Chapitre V

Angles et triangles

Sommaire

Chapitre 5

Angles et triangles

Objectifs d'apprentissage :

— **Angles**
  - ☐ *Mesurer un angle au rapporteur* 🐣
  - ☐ *Tracer un angle de mesure donnée* 🐣

— **Triangle**
  - ☐ *Tracer un triangle connaissant les trois longueurs* 🐣
  - ☐ *Tracer un triangle connaissant une longueur et deux angles* 🐣

— **Configurations particulières**
  - ☐ *Reconnaître des angles opposés par le sommet, alternes-internes ou correspondants* 🐦
  - ☐ *Utiliser les propriété des angles opposés par le sommet, alternes-internes ou correspondants* 🐦

— **Somme des angles dans le triangle**
  - ☐ *Calculer la mesure d'un angle manquant dans un triangle* 🐣
  - ☐ *Utiliser les propriété des triangles rectangle, isocèles ou équilatéraux* 🐦

— **Inégalté triangulaire**
  - ☐ *Vérifier la condition d'existence d'un triangle* 🐣
  - ☐ *Démontrer que des points sont alignés* 🐦

La leçon — Version prof

Les textes écrit en violet sont destinés à l'enseignant, ils ne font pas partie de ce qu'on appelle la trace écrite.
Les démonstrations sont aussi en violet, elles sont le plus souvent présentée à l'oral.

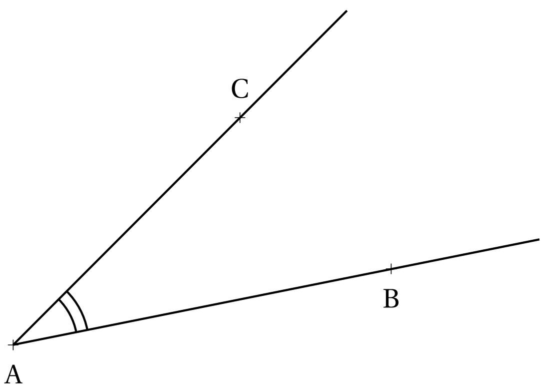
En sixième, avec les nouveaux programmes de 2025, les élèves connaissent et utilisent les angles. Ils ont le vocabulaire de base, angle nul, angle droit, angle plat, angle aigu et obtus. On utilise aussi la notion d'angles adjacents et supplémentaires. Les angles opposés par le sommet sont aussi abordés.
Les angles utilisés au collège sont des angles **saillant** , ceux qui sont inférieurs à un angle plat. Les angles **rentrant** ne sont pas au programme. On peut en parler quand les élèves font référence à 360°, le tour complet!
Dans le cours de cinquième, nous allons reprendre toutes ces notions et démontrer quelques propriétés en utilisant comme point de départ notre connaissance de la symétrie centrale.
Deux résultats sont fondamentaux sur la symétrie centrale :

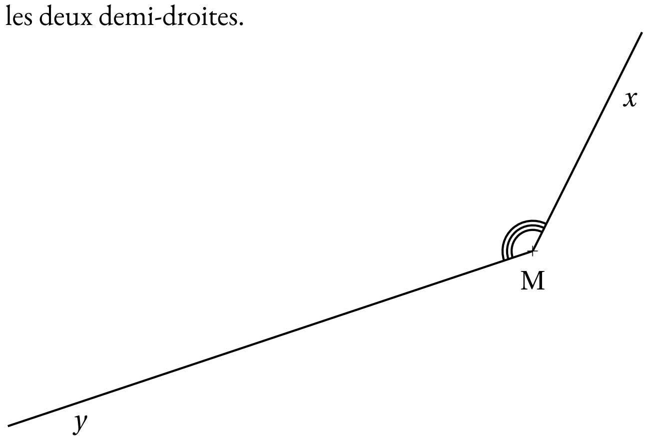
- la symétrie centrale est une isométrie : elle conserve les longueurs et les angles;
- la symétrie centrale transforme une droite en une droite parallèle.

I — Vocabulaire sur les angles et configurations particulières

Définition 5.1 : Angle saillant

Un **angle** est définit par deux demi-droite ayant la même origine.
Les deux demi-droites s'appellent les **côtés** de l'angle.
L'origine commune est **le sommet** de l'angle.
La grandeur associé à un angle est « l'ouverture ou l'écartement »entre les deux demi-droites.





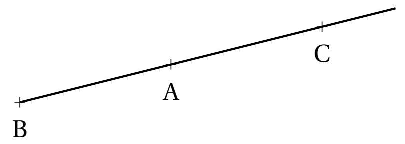
L'angle $\widehat{BAC}$ dont **le sommet** est A et **les côtés** sont les demi-droites [AB) et [AC).
On peut noter cet angle $\widehat{BAC}$ ou $\widehat{CAB}$.

L'angle $\widehat{xMy}$ dont **le sommet** est M est **les côtés** sont les demi-droites [Mx) et [My).
On peut noter cet angle $\widehat{xMy}$ ou $\widehat{yMx}$.
x et y ne sont pas des points mais des symboles qui permettent d'illustrer qu'il s'agit d'une demi-droite, « sans extrémités ».

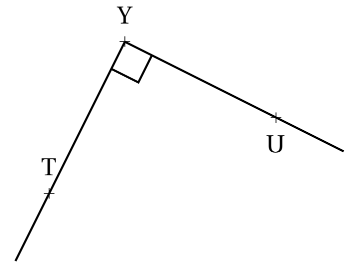
Au collège, les angles ne sont pas orientés, il n'y a que des angles géométriques compris entre l'angle nul et l'angle plat. Ainsi les deux notations $\widehat{BAC}$ et $\widehat{CAB}$ désigne le même objet.

Exemples :

Un angle est **nul** si les côtés sont superposées.
En pratique, $\widehat{ABC}$ est nul si $A \in [BC]$

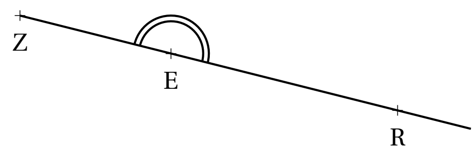


Un angle est **droit** si les côtés sont perpendiculaires.
En pratique, $\widehat{TYU}$ est droit si $(YT) \perp (YU)$



La notion de perpendiculaires concerne les droites. On peut définir en sixième les droites perpendiculaires en précisant qu'il s'agit de deux droites sécantes qui forment quatre angles superposables.

Un angle est **plat** si les côtés sont alignés.
En pratique, $\widehat{ZER}$ est plat si $E \in [ZR]$.



Un angle est **aigu** s'il est compris entre un angle nul et un angle droit.
Ci-dessus, l'angle $\widehat{BAC}$ est **aigu** .

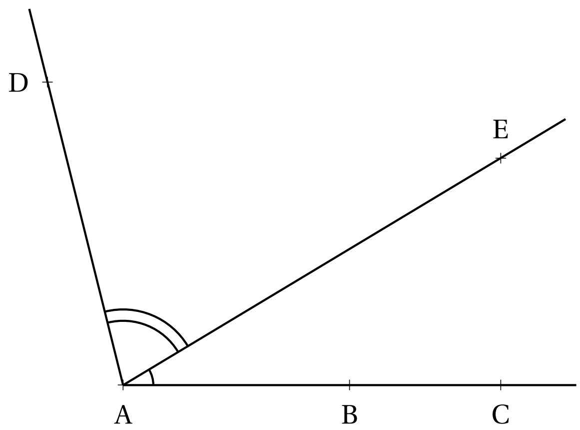
Un angle est **obtus** s'il est compris entre un angle droit et un angle plat.
Ci-dessus, l'angle $\widehat{xMy}$ est **obtus** .

L'angle droit n'est ni aigu, ni obtus, il est droit !
Attention à l'orthographe de aigu et obtus. Le second prend un s même au singulier !

Les notions précédentes peuvent être définies sans faire référence à une quelconque mesure. La grandeur angle, sans unité de mesure associée, peut-être comparée à d'autres grandeurs du même type. Il suffit de se servir d'un gabarit, de découper.

❧ Définition 5.2 : Égalité et comparaison

Deux angles sont **égaux** s'ils sont superposables.
Un angle est **inférieur** à un autre si en les superposant, l'un est « à l'intérieur »de l'autre.



$\widehat{CAE}$ et $\widehat{BAE}$ sont **égaux** , $\widehat{CAE} = \widehat{BAE}$

$\widehat{CAE}$ est inférieur à $\widehat{CAD}$, $\widehat{CAE} < \widehat{CAD}$ et $\widehat{CAD} > \widehat{CAD}$.

❧ Définition 5.3 : La mesure des angles en degré

La mesure usuelle des angles est le **degré** .

Par définition, **un degré** est l'angle obtenu en partageant un angle droit en 90 angles égaux.

L'unité internationale de mesure des angles est le **radian** . Un radian, noté 1 rad correspond à un angle dont l'arc de cercle mesure exactement 1 fois le rayon du cercle.
Au collège on utilise le **degré** qui ne permet pas de calculs. Il faudra attendre le lycée pour passer en radian.

Historiquement, le degré est obtenu à partir de l'angle plein, le tour complet, qui mesure 360°. Le nombre 360 est lié à la rotation de la Terre autour du Soleil. Il est à la base du système sexagésimal de mesure du temps. C'est la raison pour laquelle les sous-unité des degrés sont les minutes et les secondes. Même si on sait aujourd'hui que la Terre tourne en un peu de plus de 365 jours un quart autour de son étoile, on a gardé ce système.

Ainsi, une journée, correspond à peu près à une rotation de la Terre d'un degré autour du soleil.

Le mile marin est définit comme la distance sur un arc correspondant à une minute d'angle.

On utilise aussi une mesure décimale des angles, le **grade** , **gon** ou **gradian** qui consiste à partager l'angle droit en 100 gon.

Cette unité est utilisée en France officielement pour ce qui concerne la topographie (géodésique, arpentage, génie civil.)

$90° = \dfrac{\pi}{2}\ rad = 100\ gon$ ou encore $360° = 2\pi\ rad = 400\ gon$.

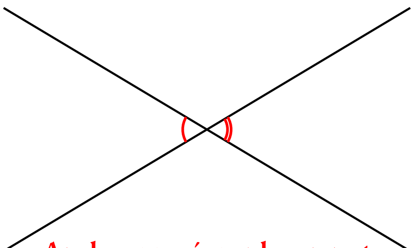
II — Trois configurations fondamentales

Vocabulaire :

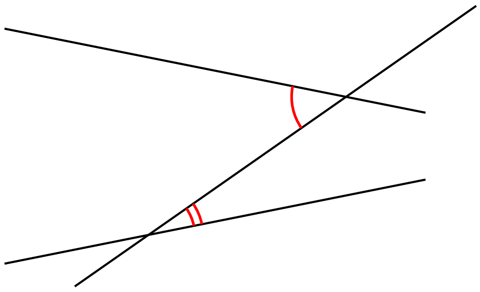
Deux droites sécantes définissent deux couples d'**angles opposés par le sommet** .

Deux droites sécantes coupées par une troisième droite définissent :

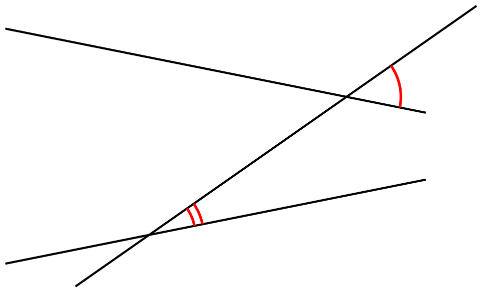
- deux **angles alternes-internes** , « l'un au dessus et à droite, l'autre en dessous et à gauche »ou le contraire...
- deux **angles correspondants** , « l'un et l'autre au dessus et à droite »ou le contraire..



Angles opposés par le sommet



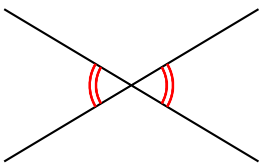
Angles alternes-internes



Angles correspondants

Propriété 5.1 : Les angles opposés par le sommet

Deux angles **opposés par le sommet** sont égaux.

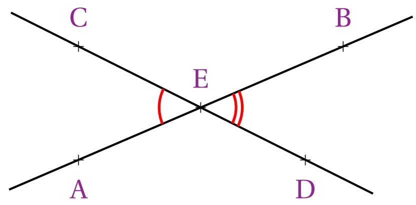


Démonstration :

Soient deux droites (AB) et (CD) sécantes en E.
Les angles $\widehat{AEC}$ et $\widehat{BED}$ ont leur sommet E en commun.
Ils sont, l'un définit par [EA) et [EC), l'autre par [EB) et [ED).

Considérons la symétrie centrale de centre E.

Elle transforme le point E en lui-même.
Elle transforme A, C, B et D en des points A', B', C' et D' appartenant respectivement aux demi-droites [EB), [ED), [EA) et [EC).



Ainsi, la demi-droite symétrique de [EA) est [EB), la demi-droite symétrique de [EC) est [ED).

Le symétrique de l'angle $\widehat{AEC}$ est donc $\widehat{BED}$.

Or on sait que **la symétrie centrale ne modifie pas les angles**, puisque c'est un demi-tour. En fait il s'agit d'un isométrie !

Les angles opposés par le sommet sont donc bien égaux !

CQFD

III — La somme des angles dans le triangle

IV — L'inégalité triangulaire

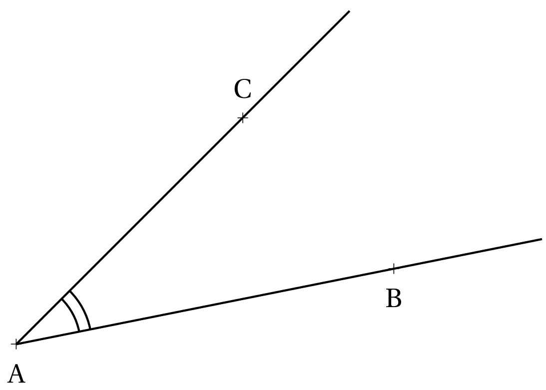
La leçon — Version élève

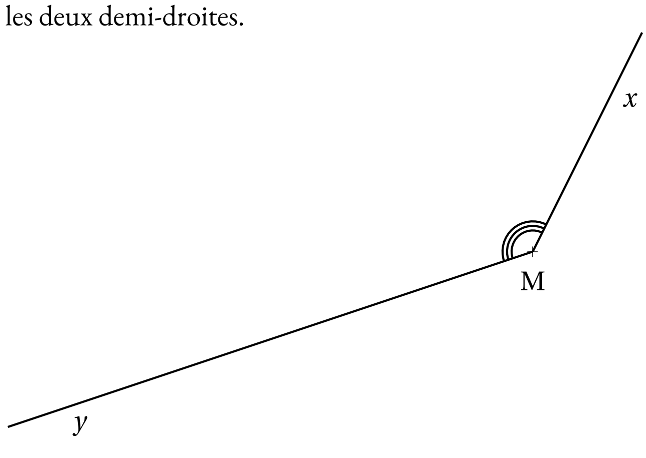
I — Vocabulaire sur les angles et configurations particulières

Définition 5.1 : Angle saillant

Un **angle** est définit par deux demi-droite ayant la même origine.
Les deux demi-droites s'appellent les **côtés** de l'angle.
L'origine commune est **le sommet** de l'angle.

La grandeur associé à un angle est « l'ouverture ou l'écartement »entre les deux demi-droites.





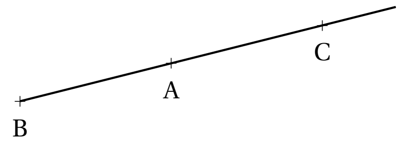
L'angle $\widehat{\text{BAC}}$ dont **le sommet** est A et **les côtés** sont les demi-droites [AB] et [AC].
On peut noter cet angle $\widehat{\text{BAC}}$ ou $\widehat{\text{CAB}}$.

L'angle $\widehat{x\text{M}y}$ dont **le sommet** est M est **les côtés** sont les demi-droites [Mx) et [My).
On peut noter cet angle $\widehat{x\text{M}y}$ ou $\widehat{y\text{M}x}$.

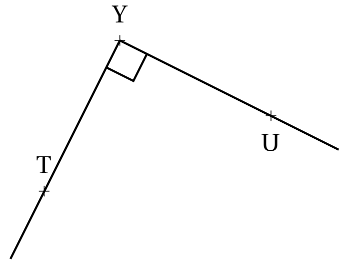
x et y ne sont pas des points mais des symboles qui permettent d'illustrer qu'il s'agit d'une demi-droite, « sans extrémités ».

Exemples :

Un angle est **nul** si les côtés sont superposées.
En pratique, $\widehat{ABC}$ est nul si $A \in [BC)$



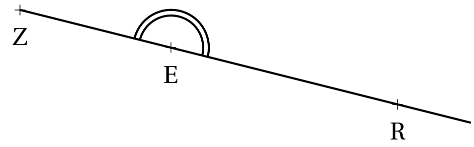
Un angle est **droit** si les côtés sont perpendiculaires.
En pratique, $\widehat{TYU}$ est droit si $(YT) \perp (YU)$



Un angle est **plat** si les côtés sont alignés.
En pratique, $\widehat{ZER}$ est plat si $E \in [ZR]$.

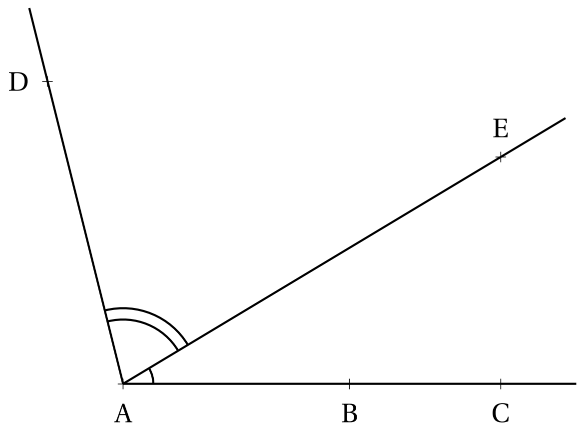
Un angle est **aigu** s'il est compris entre un angle nul et un angle droit.
Ci-dessus, l'angle $\widehat{BAC}$ est **aigu** .

Un angle est **obtus** s'il est compris entre un angle droit et un angle plat.
Ci-dessus, l'angle $\widehat{xMy}$ est **obtus** .



❧ Définition 5.2 : Égalité et comparaison

Deux angles sont **égaux** s'ils sont superposables.
Un angle est **inférieur** à un autre si en les superposant, l'un est « à l'intérieur »de l'autre.



$\widehat{CAE}$ et $\widehat{BAE}$ sont **égaux** , $\widehat{CAE} = \widehat{BAE}$

$\widehat{CAE}$ est inférieur à $\widehat{CAD}$, $\widehat{CAE} < \widehat{CAD}$ et $\widehat{CAD} > \widehat{CAD}$.

❧ Définition 5.3 : La mesure des angles en degré

La mesure usuelle des angles est le **degré** .

Par définition, **un degré** est l'angle obtenu en partageant un angle droit en 90 angles égaux.

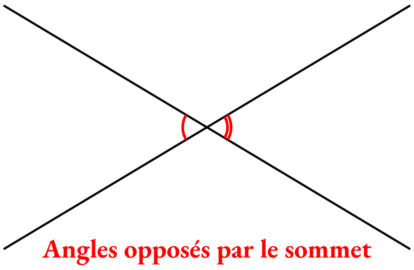
II — Trois configurations fondamentales

Vocabulaire :
Deux droites sécantes définissent deux couples d'**angles opposés par le sommet** .

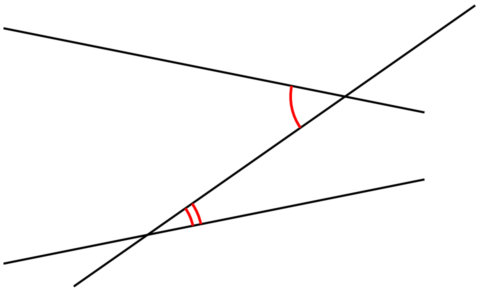
Deux droites sécantes coupées par une troisième droite définissent :

— deux **angles alternes-internes** , « l'un au dessus et à droite, l'autre en dessous et à gauche »ou le contraire...

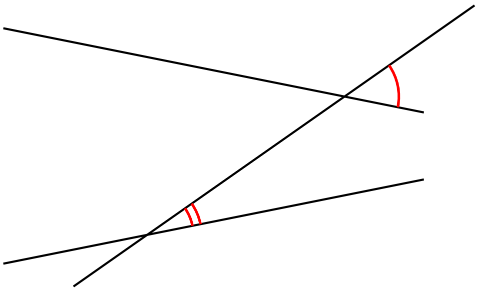
— deux **angles correspondants** , « l'un et l'autre au dessus et à droite »ou le contraire..



Angles opposés par le sommet



Angles alternes-internes



Angles correspondants

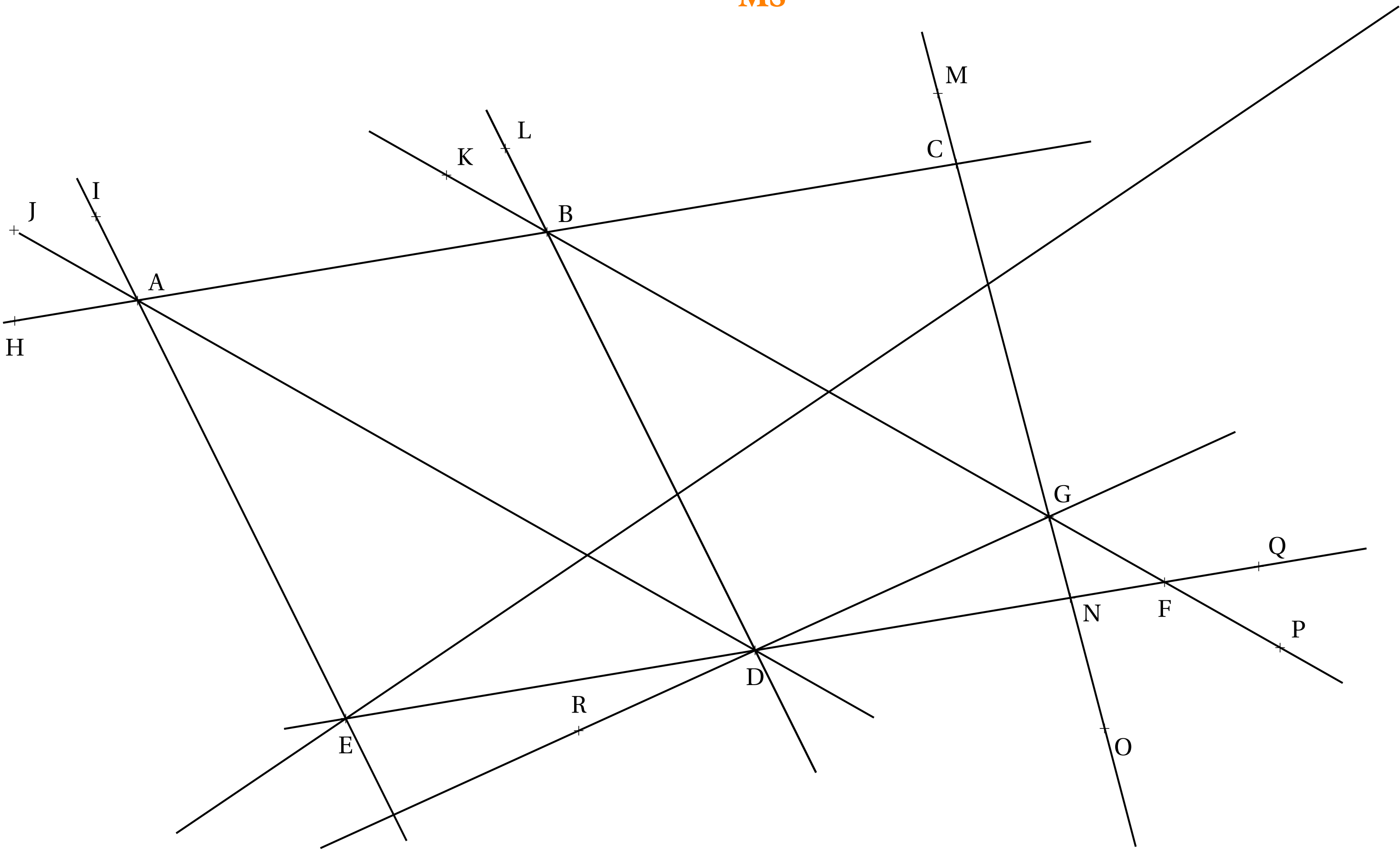
III — La somme des angles dans le triangle

IV — L'inégalité triangulaire

Des angles à comparer

Cinquième

MS



1. En utilisant le rapporteur, mesurer au degré près les angles :

$\widehat{BAD}$ =	$\widehat{EDB}$ =	$\widehat{BGD}$ =	$\widehat{JAI}$ =	$\widehat{ONQ}$ =	$\widehat{IAB}$ =
$\widehat{DAE}$ =	$\widehat{ABD}$ =	$\widehat{GDB}$ =	$\widehat{JAH}$ =	$\widehat{GDQ}$ =	$\widehat{KBC}$ =
$\widehat{BAE}$ =	$\widehat{DBG}$ =	$\widehat{GDA}$ =	$\widehat{KBL}$ =	$\widehat{PGO}$ =	$\widehat{MCH}$ =
$\widehat{AED}$ =	$\widehat{GBC}$ =	$\widehat{ABG}$ =	$\widehat{QFP}$ =	$\widehat{DNG}$ =	$\widehat{GND}$ =
$\widehat{EDA}$ =	$\widehat{BCG}$ =	$\widehat{DGF}$ =	$\widehat{GDF}$ =	$\widehat{EDR}$ =	$\widehat{ADQ}$ =
$\widehat{ADB}$ =	$\widehat{CGB}$ =	$\widehat{GDF}$ =	$\widehat{BFD}$ =	$\widehat{KFE}$ =	$\widehat{AED}$ =

2. Repérer les groupes d'angles égaux en les surlignant.

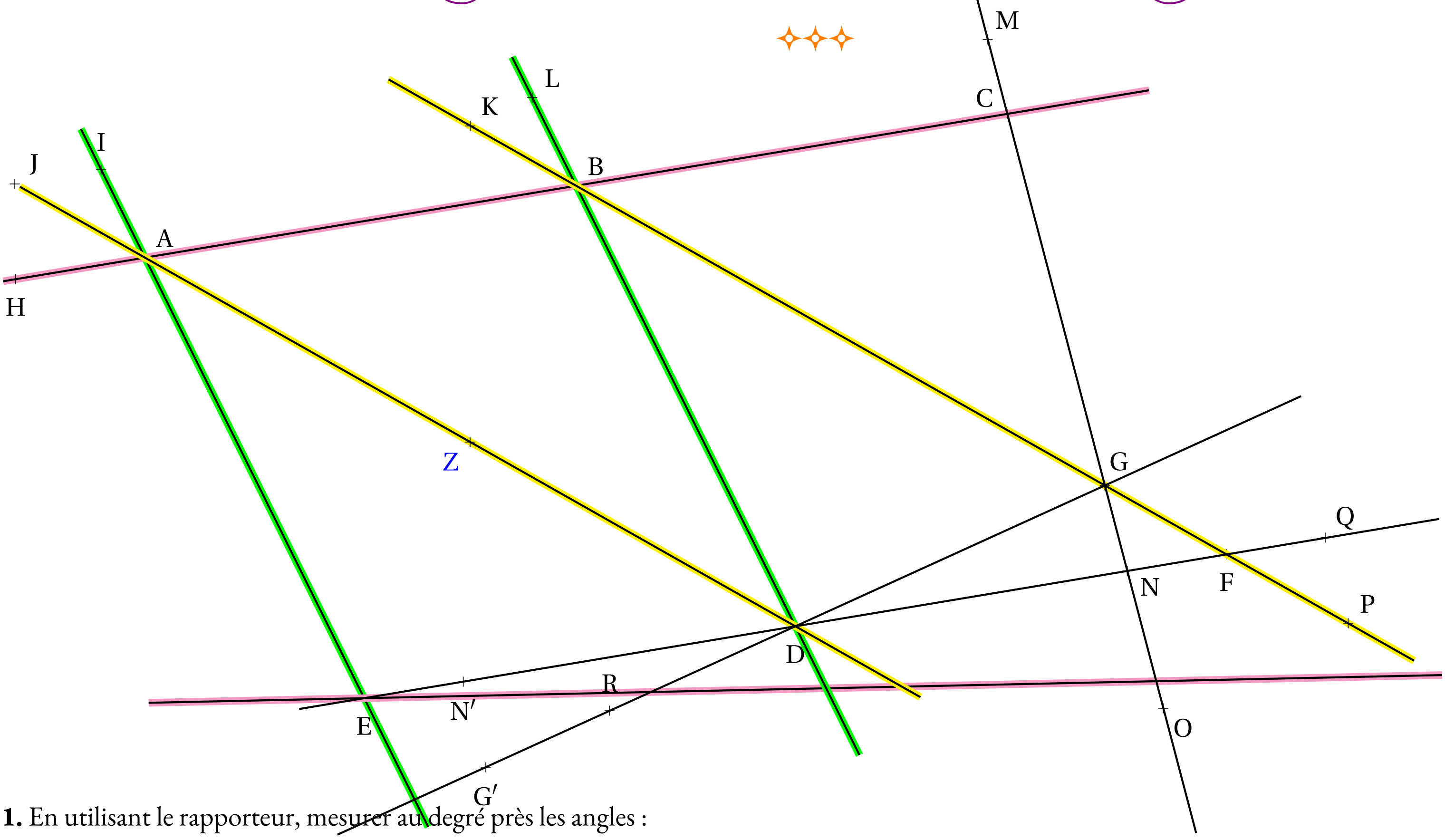
3. Des paires de droites semblent parallèles sur cette figure. Repasser chacune de ces paires de la même couleur.

4. Placer les symétriques N' et G' des points N et G par la symétrie centrale de centre D.
Quel angle est l'image de l'angle $\widehat{GDN}$ par la symétrie centrale de centre D ?

5. Placer Z le milieu du segment [AD]. Quel point est le symétrique du point A par la symétrie de centre Z ?
Quelle droite semble être la droite symétrique de la droite (AB) par la symétrie de centre Z ?
Quel point est le symétrique du point B par la symétrie de centre Z ?
Quel angle est l'image de l'angle $\widehat{BAD}$ par la symétrie centrale de centre Z ?

Des angles à comparer — Correction

✧✧✧



1. En utilisant le rapporteur, mesurer au degré près les angles :

$\widehat{BAD} = 39°$	$\widehat{EDB} = 73°$	$\widehat{BGD} = 49°$	$\widehat{JAI} = 34°$	$\widehat{ONQ} = 81°$	$\widehat{IAB} = 107°$
$\widehat{DAE} = 34°$	$\widehat{ABD} = 107°$	$\widehat{GDB} = 34°$	$\widehat{JAH} = 39°$	$\widehat{GDQ} = 10°$	$\widehat{KBC} = 131°$
$\widehat{BAE} = 73°$	$\widehat{DBG} = 34°$	$\widehat{GDA} = 131°$	$\widehat{KBL} = 34°$	$\widehat{PGO} = 42°$	$\widehat{MCH} = 81°$
$\widehat{AED} = 107°$	$\widehat{GBC} = 39°$	$\widehat{ABG} = 141°$	$\widehat{QFP} = 39°$	$\widehat{DNG} = 81°$	$\widehat{GND} = 81°$
$\widehat{EDA} = 39°$	$\widehat{BCG} = 99°$	$\widehat{DGF} = 131°$	$\widehat{GDF} = 10°$	$\widehat{EDR} = 10°$	$\widehat{ADQ} = 131°$
$\widehat{ADB} = 34°$	$\widehat{CGB} = 42°$	$\widehat{GDF} = 10°$	$\widehat{BFD} = 39°$	$\widehat{KFE} = 39°$	$\widehat{AED} = 107°$

2. Repérer les groupes d'angles égaux en les surlignant.

3. Des paires de droites semblent parallèles sur cette figure. Repasser chacune de ces paires de la même couleur.

4. Placer les symétriques N' et G' des points N et G par la symétrie centrale de centre D.
Quel angle est l'image de l'angle $\widehat{GDN}$ par la symétrie centrale de centre D ?

Il s'agit de l'angle $\widehat{G'DN'} = \widehat{EDR}$. Ces deux angles sont donc égaux. On dit qu'ils sont **opposés par le sommet**.

5. Placer Z le milieu du segment [AD]. Quel point est le symétrique du point A par la symétrie de centre Z ?
Quelle droite semble être la droite symétrique de la droite (AB) par la symétrie de centre Z ?
Quel point est le symétrique du point B par la symétrie de centre Z ?
Quel angle est l'image de l'angle $\widehat{BAD}$ par la symétrie centrale de centre Z ?

Le symétrique du point A est le point D.
La droite (AB) est parallèle à la droite (DE). On sait que le symétrique d'une droite est une droite qui lui est parallèle.
La droite symétrique de (AB) est une donc une droite parallèle à (AB) passant par D, il s'agit de la droite (DE).
De même la droite symétrique de (DB) est la droite (AE).
Ainsi E et B sont symétriques par rapport à Z.

L'angle $\widehat{BAD}$ a donc pour symétrique $\widehat{EDA}$. Ces deux angles sont donc égaux.
On dit qu'ils sont **alternes-internes**.

La somme des angles dans le triangle

Cinquième

Une conjecture

1. Sur papier blanc, tracer quatre triangles ayant les propriété suivantes :

— ABC dont chacun des angles est aigu;

— DEF dont un des angles est obtus;

— GHI dont un angle mesure 137° ;

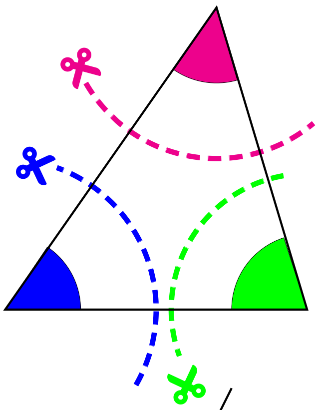
— JKL dont un angle mesure 19° et un autre 71°.

Pour chacun de ces triangles, indiquer sur la figure la mesure des trois angles.

2. Est-il possible de construire un triangle ayant deux angles obtus ?

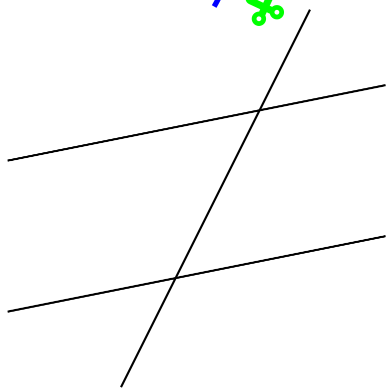
3. Quelle conjecture peut-on faire sur la somme des angles dans un triangle ?

4. Découper en trois un des triangles tracés à la question **1.** comme sur le modèle.
Assembler les trois angles en superposant leurs sommets et un côté puis confirmer la conjecture.



Une première étape : des angles alternes-interne

1. Tracer dans le cahier deux droites parallèles (AB) et (CD).
Tracer une droite (EF) qui coupe (AB) en (CD) en G et H tels que G ∈ [AB] et H ∈ [CD].
On note I le milieu de [GH].



2. Quels sont les symétriques de G et H par rapport à I ?
Quels sont les symétriques des droites (AB), (CD) et (EF) par rapport à I ?
Quels sont les symétriques des angles $\widehat{AGH}$ et $\widehat{BGH}$?

3. Conclusion

La démonstration

1. Dans la cadre ci-contre, tracer un triangle quelconque ABC.
Tracer ensuite la droite (DE) parallèle à (AB) passant par C
de telle manière que C ∈ [DE].

2. Que dire des angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{DCA}$?

3. Que dire des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ECB}$?

4. Conclusion

Deux conséquences

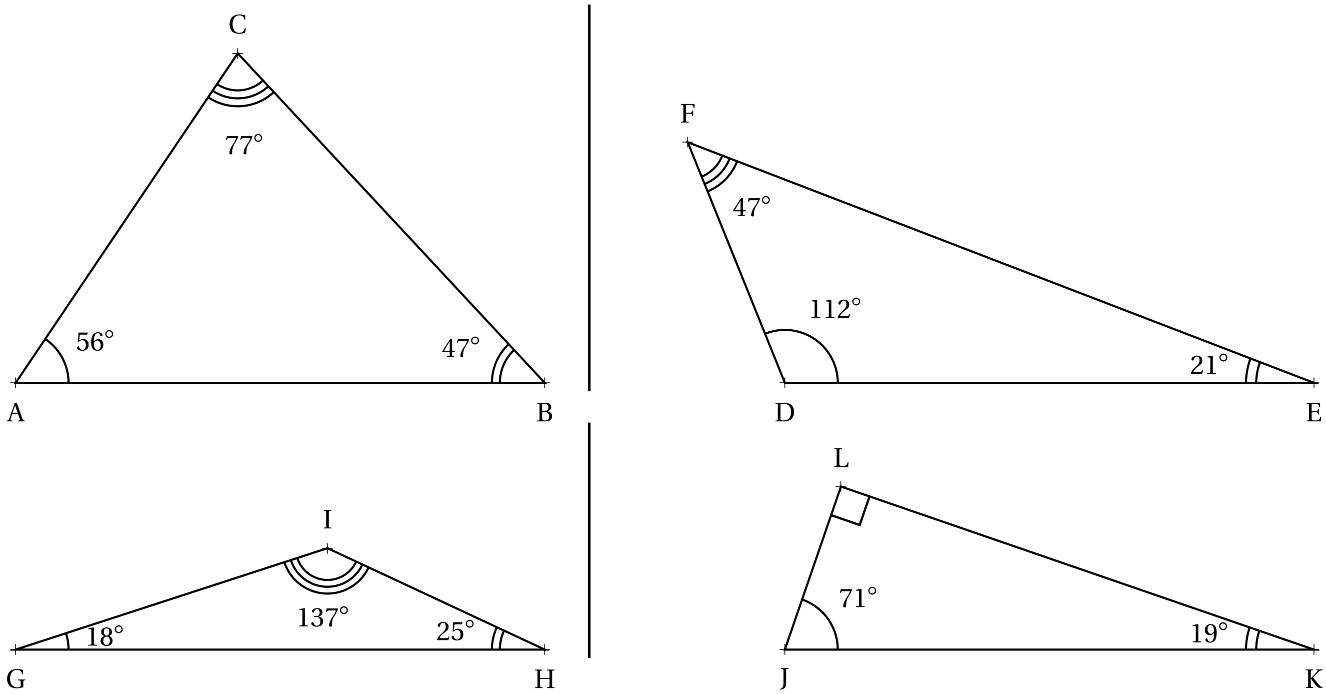
Tracer ci-dessous un triangle RIO tel que
RI = 7 cm, $\widehat{RIO}$ = 32° et $\widehat{IOR}$ = 116°.

Tracer ci-dessous un triangle ZOE isocèle en Z tel que
$\widehat{OZE}$ = 74° et OE = 7 cm

La somme des angles dans le triangle — Correction

Une conjecture

1.

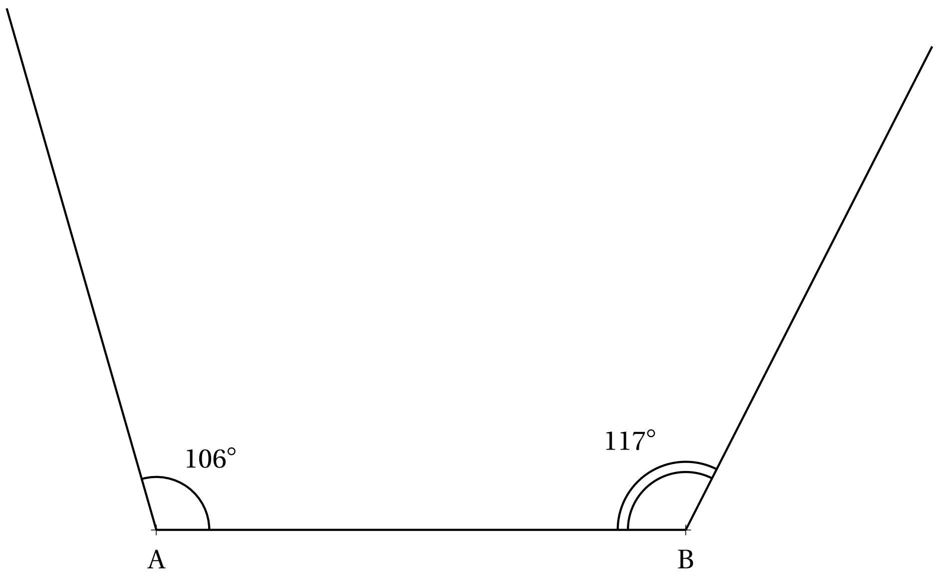


Sur papier blanc, tracer quatre triangles ayant les propriété suivantes :

- ABC dont chacun des angles est aigu ;
- DEF dont un des angles est obtu ;
- GHI dont un angle mesure 137° ;
- JKL dont un angle mesure 19° et un autre 71°.

Pour chacun de ces triangles, indiquer sur la figure la mesure des trois angles.

2.



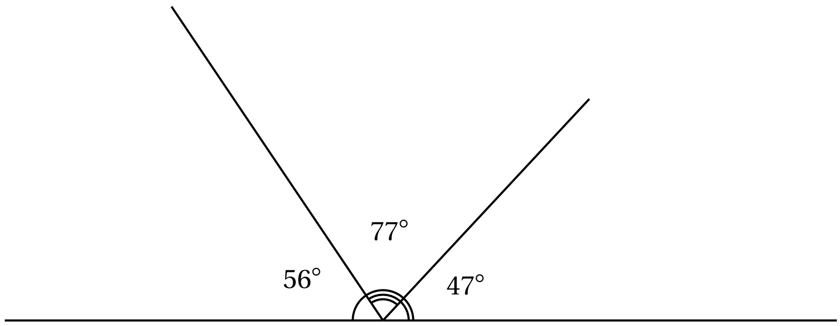
Il ne semble pas possible qu'un triangle ait deux angles obtus !

3. En observant les triangles tracés ci-dessus on a :

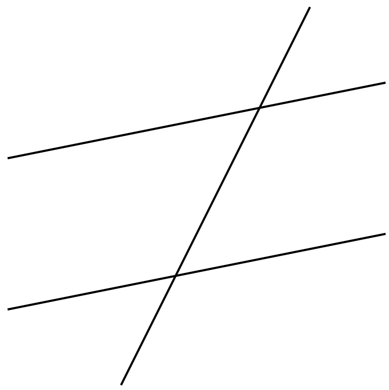
$56° + 47° + 77° = 180°$
$112° + 21° + 47° = 180°$
$137° + 18° + 25° = 180°$
$71° + 19° + 90° = 180°$

Il semble que, dans un triangle, la somme des angles est égale à 180°.

4.



Une première étape : des angles alternes-interne



1. Tracer dans le cahier deux droites parallèles (AB) et (CD).
Tracer une droite (EF) qui coupe (AB) en (CD) en G et H tels que G ∈ [AB] et H ∈ [CD].
On note I le milieu de [GH].

2. Quels sont les symétriques de G et H par rapport à I ?
Quels sont les symétriques des droites (AB), (CD) et (EF) par rapport à I ?
Quels sont les symétriques des angles $\widehat{AGH}$ et $\widehat{BGH}$?

3. Conclusion

La démonstration

1. Dans la cadre ci-contre, tracer un triangle quelconque ABC.
Tracer ensuite la droite (DE) parallèle à (AB) passant par C
de telle manière que C ∈ [DE].

2. Que dire des angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{DCA}$?

3. Que dire des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ECB}$?

4. Conclusion

Deux conséquences

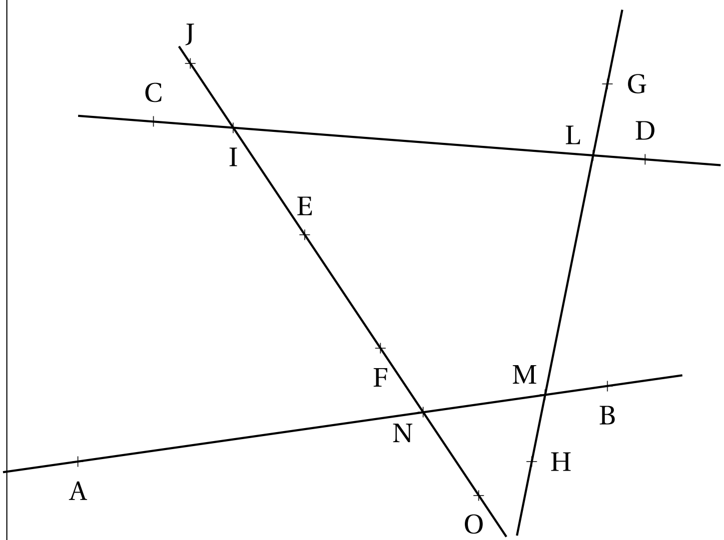
Tracer ci-dessous un triangle RIO tel que
RI = 7 cm, $\widehat{RIO} = 32°$ et $\widehat{IOR} = 116°$.

Tracer ci-dessous un triangle ZOE isocèle en Z tel que
$\widehat{OZE} = 74°$ et OE = 7 cm

Angles particuliers
Cinquième

Entraînement

Exercice n° 1 : Vocabulaire et usage du rapporteur



1. Mesurer les angles $\widehat{INM}$, $\widehat{AMG}$, $\widehat{LIO}$, $\widehat{LMB}$, $\widehat{ONA}$ et $\widehat{EAF}$

2. Lister trois couples d'angles **opposés par le sommet**.

3. Lister trois couples d'angles **alternes-internes**.

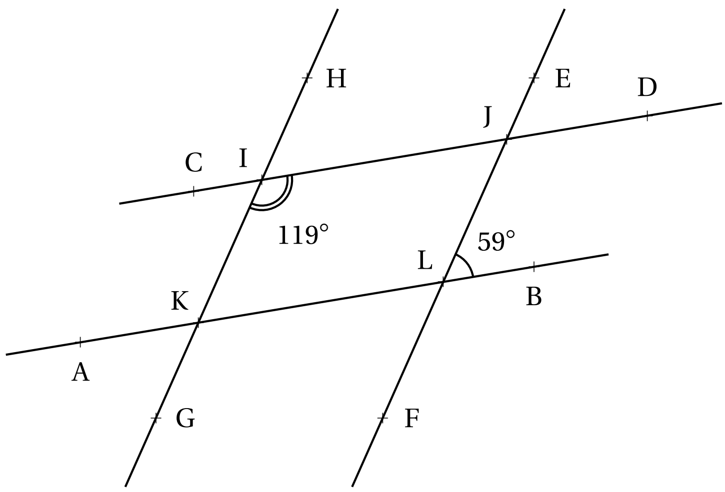
4. Lister trois couples d'angles **correspondants**.

5. Lister trois couples d'angles **supplémentaires**.

Exercice n° 2 : Angles particuliers

Sur la figure ci-contre, qui n'est pas tracée en vraie grandeur, on sait que :

- (CD)//(AB) ;
- (HG) coupe (AB) en K et (CD) en I ;
- (EF) coupe (AB) en L et (CD) en J ;



Répondre à chacune des questions suivantes en justifiant la réponse :

1. Quelle est la mesure de $\widehat{KLF}$?

2. Quelle est la mesure de $\widehat{IJL}$?

3. Quelle est la mesure de $\widehat{EJD}$?

4. Quelle est la mesure de $\widehat{CIK}$?

5. Les droites (EF) et (HG) sont-elles parallèles ?

Exercice n° 3 : Constructions de triangles

Tracer, si possible, chacun des triangles suivants en vraie grandeur dans le cahier.
Les calculs nécessaires à ces constructions doivent être justifié par une phrase.

1. ZUT tel que ZU = 8 cm, $\widehat{UZT} = 56°$ et $\widehat{ZTU} = 63°$.

2. PAF tel que PA = 10 cm, $\widehat{PAF} = 22°$ et $\widehat{PFA} = 123°$.

3. OUH rectangle en H tel que OU = 6 cm et $\widehat{HUO} = 37°$.

4. AIE isocèle en I tel que AE = 4 cm et $\widehat{AIE} = 36°$.

5. WIZ tel que WZ = 7 cm, $\widehat{WIZ} = 36°$, $\widehat{WZI} = 78°$ et $\widehat{IWZ} = 68°$.

Exercice n° 4 : **Une symétrie centrale**

1. Tracer un triangle FAM tel que FA = 8 cm, $\widehat{FAM} = 43°$ et $\widehat{AFM} = 32°$.

2. Placer N le symétrique de M par rapport à F et B le symétrique de A par rapport à F.

3. En justifiant, déterminer les mesures des angles $\widehat{NFB}$, $\widehat{AFN}$ et $\widehat{MFB}$.

4. Lister quatre couples d'angles alternes-internes.

5. Quel est l'image de l'angle $\widehat{AMF}$ par rapport au point F. Justifier la réponse.

6. Quel est l'image de l'angle $\widehat{MAF}$ par rapport au point F. Justifier la réponse.

7. En déduire la mesure des angles $\widehat{MNB}$ et $\widehat{ABN}$.

8. Dans le triangle AMN, déterminer la mesure de l'angle $\widehat{AMN}$.

9. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{BMN}$.

Exercice n° 5 : **Deux, trois, quatre à la suite**

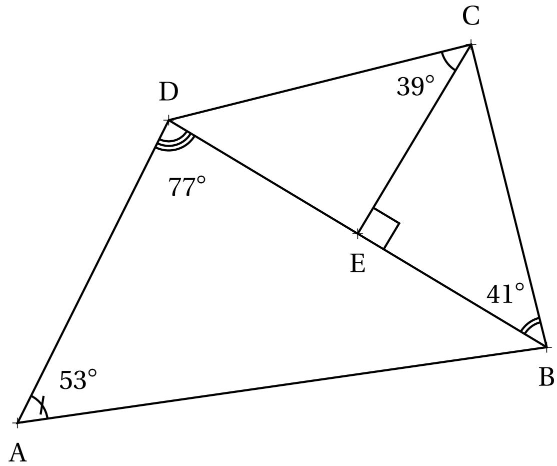
En utilisant les informations fournies sur la figure ci-contre, figure qui n'as pas été tracée en vraie grandeur, répondre aux questions suivantes en justifiant la réponse.

1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{DBA}$.

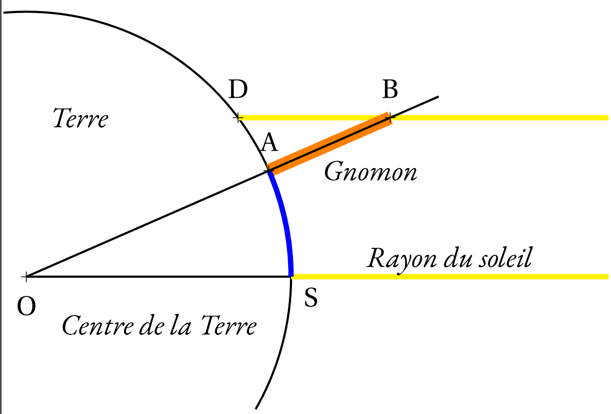
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{CDE}$.

3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ECB}$.

4. Calculer la somme des quatre angles du quadrilatères ABCD.



Exercice n° 6 : **Erathosthène et le rayon de la Terre**



Ératosthène (-276; -194) était le bibliothécaire de la célèbre bibliothèque d'Alexandrie. On lui doit une méthode exceptionnelle pour mesurer le rayon de la Terre. Lors du solstice d'été, il avait observé que le Soleil était directement au zénith à Syène, ne laissant aucune ombre à midi. Cependant, à Alexandrie, au nord de Syène, il a constaté que des objets verticaux projetaient une ombre à midi. Il a mesuré l'angle d'élévation du Soleil à Alexandrie avec un gnomon, il obtint l'angle $\widehat{DAB} \approx 7,2°$.
La distance séparant le Soleil de la Terre permet de considérer que les rayons du Soleil sont parallèles.

1. Citer deux angles alternes-internes sur cette modélisation.

Érathosthène savait que la longueur d'un arc de cercle est proportionnel à l'angle au centre. Il savait également que la distance séparant Alexandrie et Syène était d'environ 800 km.

2. Quelle mesure du rayon de la Terre Érathosthène obtint-il ?

On considère aujourd'hui que le rayon moyen de la Terre mesure environ 6371 km.

Exercice n° 37 : **Pentagone et compagnie**

1. Tracer dans le cahier un pentagone ABCDE sans se soucier de la longueur des côtés ni des angles.

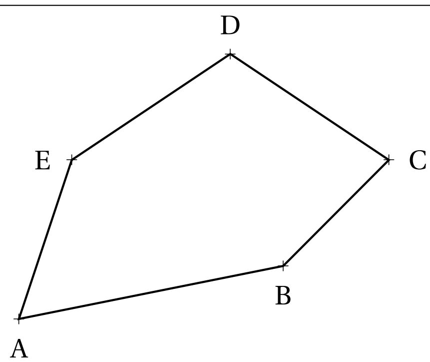
2. Mesurer chacun des cinq angles et faire la somme.

3. Écrire la somme de ces cinq angles en utilisant seulement le nom de ces angles.

4. Tracer [EB] puis (ED).

5. Écrire la somme des angles dans les trois triangles ABE, EBC et DEC en utilisant seulement le nom des angles.

6. En déduire la valeur exacte de la somme des angles dans le pentagone ABCDE.



Entraînement

Angles particuliers — Correction

Entraînement

La chasse au trésor

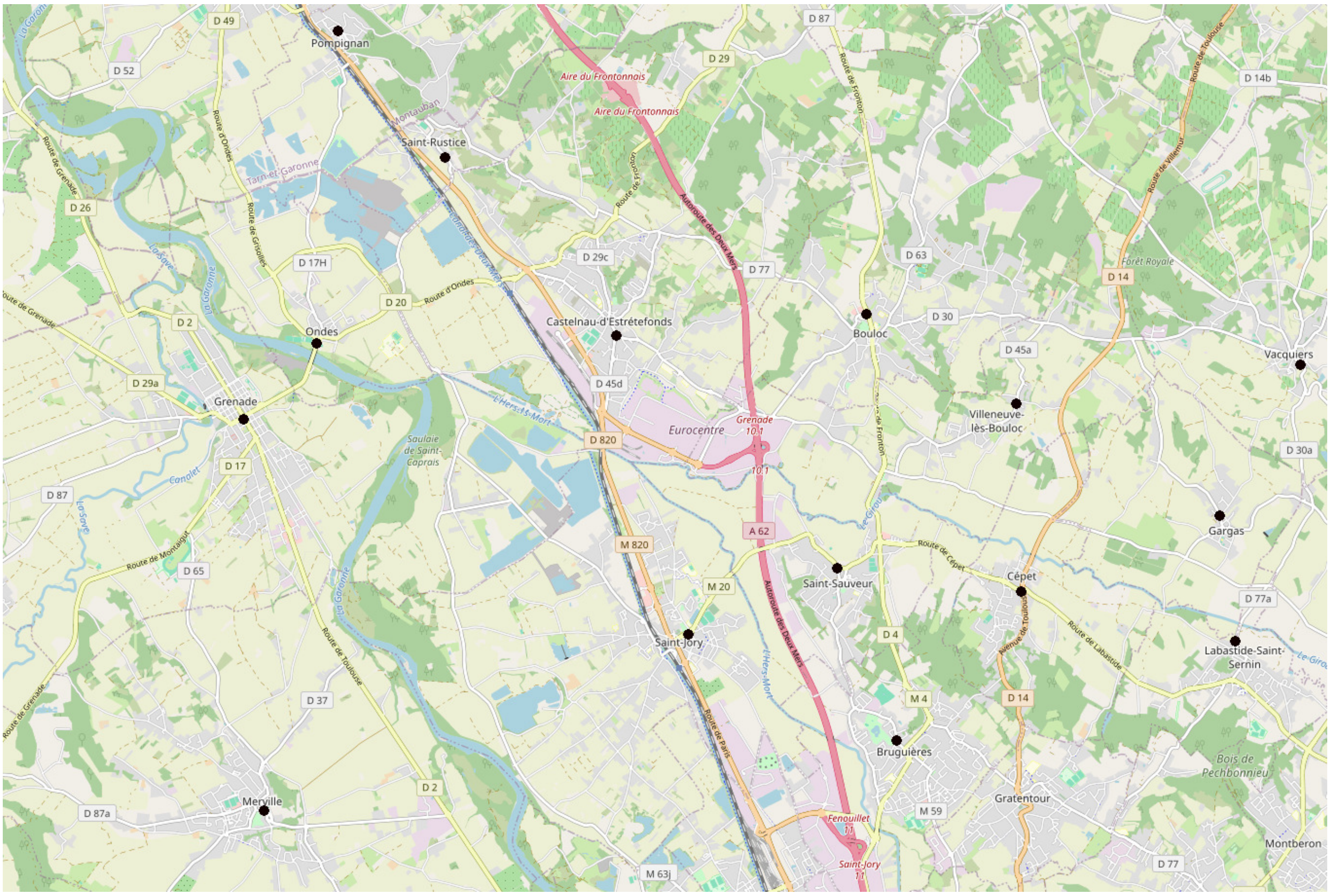
Cinquième

✧✧

Une bouteille de Klein en or a été cachée quelque part, pas très loin de Castelnau d'Estrétefonds.
Pour la découvrir, il suffit de suivre les consignes suivantes en utilisant la carte ci-dessous.
Il faut être précis et laisser les traces de construction pour obtenir l'emplacement exact de ce lieu secret.
Quand une ville est citée dans la consigne, il faut utiliser le point de repère indiqué sur la carte.

- Tracer le triangle dont les sommets sont les villes de Castelnau d'Estrétefonds, de Saint-Rustice et de Villeneuve-lès-Bouloc
- Le symétrique de ce triangle par rapport à Bouloc s'appelle ABC. A est proche de l'A62 et B de la Forêt Royale.
- Le triangle ABD est tel que $\widehat{ABD} = 37°$ et $\widehat{BAD} = 67°$. D est proche d'Eurocentre.
- Le triangle ADE est tel que $\widehat{ADE} = 135°$ et $\widehat{DAE} = 23°$. E est proche de Saint-Jory.
- Mesurer les trois angles du triangle dont les sommets sont Grenade, Pompignan et Ondes.
- Le triangle passant par Bruguières, Cépet et F a exactement les mêmes angles que le triangle précédent. Plus précisément, l'angle de sommet Bruguière est le même que celui de sommet Grenade, l'angle de sommet Cépet est le même que celui de sommet Ondes. F se trouve au nord, à l'extérieur de la carte.
- Le point G est tel que EFG est équilatéral.
- Le triangle de sommets Merville et G a pour troisième sommet le point T. L'angle en Merville mesure 51° et celui en T mesure 80°.
- La bouteille de Klein en or se trouve environ 15 m au dessus du point T.

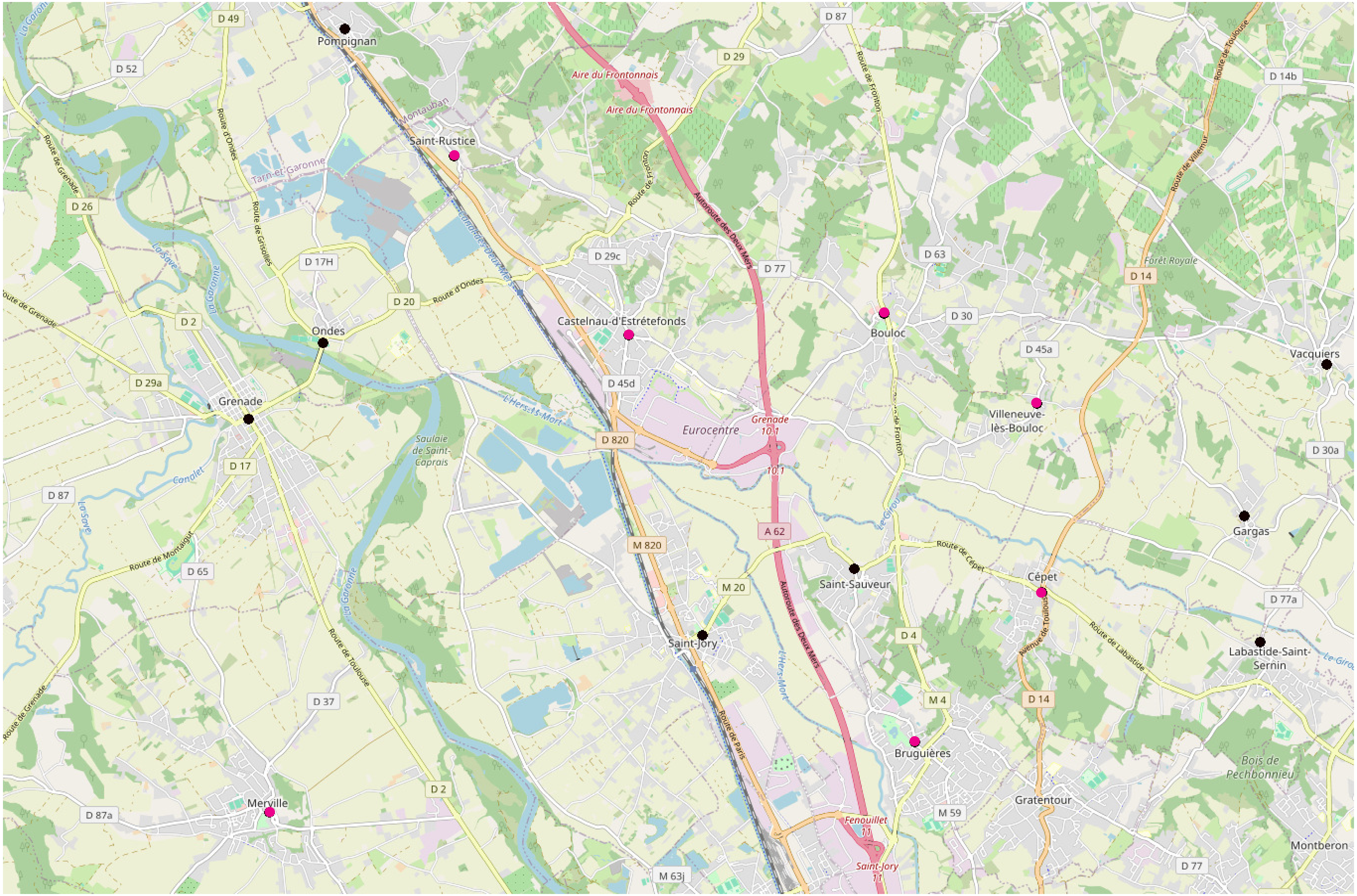
Déterminer sur la carte la position exacte du trésor.



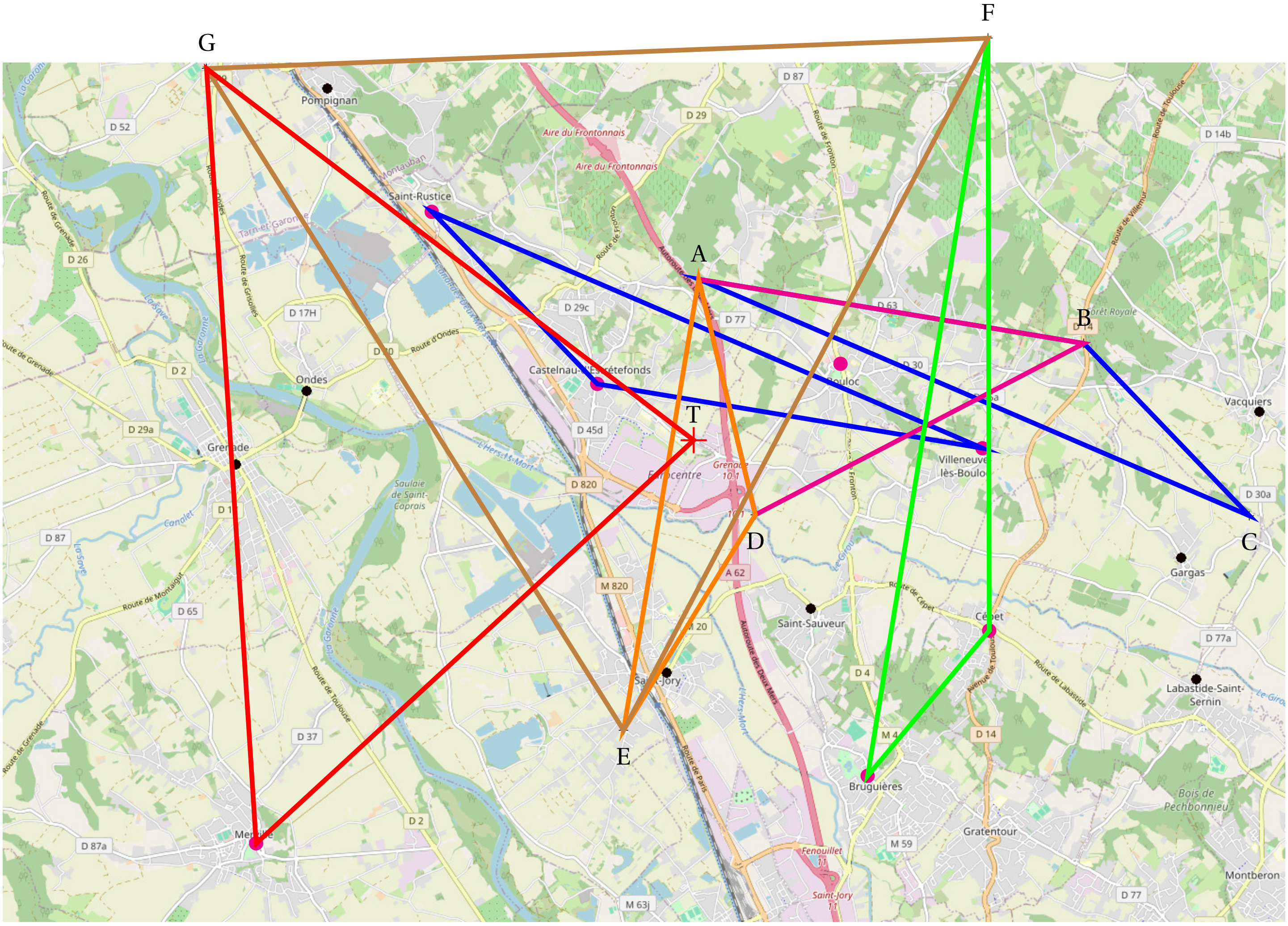
Entraînement

La chasse au trésor — Correction

✧✧



Pompignan
Saint-Rustice
Tarn-et-Garonne
Montauban
Aire du Frontonnais
Aire du Frontonnais
Autoroute des Deux Mers
Castelnau-d'Estrétefonds
Bouloc
Vacquiers
Villeneuve-lès-Bouloc
Forêt Royale
Ondes
Grenade
Eurocentre
Grenade 10.1
10.1
L'Hers-Mort
Saulaie de Saint-Caprais
La Garonne
La Save
Canalet
Le Girou
Gargas
Cépet
Saint-Sauveur
Saint-Jory
Labastide-Saint-Sernin
Bruguières
Gratentour
Montberon
Bois de Pechbonnieu
Merville
Fenouillet 11
Saint-Jory 11
Route de Fronton
Route de Grenade
Route d'Ondes
Route de Grisolles
Route de Montaigut
Route de Toulouse
Route de Paris
Route de Cépet
Route de Labastide
Route de Villemur
Avenue de Toulouse
D 49
D 52
D 26
D 17H
D 20
D 29c
D 29
D 87
D 77
D 63
D 14
D 14b
D 30
D 45a
D 2
D 29a
D 45d
D 820
D 17
D 87
D 65
M 820
A 62
M 20
D 30a
D 77a
D 4
M 4
D 14
D 37
D 2
D 87a
M 59
M 63j
D 77

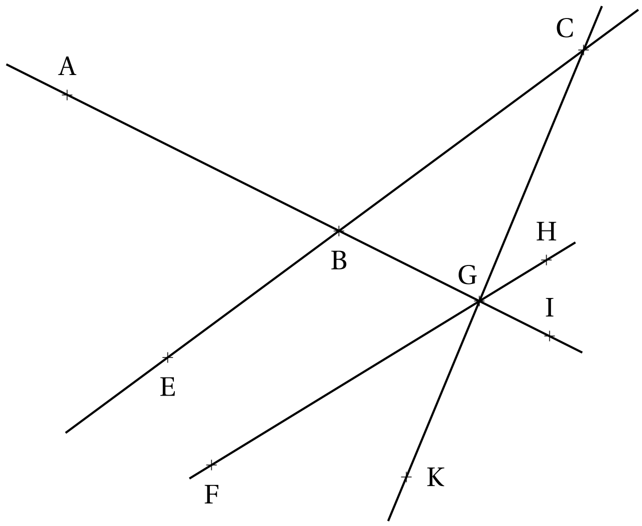


La bouteille de Klein en or se situe 15 m au dessus du point T. En effet, ce point est exactement au rez-de-chaussée du collège de Castelnau d'Estrétefonds, à la verticale de la salle A26 où nous nous trouvons en ce moment. La bouteille de Klein en or est là, au tableau, sous vos yeux !

Évaluation

Cinquième

Exercice n° 1 : *(9 points)*



1. Mesurer les angles $\widehat{BCG}$, $\widehat{ABC}$, $\widehat{CBG}$, $\widehat{HGI}$, $\widehat{EBC}$ et $\widehat{AGB}$.

2. Quelle expression correspond au couple d'angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{EBG}$.

3. Quelle expression correspond au couple d'angles $\widehat{BCG}$ et $\widehat{HGC}$.

4. Quelle expression correspond au couple d'angles $\widehat{KGF}$ et $\widehat{KGH}$.

5. Quelle expression correspond au couple d'angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BGH}$.

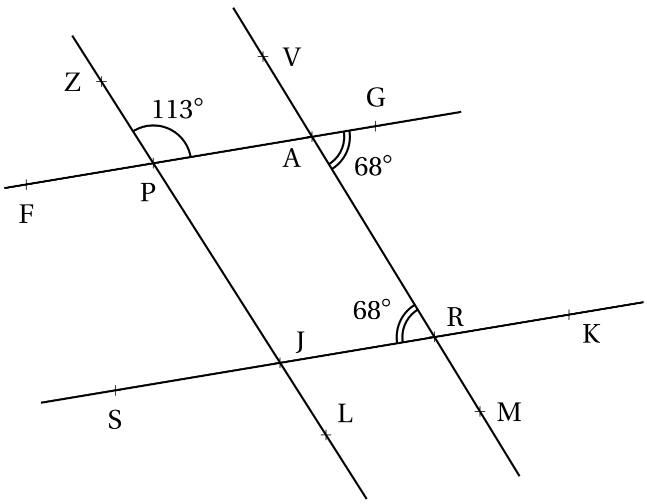
6. Lister un couple d'**angles correspondants** non cité précédemment.

7. Lister un couple d'**angles opposés par le sommet** non cité précédemment.

8. Lister un couple d'**angles supplémentaires** non cité précédemment.

9. Lister un couple d'**angles alternes-internes** non cité précédemment.

Exercice n° 2 : *(6 points)*



1. Expliquer pourquoi les droites (PA) et (SK) sont parallèles.

2. Déterminer la mesure de $\widehat{RJP}$ en justifiant la réponse.

3. Déterminer la mesure de $\widehat{PJS}$ en justifiant la réponse.

4. Les droites (ZL) et (VM) sont-elles parallèles. Justifier la réponse.

Exercice n° 3 : *(5 points)*

1. Tracer, sur la copie, un triangle GTF tel que $GT = 8\,\text{cm}$, $\widehat{TGF} = 26°$ et $\widehat{GTF} = 58°$.

2. Déterminer, en justifiant la réponse, la mesure de l'angle $\widehat{GFT}$.

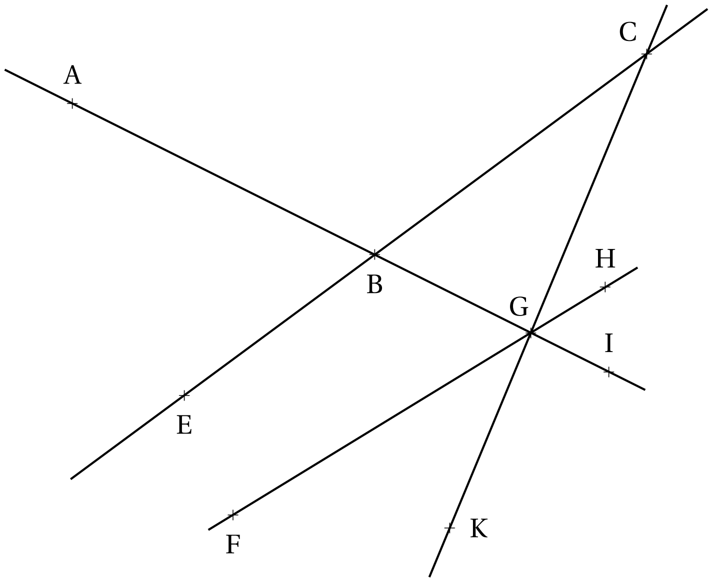
3. Tracer P et B les symétriques respectifs de G et T par rapport à F. Tracer GTPB.

4. Déterminer la mesure des angles $\widehat{BFP}$ et $\widehat{BFG}$. Justifier les réponses.

5. Sachant que les droites (PB) et (GT) sont parallèles.
Déterminer la mesures des angles $\widehat{TBP}$ et $\widehat{GPB}$.

☞ Évaluation — Correction ☜

Exercice n° 1 — Correction



1. Mesurer les angles $\widehat{BCG}$, $\widehat{ABC}$, $\widehat{CBG}$, $\widehat{HGI}$, $\widehat{EBC}$ et $\widehat{AGB}$.

$\boxed{\widehat{BCG} = 31°}$ — $\boxed{\widehat{ABC} = 117°}$ — $\boxed{\widehat{ABC} = 63°}$ — $\boxed{\widehat{HGI} = 58°}$ — $\boxed{\widehat{EBC} = 180°}$ — $\boxed{\widehat{AGB} = 0°}$

2. Quelle expression correspond au couple d'angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{EBG}$.

Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{EBG}$ sont **opposés par le sommet**.

3. Quelle expression correspond au couple d'angles $\widehat{BCG}$ et $\widehat{HGC}$.

Les angles $\widehat{BCG}$ et $\widehat{HGC}$ sont **alternes-internes**.

4. Quelle expression correspond au couple d'angles $\widehat{KGF}$ et $\widehat{KGH}$.

Les angles $\widehat{KGF}$ et $\widehat{KGH}$ sont **supplémentaires**.

5. Quelle expression correspond au couple d'angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BGH}$.

Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BGH}$ sont **correspondants**.

6. Lister un couple d'**angles correspondants** non cité précédemment.

Les angles $\widehat{ABE}$ et $\widehat{AGF}$ sont **correspondants**.

7. Lister un couple d'**angles opposés par le sommet** non cité précédemment.

Les angles $\widehat{ABE}$ et $\widehat{CBG}$ sont **opposés par le sommet**.

8. Lister un couple d'**angles supplémentaires** non cité précédemment.

Les angles $\widehat{ABE}$ et $\widehat{ABC}$ sont **supplémentaires**.

9. Lister un couple d'**angles alternes-internes** non cité précédemment.

Les angles $\widehat{CBG}$ et $\widehat{BGF}$ sont **alternes-internes**.

Exercice n° 2 — Correction

1. Expliquer pourquoi les droites (PA) et (SK) sont parallèles.

Les angles $\widehat{GAR}$ et $\widehat{JRA}$ sont **alternes-internes**. D'autre part, ils sont égaux à 68°.
On sait que **Si les angles alternes-internes sont égaux alors les droites sont parallèles**

$\boxed{\text{Les droites (PA) et (SK) sont donc parallèles.}}$

2. Déterminer la mesure de $\widehat{RJP}$ en justifiant la réponse.

Les angles $\widehat{RJP}$ et $\widehat{APZ}$ sont **correspondants**.
D'autre part (PA)//(SK)
On sait que **Si deux droites sont parallèles alors les angles correspondants sont égaux.**

$\boxed{\text{Les angles } \widehat{RJP} \text{ et } \widehat{JRA} \text{ sont donc égaux à } 113°.}$

3. Déterminer la mesure de $\widehat{PJS}$ en justifiant la réponse.

$\widehat{PJS}$ et $\widehat{RJP}$ sont **supplémentaires**.

Ainsi $\boxed{\widehat{PJS} = 180° - 113° = 67°}$

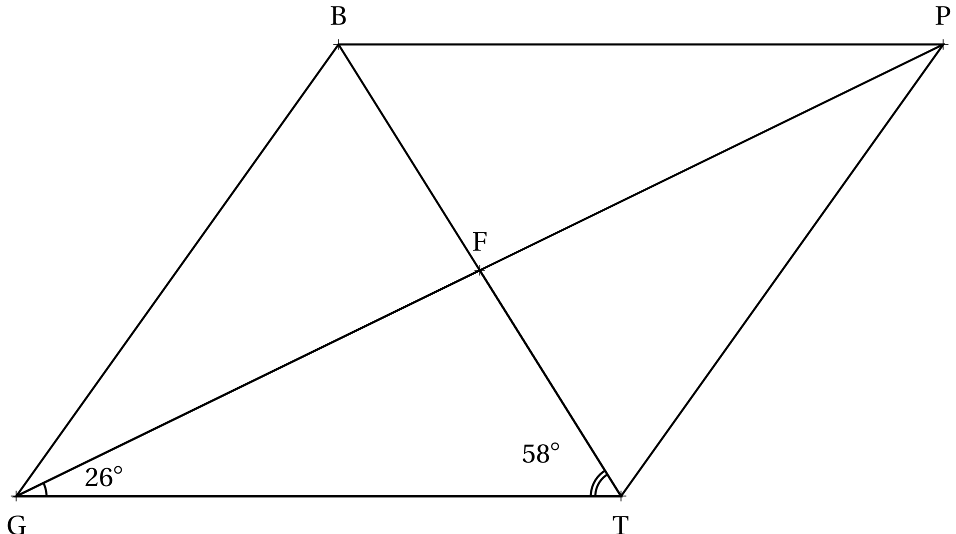
4. Les droites (ZL) et (VM) sont-elles parallèles. Justifier la réponse.

Les angles $\widehat{ARJ}$ et $\widehat{PJS}$ sont **correspondants**.
D'autre par $\widehat{ARJ} = 68°$ er $\widehat{PJS} = 67°$.
On sait que **Si deux angles correspondants ne sont pas égaux alors les droites ne sont pas parallèles.**

$\boxed{\text{Les droites (ZL) et (VM) sont sécantes.}}$

Exercice n° 3 — Correction

1. 3.



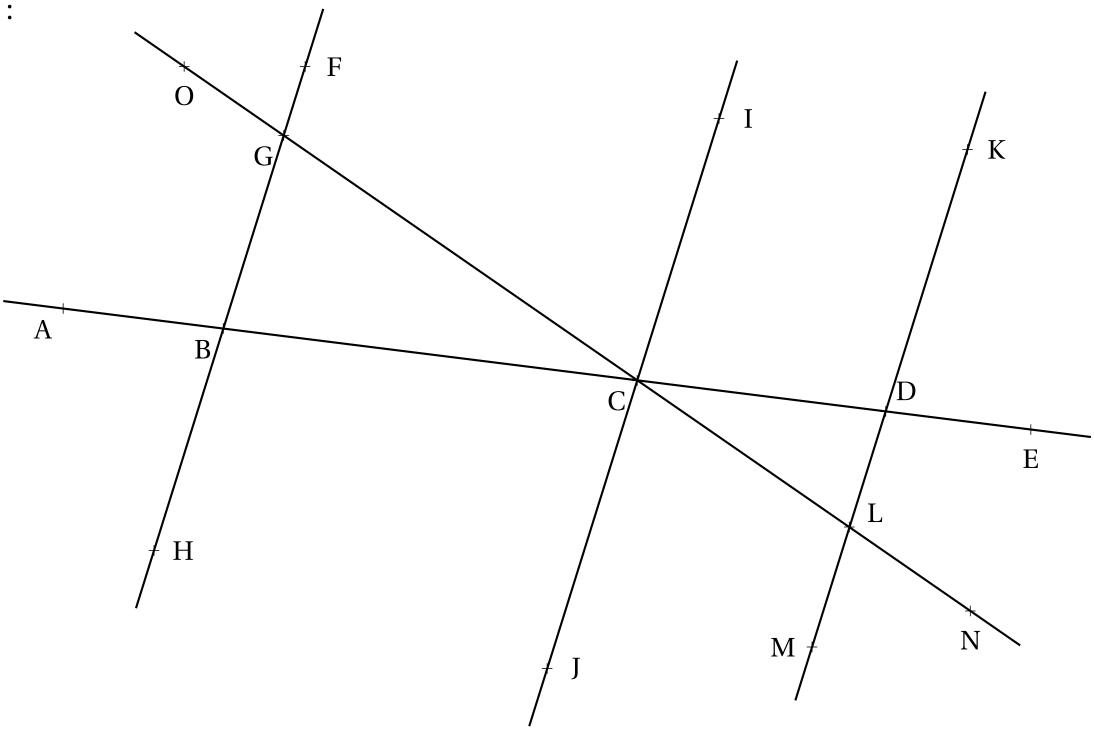
2. On sait que **Dans un triangle la somme des angles est égale à** 180°**.**
Dans le triangle GTF on a :
$\widehat{\text{TGF}} + \widehat{\text{GTF}} + \widehat{\text{GFT}} = 180°$ donc $26° + 58° + \widehat{\text{GFT}} = 180°$ et $84° + \widehat{\text{GFT}} = 180°$.
Finalement $\widehat{\text{GFT}} = 180° - 84° = 96\circ$.

$\boxed{\widehat{\text{GFT}} = 96°}$

Évaluation
Cinquième

Tous les exercices sont à rédiger sur la copie double.

Exercice n° 1 : *(8 points)*



Sur la figure ci-dessus, qui n'est pas tracée en vraie grandeur, on sait que :

$\widehat{KDC} = 110°$, $\widehat{OGF} = 74°$, $\widehat{BCG} = 37°$ et que $\widehat{ICD} = 69°$.

1. Combien mesure l'angle $\widehat{BGC}$? **Justifier la réponse.**

2. Combien mesure l'angle $\widehat{GBC}$? **Justifier la réponse.**

3. Les droites (FH) et (IJ) sont-elles parallèles ? **Justifier la réponse.**

4. Combien mesure l'angle $\widehat{GCI}$? **Justifier la réponse.**

5. Les droites (KL) et (IJ) sont-elles parallèles ? **Justifier la réponse.**

Exercice n° 2 : *(12 points)*

Effectuer les calculs suivants et simplifier au maximum la réponse. Justifier le raisonnement.

$A = \dfrac{5}{3} + \dfrac{8}{3}$

$B = \dfrac{19}{5} - \dfrac{11}{5}$

$C = \dfrac{7}{24} + \dfrac{11}{24}$

$D = 1 + \dfrac{8}{9}$

$E = 3 + \dfrac{7}{3}$

$F = \dfrac{6}{5} + \dfrac{7}{15}$

$G = \dfrac{11}{3} - \dfrac{11}{9}$

$H = \dfrac{13}{21} + \dfrac{9}{7}$

$I = 4 + \dfrac{1}{3} + \dfrac{5}{12}$

$J = 3 - \dfrac{2}{7} + \dfrac{13}{28}$

$K = \dfrac{3}{4} + \dfrac{4}{3} + \dfrac{7}{12}$

$L = 2 + \dfrac{1}{6} - \dfrac{3}{4} + \dfrac{5}{24}$

Exercice n° 3 : *(Bonus)*

À ne rédiger qu'après avoir complètement terminé les deux exercices précédents !

Effectuer les calculs suivants et simplifier au maximum la réponse. Justifier le raisonnement.

$Z = \dfrac{7}{8} - \dfrac{8}{7}$

$Y = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{4}$

$X = \dfrac{3}{5} + \dfrac{1}{6} - \dfrac{1}{12}$

Évaluation — Correction

Exercice n° 1 — Correction

1. $\widehat{BGC}$ et $\widehat{OGF}$ sont opposés par le sommet, ils sont donc égaux. $\boxed{\widehat{BGC} = 74°}$.

2. On sait que **dans un triangle, la somme des angles vaut 180°.**

$\widehat{BGC} + \widehat{BCG} + \widehat{GBC} = 180°$
$74° + 37° + \widehat{GBC} = 180°$
$111° + \widehat{GBC} = 180°$
$\widehat{GBC} = 180° - 111°$

$\boxed{\widehat{GBC} = 69°}$

3. Les angles $\widehat{GBC}$ et $\widehat{ICD}$ sont correspondants, ils ont égaux à 69°.

$\boxed{\text{Les droites (FH) et (IJ) sont donc parallèles.}}$

4. $\widehat{GCI}$ et $\widehat{BGC}$ sont alternes-internes et les droites (FH) et (IJ) sont parallèles.
Ces deux angles sont donc égaux.

$\boxed{\widehat{GCI} = 74°}$

5. $\widehat{BCI} = \widehat{BCG} + \widehat{GCI} = 37° + 74° = 111°$.
Or les angles $\widehat{BCI}$ et $\widehat{KDC}$ sont corresponds, l'un mesure 111° et l'autre 110°.

$\boxed{\text{Les droites (IJ) et (KL) ne sont pas parallèles, elles sont sécantes.}}$

Exercice n° 2 — Correction

Effectuer les calculs suivants et simplifier au maximum la réponse. Justifier le raisonnement.

$A = \dfrac{5}{3} + \dfrac{8}{3}$

$\boxed{A = \dfrac{13}{3}}$

$B = \dfrac{19}{5} - \dfrac{11}{5}$

$\boxed{B = \dfrac{8}{5}}$

$C = \dfrac{7}{24} + \dfrac{11}{24}$

$C = \dfrac{18}{24}$

$C = \dfrac{3 \times 6}{4 \times 6}$

$\boxed{C = \dfrac{3}{4}}$

$D = 1 + \dfrac{8}{9}$

$D = \dfrac{1}{1} + \dfrac{8}{9}$

$D = \dfrac{1 \times 9}{1 \times 9} + \dfrac{8}{9}$

$D = \dfrac{9}{9} + \dfrac{8}{9}$

$\boxed{D = \dfrac{17}{9}}$

$E = 3 + \dfrac{7}{3}$

$E = \dfrac{3}{1} + \dfrac{7}{3}$

$E = \dfrac{3 \times 3}{1 \times 3} + \dfrac{7}{3}$

$E = \dfrac{9}{3} + \dfrac{7}{3}$

$\boxed{E = \dfrac{16}{3}}$

$F = \dfrac{6}{5} + \dfrac{7}{15}$

$F = \dfrac{6 \times 3}{5 \times 3} + \dfrac{7}{15}$

$F = \dfrac{18}{15} + \dfrac{7}{15}$

$F = \dfrac{25}{15}$

$F = \dfrac{5 \times 5}{3 \times 5}$

$\boxed{F = \dfrac{5}{3}}$

$G = \dfrac{11}{3} - \dfrac{11}{9}$

$G = \dfrac{11 \times 3}{3 \times 3} - \dfrac{11}{9}$

$G = \dfrac{33}{9} - \dfrac{11}{9}$

$\boxed{G = \dfrac{22}{9}}$

$H = \dfrac{13}{21} + \dfrac{9}{7}$

$H = \dfrac{13}{21} + \dfrac{9 \times 3}{7 \times 3}$

$H = \dfrac{13}{21} + \dfrac{27}{21}$

$\boxed{H = \dfrac{40}{21}}$

$I = 4 + \dfrac{1}{3} + \dfrac{5}{12}$

$I = \dfrac{4}{1} + \dfrac{1 \times 4}{3 \times 4} + \dfrac{5}{12}$

$I = \dfrac{4 \times 12}{1 \times 12} + \dfrac{4}{12} + \dfrac{5}{12}$

$I = \dfrac{48}{12} + \dfrac{9}{12}$

$I = \dfrac{57}{12}$

$I = \dfrac{19 \times 3}{4 \times 3}$

$\boxed{I = \dfrac{19}{3}}$

$J = 3 - \dfrac{2}{7} + \dfrac{13}{28}$

$J = \dfrac{3}{1} - \dfrac{2 \times 4}{7 \times 4} + \dfrac{13}{28}$

$J = \dfrac{3 \times 28}{1 \times 28} - \dfrac{8}{28} + \dfrac{13}{28}$

$J = \dfrac{84}{28} - \dfrac{8}{28} + \dfrac{13}{28}$

$\boxed{J = \dfrac{89}{28}}$

$K = \dfrac{3}{4} + \dfrac{4}{3} + \dfrac{7}{12}$

$K = \dfrac{3 \times 3}{4 \times 3} + \dfrac{4 \times 4}{3 \times 4} + \dfrac{7}{12}$

$K = \dfrac{9}{12} + \dfrac{16}{12} + \dfrac{7}{12}$

$K = \dfrac{32}{12}$

$K = \dfrac{8 \times 4}{3 \times 4}$

$\boxed{K = \dfrac{8}{3}}$

$L = 2 + \dfrac{1}{6} - \dfrac{3}{4} + \dfrac{5}{24}$

$L = \dfrac{2}{1} + \dfrac{1 \times 4}{6 \times 4} - \dfrac{3 \times 6}{4 \times 6} + \dfrac{5}{24}$

$L = \dfrac{2 \times 24}{1 \times 24} + \dfrac{4}{24} - \dfrac{18}{24} + \dfrac{5}{24}$

$L = \dfrac{48}{24} + \dfrac{4}{24} - \dfrac{18}{24} + \dfrac{5}{24}$

$L = \dfrac{39}{24}$

$L = \dfrac{13 \times 3}{8 \times 3}$

$\boxed{L = \dfrac{13}{8}}$

Exercice n° 3 : *(Bonus)*

À ne rédiger qu'après avoir complètement terminé les deux exercices précédents !

Effectuer les calculs suivants et simplifier au maximum la réponse. Justifier le raisonnement.

$Z = \frac{7}{8} - \frac{8}{7}$

$Z = \frac{7 \times 7}{8 \times 7} - \frac{8 \times 8}{7 \times 8}$

$Z = \frac{49}{56} - \frac{64}{56}$

$\boxed{Z = -\frac{15}{56}}$

$Y = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

$Y = \frac{1 \times 6}{2 \times 6} - \frac{1 \times 4}{3 \times 4} + \frac{1 \times 3}{4 \times 3}$

$Y = \frac{6}{12} - \frac{4}{12} + \frac{3}{12}$

$\boxed{Y = \frac{5}{12}}$

$X = \frac{3}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{12}$

$X = \frac{3 \times 12}{5 \times 12} + \frac{1 \times 10}{6 \times 10} - \frac{1 \times 5}{12 \times 5}$

$X = \frac{36}{60} + \frac{10}{60} - \frac{5}{60}$

$\boxed{X = \frac{41}{60}}$

Évaluation

Cinquième

Exercice n° 1 : Construire des triangles *(10 points)*

Tracer chacun des sept triangles suivants en justifiant au préalable, la possibilité de cette contruction.
Mesurer ensuite chacun des angles du triangles, indiquer sur la figure ces mesures.

1. ABC tel que $\mathrm{AB} = 75\,\mathrm{mm}$, $\mathrm{BC} = 87\,\mathrm{mm}$ et $\mathrm{AC} = 67\,\mathrm{mm}$.

2. DEF tel que $\mathrm{DE} = 56\,\mathrm{mm}$, $\mathrm{EF} = 36\,\mathrm{mm}$ et $\mathrm{DF} = 92\,\mathrm{mm}$.

3. GHI tel que $\mathrm{GH} = 32\,\mathrm{mm}$, $\mathrm{HI} = 45\,\mathrm{mm}$ et $\mathrm{GI} = 81\,\mathrm{mm}$.

4. JKL isocèle en J tel que $\mathrm{KL} = 3\,\mathrm{cm}$ et $\mathrm{JK} = 5\,\mathrm{cm}$.

5. MNO tel que $\mathrm{MN} = 7\,\mathrm{cm}$, $\widehat{\mathrm{MNO}} = 56°$ et $\widehat{\mathrm{NMO}} = 47°$.

6. PQR tel que $\mathrm{PQ} = 4\,\mathrm{cm}$, $\widehat{\mathrm{QPR}} = 135°$ et $\widehat{\mathrm{PQR}} = 23°$.

7. STU tel que $\mathrm{ST} = 6\,\mathrm{cm}$, $\widehat{\mathrm{STU}} = 54°$ et $\widehat{\mathrm{SUT}} = 67°$.

8. VWX tel que $\mathrm{VW} = 9\,\mathrm{cm}$, $\widehat{\mathrm{VXW}} = 112°$ et $\widehat{\mathrm{VWX}} = 34°$.

NOM : **PRÉNOM :** **Classe :**

Compétences et savoirs faire	MI	MF	MS	TB
Tracer un triangle connaissant les trois mesures des côtés				
Utiliser l'inégalité triangulaire				
Tracer un triangle connaissant deux angles				

Commentaires :

Évaluation — Correction

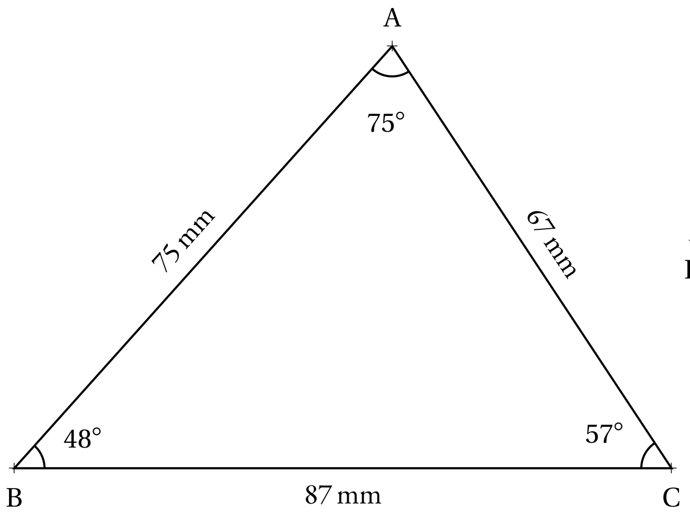
Exercice n° 1 **Correction**

Construire des triangles

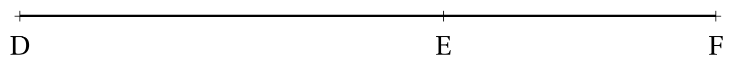
Tracer chacun des sept triangles suivants en justifiant au préalable, la possibilité de cette contruction.
Mesurer ensuite chacun des angles du triangles, indiquer sur la figure ces mesures.

1. ABC tel que AB = 75 mm, BC = 87 mm et AC = 67 mm.
2. DEF tel que DE = 56 mm, EF = 36 mm et DF = 92 mm.
3. GHI tel que GH = 32 mm, HI = 45 mm et GI = 81 mm.
4. JKL isocèle en J tel que KL = 3 cm et JK = 5 cm.
5. MNO tel que MN = 7 cm, $\widehat{MNO} = 56°$ et $\widehat{NMO} = 47°$.
6. PQR tel que PQ = 4 cm, $\widehat{QPR} = 135°$ et $\widehat{PQR} = 23°$.
7. STU tel que ST = 6 cm, $\widehat{STU} = 54°$ et $\widehat{SUT} = 67°$.
8. VWX tel que VW = 9 cm, $\widehat{VXW} = 112°$ et $\widehat{VWX} = 34°$.

Comme 75 mm + 67 mm = 142 mm > 87 mm ce triangle existe.



Comme 56 mm+36 mm = 92 mm ce triangle existe, il est plat !



Évaluation

Cinquième

Exercice n° 1 : Construire des triangles *(10 points)*

Tracer chacun des sept triangles suivants en justifiant au préalable, la possibilité de cette contruction.
Mesurer ensuite chacun des angles du triangles, indiquer sur la figure ces mesures.

1. ABC tel que $\mathrm{AB} = 65\,\mathrm{mm}$, $\mathrm{BC} = 83\,\mathrm{mm}$ et $\mathrm{AC} = 77\,\mathrm{mm}$.

2. DEF tel que $\mathrm{DE} = 46\,\mathrm{mm}$, $\mathrm{EF} = 38\,\mathrm{mm}$ et $\mathrm{DF} = 84\,\mathrm{mm}$.

3. GHI tel que $\mathrm{GH} = 56\,\mathrm{mm}$, $\mathrm{HI} = 37\,\mathrm{mm}$ et $\mathrm{GI} = 86\,\mathrm{mm}$.

4. JKL isocèle en J tel que $\mathrm{KL} = 4\,\mathrm{cm}$ et $\mathrm{JK} = 6\,\mathrm{cm}$.

5. MNO tel que $\mathrm{MN} = 7\,\mathrm{cm}$, $\widehat{\mathrm{MNO}} = 49°$ et $\widehat{\mathrm{NMO}} = 58°$.

6. PQR tel que $\mathrm{PQ} = 4\,\mathrm{cm}$, $\widehat{\mathrm{QPR}} = 127°$ et $\widehat{\mathrm{PQR}} = 28°$.

7. STU tel que $\mathrm{ST} = 6\,\mathrm{cm}$, $\widehat{\mathrm{STU}} = 59°$ et $\widehat{\mathrm{SUT}} = 71°$.

8. VWX tel que $\mathrm{VW} = 9\,\mathrm{cm}$, $\widehat{\mathrm{VXW}} = 103°$ et $\widehat{\mathrm{VWX}} = 38°$.

NOM : **PRÉNOM :** **Classe :**

Compétences et savoirs faire	MI	MF	MS	TB
Tracer un triangle connaissant les trois mesures des côtés				
Utiliser l'inégalité triangulaire				
Tracer un triangle connaissant deux angles				

Commentaires :

Évaluation — Correction

Exercice nº 1 — Correction

Question de cours

Faire la liste, sur votre copie, de tous les nombres premiers inférieurs à 30.

2 — 3 — 5 — 7 — 11 — 13 — 17 — 19 — 23 — 29

Exercice nº 2 — Correction

Le cinéma

1. Combien il y a-t-il de fauteuil dans chaque rangée de ce cinéma ?

$$\begin{array}{r|l} 182 & 14 \\ -14 & \overline{13} \\ \hline 42 & \\ -42 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Il y a 13 fauteuils par rangée.

2. Les élèves se sont installés les uns à côtés des autres, sans aucune place disponible depuis le premier rang.
Combien de rangées sont complètement vide ?
Combien de places sont disponibles sur la dernière rangée occupée ?

$$\begin{array}{r|l} 157 & 13 \\ -13 & \overline{12} \\ \hline 27 & \\ -26 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

Il y a 12 rangées pleines, une avec 1 élèves et 12 places vides et un rangée entièrement vide.

Exercice nº 3 — Correction

Diviseurs et multiples

1. Faire la liste de tous les diviseurs de 96, de 84 et de 29.

96 : 1 — 2 — 3 — 4 — 6 — 8 — 12 — 16 — 24 — 32 — 48 — 96
84 : 1 — 2 — 3 — 4 — 6 — 14 — 24 — 28 — 48 — 84
29 : 1 — 29

2. Faire la liste des multiples de 19 compris entre 2024 et 2100.

$$\begin{array}{r|l} 2024 & 19 \\ -19 & \overline{106} \\ \hline 12 & \\ -0 & \\ \hline 124 & \\ -114 & \\ \hline 10 & \end{array}$$

Donc $107 \times 19 = 2033$ est le premier. $108 \times 19 = 2052$, $109 \times 19 = 2071$, $110 \times 19 = 2090$ le dernier.

Exercice nº 4 — Correction

Une après-midi devant nos écrans

Ma soeur et moi avons décidé de passer une après-midi entière, chacun devant nos tablettes à regarder nos animés préférés.
Nous commençons à 14h et convenons de cesser quand chacun de nos épisodes s'arrêtera exactement au même moment.
Ma soeur regarde Demon Slayer, chaque épisode dure 24 minutes.
Moi, je préfère My Hero Academia, chaque épisode dure 14 minutes.

À quelle heure les épisodes de nos deux séries cesseront au même moment pour la première fois ?
Il faut faire la liste des multiples de 24 et 14 jusqu'à trouver un multiple commun.

24 : 24 — 48 — 72 — 96 — 120 — 144 — 168 — 192
14 : 14 — 28 — 42 — 56 — 70 — 84 — 98 — 112 — 126 — 140 — 154 — 168 — 182

$\boxed{\text{Nous terminerons dans 168 minutes soit 2 h 48 min, à 16 h 48 min}}$

Exercice n° 5 — Correction

Les macarons

Arthur est en stage chez un pâtissier. Celui-ci vient de préparer 240 macarons au caramel et 288 macarons à la framboise.
Il lui demande de constituer **un maximum de lots, tous identiques, sans qu'il ne reste aucun macaron**.

1. Arthur commence par préparer des lots contenant 6 macarons au caramel et 8 à la framboise.
A-t-il réalisé correctement la commande ? Justifier votre réponse.

$$\begin{array}{r|l} 240 & 6 \\ \hline -24 & 40 \\ 00 & \\ -0 & \\ \hline 0 & \end{array} \quad \text{et} \quad \begin{array}{r|l} 288 & 8 \\ \hline -24 & 36 \\ 48 & \\ -48 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

donc il ne pourrait faire que 36 sachets identiques.

2. Arthur décide de préparer des 24 lots.
A-t-il réalisé correctement la commande ? Justifier votre réponse.

$$\begin{array}{r|l} 240 & 24 \\ \hline -24 & 10 \\ 00 & \\ -0 & \\ \hline 0 & \end{array} \quad \text{et} \quad \begin{array}{r|l} 288 & 24 \\ \hline -24 & 12 \\ 48 & \\ -48 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

donc il pourrait faire que 24 sachets identiques avec 10 macarons au caramel et 12 à la framboise.

3.a. Faire la liste des 20 diviseurs de 240 et des 16 diviseurs de 288.

240 : 1 — 2 — 3 — 4 — 5 — 6 — 8 — 10 — 12 — 15 — 16 — 20 — 24 — 30 — 40 — **48** — 60 — 80 — 120 — 240
288 : 1 — 2 — 3 — 4 — 6 — 8 — 12 — 16 — 18 — 24 — 36 — **48** — 72 — 96 — 144 — 288

3.b. Combien de lots au maximum Arthur pourra-t-il faire ?

$\boxed{\text{Il pourra faire 48 lots}}$

3.c. Dans ce cas, combien de macarons de chaque sorte doit-il placer dans un lot ?

$240 = 48 \times 5$ et $288 = 48 \times 6$ donc $\boxed{\text{il pourra faire 48 lots avec 5 macarons au caramel et 6 macarons à la framboise.}}$

Évaluation

Cinquième

Exercice : Construire des triangles

Tracer chacun des sept triangles suivants, puis mesurer chacun des angles au degré près et chacun des côté au millimètre près puis indiquer sur la figure ces mesures.

1. ABC tel que $AB = 65\,mm$, $BC = 83\,mm$ et $AC = 77\,mm$.

2. DEF tel que $DE = 46\,mm$, $EF = 38\,mm$ et $DF = 84\,mm$.

3. GHI tel que $GH = 7\,cm$, $\widehat{GHI} = 32°$ et $\widehat{HGI} = 67°$.

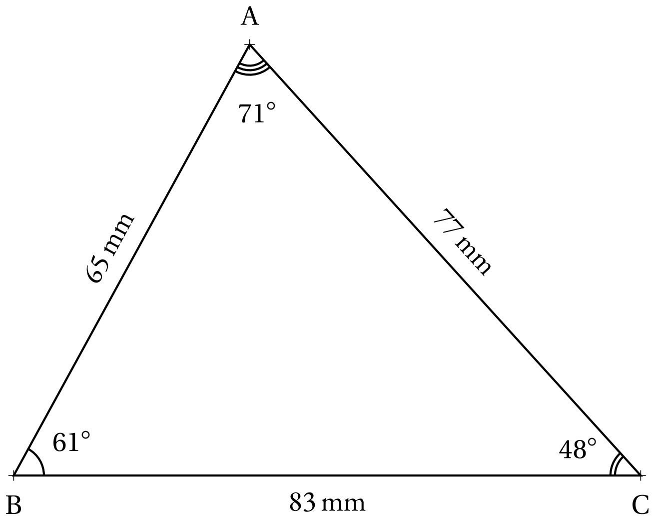
4. JKL tel que $JK = 8\,cm$, $\widehat{JKL} = 37°$ et $\widehat{KJL} = 53°$.

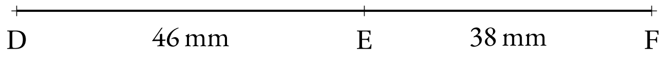
5. MNO tel que $MN = 9\,cm$, $\widehat{NMO} = 26°$ et $\widehat{MNO} = 77°$.

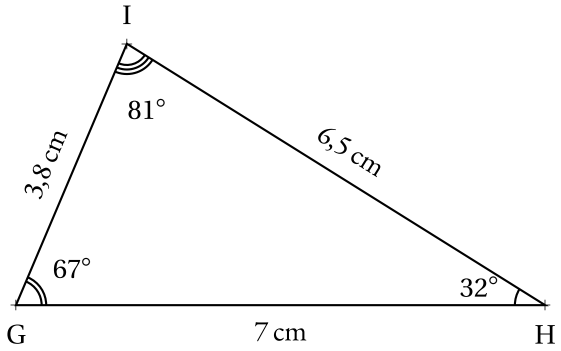
6. PQR tel que $PQ = 5\,cm$, $\widehat{QPR} = 134°$ et $\widehat{PQR} = 15°$

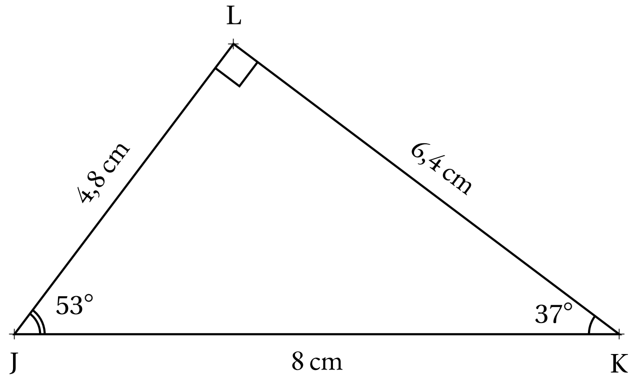
7. STU tel que $ST = 6\,cm$, $\widehat{STU} = \widehat{TSU} = 60°$.

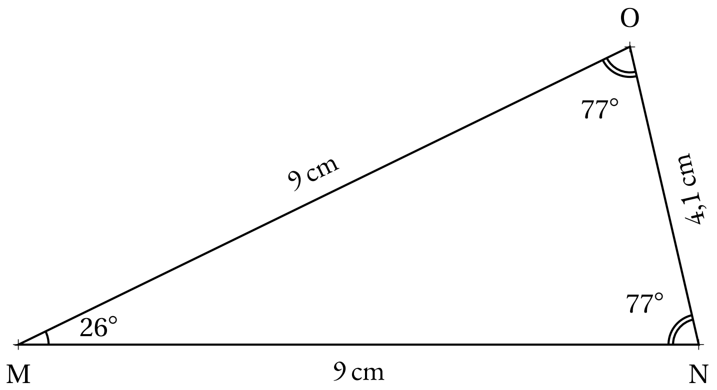
☞ Évaluation — Correction ☜

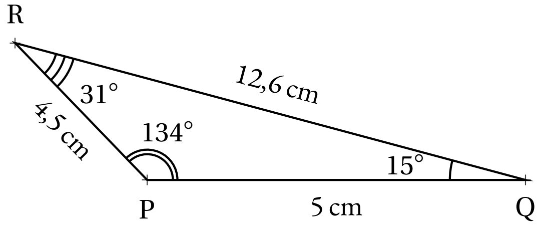


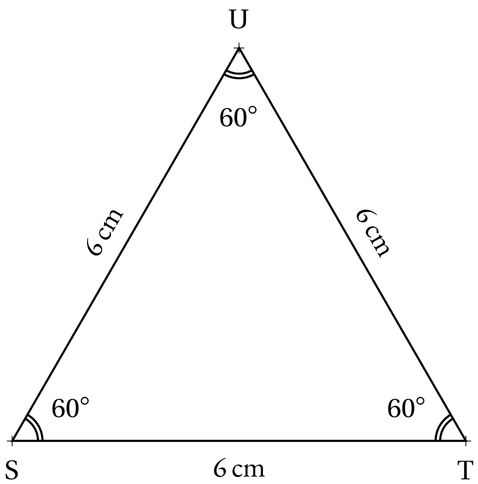












Évaluation

Cinquième

Exercice : **Construire des triangles**

Tracer chacun des sept triangles suivants, puis mesurer chacun des angles au degré près et chacun des côté au millimètre près puis indiquer sur la figure ces mesures.

1. ABC tel que $AB = 72\,\text{mm}$, $BC = 87\,\text{mm}$ et $AC = 57\,\text{mm}$.

2. DEF tel que $DE = 51\,\text{mm}$, $EF = 42\,\text{mm}$ et $DF = 93\,\text{mm}$.

3. GHI tel que $GH = 8\,\text{cm}$, $\widehat{GHI} = 35°$ et $\widehat{HGI} = 62°$.

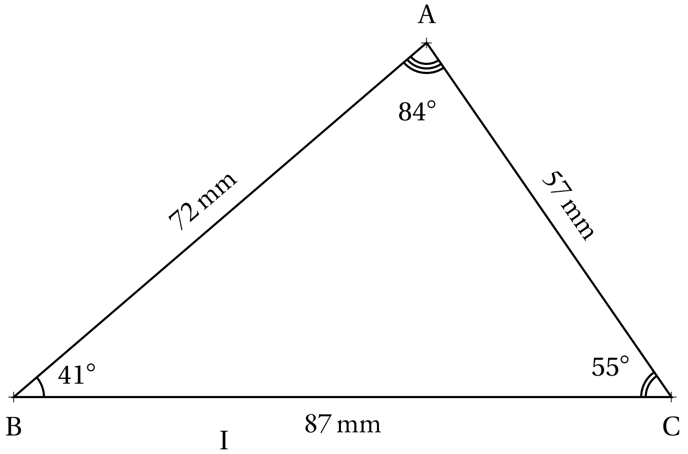
4. JKL tel que $JK = 7\,\text{cm}$, $\widehat{JKL} = 32°$ et $\widehat{KJL} = 53°$.

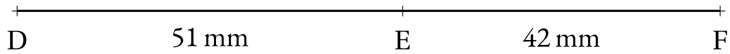
5. MNO tel que $MN = 9\,\text{cm}$, $\widehat{NMO} = 34°$ et $\widehat{MNO} = 73°$.

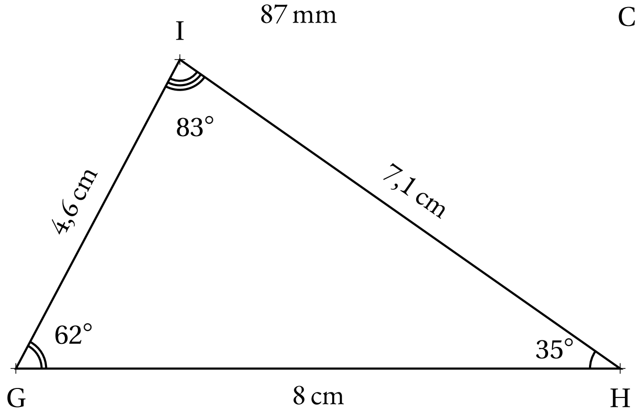
6. PQR tel que $PQ = 6\,\text{cm}$, $\widehat{QPR} = 127°$ et $\widehat{PQR} = 19°$

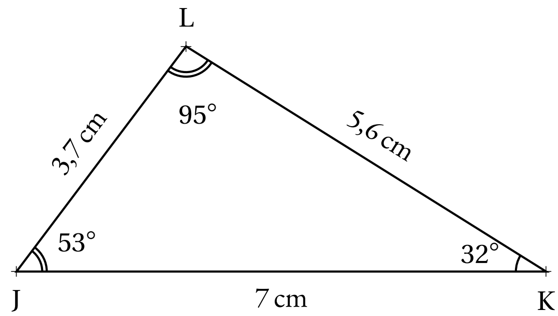
7. STU tel que $ST = 7\,\text{cm}$, $\widehat{STU} = \widehat{TSU} = 60°$.

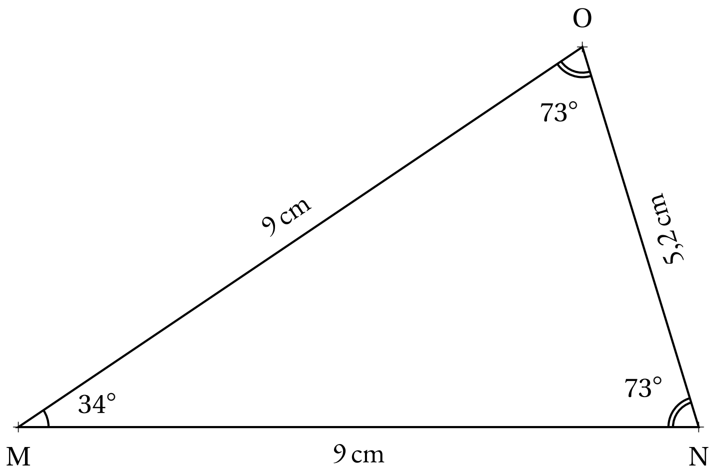
☞ Évaluation — Correction ☜

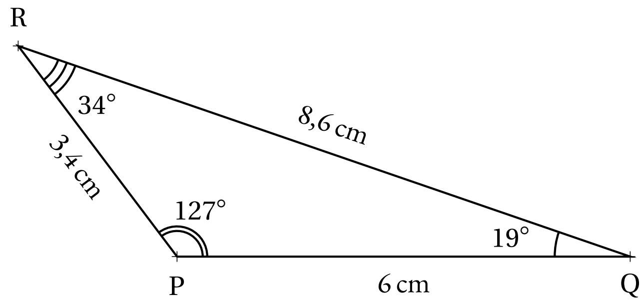


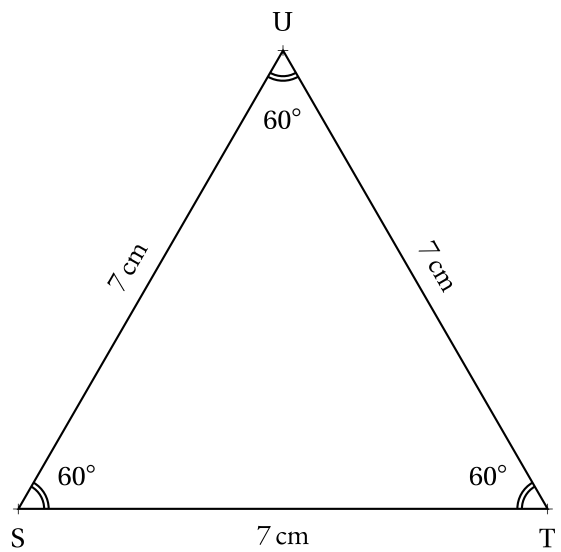










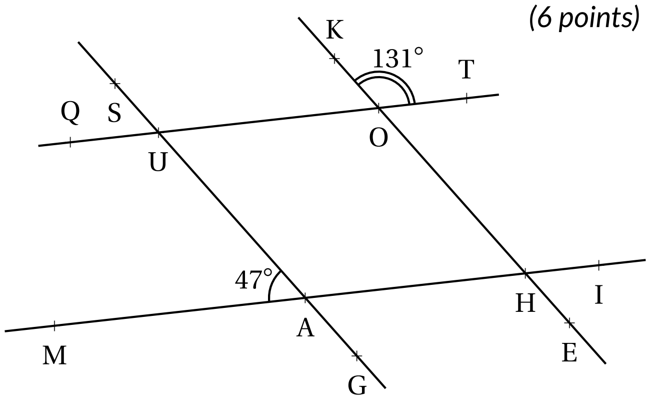


Évaluation

Cinquième

Exercice nº 1 : Ne pas croire ce que l'on voit - Épisode 1 *(6 points)*

La figure ci-contre n'a pas été tracée en vraie grandeur.



On sait que : $(QT)//(MI)$, $\widehat{MAU} = 47°$ et $\widehat{KOT} = 131°$.

Chacune des réponses doit-être justifiée !

1. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{HAG}$.

2. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{QUS}$.

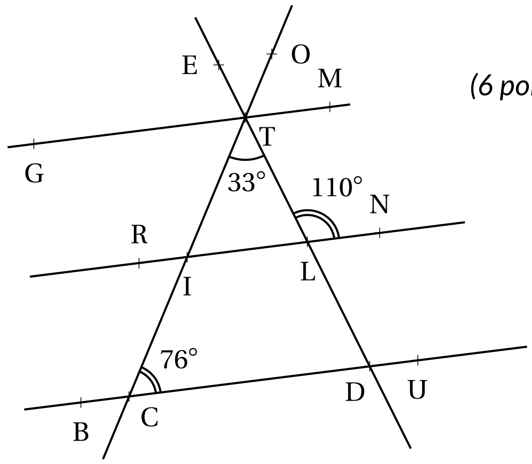
3. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{TOH}$.

4. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{OHA}$.

5. Les droites (SG) et (KE) sont-elles parallèles ?

Exercice nº 2 : Ne pas croire ce que l'on voit - Saison 2 *(6 points)*

La figure ci-contre n'a pas été tracée en vraie grandeur.



On sait que : $(GM)//(BU)$, $\widehat{ITL} = 33°$, $\widehat{TCD} = 76°$ et $\widehat{TLN} = 110°$.

Chacune des réponses doit-être justifiée !

1. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ETO}$

2. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{TLI}$.

3. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{TIL}$.

4. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{TDC}$.

5. Les droites (RN) et (BU) sont-elles parallèles ?

Exercice nº 3 : Fractions *(2 points)*

Compléter directement sur le sujet :

$7 \times \quad\quad = 9$

$\quad\quad \times \frac{3}{7} =$

$9 \times \quad\quad = 7$

$\quad\quad \times \frac{5}{4} =$

$8 \times \quad\quad = 1$

$9 \times \quad\quad = 10$

$10 \times \quad\quad = 9$

$\quad\quad \times \frac{1}{11} =$

Exercice nº 4 : Fractions égales *(4 points)*

Compléter directement sur le sujet :

$\frac{3}{5} = \frac{\quad}{10} = \frac{\quad}{25} = \frac{21}{\quad} = \frac{\quad}{15}$

$\frac{8}{7} = \frac{\quad}{21} = \frac{16}{\quad} = \frac{32}{\quad} = \frac{\quad}{56}$

$\frac{7}{9} = \frac{\quad}{27} = \frac{\quad}{72} = \frac{49}{\quad} = \frac{\quad}{45}$

$\frac{18}{24} = \frac{\quad}{4} = \frac{\quad}{20} = \frac{27}{\quad} = \frac{\quad}{32}$

Exercice nº 5 : Simlifier au maximum *(4 points)*

Simplifier au maximum les fractions suivantes.

$\frac{15}{25} =$

$\frac{26}{14} =$

$\frac{24}{36} =$

$\frac{36}{45} =$

$\frac{16}{28} =$

$\frac{28}{56} =$

$\frac{42}{49} =$

$\frac{64}{32} =$

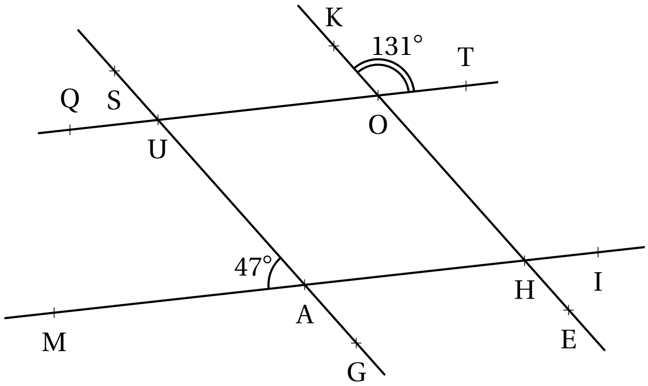
Évaluation — Correction

Exercice n° 1 Correction

Ne pas croire ce que l'on voit - Épisode 1

La figure ci-contre n'a pas été tracée en vraie grandeur.

On sait que : (QT)//(MI), $\widehat{MAU} = 47°$ et $\widehat{KOT} = 131°$.



Chacune des réponses doit-être justifiée !

1. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{HAG}$.
2. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{QUS}$.
3. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{TOH}$.
4. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{OHA}$.
5. Les droites (SG) et (KE) sont-elles parallèles ?

1. Les angles $\widehat{HAG}$ et $\widehat{MAU}$ sont **opposés par le sommet**, ils sont donc égaux.

$\boxed{\widehat{HAG} = 47°}$

2. Les angles $\widehat{QUS}$ et $\widehat{MAU}$ sont **correspondants**. De plus les droites (QT) et (MI) sont parallèles. Ces angles sont donc égaux.

$\boxed{\widehat{QUS} = 47°.}$

3. Les angles $\widehat{KOT}$ et $\widehat{TOH}$ sont **supplémentaires**, ils forment un angle plat.

$\boxed{\widehat{TOH} = 180° - 131° = 49°}$

4. Les angles $\widehat{OHA}$ et $\widehat{TOH}$ sont **alternes-internes**. De plus les droites (QT) et (MI) sont parallèles. Ces angles sont donc égaux.

$\boxed{\widehat{OHA} = 49°.}$

5. Les angles $\widehat{MAU}$ et $\widehat{OHA}$ sont **correspondants**, or ils ne sont pas égaux !

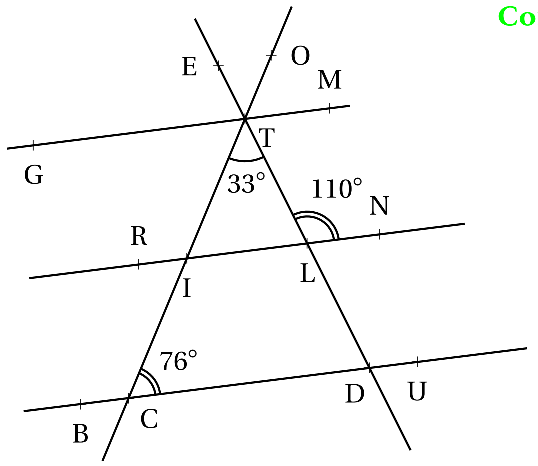
$\boxed{\text{(SG) et (KE) sont sécantes.}}$

Exercice n° 2 Correction

Ne pas croire ce que l'on voit - Saison 2

La figure ci-contre n'a pas été tracée en vraie grandeur.

On sait que : (GM)//(BU), $\widehat{ITL} = 33°$, $\widehat{TCD} = 76°$ et $\widehat{TLN} = 110°$.



Chacune des réponses doit-être justifiée !

1. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ETO}$
2. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{TLI}$.
3. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{TIL}$.
4. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{TDC}$.
5. Les droites (RN) et (BU) sont-elles parallèles ?

1. Les angles $\widehat{ETO}$ et $\widehat{CTD}$ sont **opposés par le sommet**, ils sont donc égaux.

$\boxed{\widehat{ETO} = 33°.}$

2. Les angles $\widehat{TLN}$ et $\widehat{TLI}$ sont **supplémentaires**, ils forment un angle plat.

$\boxed{\widehat{TLI} = 180° - 110° = 70°.}$

3. Dans le triangle TIL, **la somme des angles vaut** 180°.
Ainsi $70° + 33° + \widehat{TIL} = 180°$ d'où $103° + \widehat{TIL} = 180°$.

$\boxed{\widehat{TIL} = 180° - 103° = 77°.}$

4. Dans le triangle TDC, **la somme des angles vaut** 180°.
Ainsi $33° + 76° + \widehat{TDC} = 180°$ d'où $109° + \widehat{TDC} = 180°$.

$\boxed{\widehat{TDC} = 180° - 109° = 71°}$

5. Les angles $\widehat{TLI}$ et $\widehat{TDC}$ sont **correspondants**, or il ne sont pas égaux.

$\boxed{\text{(RN) et (BU) sont sécantes.}}$

Exercice n° 3 — Correction

Fractions

Compléter directement sur le sujet :

$7 \times \dfrac{\mathbf{9}}{\mathbf{7}} = 9$ | $9 \times \dfrac{\mathbf{7}}{\mathbf{9}} = 7$ | $8 \times \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{8}} = 1$ | $10 \times \dfrac{\mathbf{9}}{\mathbf{10}} = 9$

$\mathbf{7} \times \dfrac{3}{7} = \mathbf{3}$ | $\mathbf{5} \times \dfrac{5}{4} = \mathbf{5}$ | $9 \times \dfrac{\mathbf{10}}{\mathbf{9}} = 10$ | $\mathbf{11} \times \dfrac{1}{11} = \mathbf{1}$

Exercice n° 4 — Correction

Fractions égales

Compléter directement sur le sujet :

$\dfrac{3}{5} = \dfrac{\mathbf{6}}{10} = \dfrac{\mathbf{15}}{25} = \dfrac{21}{\mathbf{35}} = \dfrac{\mathbf{9}}{15}$ | $\dfrac{7}{9} = \dfrac{\mathbf{21}}{27} = \dfrac{\mathbf{56}}{72} = \dfrac{49}{\mathbf{63}} = \dfrac{\mathbf{35}}{45}$

$\dfrac{8}{7} = \dfrac{\mathbf{24}}{21} = \dfrac{16}{\mathbf{14}} = \dfrac{32}{\mathbf{28}} = \dfrac{\mathbf{64}}{56}$ | $\dfrac{18}{24} = \dfrac{\mathbf{3}}{4} = \dfrac{\mathbf{15}}{20} = \dfrac{27}{\mathbf{36}} = \dfrac{\mathbf{24}}{32}$

Exercice n° 5 — Correction

Simlifier au maximum

Simplifier au maximum les fractions suivantes.

$\dfrac{15}{25} = \dfrac{\mathbf{5} \times 3}{\mathbf{5} \times 5} = \boxed{\dfrac{3}{5}}$ | $\dfrac{24}{36} = \dfrac{\mathbf{6} \times 4}{\mathbf{6} \times 6} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{\mathbf{2} \times 2}{\mathbf{2} \times 3} = \boxed{\dfrac{2}{3}}$ | $\dfrac{16}{28} = \dfrac{\mathbf{4} \times 8}{\mathbf{4} \times 7} = \boxed{\dfrac{8}{7}}$ | $\dfrac{42}{49} = \dfrac{\mathbf{7} \times 6}{\mathbf{7} \times 7} = \boxed{\dfrac{6}{7}}$

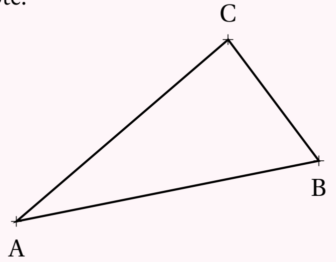
$\dfrac{26}{14} = \dfrac{\mathbf{2} \times 13}{\mathbf{2} \times 7} = \boxed{\dfrac{13}{7}}$ | $\dfrac{36}{45} = \dfrac{\mathbf{9} \times 6}{\mathbf{9} \times 5} = \boxed{\dfrac{6}{5}}$ | $\dfrac{28}{56} = \dfrac{\mathbf{7} \times 4}{\mathbf{7} \times 8} = \dfrac{4}{8} = \dfrac{\mathbf{4} \times 1}{\mathbf{4} \times 2} = \boxed{\dfrac{1}{2}}$ | $\dfrac{64}{32} = \dfrac{\mathbf{8} \times 8}{\mathbf{8} \times 4} = \dfrac{8}{4} = \dfrac{\mathbf{4} \times 2}{\mathbf{4} \times 1} = \boxed{\dfrac{2}{1} = 2}$

Construction de triangles

Inégalité triangulaire — Somme des angles

Propriété : l'inégalité triangulaire

Dans un triangle, la somme des mesures de deux côtés est **supérieure ou égale** à la mesure du troisième côté.



Dans un triangle ABC, les mesures des côtés vérifient les trois inégalités suivantes :

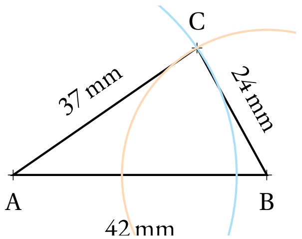
$$AB + AC \geqslant BC$$
$$BA + BC \geqslant AC$$
$$CA + CB \geqslant AB$$

Propriété : triangle plat

Si dans un triangle la somme des mesures de deux côtés est **égale** à la mesure du troisième alors ce triangle est **plat** et les trois sommets sont alignés.

Remarque :
Les mesures d'un triangle ne peuvent pas être choisies au hasard. Ces mesures doivent vérifier l'inégalité triangulaire.

Exemples :

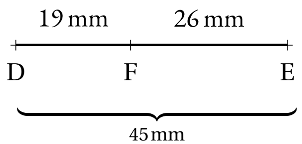


$37\,\text{mm} + 24\,\text{mm} > 42\,\text{mm}$

$42\,\text{mm} + 37\,\text{mm} > 24\,\text{mm}$

$24\,\text{mm} + 42\,\text{mm} > 37\,\text{mm}$

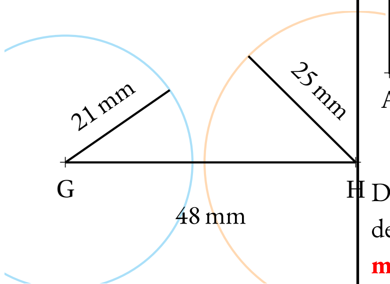
ABC est **constructible** .



$19\,\text{mm} + 26\,\text{mm} = 45\,\text{mm}$

Ce triangle DEF est **plat** .

Les points sont **alignés** .

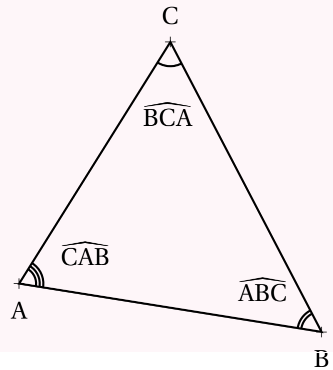


$21\,\text{mm} + 25\,\text{mm} < 48\,\text{mm}$

Il **n'existe aucun triangle** dont les mesures des côtés sont égaux à 21 mm, 25 mm et 48 mm.

Propriété : somme des angles dans le triangle

Dans un triangle, la somme des trois angles est égale à un angle plat.
La somme des trois mesures vaut 180°.



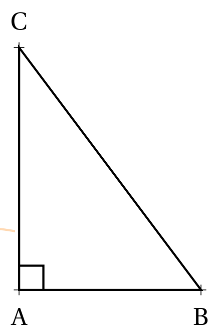
Dans un triangle ABC,

$$\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180°$$

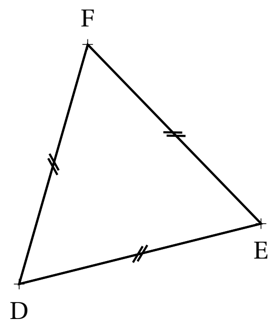
Définition et vocabulaire

Un angle est **aigu** s'il est compris entre un angle nul (0°) et un angle droit (90°).
Un angle est **obtus** s'il est compris entre un angle droit et un angle plat (180°).
Deux angles sont **complémentaires** si leur somme est égale à un angle droit.
Deux angles sont **supplémentaires** si leur somme est égale à un angle plat.

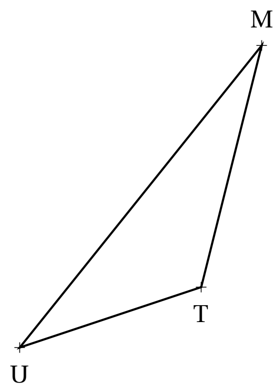
Conséquences :



Dans un triangle **rectangle** , les deux angles aigus sont **complémentaires** .



Dans un triangle **équilatéral** , les trois angles égaux mesurent 60°.



Dans un triangle quelconque, il ne peut y avoir qu'un seul angle obtus.

Chapitre VI

Les fractions : somme et différence

Sommaire

Informations légales

— **Auteur :** Fabrice ARNAUD
— **Web :** pi.ac3j.fr
— **Mail :** contact@ac3j.fr

— **Dernière modification :** 30 avril 2026 à 12:51

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.967
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Questing Quokka (Le Quokka en quête) 25.10 avec la distribution TeX Live 2024.20250309 et LuaTex 1.18.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TEX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !