a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  des nombres non nuls, alors  $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

REMARQUE :

Il est conseillé de simplifier le produit avant de l'effectuer.

EXEMPLES :

$$E = \frac{7}{3} \times \frac{8}{11} = \frac{7 \times 8}{3 \times 11} = \frac{56}{33}$$

$$F = \frac{64}{49} \times \frac{63}{56} = \frac{64 \times 63}{49 \times 56} = \frac{8 \times 8 \times 9 \times 7}{7 \times 7 \times 8 \times 7} = \frac{8 \times 9}{7 \times 7} = \frac{72}{49}$$

## INVERSE D'UN NOMBRE

Deux nombres sont inverses l'un de l'autre quand leur produit est égal à 1.

$a$  et  $b$  des nombres non nuls.

Comme  $a \times \frac{1}{a} = 1$ ,  $\frac{1}{a}$  est l'inverse de  $a$ . Comme  $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$ ,  $\frac{b}{a}$  est l'inverse de  $\frac{a}{b}$ .

## QUOTIENT DE DEUX FRACTIONS

Diviser par un nombre non nul revient à multiplier par son inverse.

$a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  des nombres non nuls,  $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

EXEMPLES :

$$G = \frac{7}{3} \div \frac{5}{9} = \frac{7}{3} \times \frac{9}{5} = \frac{63}{15} = \frac{21}{5}$$

$$H = \frac{5}{3} \div \frac{3}{4} + \frac{5}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{5}{3} \times \frac{4}{3} + \frac{5 \times 6}{5 \times 3}$$

$$H = \frac{20}{9} + 2 = \frac{20}{9} + \frac{18}{9} = \frac{38}{9}$$

$$I = \frac{8}{16} \div \frac{8}{5} = \frac{8}{16} \times \frac{5}{8} = \frac{8 \times 5}{16 \times 8}$$

$$I = \frac{8 \times 5}{5 \times 16} = \frac{8 \times 3 \times 5}{5 \times 8 \times 2} = \frac{3}{2}$$

# CHAPITRE IV



## La translation

---

### Sommaire

---

EXERCICES .....	222
ÉVALUATION : Calcul littéral et translation .....	224

---

# INFORMATIONS LÉGALES

- **Auteur** : Fabrice ARNAUD
- **Web** : pi.ac3j.fr
- **Mail** : contact@ac3j.fr
- **Dernière modification** : 30 avril 2026 à 12:51

Ce document a été écrit pour  $\LaTeX$  avec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.967  
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Questing Quokka (Le Quokka en quête) 25.10 avec la distribution TeX Live 2024.20250309 et LuaTeX 1.18.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en  $\TeX$ . Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilliers du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles. La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux!

Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.

**Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir!**

## LICENCE CC BY-NC-SA 4.0



### Attribution Pas d'Utilisation Commerciale Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

#### Vous êtes autorisé à :

- Partager** — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
- Adapter** — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

#### Selon les conditions suivantes :

- Attribution** — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
- Pas d'Utilisation Commerciale** — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
- Partage dans les Mêmes Conditions** — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les mêmes conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
- Pas de restrictions complémentaires** — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Œuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr>

#### Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, , a été créé par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 30 avril 2026 à 12:51.

Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.

Adresse de l'article :