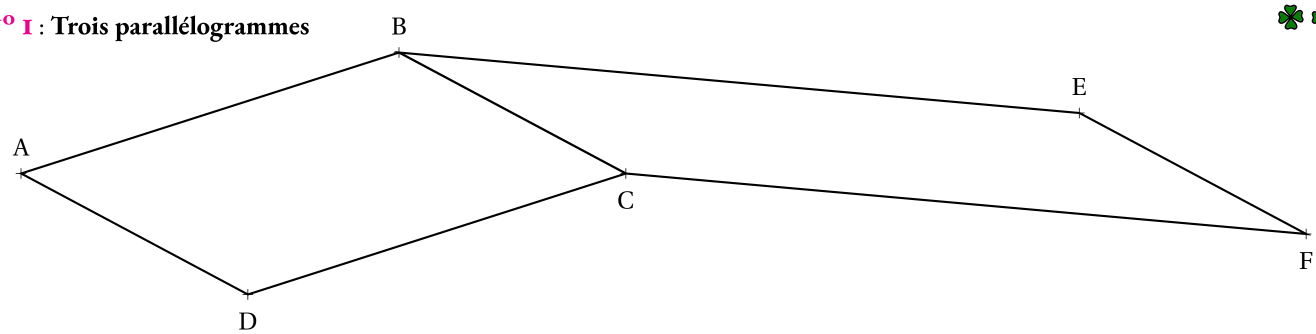
Entraînement

Quadrilatères et parallélogrammes

Cinquième

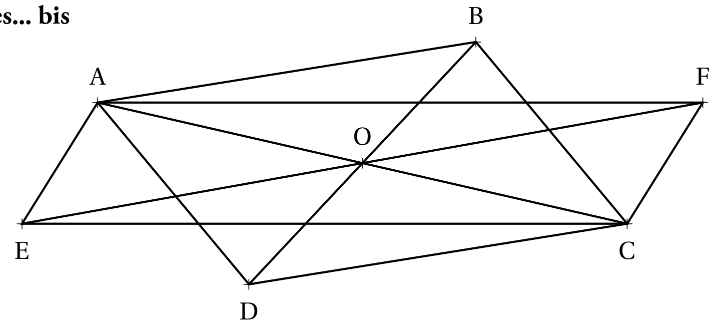
✧✧

Exercice n° 1 : Trois parallélogrammes



On sait que ABCD et BEFC sont des parallélogrammes. Demontrer que AEFD est un parallélogramme.

Exercice n° 2 : Trois parallélogrammes... bis



On sait que ABCD et AFCE sont deux parallélogrammes de centre O. Demontrer que EDFB est un parallélogramme.

Exercice n° 3 : Des carrés inscrits et circonscrits

Sur la figure ci-contre :

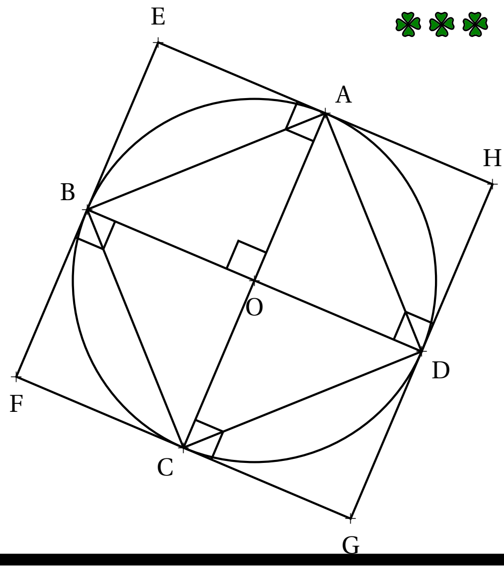
— [AC] et [BD] sont deux diamètres perpendiculaires du cercle de centre O ;

— (EH) $\perp$ (AC) et A $\in$ (EH) ;

— (EF) $\perp$ (BD) et B $\in$ (EF) ;

— (FG) $\perp$ (AC) et C $\in$ (FG) ;

— (HG) $\perp$ (BD) et D $\in$ (HG).



1.a. Démontrer que ABCD est un parallélogramme.
1.b. Démontrer que ABCD est un rectangle.
1.c. Démontrer que ABCD est un losange.
1.d. Que peut-on en déduire pour ABCD.

2. Démontrer que EHGF est un carré.
Démontrer que c'est un parallélogramme puis un rectangle comme dans la question précédente.

Exercice n° 4 : **Vrai ou faux**

Les affirmations suivantes sont-elles vraies.
Quand l'une d'entre elle est fausse, faire une figure pour illustrer la réponse.

Affirmation n° 1 : Un carré est un losange.
Affirmation n° 2 : Un losange est un carré.
Affirmation n° 3 : Un losange est un parallélogramme.
Affirmation n° 4 : Un quadrilatère dont les diagonales ont la même longueur est un rectangle.
Affirmation n° 5 : Un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires est un carré.
Affirmation n° 6 : Un quadrilatère ayant deux axes de symétries est un rectangle.
Affirmation n° 7 : Un parallélogramme ayant un angle droit est un rectangle.
Affirmation n° 8 : Un quadrilatère ayant trois côtés égaux est un losange.
Affirmation n° 9 : Un quadrilatère ayant trois angles droits est un rectangle.
Affirmation n° 10 : Un quadrilatère ayant un axe de symétrie est un trapèze.

Exercice n° 5 : **De Varignon à Wittenbauer**

1. Tracer un triangle BAC tel que AB = 6 cm, AC = 9 cm et $\widehat{CAB} = 106°$.

2. Tracer un triangle BCE isocèle en E tel que BE = 7,5 cm tel que A et E soient de part et d'autre de la droite (BC).

3. Placer I, J, K et L les milieux respectifs des segments [AB], [BE], [EC] et [AC].

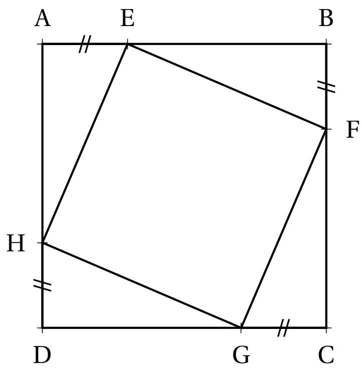
4. Quelle conjecture peut-on faire sur le quadrilatère IJKL ? Mesurer chacun de ses angles.

5. Placer M et N sur [AB] tel que AM = MN = NB, puis P et Q sur [BE] tel que BP = PQ = QE.
Placer R et S sur [EC] tel que ER = RS = SC et enfin T et U sur [CA] tel que CT = TU = UA.

6. (NP) et (QR) sont sécantes en V, (QR) et (ST) sont sécantes en W.
(ST) et (UM) sont sécantes en X enfin (UM) et (NP) sont sécantes en Y.

7. Quelle conjecture peut-on faire sur le quadrilatère VWXY ? Mesurer chacun de ses angles.

Exercice n° 6 : **Un carré dans un carré**



On sait que ABCD est un carré de côté 1 m et que E ∈ [AB], F ∈ [BC], G ∈ [CD] et H ∈ [DA] tels que AE = BF = CG = DH = 30 cm.

On veut démontrer que EFGH **est un carré**

1. Démontrer que AECG est un parallélogramme.

2. Démontrer que BFDH est un parallélogramme.

3.a. Démontrer en utilisant **1.** et **2.** que [EG] et [HF] se coupent en leur milieu.
3.b. Que peut-on dire de EFGH ?

4.a. Démontrer que les angles $\widehat{AEH}$ et $\widehat{BEF}$ sont **complémentaires**.
4.b. En déduire que EFGH est un rectangle.

5.a. Expliquer pourquoi les triangles AEH et EBF sont **égaux** (*superposables*).
5.b. En déduire que HE = EF.

6. Conclure

Quadrilatères et parallélogrammes — Correction

Entraînement

Exercice n° 1

Correction

Trois parallélogrammes

On remarque que les deux parallélogrammes ont un côté commun, nous allons utiliser cette propriété.

Comme ABCD est un parallélogramme, ses côtés opposés sont égaux et parallèles. Ainsi AD = BC et (AD)//(BC).

Comme BEFC est un parallélogramme, ses côtés opposés sont égaux et parallèles. Ainsi BC = EF et (BC)//(EF).

Comme (AD = BC et que BC = EF on en déduit que AD = EF.

Comme (AD)//(BC) et que (BC)//(EF), on sait que **si deux droites sont parallèles à une même droite alors elles sont parallèles**, donc (AD)//(EF).

Finalement, dans le quadrilatère non croisé AEFD, les côtés opposés [AD] et [EF] sont égaux et parallèles, il s'agit d'un parallélogramme !

Exercice n° 2

Correction

Trois parallélogrammes... bis

On constate que les deux parallélogrammes partagent une même diagonale, nous allons utiliser les propriétés des diagonales.

Comme ABCD est un parallélogramme, les diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu O.

Comme AFCE est un parallélogramme, les diagonales [AC] et [FE] se coupent en leur milieu O.

Ainsi les segments [BD] et [FE] se coupent en leur milieu O.

Le quadrilatère EDFB a ses diagonales [BD] et [FE] qui se coupent en leur milieu, c'est un parallélogramme.

Exercice n° 3

Correction

Des carrés inscrits et circonscrits

1.a. Comme [AC] et [BD] sont deux diamètres du cercle, ces segments se coupent en leur milieu O.

Le quadrilatère ABCD a ses diagonales [AC] et [BD] qui se coupent en leur milieu, il s'agit d'un parallèlogramme.

1.b. Les deux diagonales [AC] et [BD] sont aussi des diamètres du cercle, elles sont donc de même longueur.

Le parallélogramme ABCD a des diagonales de même longueur, il s'agit d'un rectangle.

1.c. Les triangles rectangles ABO et AOD sont superposables, leurs côtés de l'angle droit sont égaux au rayon du cercle. On en déduit que AB = AD.

Le parallélogramme ABCD a deux côtés consécutifs égaux, il s'agit d'un losange.

1.d. ABCD est un rectangle, il s'agit aussi d'un losange. Finalement ABCD est un carré.

2. Comme (EH) ⊥ (AC) et (FG) ⊥ (AC), comme on sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles**, donc (EH)//(FG).

Comme (EF) ⊥ (BD) et (HG) ⊥ (BD), comme on sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles**, donc (EF)//(HG).

EHGF a ses côtés opposés parallèles deux à deux, il s'agit d'un parallèlogramme.

Comme (EA)//(BO) et que (EB)//(AO), EAOB est un parallélogramme.
De plus, EAOB a au moins un angle droit, il s'agit d'un rectangle.
Enfin, OB = OA, il s'agit également d'un losange et donc d'un carré.

Le parallélogramme EAOB a un angle droit en E, il s'agit d'un rectangle.
De plus BE = OA et EA = BO donc EH = EF, EAOB est un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs égaux, c'est un losange.

EAOB est un rectangle et un losange, il s'agit d'un carré.

EXERCICE Nº 4 — CORRECTION

Vrai ou faux

Les affirmations suivantes sont-elles vraies.
Quand l'une d'entre elle est fausse, faire une figure pour illustrer la réponse.

Affirmation nº 1 : Un carré est un losange.

VRAIE. Un carré a ses côtés tous égaux, il s'agit bien d'un cas particulier de losange.

Affirmation nº 2 : Un losange est un carré.

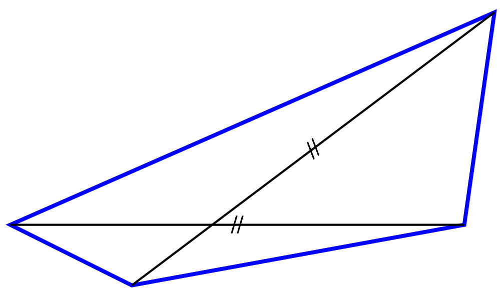
FAUX. Un losange n'a pas forcément un angle droit. Il existe des losanges non rectangle !

Affirmation nº 3 : Un losange est un parallélogramme.

VRAIE. Un losange a ses côtés opposés parallèles deux à deux. Ce sont bien des parallélogrammes.

Affirmation nº 4 : Un quadrilatère dont les diagonales ont la même longueur est un rectangle.

FAUX. Les diagonales d'un quadrilatères peuvent avoir la même longueur sans se couper en leur milieu.



Affirmation nº 5 : Un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires est un carré.

FAUX. Un parallélogramme ayant des diagonales perpendiculaires est un losange et tous les losanges ne sont pas carrés !

Affirmation nº 6 : Un quadrilatère ayant deux axes de symétries est un rectangle.

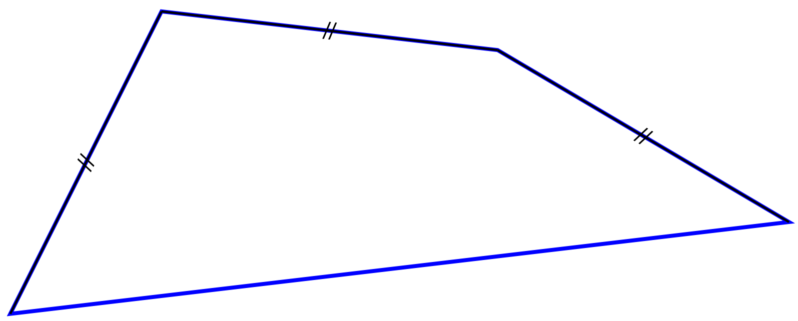
FAUX. Un losange a deux axes de symétries et tous les losanges ne sont pas rectangles.

Affirmation nº 7 : Un parallélogramme ayant un angle droit est un rectangle.

VRAIE. C'est une propriété caractéristique.

Affirmation nº 8 : Un quadrilatère ayant trois côtés égaux est un losange.

FAUX. Un quadrilatère peut avoir trois côtés égaux sans en avoir quatre.



Affirmation nº 9 : Un quadrilatère ayant trois angles droits est un rectangle.

VRAIE. Cela a été démontré en classe. Cela repose sur les propriétés liant les droites parallèles et perpendiculaires.

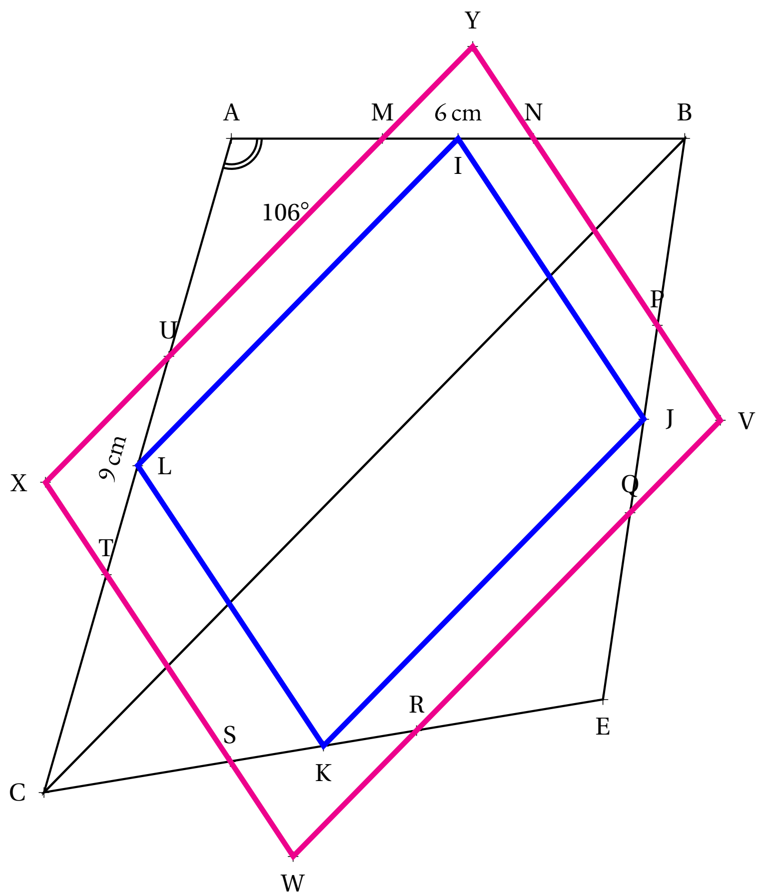
Affirmation nº 10 : Un quadrilatère ayant un axe de symétrie est un trapèze.

FAUX. Cela peut-être un cerf-volant, voir fiche de synthèse.

Exercice nº 5

Correction

De Varignon à Wittenbauer



Chacun de ces quadrilatères est un parallèlogramme.
Ils sont semblables ! C'est à dire, ils ont les mêmes angles. L'un est un agrandissement de l'autre !

Exercice n° 6 : **Un carré dans un carré**

1. Dans le quadrilatère AECG, AE = CG = 30 cm. De plus comme ABCD est un carré, (AE)//(CG).

Ainsi AECG est un quadrilatère non croisé ayant deux côtés opposés parallèles et égaux, il s'agit d'un parallèlogramme.

2. Dans le quadrilatère BFDH, BF = DH = 30 cm. De plus comme ABCD est un carré, (BF)//(DH).

Ainsi BFDH est un quadrilatère non croisé ayant deux côtés opposés parallèles et égaux, il s'agit d'un parallèlogramme.

3.a.
Comme AECG est un parallélogramme, les diagonales [AC] et [EG] se coupent en leur milieu.
Comme BFDH est un parallélogramme, les diagonales [BD] et [FH] se coupent en leur milieu.

Or ABCD est un carré, donc un parallélogramme, les diagonales [AC] et [BD] ont donc le même milieu, appelons-le O.
On en déduit que [EG] et [FH] ont aussi le même milieu O.

3.b. Comme le quadrilatère EFGH a ses diagonales, [EG] et [FH], qui se coupent en leur milieu, il s'agit d'un parallèlogramme.

4.a. Les triangles AEH et EBF sont rectangles et ont les côtés de l'angle droit égaux à 30 cm et 70 cm. Ils sont donc superposables.
Ainsi les angles de ses triangles sont égaux deux à deux.

Informations légales

- **Auteur :** Fabrice ARNAUD
- **Web :** pi.ac3j.fr
- **Mail :** contact@ac3j.fr
- **Dernière modification :** 30 avril 2026 à 12:51

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.967
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Questing Quokka (Le Quokka en quête) 25.10 avec la distribution TeX Live 2024.20250309 et LuaTex 1.18.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TEX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !

Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, **Cours.pdf**, a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 30 avril 2026 à 12:51.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : https://pi.ac3j.fr/mathematiques-college