



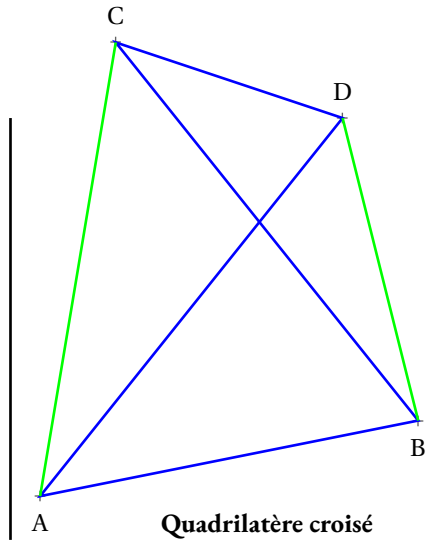
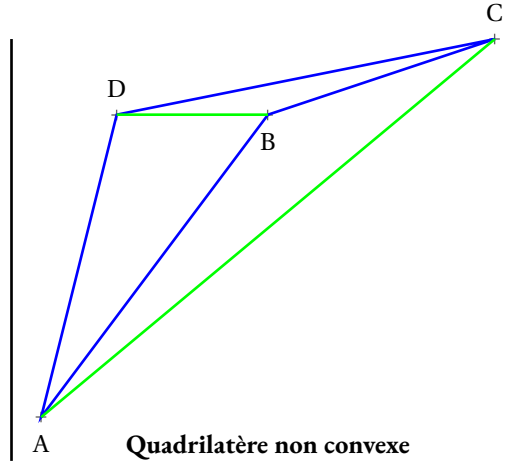
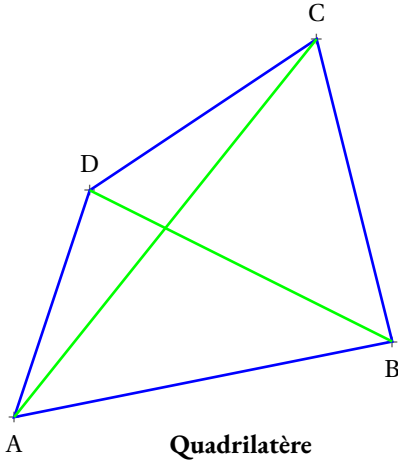
Les parallélogrammes

Sommaire

ACTIVITÉ — ENTRAÎNEMENT : Quadrilatères et parallélogrammes	206
ÉVALUATION — Parallélogrammes	212
ÉVALUATION — Parallélogrammes	214



Un **quadrilatère** est un polygone ayant quatre côtés. Dans cette activité, comme tout au long de cette année, on ne considère que des **quadrilatère** dont les diagonales sont sécantes à l'intérieur.



Voici un série d'affirmations exprimées sous la forme **Si ... alors**.

Pour chacune d'entre elle, faire une figure sur le cahier et indiquer ensuite si cette proposition est vraie ou fausse.

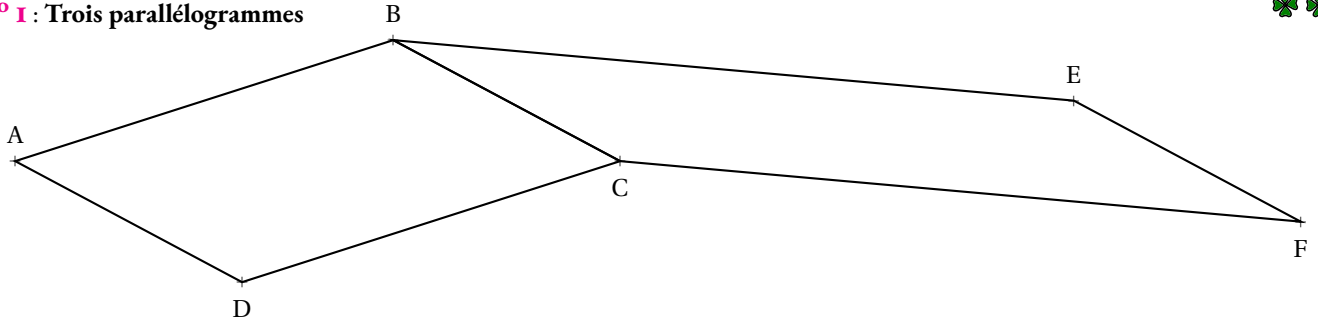
Attention, la proposition « Si il pleut alors j'ai mon parapluie » est fausse. En effet quand il pleut, je n'ai pas toujours mon parapluie, je peux l'avoir avec moi, mais je peux l'avoir oublié. En revanche, la phrase « Si nous sommes le 8 mai alors je ne vais pas travailler », est vraie. Le 8 mai est toujours férié!

- Affirmation n° 1 : Si un quadrilatère a deux côtés égaux alors c'est un parallélogramme. V F
- Affirmation n° 2 : Si un quadrilatère a ses diagonales perpendiculaires alors c'est un parallélogramme. V F
- Affirmation n° 3 : Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme. V F
- Affirmation n° 4 : Si un quadrilatère a ses diagonales de même longueur alors c'est un parallélogramme. V F
- Affirmation n° 5 : Si un quadrilatère a deux côtés parallèles alors c'est un parallélogramme. V F
- Affirmation n° 6 : Si un quadrilatère a trois côtés égaux alors c'est un parallélogramme. V F
- Affirmation n° 7 : Si un quadrilatère deux côtés opposés parallèles et de même longueur alors c'est un parallélogramme. V F
- Affirmation n° 8 : Si un quadrilatère a deux angle droit alors c'est un rectangle. V F
- Affirmation n° 9 : Si un parallélogramme a un angle droit alors c'est un carré. V F
- Affirmation n° 10 : Si un parallélogramme a des diagonales de même longueur alors c'est un rectangle. V F
- Affirmation n° 11 : Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs égaux alors c'est un carré. V F
- Affirmation n° 12 : Si un parallélogramme a deux angles droits alors c'est un rectangle. V F
- Affirmation n° 13 : Si un parallélogramme a des diagonales perpendiculaires alors c'est un losange. V F
- Affirmation n° 14 : Si un rectangle a des diagonales perpendiculaires alors c'est un carré. V F



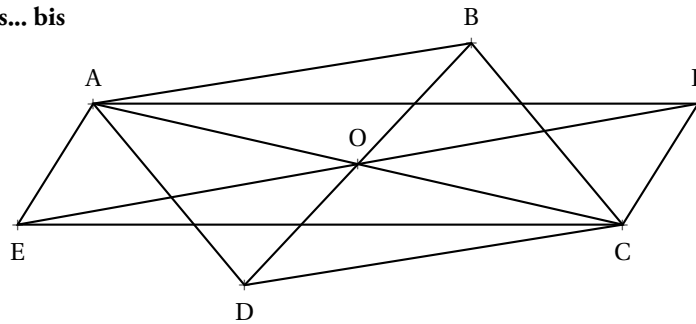


EXERCICE N° 1 : Trois parallélogrammes



On sait que ABCD et BEFC sont des parallélogrammes. Démontrer que AEF est un parallélogramme.

EXERCICE N° 2 : Trois parallélogrammes... bis



On sait que ABCD et AFCE sont deux parallélogrammes de centre O. Démontrer que EDFB est un parallélogramme.

EXERCICE N° 3 : Des carrés inscrits et circonscrits



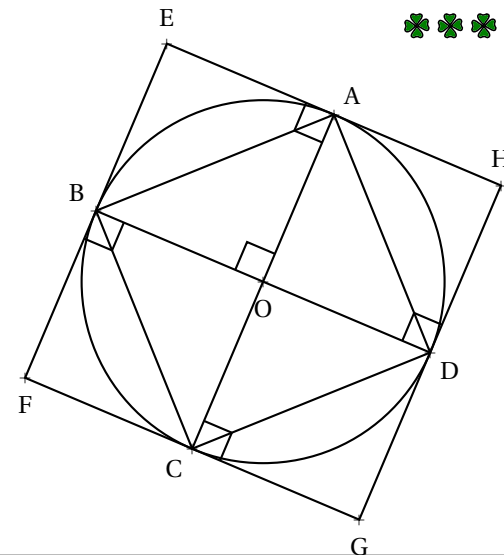
Sur la figure ci-contre :

- [AC] et [BD] sont deux diamètres perpendiculaires du cercle de centre O ;
- (EH) \perp (AC) et A \in (EH) ;
- (EF) \perp (BD) et B \in (EF) ;
- (FG) \perp (AC) et C \in (FG) ;
- (HG) \perp (BD) et D \in (HG).

- 1.a. Démontrer que ABCD est un parallélogramme.
- 1.b. Démontrer que ABCD est un rectangle.
- 1.c. Démontrer que ABCD est un losange.
- 1.d. Que peut-on en déduire pour ABCD.

2. Démontrer que EHG est un carré.

Démontrer que c'est un parallélogramme puis un rectangle comme dans la question précédente.



EXERCICE N° 4 : Vrai ou faux



Les affirmations suivantes sont-elles vraies.

Quand l'une d'entre elle est fausse, faire une figure pour illustrer la réponse.

Affirmation n° 1 : Un carré est un losange.

Affirmation n° 2 : Un losange est un carré.

Affirmation n° 3 : Un losange est un parallélogramme.

Affirmation n° 4 : Un quadrilatère dont les diagonales ont la même longueur est un rectangle.

Affirmation n° 5 : Un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires est un carré.

Affirmation n° 6 : Un quadrilatère ayant deux axes de symétries est un rectangle.

Affirmation n° 7 : Un parallélogramme ayant un angle droit est un rectangle.

Affirmation n° 8 : Un quadrilatère ayant trois côtés égaux est un losange.

Affirmation n° 9 : Un quadrilatère ayant trois angles droits est un rectangle.

Affirmation n° 10 : Un quadrilatère ayant un axe de symétrie est un trapèze.

EXERCICE N° 5 : De Varignon à Wittenbauer



1. Tracer un triangle BAC tel que $AB = 6$ cm, $AC = 9$ cm et $\widehat{CAB} = 106^\circ$.

2. Tracer un triangle BCE isocèle en E tel que $BE = 7,5$ cm tel que A et E soient de part et d'autre de la droite (BC).

3. Placer I, J, K et L les milieux respectifs des segments [AB], [BE], [EC] et [AC].

4. Quelle conjecture peut-on faire sur le quadrilatère IJKL? Mesurer chacun de ses angles.

5. Placer M et N sur [AB] tel que $AM = MN = NB$, puis P et Q sur [BE] tel que $BP = PQ = QE$.

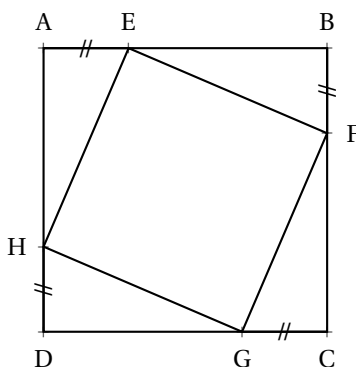
Placer R et S sur [EC] tel que $ER = RS = SC$ et enfin T et U sur [CA] tel que $CT = TU = UA$.

6. (NP) et (QR) sont sécantes en V, (QR) et (ST) sont sécantes en W.

(ST) et (UM) sont sécantes en X enfin (UM) et (NP) sont sécantes en Y.

7. Quelle conjecture peut-on faire sur le quadrilatère VWXY? Mesurer chacun de ses angles.

EXERCICE N° 6 : Un carré dans un carré



On sait que ABCD est un carré de côté 1 m et que $E \in [AB]$, $F \in [BC]$, $G \in [CD]$ et $H \in [DA]$ tels que $AE = BF = CG = DH = 30$ cm.

On veut démontrer que EFGH est un carré

1. Démontrer que AECG est un parallélogramme.

2. Démontrer que BFDH est un parallélogramme.

3.a. Démontrer en utilisant 1. et 2. que [EG] et [HF] se coupent en leur milieu.

3.b. Que peut-on dire de EFGH?

4.a. Démontrer que les angles \widehat{AEH} et \widehat{BEF} sont **complémentaires**.

4.b. En déduire que EFGH est un rectangle.

5.a. Expliquer pourquoi les triangles AEH et EBF sont **égaux** (*superposables*).

5.b. En déduire que $HE = EF$.

6. Conclure



ENTRAÎNEMENT EXERCICE N° 1

CORRECTION

Trois parallélogrammes

On remarque que les deux parallélogrammes ont un côté commun, nous allons utiliser cette propriété.

Comme ABCD est un parallélogramme, ses côtés opposés sont égaux et parallèles. Ainsi $AD = BC$ et $(AD) \parallel (BC)$.

Comme BEFC est un parallélogramme, ses côtés opposés sont égaux et parallèles. Ainsi $BC = EF$ et $(BC) \parallel (EF)$.

Comme $(AD = BC)$ et que $BC = EF$ on en déduit que $AD = EF$.

Comme $(AD) \parallel (BC)$ et que $(BC) \parallel (EF)$, on sait que **si deux droites sont parallèles à une même droite alors elles sont parallèles**, donc $(AD) \parallel (EF)$.

Finalement, dans le quadrilatère non croisé AEFD, les côtés opposés $[AD]$ et $[EF]$ sont égaux et parallèles, il s'agit d'un parallélogramme!



EXERCICE N° 2

CORRECTION

Trois parallélogrammes... bis

On constate que les deux parallélogrammes partagent une même diagonale, nous allons utiliser les propriétés des diagonales.

Comme ABCD est un parallélogramme, les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en leur milieu O.

Comme AFCE est un parallélogramme, les diagonales $[AC]$ et $[FE]$ se coupent en leur milieu O.

Ainsi les segments $[BD]$ et $[FE]$ se coupent en leur milieu O.

Le quadrilatère EDFB a ses diagonales $[BD]$ et $[FE]$ qui se coupent en leur milieu, c'est un parallélogramme.



EXERCICE N° 3

CORRECTION

Des carrés inscrits et circonscrits

1.a. Comme $[AC]$ et $[BD]$ sont deux diamètres du cercle, ces segments se coupent en leur milieu O.

Le quadrilatère ABCD a ses diagonales $[AC]$ et $[BD]$ qui se coupent en leur milieu, il s'agit d'un parallélogramme.

1.b. Les deux diagonales $[AC]$ et $[BD]$ sont aussi des diamètres du cercle, elles sont donc de même longueur.

Le parallélogramme ABCD a des diagonales de même longueur, il s'agit d'un rectangle.

1.c. Les triangles rectangles ABO et AOD sont superposables, leurs côtés de l'angle droit sont égaux au rayon du cercle. On en déduit que $AB = AD$.

Le parallélogramme ABCD a deux côtés consécutifs égaux, il s'agit d'un losange.

1.d. ABCD est un rectangle, il s'agit aussi d'un losange. Finalement ABCD est un carré.

2. Comme $(EH) \perp (AC)$ et $(FG) \perp (AC)$, comme on sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles**, donc $(EH) \parallel (FG)$.

Comme $(EF) \perp (BD)$ et $(HG) \perp (BD)$, comme on sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles**, donc $(EF) \parallel (HG)$.

EHGF a ses côtés opposés parallèles deux à deux, il s'agit d'un parallélogramme.

Comme $(EA) \parallel (BO)$ et que $(EB) \parallel (AO)$, EAOB est un parallélogramme.

De plus, EAOB a au moins un angle droit, il s'agit d'un rectangle.

Enfin, $OB = OA$, il s'agit également d'un losange et donc d'un carré.

Le parallélogramme EAOB a un angle droit en E, il s'agit d'un rectangle.

De plus $BE = OA$ et $EA = BO$ donc $EH = EF$, EAOB est un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs égaux, c'est un losange.

EAOB est un rectangle et un losange, il s'agit d'un carré.



EXERCICE N° 4

CORRECTION

Vrai ou faux

Les affirmations suivantes sont-elles vraies.

Quand l'une d'entre elle est fausse, faire une figure pour illustrer la réponse.

Affirmation n° 1 : Un carré est un losange.

VRAIE. Un carré a ses côtés tous égaux, il s'agit bien d'un cas particulier de losange.

Affirmation n° 2 : Un losange est un carré.

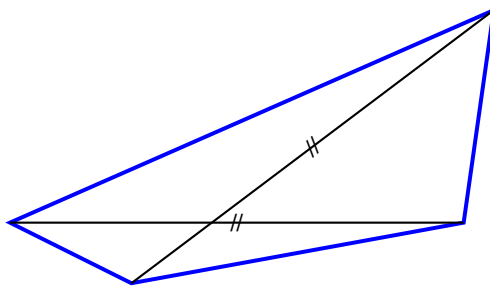
FAUX. Un losange n'a pas forcément un angle droit. Il existe des losanges non rectangle !

Affirmation n° 3 : Un losange est un parallélogramme.

VRAIE. Un losange a ses côtés opposés parallèles deux à deux. Ce sont bien des parallélogrammes.

Affirmation n° 4 : Un quadrilatère dont les diagonales ont la même longueur est un rectangle.

FAUX. Les diagonales d'un quadrilatères peuvent avoir la même longueur sans se couper en leur milieu.



Affirmation n° 5 : Un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires est un carré.

FAUX. Un parallélogramme ayant des diagonales perpendiculaires est un losange et tous les losanges ne sont pas carrés !

Affirmation n° 6 : Un quadrilatère ayant deux axes de symétries est un rectangle.

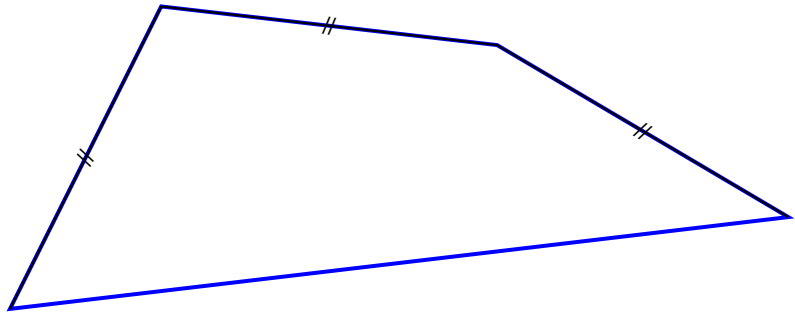
FAUX. Un losange a deux axes de symétries et tous les losanges ne sont pas rectangles.

Affirmation n° 7 : Un parallélogramme ayant un angle droit est un rectangle.

VRAIE. C'est une propriété caractéristique.

Affirmation n° 8 : Un quadrilatère ayant trois côtés égaux est un losange.

FAUX. Un quadrilatère peut avoir trois côtés égaux sans en avoir quatre.



Affirmation n° 9 : Un quadrilatère ayant trois angles droits est un rectangle.

VRAIE. Cela a été démontré en classe. Cela repose sur les propriétés liant les droites parallèles et perpendiculaires.

Affirmation n° 10 : Un quadrilatère ayant un axe de symétrie est un trapèze.

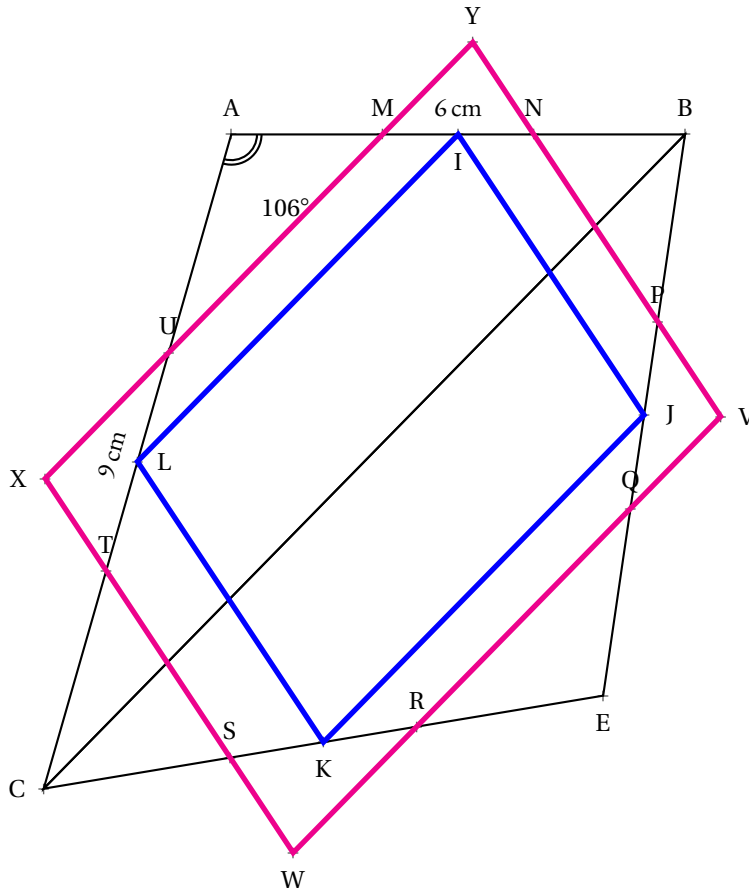
FAUX. Cela peut-être un cerf-volant, voir fiche de synthèse.



EXERCICE N° 5

De Varignon à Wittenbauer

CORRECTION



Chacun de ces quadrilatères est un parallélogramme.

Ils sont semblables! C'est à dire, ils ont les mêmes angles. L'un est un agrandissement de l'autre!



EXERCICE N° 6 : Un carré dans un carré



1. Dans le quadrilatère AECG, $AE = CG = 30$ cm. De plus comme ABCD est un carré, $(AE) // (CG)$.

Ainsi AECG est un quadrilatère non croisé ayant deux côtés opposés parallèles et égaux, il s'agit d'un parallélogramme.

2. Dans le quadrilatère BFDH, $BF = DH = 30$ cm. De plus comme ABCD est un carré, $(BF) // (DH)$.

Ainsi BFDH est un quadrilatère non croisé ayant deux côtés opposés parallèles et égaux, il s'agit d'un parallélogramme.

3.a.

Comme AECG est un parallélogramme, les diagonales [AC] et [EG] se coupent en leur milieu.

Comme BFDH est un parallélogramme, les diagonales [BD] et [FH] se coupent en leur milieu.

Or ABCD est un carré, donc un parallélogramme, les diagonales [AC] et [BD] ont donc le même milieu, appelons-le O.

On en déduit que [EG] et [FH] ont aussi le même milieu O.

3.b. Comme le quadrilatère EFGH a ses diagonales, [EG] et [FH], qui se coupent en leur milieu, il s'agit d'un parallélogramme.

4.a. Les triangles AEH et EBF sont rectangles et ont les côtés de l'angle droit égaux à 30 cm et 70 cm. Ils sont donc superposables.

Ainsi les angles de ses triangles sont égaux deux à deux.



EXERCICE N° 1 : QCM

(4 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, cocher la ou les cases qui correspondent à une propriété **toujours vraie** !
Attention, plusieurs réponses sont parfois possibles.

- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|---|---------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------|----------------------------------|--|----------------------------------|------------------------------------|--|-----------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|---------------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|---|-------------------------------------|---|-------------------------------------|-------------------------------------|---|-------------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|---|-------------------------------------|---|-------------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|---------------------------------------|--|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. Un quadrilatère ayant des diagonales perpendiculaires est 2. Un parallélogramme ayant un angle droit est 3. Un rectangle est un 4. Un carré est un 5. Un parallélogramme ayant des diagonales de même longueur est 6. Un quadrilatère ayant trois angles droits est 7. Un quadrilatère ayant des diagonales qui se coupent en leur milieu est 8. Un quadrilatère ayant ses côtés opposés égaux deux à deux est 9. Un quadrilatère ayant trois côtés égaux est 10. Un quadrilatère ayant quatre côtés égaux est 11. Un quadrilatère ayant deux angles droits est 12. Un parallélogramme ayant des diagonales de même longueur est | <table border="0" style="width: 100%;"> <tr> <td><input type="checkbox"/> un losange</td> <td><input type="checkbox"/> un rectangle</td> <td><input type="checkbox"/> quelconque</td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/> un rectangle</td> <td><input type="checkbox"/> un losange</td> <td><input type="checkbox"/> un carré</td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/> carré</td> <td><input type="checkbox"/> losange</td> <td><input type="checkbox"/> parallélogramme</td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/> losange</td> <td><input type="checkbox"/> rectangle</td> <td><input type="checkbox"/> parallélogramme</td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/> un carré</td> <td><input type="checkbox"/> un losange</td> <td><input type="checkbox"/> un rectangle</td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/> quelconque</td> <td><input type="checkbox"/> un carré</td> <td><input type="checkbox"/> un rectangle</td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/> un carré</td> <td><input type="checkbox"/> un losange</td> <td><input type="checkbox"/> un parallélogramme</td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/> quelconque</td> <td><input type="checkbox"/> un parallélogramme</td> <td><input type="checkbox"/> un losange</td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/> un losange</td> <td><input type="checkbox"/> un parallélogramme</td> <td><input type="checkbox"/> quelconque</td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/> un losange</td> <td><input type="checkbox"/> un carré</td> <td><input type="checkbox"/> un parallélogramme</td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/> un trapèze</td> <td><input type="checkbox"/> un parallélogramme</td> <td><input type="checkbox"/> quelconque</td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/> un losange</td> <td><input type="checkbox"/> un carré</td> <td><input type="checkbox"/> un rectangle</td> </tr> </table> | <input type="checkbox"/> un losange | <input type="checkbox"/> un rectangle | <input type="checkbox"/> quelconque | <input type="checkbox"/> un rectangle | <input type="checkbox"/> un losange | <input type="checkbox"/> un carré | <input type="checkbox"/> carré | <input type="checkbox"/> losange | <input type="checkbox"/> parallélogramme | <input type="checkbox"/> losange | <input type="checkbox"/> rectangle | <input type="checkbox"/> parallélogramme | <input type="checkbox"/> un carré | <input type="checkbox"/> un losange | <input type="checkbox"/> un rectangle | <input type="checkbox"/> quelconque | <input type="checkbox"/> un carré | <input type="checkbox"/> un rectangle | <input type="checkbox"/> un carré | <input type="checkbox"/> un losange | <input type="checkbox"/> un parallélogramme | <input type="checkbox"/> quelconque | <input type="checkbox"/> un parallélogramme | <input type="checkbox"/> un losange | <input type="checkbox"/> un losange | <input type="checkbox"/> un parallélogramme | <input type="checkbox"/> quelconque | <input type="checkbox"/> un losange | <input type="checkbox"/> un carré | <input type="checkbox"/> un parallélogramme | <input type="checkbox"/> un trapèze | <input type="checkbox"/> un parallélogramme | <input type="checkbox"/> quelconque | <input type="checkbox"/> un losange | <input type="checkbox"/> un carré | <input type="checkbox"/> un rectangle | |
| <input type="checkbox"/> un losange | <input type="checkbox"/> un rectangle | <input type="checkbox"/> quelconque | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="checkbox"/> un rectangle | <input type="checkbox"/> un losange | <input type="checkbox"/> un carré | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="checkbox"/> carré | <input type="checkbox"/> losange | <input type="checkbox"/> parallélogramme | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="checkbox"/> losange | <input type="checkbox"/> rectangle | <input type="checkbox"/> parallélogramme | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="checkbox"/> un carré | <input type="checkbox"/> un losange | <input type="checkbox"/> un rectangle | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="checkbox"/> quelconque | <input type="checkbox"/> un carré | <input type="checkbox"/> un rectangle | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="checkbox"/> un carré | <input type="checkbox"/> un losange | <input type="checkbox"/> un parallélogramme | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="checkbox"/> quelconque | <input type="checkbox"/> un parallélogramme | <input type="checkbox"/> un losange | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="checkbox"/> un losange | <input type="checkbox"/> un parallélogramme | <input type="checkbox"/> quelconque | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="checkbox"/> un losange | <input type="checkbox"/> un carré | <input type="checkbox"/> un parallélogramme | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="checkbox"/> un trapèze | <input type="checkbox"/> un parallélogramme | <input type="checkbox"/> quelconque | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="checkbox"/> un losange | <input type="checkbox"/> un carré | <input type="checkbox"/> un rectangle | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

EXERCICE N° 2 : Petits problèmes

(8 points)

Voici quatre problèmes géométriques. Pour chacun d'entre eux, **faire une figure à main levée en codant les données de départ** puis rédiger la démonstration en justifiant par une propriété.

Problème n° 1 : Le quadrilatère CHOU de centre I est tel que $IC = IO$ et $IH = IU$. Démontrer que c'est un parallélogramme.

Problème n° 2 : Le parallélogramme LOUP est tel que $LU = OP$ et que $(LU) \perp (OP)$. Démontrer que c'est un carré.

Problème n° 3 : Le quadrilatère POUX est tel que $PO = UX$ et $(PO) \parallel (UX)$. Démontrer que c'est un parallélogramme.

Problème n° 4 : Le parallélogramme BOUT est tel que $\widehat{OBT} = 90^\circ$ et $BO = OU$. Démontrer que c'est un carré.

EXERCICE N° 3 : Constructions

(4 points)

Construire chacune des figures suivantes en utilisant les propriétés du cours. **Aucune justification n'est demandée !**

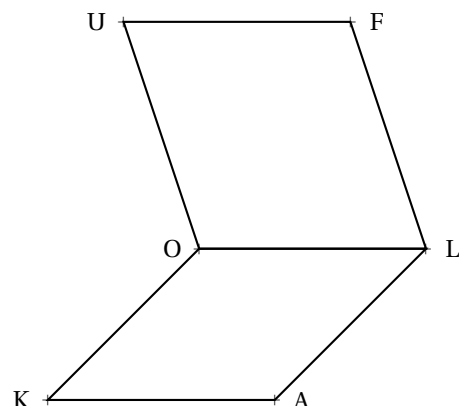
1. Un parallélogramme TRUC tel que $TR = 7 \text{ cm}$, $RU = 6 \text{ cm}$ et $\widehat{TRU} = 56^\circ$.
2. Un rectangle TAXI de centre Z tel que $TX = 5 \text{ cm}$ et $\widehat{TZA} = 107^\circ$.

EXERCICE N° 4 : Démonstration

(4 points)

Sur la figure ci-contre, on sait que KALO est un parallélogramme et que LOUF est un parallélogramme.

Démontrer, en justifiant chaque étape de votre raisonnement, que KAFU est un parallélogramme.



✎ Évaluation — CORRECTION ✎



EXERCICE N° 1 : QCM

(4 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, cocher la ou les cases qui correspondent à une propriété **toujours vraie!**
Attention, plusieurs réponses sont parfois possibles.

- | | | |
|---|---|--|
| <p>1. Un quadrilatère ayant trois angles droits est</p> <p>2. Un rectangle est un</p> <p>3. Un quadrilatère ayant des diagonales perpendiculaires est</p> <p>4. Un carré est un</p> <p>5. Un parallélogramme ayant des diagonales de même longueur est</p> <p>6. Un quadrilatère ayant quatre côtés égaux est</p> <p>7. Un parallélogramme ayant des diagonales de même longueur est</p> <p>8. Un quadrilatère ayant ses côtés opposés égaux deux à deux est</p> <p>9. Un parallélogramme ayant un angle droit est</p> <p>10. Un quadrilatère ayant trois côtés égaux est</p> <p>11. Un quadrilatère ayant des diagonales qui se coupent en leur milieu est</p> <p>12. Un quadrilatère ayant deux angles droits est</p> | <p><input type="checkbox"/> quelconque <input type="checkbox"/> un carré <input type="checkbox"/> un rectangle</p> <p><input type="checkbox"/> carré <input type="checkbox"/> losange <input type="checkbox"/> parallélogramme</p> <p><input type="checkbox"/> un losange <input type="checkbox"/> un rectangle <input type="checkbox"/> quelconque</p> <p><input type="checkbox"/> losange <input type="checkbox"/> rectangle <input type="checkbox"/> parallélogramme</p> <p><input type="checkbox"/> un carré <input type="checkbox"/> un losange <input type="checkbox"/> un rectangle</p> <p><input type="checkbox"/> un losange <input type="checkbox"/> un carré <input type="checkbox"/> un parallélogramme</p> <p><input type="checkbox"/> un losange <input type="checkbox"/> un carré <input type="checkbox"/> un rectangle</p> <p><input type="checkbox"/> quelconque <input type="checkbox"/> un parallélogramme <input type="checkbox"/> un losange</p> <p><input type="checkbox"/> un rectangle <input type="checkbox"/> un losange <input type="checkbox"/> un carré</p> <p><input type="checkbox"/> un losange <input type="checkbox"/> un parallélogramme <input type="checkbox"/> quelconque</p> <p><input type="checkbox"/> un carré <input type="checkbox"/> un losange <input type="checkbox"/> un parallélogramme</p> <p><input type="checkbox"/> un trapèze <input type="checkbox"/> un parallélogramme <input type="checkbox"/> quelconque</p> | |
|---|---|--|

EXERCICE N° 2 : Petits problèmes

(8 points)

Voici quatre problèmes géométriques. Pour chacun d'entre eux, **faire une figure à main levée en codant les données de départ** puis rédiger la démonstration en justifiant par une propriété.

Problème n° 1 : Le parallélogramme LOUP est tel que $LU = OP$ et que $(LU) \perp (OP)$. Démontrer que c'est un carré.

Problème n° 2 : Le quadrilatère CHOU de centre I est tel que $IC = IO$ et $IH = IU$. Démontrer que c'est un parallélogramme.

Problème n° 3 : Le parallélogramme BOUT est tel que $\widehat{OBT} = 90^\circ$ et $BO = OU$. Démontrer que c'est un carré.

Problème n° 4 : Le quadrilatère POUX est tel que $PO = UX$ et $(PO) \parallel (UX)$. Démontrer que c'est un parallélogramme.

EXERCICE N° 3 : Constructions

(4 points)

Construire chacune des figures suivantes en utilisant les propriétés du cours. **Aucune justification n'est demandée!**

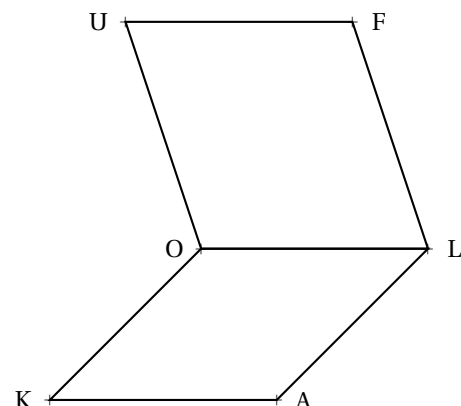
1. Un rectangle TAXI de centre Z tel que $TX = 5 \text{ cm}$ et $\widehat{TZA} = 107^\circ$.
2. Un parallélogramme TRUC tel que $TR = 7 \text{ cm}$, $RU = 6 \text{ cm}$ et $\widehat{TRU} = 56^\circ$.

EXERCICE N° 4 : Démonstration

(4 points)

Sur la figure ci-contre, on sait que KALO est un parallélogramme et que LOUF est un parallélogramme.

Démontrer, en justifiant chaque étape de votre raisonnement, que KAFU est un parallélogramme.



✎ Évaluation — CORRECTION ✎



EXERCICE : Comment tracer ces parallélogrammes?

L'objectif de cet exercice est de tracer des quadrilatères qui respectent certaines conditions.

Pour chacun d'entre eux, il faut le tracer et rédiger un petit texte expliquant comment le tracé a été effectué.

Voici un exemple :

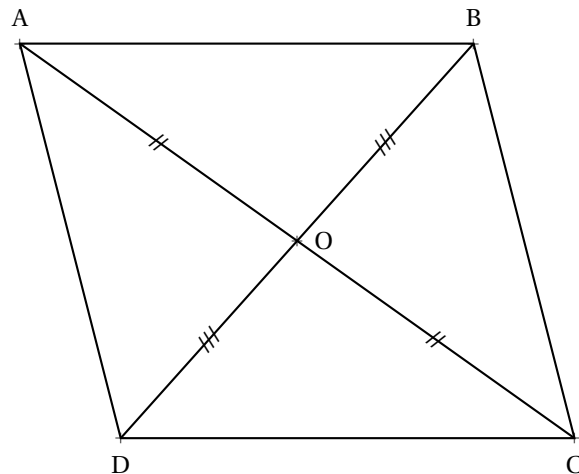
FIGURE N° 0

Tracer un parallélogramme ABCD tel que $AC = 9\text{ cm}$, $BD = 7\text{ cm}$ et $AB = 6\text{ cm}$

Comme ABCD est un parallélogramme, les diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu O.

Il faut donc tracer un triangle OAB tel que $AB = 6\text{ cm}$, $AO = 4,5\text{ cm}$ et $BO = 3,5\text{ cm}$.

Par symétrie centrale autour du point O on obtient les points C et D.



Il n'est pas demandé de parler des outils de construction comme le compas, la règle, l'équerre ou le rapporteur dans les explications. Le texte ci-dessus suffit largement.

Sur une copie, tracer chacune des figures suivantes et indiquer sur la copie quelques phrases pour **décrire la méthode** utilisée.

FIGURE N° 1

Tracer un rectangle EFGH tel que $EG = 8\text{ cm}$ et $EF = 7\text{ cm}$.

FIGURE N° 2

Tracer un losange IJKL tel que $IJ = 7\text{ cm}$ et $IK = 12\text{ cm}$.

FIGURE N° 3

Tracer un carré MNOP tel que $MO = 6\text{ cm}$.

FIGURE N° 4

Tracer un parallélogramme QRST tel que $QR = 8\text{ cm}$, $QT = 4\text{ cm}$ et $\widehat{RQT} = 34^\circ$

FIGURE N° 5

Tracer un parallélogramme UVWX tel que $UW = 8\text{ cm}$, $VX = 5\text{ cm}$ et $\widehat{VXU} = 37^\circ$

FIGURE N° 6

Tracer un parallélogramme ABCD tel que $AB = 8\text{ cm}$, $BC = 5\text{ cm}$ et $\widehat{DAB} = 134^\circ$



LES QUADRILATÈRES



DÉFINITIONS

- Un **quadrilatère** est un polygone ayant quatre côtés.
- Un **trapèze** est un quadrilatère ayant deux côtés parallèles.
- Un **parallélogramme** est un quadrilatère ayant des côtés opposés parallèles.
- Un **rectangle** est un quadrilatère ayant quatre angles droits.
- Un **losange** est un quadrilatère dont les quatre côtés sont égaux.
- Un **carré** est un quadrilatère rectangle et losange.

PROPRIÉTÉS DU PARALLÉLOGRAMME

- Si un quadrilatère est un parallélogramme alors :
 - ses diagonales se coupent en leur milieu, c'est le centre de symétrie;
 - ses côtés opposés sont parallèles deux à deux;
 - ses côtés opposés sont égaux deux à deux;
 - les angles opposés sont égaux deux à deux.

PROPRIÉTÉS DU LOSANGE

- Si un quadrilatère est un losange alors :
 - c'est un parallélogramme;
 - ses diagonales sont perpendiculaires;
 - ses côtés sont égaux;
 - un centre de symétrie et deux axes de symétrie.

PROPRIÉTÉS DU RECTANGLE

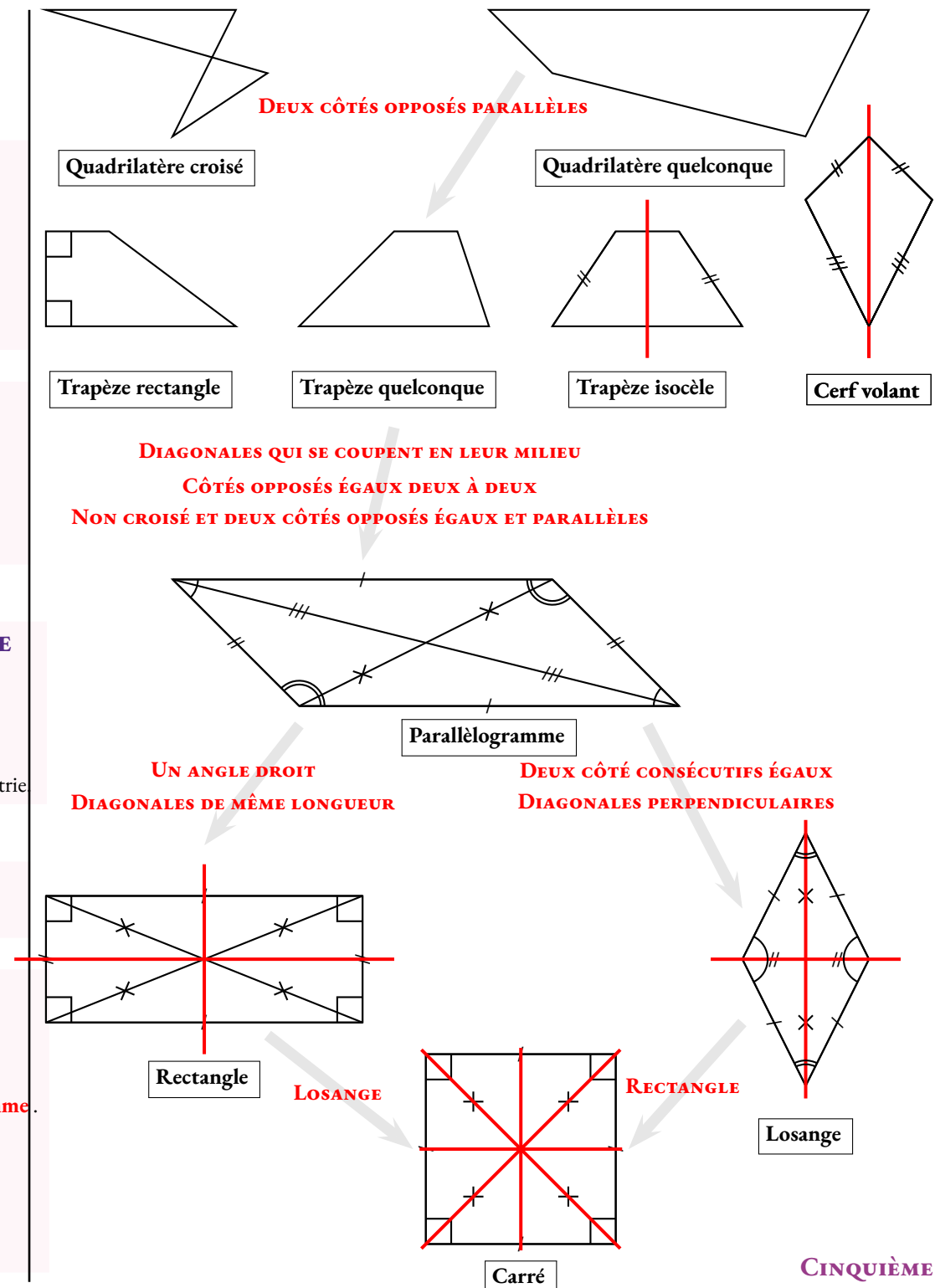
- Si un quadrilatère est un rectangle alors :
 - c'est un parallélogramme;
 - ses diagonales sont de même longueur;
 - il a quatre angles droits;
 - il a un centre de symétrie et deux axes de symétrie.

PROPRIÉTÉS DU CARRÉ

- Si un quadrilatère est un carré alors c'est un parallélogramme, un rectangle et un losange.

PROPRIÉTÉS CARACTÉRISTIQUES

- Si les côtés opposés d'un quadrilatère sont parallèles deux à deux **alors** c'est un **parallélogramme**.
- Si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu **alors** c'est un **parallélogramme**.
- Si les côtés opposés d'un quadrilatère sont égaux deux à deux **alors** c'est un **parallélogramme**.
- Si deux côtés opposés d'un quadrilatère non croisé sont égaux et parallèles **alors** c'est un **parallélogramme**.
- Si les diagonales d'un parallélogramme sont de même longueur **alors** c'est un **rectangle**.
- Si un parallélogramme a un angle droit **alors** c'est un **rectangle**.
- Si les diagonales d'un parallélogramme sont perpendiculaires **alors** c'est un **losange**.
- Si deux côtés consécutifs d'un parallélogramme sont égaux **alors** c'est un **losange**.
- Si un parallélogramme est rectangle et losange **alors** c'est un **carré**.



INFORMATIONS LÉGALES

- **Auteur** : Fabrice ARNAUD
- **Web** : pi.ac3j.fr
- **Mail** : contact@ac3j.fr
- **Dernière modification** : 30 avril 2026 à 12:51

Ce document a été écrit pour L^AT_EX avec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.967
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Questing Quokka (Le Quokka en quête) 25.10 avec la distribution TeX Live 2024.20250309 et LuaTeX 1.18.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en T_EX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles. La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux!

Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.

Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir!

LICENCE CC BY-NC-SA 4.0



Attribution Pas d'Utilisation Commerciale Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

- Partager** — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
- Adapter** — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

- Attribution** — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
- Pas d'Utilisation Commerciale** — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
- Partage dans les Mêmes Conditions** — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les mêmes conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
- Pas de restrictions complémentaires** — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Œuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr>

Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, **Cours.pdf**, a été créé par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 30 avril 2026 à 12:51.

Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.

Adresse de l'article : <https://pi.ac3j.fr/mathematiques-college>