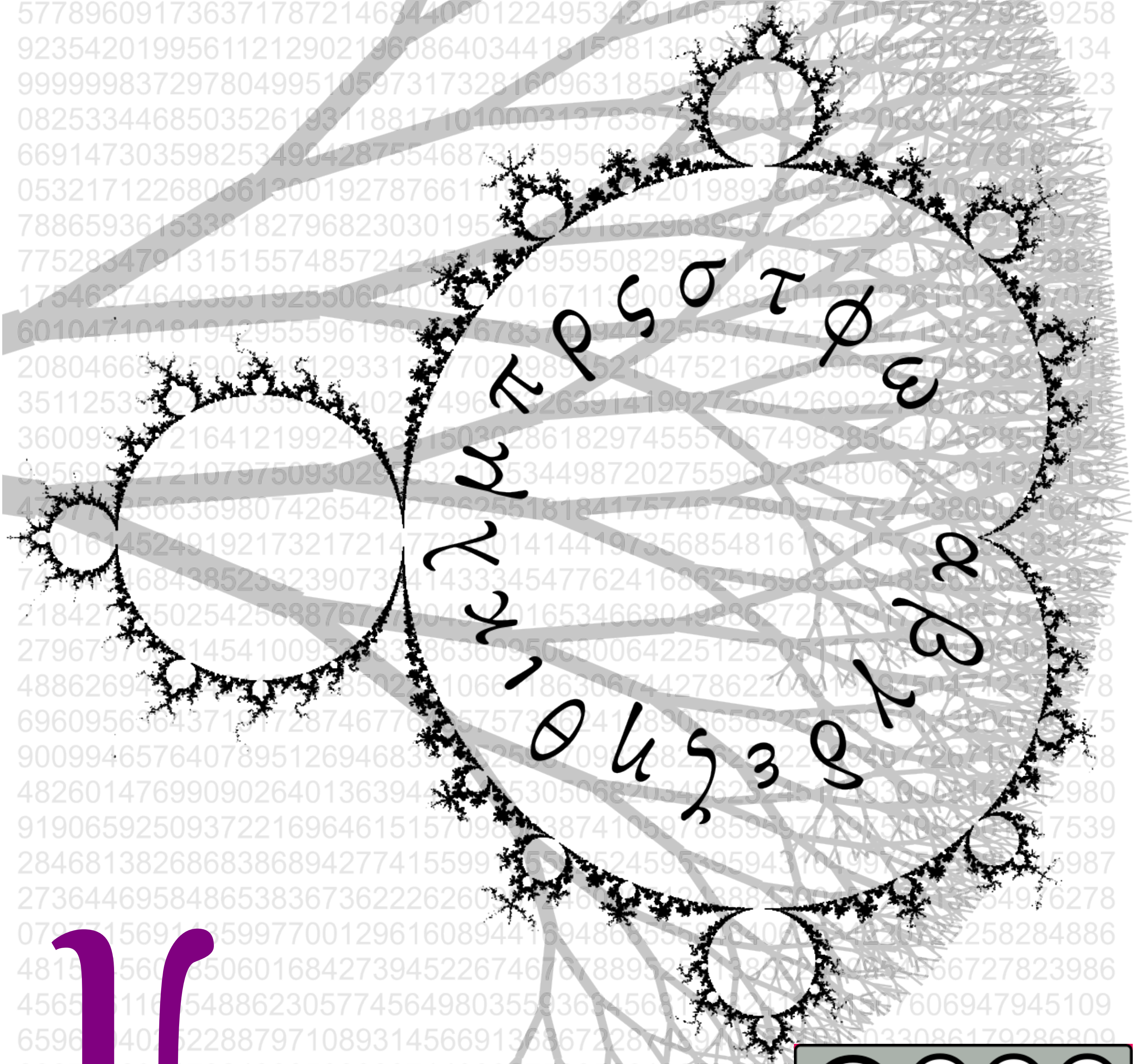
Annales du Brevet 2024

Corrigées

Mathématiques



Fabrice ARNAUD

pi.ac3j.fr

Version du 29 juin 2026

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2024

MATHÉMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 h 00 - 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte **8** pages numérotées de la page **1/8** à **8/8**.

Matériel autorisé

L'usage de la calculatrice **avec le mode examen activé** est autorisé.

L'usage de la calculatrice **sans mémoire**, « type collège », est autorisé.

L'utilisation du dictionnaire est interdite.

Le sujet est constitué de cinq exercices indépendants.
Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Exercice 1	20 points
Exercice 2	20 points
Exercice 3	20 points
Exercice 4	21 points
Exercice 5	19 points

Indication portant sur l'ensemble du sujet. Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée. Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1 : (20 points)

Voici cinq affirmations. Pour chacune d'entre elles, dire si elle est vraie ou fausse.

On rappelle que chaque réponse doit être justifiée.

1) Voici les prix en euros d'un vêtement relevés dans différents magasins.

12 ; 15 ; 10 ; 7 ; 13

Affirmation A : La moyenne des prix est 11,40 €.

Affirmation B : La médiane des prix est 10 €.

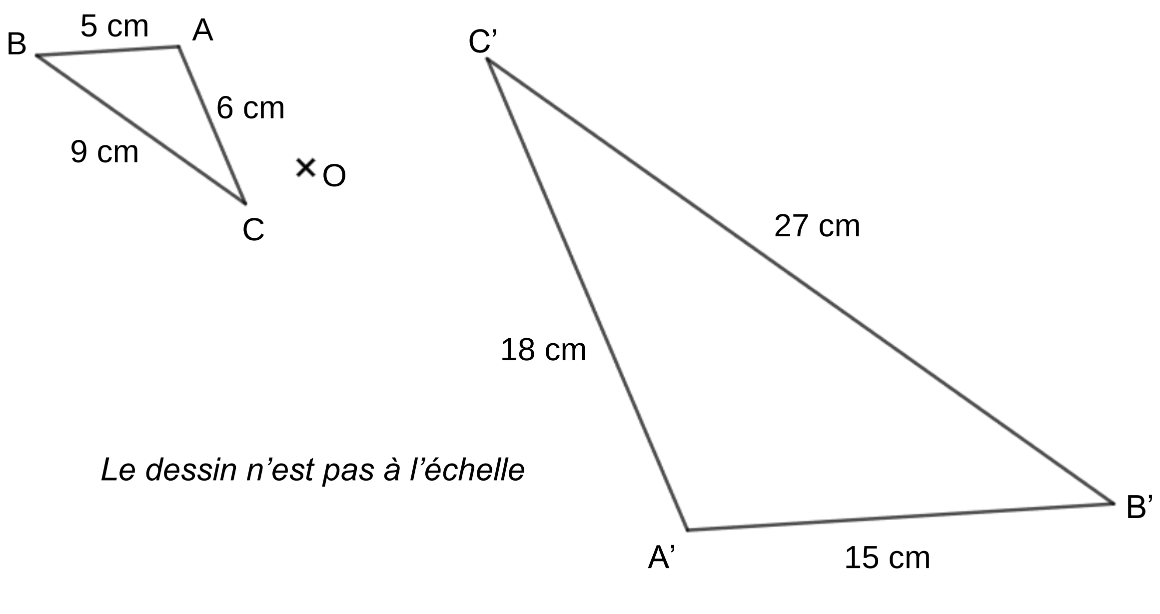
2) Lors d'un entraînement, une élève court 20 m en 6 secondes.

Affirmation C : Lors de cet entraînement, sa vitesse moyenne était de 14 km/h.

3) Une urne contient 15 boules indiscernables numérotées de 1 à 15.

Affirmation D : La probabilité de tirer au hasard une boule sur laquelle apparaît un nombre premier est $\frac{7}{15}$.

4) Le triangle A'B'C' est l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport (– 3).

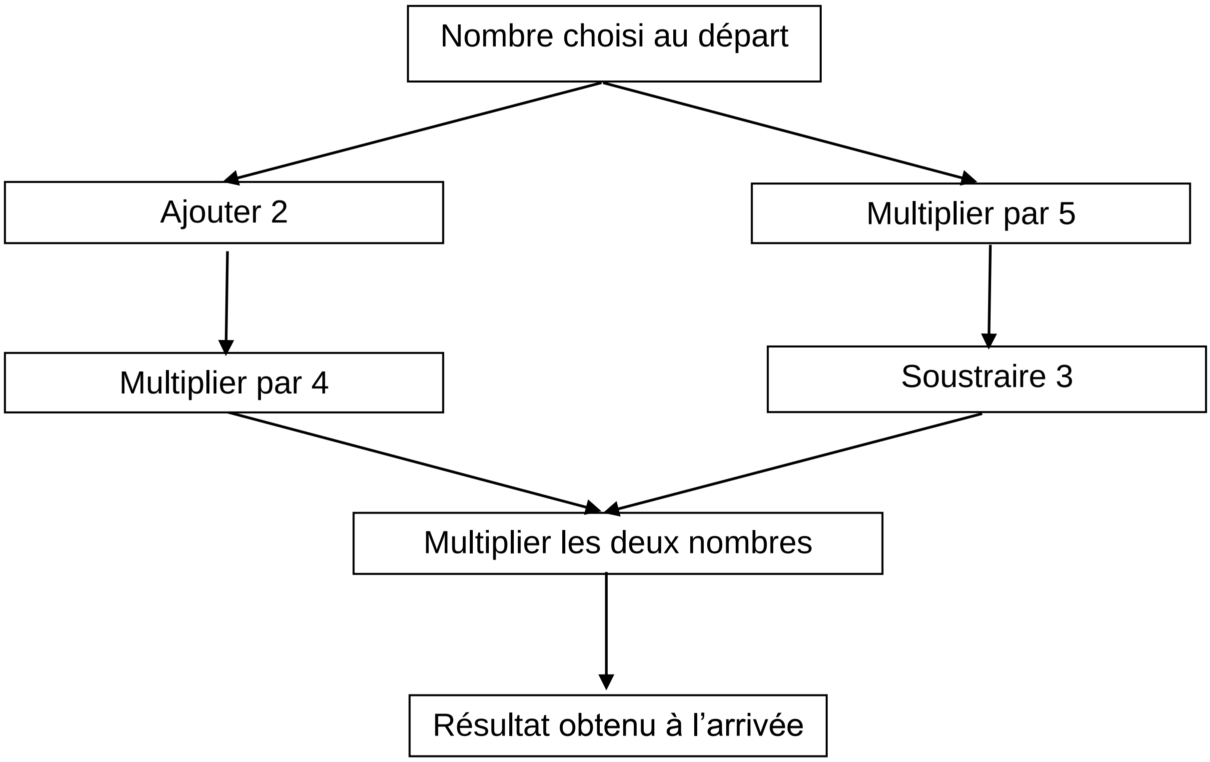


Le dessin n'est pas à l'échelle

Affirmation E : L'aire du triangle A'B'C' est égale à 3 fois l'aire du triangle ABC.

<u>Exercice 2</u> : (20 points)

Voici un programme de calcul :



1) Montrer que si on choisit 2 comme nombre de départ, le résultat à l'arrivée est 112.

2) Quel est le résultat obtenu à l'arrivée quand on choisit -3 comme nombre de départ ?

3) On choisit x comme nombre de départ.

Parmi les expressions suivantes, lesquelles permettent d'exprimer le résultat à l'arrivée de ce programme de calcul. Aucune justification n'est demandée.

Expression A	Expression B	Expression C	Expression D
$(x+2\times4)(x\times5-3)$	$(4x+2)(5x-3)$	$(4x+8)(5x-3)$	$(x+2)\times4\times(5x-3)$

4) Trouver les deux nombres de départ qui permettent d'obtenir 0 à l'arrivée. Expliquer la démarche.

5) Développer et réduire l'expression B.

<u>Exercice 3</u> : (20 points)

Un cinéma propose trois tarifs :

Tarif « Classique » : La personne paye chaque entrée 11 €.
Tarif « Essentiel » : La personne paye un abonnement annuel de 50 € puis chaque entrée coûte 5 €.
Tarif « Liberté » : La personne paye un abonnement annuel de 240 € avec un nombre d'entrées illimité.

1) Avec le tarif « Classique », une personne souhaite acheter trois entrées au cinéma.
Combien va-t-elle payer ?

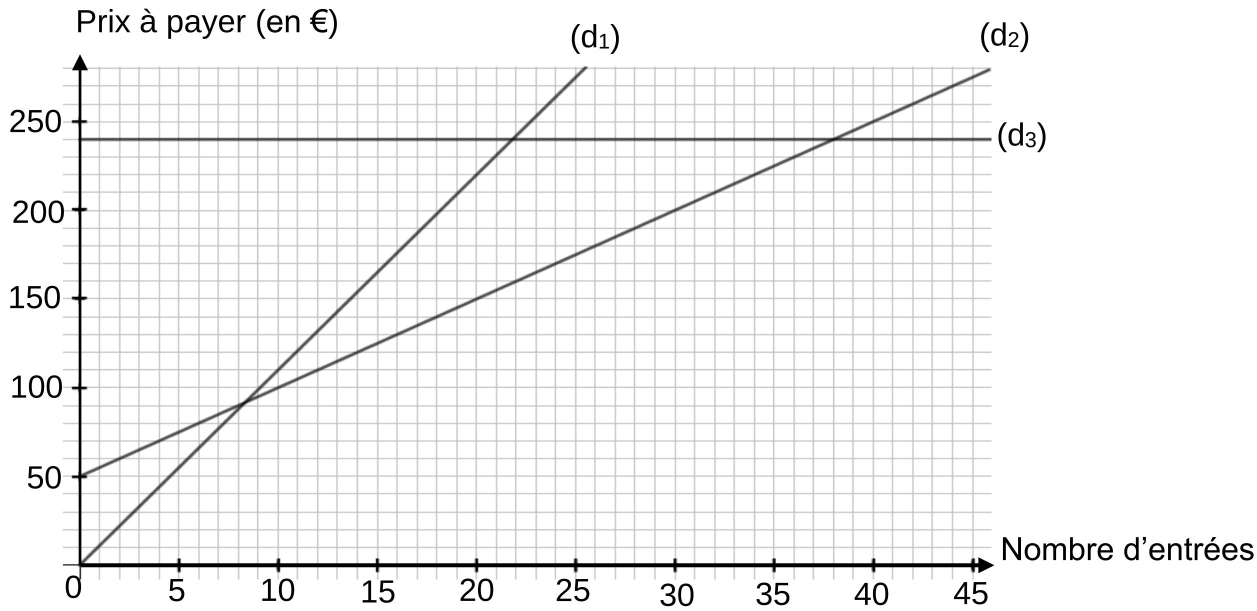
2) Avec le tarif « Essentiel », une personne souhaite aller huit fois au cinéma.
Montrer qu'elle va payer 90 €.

3) Dans la suite, x désigne le nombre d'entrées au cinéma.
On considère les trois fonctions f, g et h suivantes :

$f : x \mapsto 50 + 5x$ $\qquad$ $g : x \mapsto 240$ $\qquad$ $h : x \mapsto 11x$

Associer, sans justifier, chacune de ces fonctions au tarif correspondant.

Le graphique ci-dessous représente le prix à payer en fonction du nombre d'entrées pour chacun de ces trois tarifs.



La droite (d_1) représente la fonction correspondant au tarif « Classique ».
La droite (d_2) représente la fonction correspondant au tarif « Essentiel ».
La droite (d_3) représente la fonction correspondant au tarif « Liberté ».

4) Quel tarif propose un prix proportionnel au nombre d'entrées ?

5) Pour les questions suivantes, aucune justification n'est attendue.

a. Avec 150 €, combien peut-on acheter d'entrées au maximum avec le tarif « Essentiel » ?

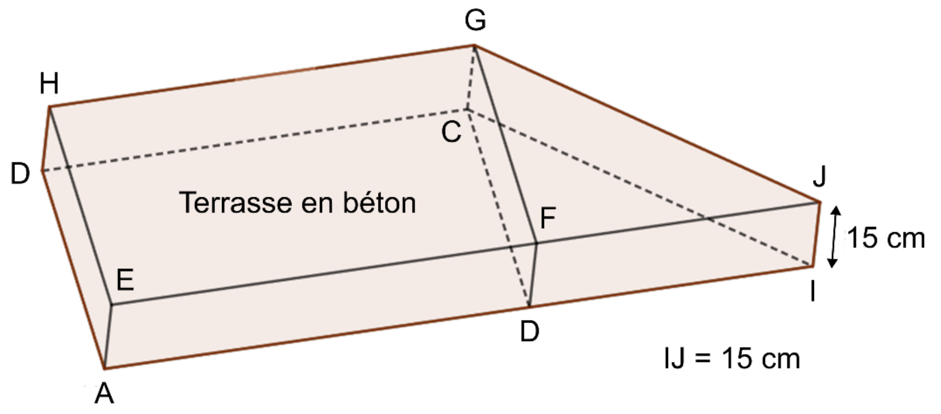
b. À partir de combien d'entrées, le tarif « Liberté » devient-il le tarif le plus intéressant ?

c. Si on décide de ne pas dépasser un budget de 200 €, quel est le tarif qui permet d'acheter le plus grand nombre d'entrées ?

Exercice 4 : (21 points)

M. et Mme Martin veulent construire une terrasse en béton dans leur jardin. Ils souhaitent que leur terrasse ait une hauteur de 15 cm. *Les représentations ci-dessous ne sont pas à l'échelle.*

Vue en perspective de la terrasse

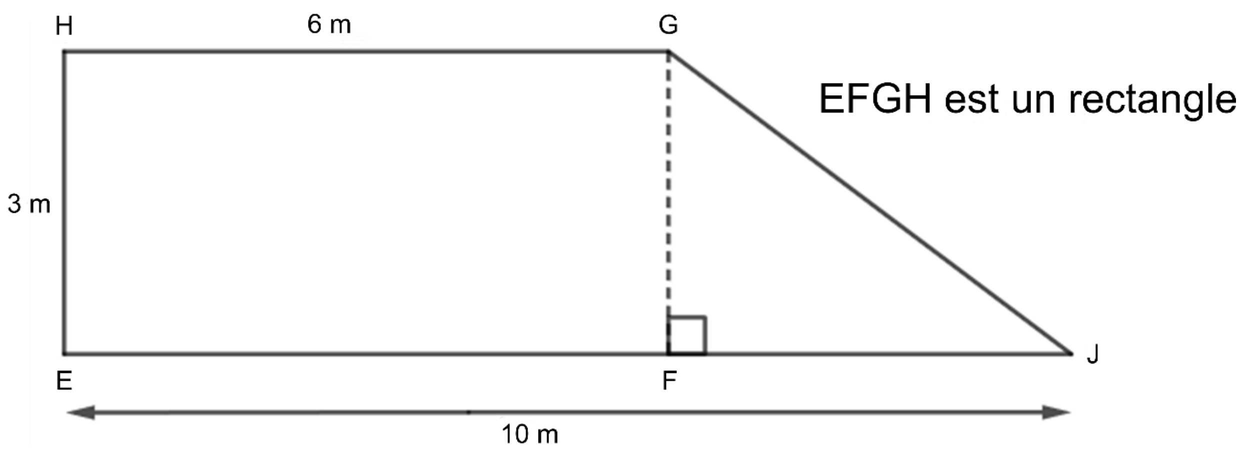


Rappel :

Le volume d'un prisme est donné par la formule :

$V = \text{Aire}_{\text{base}} \times \text{Hauteur}$

Vue de dessus de la terrasse



1) Montrer que FJ = 4 m.

2) Afin de pouvoir couler le béton, M. et Mme Martin doivent délimiter la terrasse en installant des planches tout autour. Quelle longueur de planches doivent-ils acheter au minimum ?

3) M. et Mme Martin souhaitent réaliser 4 m^3 de béton.

a. Montrer que le volume de la terrasse est bien inférieur à 4 m^3.

b. Sachant que pour faire 1 m^3 de béton, il faut 250 kg de ciment, quelle masse de ciment (en kg) doivent-ils acheter pour réaliser 4 m^3 de béton ?

c. Pour faire du béton, on ajoute de l'eau à un mélange de ciment, de gravier et de sable. Dans ce mélange, les masses de ciment – gravier – sable sont dans le ratio 2 : 7 : 5. Déterminer (en kg), la masse de gravier et la masse de sable nécessaires pour réaliser les 4 m^3 de béton.

4) M. et Mme Martin souhaitent peindre la surface supérieure de leur terrasse.
À l'aide des documents 1, 2 et 3, déterminer le type et le nombre de pots nécessaires pour effectuer ces travaux avec un coût minimum.

Document 1 : Pots de peinture proposés

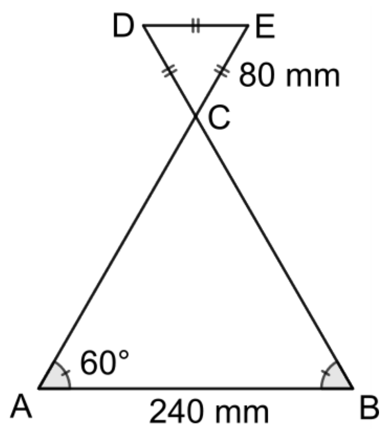
	Pot A	Pot B
Contenance (en litres)	5	10
Prix (en euros)	79,90	129,90

Document 2 : L'offre du mois

Document 3 :
Deux couches de peinture sont nécessaires.
1 litre de peinture permet de réaliser une couche de 5 m².

<u>Exercice 5</u> : (19 points)

Dans cet exercice on considère la figure codée ci-contre.



Le dessin n'est pas à l'échelle

- Les points A, C et E sont alignés.
- Les points B, C et D sont alignés.
- AB = 240 mm.
- CE = 80 mm.

<u>Partie A</u>

1) Montrer que le triangle ABC est équilatéral.

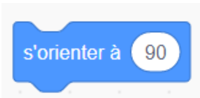
2) Montrer que les droites (DE) et (AB) sont parallèles.

<u>Partie B</u>

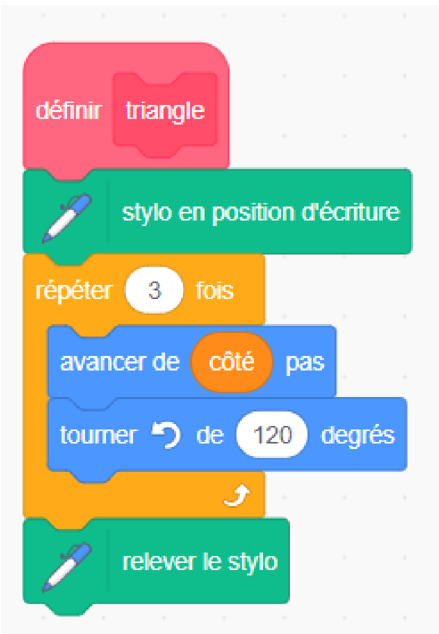
On donne le programme suivant qui permet de tracer la figure précédente.

Ce programme comporte une variable nommée « côté ».

Les longueurs sont données en pas : **1 pas représente 1 mm**.

On rappelle que l'instruction 

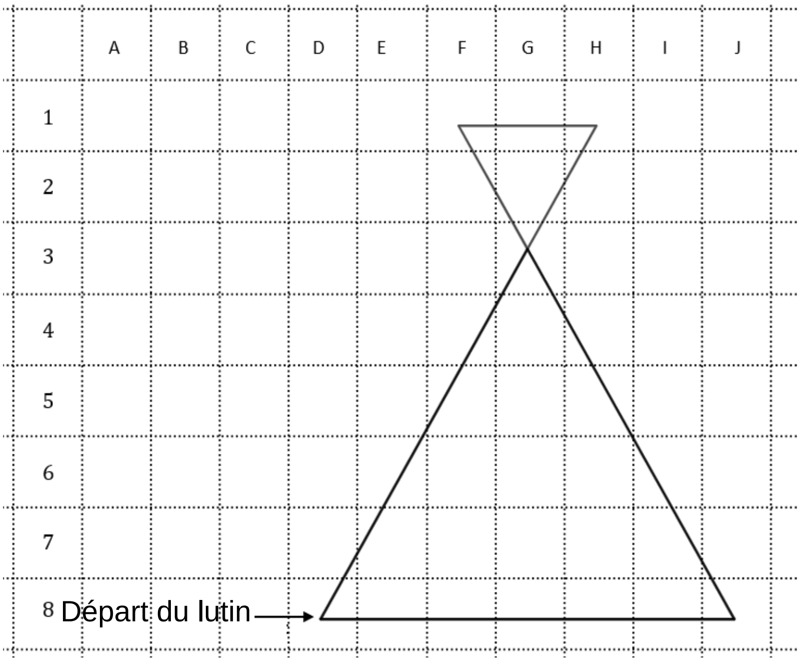
signifie que le lutin se dirige horizontalement vers la droite.

Programme	Le bloc **triangle**
	

1) Quelles sont les coordonnées du point de départ du lutin ? Aucune justification n'est demandée.

2) Quelle valeur doit être saisie à la ligne 4 dans le programme ? Aucune justification n'est demandée.

3) Le lutin démarre à la case D8. Dans quelle case se trouve-t-il lorsqu'il vient d'exécuter la ligne 7 du programme ? Aucune justification n'est demandée.



4) Expliquer l'instruction « côté / 3 » de la ligne 8 du programme pour le tracé de la figure.

BREVET 2024 — Mathématiques — Amérique du Nord

Mercredi 29 mai 2024

Série générale

Correction

Cette correction est rédigée à des fins pédagogiques et didactiques. Il n'est pas demandé au candidat de justifier le raisonnement en donnant autant de détails. De nombreux commentaires ont été ajoutés pour aider à la préparation à cette épreuve. Il est même régulièrement proposé plusieurs alternatives pour une même réponse. Une seule réponse est attendue de la part du candidat. Pour la même raison, même quand le sujet indique explicitement que le raisonnement ne doit pas être justifié, des explications complémentaires ont été fournies.

Exercice n° 1 — Correction

Médiane — Moyenne — Vitesse — Probabilités — Homothétie

(20 points)

Pour résoudre cet exercice il peut être utile de consulter les fiches de synthèse de cours suivantes :

Troisième — Probabilités

Troisième — Statistiques

Troisième — Grandeurs simples et composées

Troisième — Les transformations

Affirmation A

Pour calculer la moyenne, il faut effectuer $\dfrac{12+15+10+7+13}{5} = \dfrac{57}{5} = 11,4$

Affirmation A : Vraie

Affirmation B

Pour calculer la médiane, il faut classer ces prix dans l'ordre croissant. La médiane correspond au prix central. Comme il y a 5 prix, 5=2+1+2, il s'agit du troisième prix.

Le classement : 7 ; 10 ; **12** ; 13 ; 15

Affirmation B : Fausse. La médiane est égale à 12

Affirmation C

On cherche une vitesse moyenne, cela signifie que la distance et le temps sont proportionnels.

Distance	20 m	$\dfrac{3600\,\text{s} \times 20\,\text{m}}{6\,\text{s}} = 12\,000\,\text{m} = 12\,\text{km}$
Temps	6 s	1 h=60 min=3600 s

Affirmation C : Fausse. La vitesse moyenne est de 12 km/h

Affirmation D

Nous sommes dans **une expérience aléatoire à une épreuve** constituée de 15 issues équiprobables.
Pour les nombres entiers entre 1 et 15, les nombres premiers sont 2; 3; 5; 7; 11 et 13. Il y a 6 nombres premiers.

La probabilité cherchée est donc $\dfrac{6}{15}$ et non pas $\dfrac{7}{15}$.

$\boxed{\textbf{Affirmation D} : \text{Fausse.}}$

Affirmation E

D'après le cours, on sait que si une figure a ses longueurs multipliées par k, alors son aire est multipliée par k^2.
Or une homothétie de rapport -3 multiplie les longueurs du résultat par 3.
Ainsi le triangle A′B′C′ a une aire $3^2 = 9$ fois plus grande que le triangle ABC.

$\boxed{\textbf{Affirmation E} : \text{Fausse.}}$

Exercice n° 2 — Correction

Programme de calcul — Calcul littéral (25 points)

Pour résoudre cet exercice il peut être utile de consulter la fiche de synthèse de cours suivante :

Troisième — Calcul littéral

1. En partant du nombre 2 on obtient successivement :

- En ajoutant 2 : $2+2=4$
- On multiplie par 4 : $4\times 4=16$
- On multiplie par 5 : $2\times 5=10$
- On soustrait 3 : $10-3=7$
- On multiplie les deux nombres : $16\times 7=112$

$\boxed{\text{En partant du nombre 2 au départ on arrive à la fin au nombre 112.}}$

2. En partant du nombre -3 on obtient successivement :

- En ajoutant 2 : $-3+2=-1$
- On multiplie par 4 : $4\times(-1)=-4$
- On multiplie par 5 : $-3\times 5=-15$
- On soustrait 3 : $-15-3=-18$
- On multiplie les deux nombres : $-4\times(-18)=72$

$\boxed{\text{En partant du nombre } -3 \text{ au départ on arrive à la fin au nombre 72.}}$

3. En partant du nombre générique x on obtient successivement :

- En ajoutant 2 : $x+2$
- On multiplie par 4 : $4\times(x+2)=4x+8$
- On multiplie par 5 : $5x$
- On soustrait 3 : $5x-3$
- On multiplie les deux nombres : $(4x+8)(5x-3)$ ou encore $4(x+2)(5x-3)=(x+2)\times 4\times(5x-3)$

$\boxed{\text{En partant du nombre } x \text{ au départ on arrive à la fin au nombre à l'}\textbf{Expression C}\text{ ou l'}\textbf{Expression D}.}$

4. La démarche la plus rigoureuse consiste à résoudre l'équation :

$$(4x+8)(5x-3)=0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$
\begin{aligned}
4x+8&=0\\
4x+8\color{red}{-8}&=0\color{red}{-8}\\
4x&=-8\\
x&=-\frac{8}{4}\\
x&=-2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
5x-3&=0\\
5x-3\color{red}{+3}&=0\color{red}{+3}\\
5x&=3\\
x&=\frac{3}{5}\\
x&=0,6
\end{aligned}
$$

$\boxed{\text{Il y a deux nombres pour lesquels le programme donne } 0\text{, les nombres } -2 \text{ et } 0,6.}$

On pouvait trouver la solution -2 par essais erreurs successifs !

5. Développons :

$B=(4x+2)(5x-3)$
$B=20x^2-12x+10x-6$

$\boxed{B=20x^2-2x-6}$

Exercice n° 3 — Correction

Représentation graphique — Fonction linéaire — Fonction affine (20 points)

Pour résoudre cet exercice il peut être utile de consulter les fiches de synthèse de cours suivantes :

Troisième — Fonctions linéaires ***Troisième — Fonctions affines***

1. Avec **le Tarif « Classique »**, une personne paye 11 € par entrée.

Comme 3×11 € $=33$ €, $\boxed{\text{cette personne paye 33 €.}}$

2. Avec **le Tarif « Essentiel »**, la personne paie un abonnement de 50 € puis chaque entrée coûte 5 €.

Ainsi en comptant l'abonnement, pour 8 places, $\boxed{\text{elle va payer } 50 \text{ €} + 8\times 5 \text{ €} = 50 \text{ €} + 40 \text{ €} = 90 \text{ €, qui est la réponse attendue.}}$

3. Notons x le nombre générique qui désigne le nombre de places achetées.
Il n'est pas demandé de justifier. Voici néanmoins quelques éléments sur le raisonnement à mener.

Le **Tarif « Classique »** revient à multiplier x par 11, il s'agit de $h(x)=11x$.
Le **Tarif « Essentiel »** revient à multiplier x par 5 et à ajouter 50, il s'agit de $f(x)=50+5x$.
Le **Tarif « Liberté »** est constant égal à 240, il s'agit de $g(x)=240$.

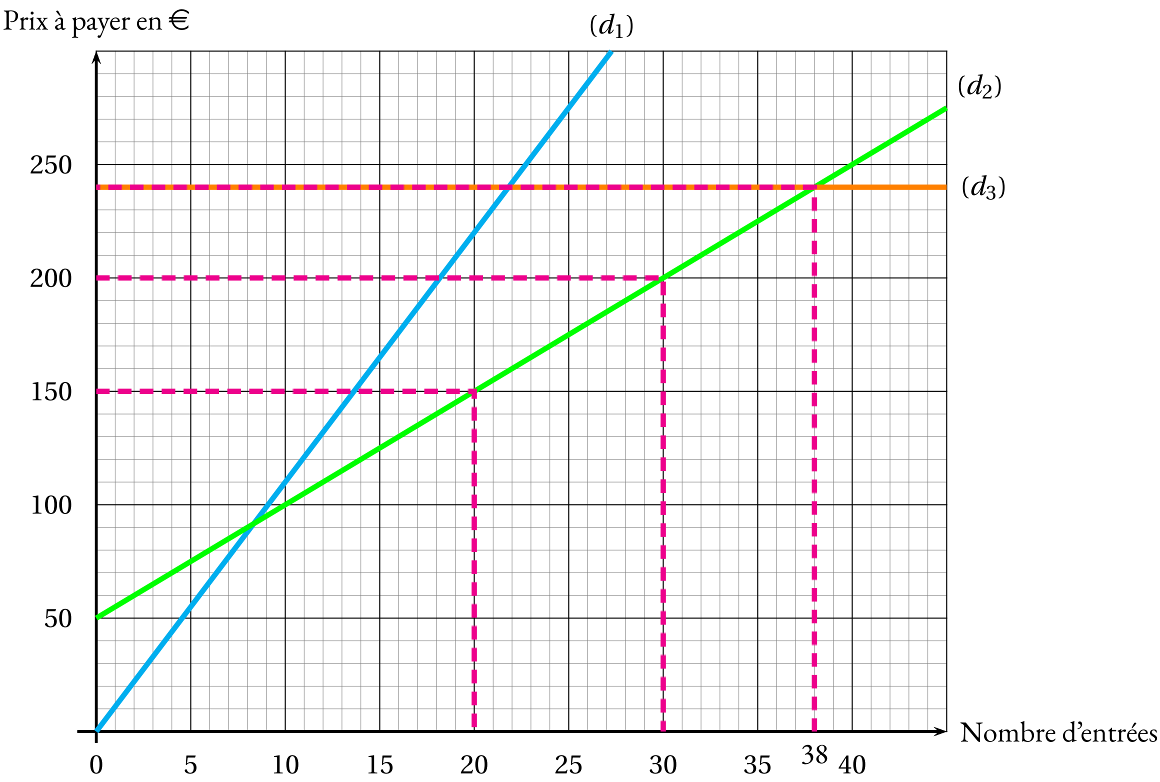
4. On sait d'après le cours que **les fonctions linéaires modélisent les situations où les antécédents et les images sont proportionnels et que la représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine.**

Clairement h est de la forme ax, elle est linéaire ce que confirme sa représention graphique la droite (d_1).

$\boxed{\text{Le \textbf{Tarif « Classique »} propose un prix proportionnel au nombre de places achetées.}}$

On pouvait évidemment ne pas faire référence à la fonction linéaire et se contenter de signaler que ce tarif était le seul qui correspondait à un coefficient multiplicateur unique, 11, pour passer du nombre de places au prix.

5. L'absence de justification laisse entendre qu'on attendait une lecture graphique.



5.a. On lit graphiquement que l'on paye 150 € avec le **Tarif essentiel** pour 20 places achetées.

On pouvait aussi résoudre l'équation suivante :

$$\begin{aligned} f(x) &= 150 \\ 50+5x &= 150 \\ 50+5x-50 &= 150-50 \\ 5x &= 100 \\ x &= \frac{100}{5} \\ x &= 20 \end{aligned}$$

5.b. Le **Tarif Liberté** est plus avantageux à partir de 39 places achetées.

On pouvait aussi résoudre l'équation suivante :

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ 50+5x &= 240 \\ 50+5x-50 &= 240-50 \\ 5x &= 190 \\ x &= \frac{190}{5} \\ x &= 38 \end{aligned}$$

5.c. Avec 200 € de budget, le tarif le plus intéressant est **le Tarif « Essentiel »** qui permet d'acheter 30 places.

On pouvait aussi résoudre les deux équations suivantes :

$$f(x) = 20050 + 5x \qquad = 200$$

$$\begin{aligned} h(x) &= 200 \\ 11x &= 200 \\ x &= \frac{200}{11} \\ x &\approx 18{,}2 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 50 + 5x - 50 &= 200 - 50 \\ 5x &= 150 \\ x &= \frac{150}{5} \\ x &= 30 \end{aligned}$$

Exercice n° 4 — Correction

Théorème de Pythagore — Prisme droit — Volume — Ratio

(21 points)

Pour résoudre cet exercice il peut être utile de consulter les fiches de synthèse de cours suivantes :

Quatrième — Égalité de Pythagore ***Troisième — Solides et volumes*** ***Troisième — Ratio***

1. Comme EFGH est un rectangle, EF = HG = 6 m.
En faisant l'hypothèse que les points E, F et J sont alignés, ce qui paraît raisonnable, on a $\boxed{\text{FJ} = 10\,\text{m} - 6\,\text{m} = 4\,\text{m}}$

2. Il faut calculer le périmètre du quadrilatère EJGH. Pour cela, il ne manque que la longueur GJ.
On sait que, comme EFGH est un rectangle, HE = GF = 3 m.
Dans le triangle GFJ rectangle en F,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\begin{aligned} \text{FG}^2 + \text{FJ}^2 &= \text{GJ}^2 \\ 4^2 + 3^2 &= \text{GJ}^2 \\ 16 + 9 &= \text{GJ}^2 \\ \text{GJ}^2 &= 25 \\ \text{GJ} &= \sqrt{25} \\ \text{GJ} &= 5 \end{aligned}$$

Ainsi $\boxed{\text{le périmètre du quadrilatère mesure } 10\,\text{m} + 5\,\text{m} + 6\,\text{m} + 3\,\text{m} = 24\,\text{m, c'est la longueur de planches cherchée.}}$

3.a. Pour calculer le volume de ce prisme, on applique la formule rappelée :

$$\text{Volume} = \text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}$$

Le prisme AICDEJGH est un prisme droit dont les bases sont les quadrilatères superposables AICD et EJGH. La hauteur de ce prisme est la longueur JI = 15 cm.

Pour calculer l'aire du quadrilatère EJGH, nous le décomposons en le rectangle EFGH et le triangle rectangle GFI.

Aire du quadrilatère EJGH $= 6\,\text{m} \times 3\,\text{m} = 18\,\text{m}^2$

L'aire d'un triangle rectangle vaut la moitié de celle du rectangle associé.

Aire du triangle rectangle GFI $= \dfrac{4\,\text{m} \times 3\,\text{m}}{2} = \dfrac{12\,\text{m}^2}{2} = 6\,\text{m}^2$

Ainsi Aire de la base $= 18\,\text{m}^2 + 6\,\text{m}^2 = 24\,\text{m}^2$

Volume du prisme $= 24\,\text{m}^2 \times 15\,\text{cm} = 24\,\text{m}^2 \times 0{,}15\,\text{m} = 3{,}6\,\text{m}^3$

$\boxed{\text{Le volume de cette terrasse vaut } 3{,}6\,\text{m}^3\text{, ce qui est bien inférieur à } 4\,\text{m}^3.}$

3.b. Le volume de béton est proportionnel à la masse de ciment. Ce n'est pas précisé dans l'énoncé, ce qui est formellement une erreur !

Volume de béton	$1\,\mathrm{m}^3$	$4\,\mathrm{m}^3$
Masse de ciment	$250\,\mathrm{kg}$	$4 \times 250\,\mathrm{kg} = 1000\,\mathrm{kg} = 1\,\mathrm{t}$

Il faut 1000 kg=1 t de ciment pour $4\,\mathrm{m}^3$ de béton.

3.c. Dire que les proportions de ciment, gravier et sable sont dans un ratio $2 : 7 : 5$ dans ce mélange signifie que les masses de ces matériaux sont proportionnelles aux nombres 2 ; 7 ; 5.
On a vu, à la question précédente que la masse de ciment était de 1000 kg.
On peut représenter cette situation dans un tableau :

	Ciment	Gravier	Sable
Ratio	2	7	5
Masse	1000 kg	$\dfrac{7 \times 1000\,\mathrm{kg}}{2} = 3500\,\mathrm{kg}$	$\dfrac{5 \times 1000\,\mathrm{kg}}{2} = 2500\,\mathrm{kg}$

Il faut 1000 kg de ciment, 3500 kg de gravier et 2500 kg de sable pour réaliser $4\,\mathrm{m}^3$ de béton.

5. Nous avons vu dans la question **1.** que l'aire de la terrasse mesurait $24\,\mathrm{m}^2$
D'après le **Document n° 3**, il faut deux couches, il faut donc peindre $2 \times 24\,\mathrm{m}^2 = 48\,\mathrm{m}^2$.

D'après le **Document n° 3**, il faut 1 L pour peindre $5\,\mathrm{m}^2$. Comme $48\,\mathrm{m}^2 \div 5\,\mathrm{m}^2 = 9,6$, il faut 9,6 L de peinture.

D'après le **Document n° 1**, on peut donc acheter deux pots A de 5 L ou un pot B de 10 L.

En achetant le pot B, cela va coûter 129,90 €.

D'après le **Document n° 2**, il y a 50 % de réduction sur le deuxième pot.
On peut effectuer $79,90\,€ \times \dfrac{50}{100} = 79,90\,€ \times 0,50 = 39,95\,€$.
On pouvait aussi utiliser un produit en croix dans un tableau montrant les valeurs proportionnelles.

Pourcentage	100	50
Prix	$79,90\,€$	$\dfrac{79,90\,€ \times 50}{100} = 39,95\,€$

Finalement, en achetant deux pots A ils vont payer $79,90\,€ + 39,95\,€ = 119,85\,€$.

Il est plus rentable d'acheter deux pots A, cela va coûter 119,35 €.

Exercice n° 5 — Correction

Théorème de Thalès — Scratch

(19 points)

Pour résoudre cet exercice il peut être utile de consulter les fiches de synthèse de cours suivantes :

Troisième — Le théorème de Thalès *Troisième — Programmer avec des blocs*

Partie A

1. On sait que **dans un triangle, la somme des angles vaut** $180°$.
On remarque que dans le triangle ABC, il y a deux angles égaux à $60°$.
Ainsi on a $60° + 60° + \widehat{ACB} = 180°$ soit $120° + \widehat{ACB} = 180°$ c'est à dire $\widehat{ACB} = 180° - 120° = 60°$

Comme le triangle ABC a trois angles égaux, $\boxed{\text{ABC est équilatéral.}}$

2. On sait que ABC est équilatéral et que $AB = BC = CA = 240\,\text{mm}$.
On sait aussi que DEC est équilatéral et que $CD = DE = EC = 80\,\text{mm}$.

Comparons les quotients $\dfrac{CA}{CE}$ et $\dfrac{CB}{CD}$.

$$\frac{CA}{CE} = \frac{80\,\text{mm}}{240\,\text{mm}} \qquad \frac{CB}{CD} = \frac{80\,\text{mm}}{240\,\text{mm}}$$

$$\frac{CA}{CE} = \frac{1}{3} \qquad \frac{CB}{CD} = \frac{1}{3}$$

On constate que $\dfrac{CA}{CE} = \dfrac{CB}{CD}$ et que les points A, C et E sont alignés et dans le même ordre que les points alignés B, C et D.

Ainsi, d'après **la réciproque du théorème de Thalès**, $\boxed{\text{les droites (AB) et (DE) sont parallèles.}}$

Partie B

1. On voit le bloc `Aller à x : -180 y : -150`. $\boxed{\text{Le point de départ du lutin est donc } (-180\,;-150).}$

2. Il faut écrire `Mettre côté à 240`

3. $\boxed{\text{Le lutin se situe dans la case } \textbf{G3}}$

4. L'instruction `côté / 3` permet de diviser la longueur du deuxième triangles équilatéral, celui du « haut », par 3.
En effet, dans la première partie, on a constaté que le petit triangle était trois fois plus petit que le grand puisque $240\,\text{mm} \div 80\,\text{mm} = 3$.

$\boxed{\text{Cette instruction divise la longueur du triangle équilatéral par 3.}}$

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2024

MATHÉMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 h 00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte **8** pages numérotées de la page **1 sur 8** à la page **8 sur 8**.

L'annexe page 8 sur 8 est à rendre avec la copie.

L'utilisation de la calculatrice avec mode examen actif est autorisée.

L'utilisation de la calculatrice sans mémoire, « type collège » est autorisée.

Le sujet est constitué de cinq exercices indépendants.

Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Exercice 1	20 points
Exercice 2	20 points
Exercice 3	20 points
Exercice 4	16 points
Exercice 5	24 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1 (20 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée.

Pour chaque question, quatre réponses sont proposées, **une seule réponse est exacte.**

Recopier sur la copie le numéro de la question **et** la réponse choisie.

1. Donner l'écriture scientifique de $0{,}193 \times 10^{-100}$.

$1{,}93 \times 10^{-99}$	$1{,}93 \times 10^{-101}$	193×10^{-103}	193×10^{-97}

2. Lili part en vacances, elle parcourt 480 km en 5 h 42 min.

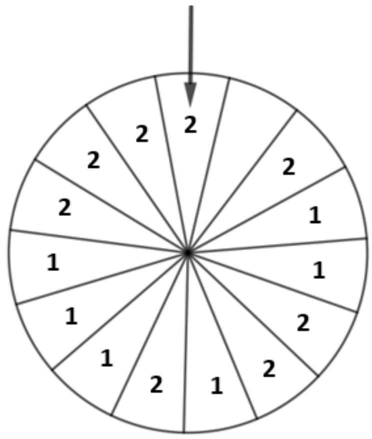
Quelle est sa vitesse moyenne en km/h, arrondie au dixième ?

88,6	84,2	1,4	23,4

3. Sam fait tourner la roue ci-contre et regarde le nombre désigné par la flèche, qui peut être 1 ou 2.

On admet que chaque secteur a autant de chance d'être désigné.

Le nombre écrit dans un des secteurs a été effacé. Est-il possible d'écrire un nombre dans ce secteur de sorte que la probabilité que la flèche désigne le nombre 2 soit égale à $\frac{3}{5}$?



Oui, en écrivant le nombre 1	Oui, en écrivant le nombre 2	Ce n'est pas possible	Oui, en laissant le secteur vide

4. On considère la liste de nombres suivante : 5 ; 1 ; 3 ; 10 ; 17 ; 11 ; 10. Pour cette liste de nombres, que représente le nombre 5 ?

La médiane	L'étendue	La moyenne	Rien de particulier

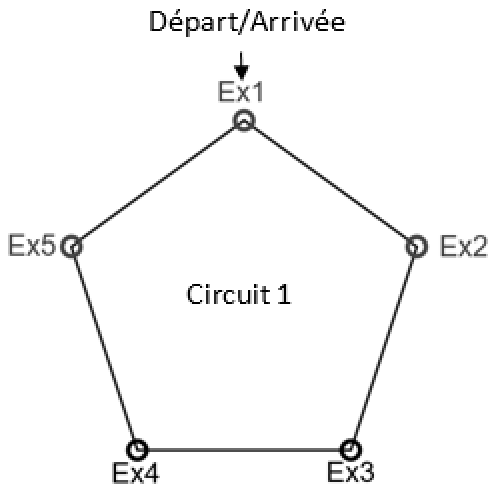
5. Léa achète un vélo électrique. Pour le réserver, elle paye $\frac{1}{5}$ du prix au magasin. Le magasin lui propose de payer le reste en trois paiements d'un même montant. Quelle fraction du prix du vélo représente l'un de ces trois paiements ?

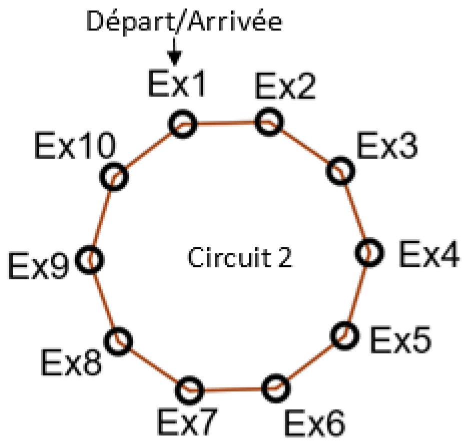
$\frac{12}{5}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{3}{5}$

<u>Exercice 2</u> (20 points)

Un entraîneur de sport prépare deux circuits d'entraînement contenant plusieurs exercices de cardio et de renforcement musculaire :

- un circuit commence à l'exercice 1 et se termine en revenant à l'exercice 1 ;
- le circuit 1 contient cinq exercices. Chaque exercice dure 40 secondes et doit être suivi de 16 secondes de repos permettant de se rendre à l'exercice suivant ;
- le circuit 2 contient dix exercices. Chaque exercice dure 30 secondes et doit être suivi de 5 secondes de repos permettant de se rendre à l'exercice suivant.

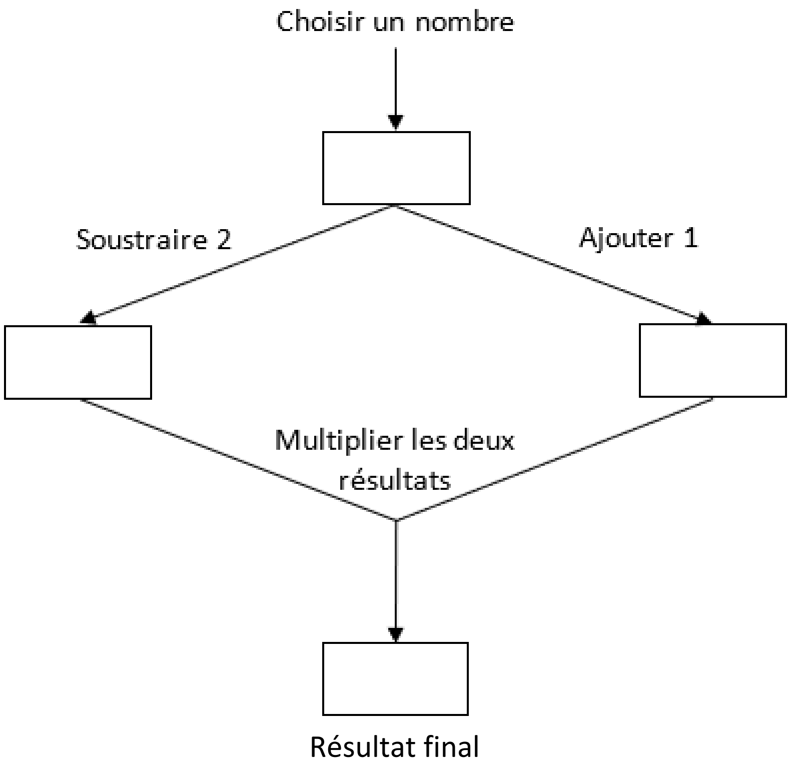




1. Montrer que le circuit 1 s'effectue en 280 secondes et que le circuit 2 s'effectue en 350 secondes.
2. Donner la décomposition en produit de facteurs premiers de 280 et de 350.
3. Une séance d'entraînement est constituée de plusieurs tours du même circuit.
   Au coup de sifflet de l'entraîneur, Camille commence une séance d'entraînement sur le circuit 1 et Dominique sur le circuit 2.
   a. Expliquer pourquoi, lorsque 2 800 secondes se sont écoulées à partir du coup de sifflet, Camille se trouve de nouveau au départ du circuit 1.
      Préciser où se trouve Dominique sur le circuit 2 lorsque 2 800 secondes se sont écoulées.
   b. Après le coup de sifflet, combien de temps faut-il à Camille et Dominique pour se retrouver en même temps pour la première fois au départ de leur circuit ? Exprimer cette durée en minute et seconde.

<u>Exercice 3</u> (20 points)

On considère le programme de calcul suivant :



Partie A

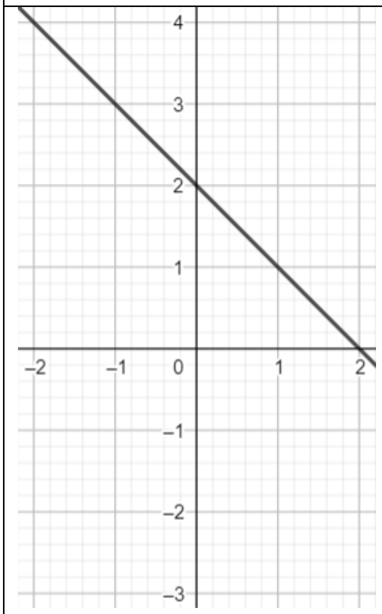
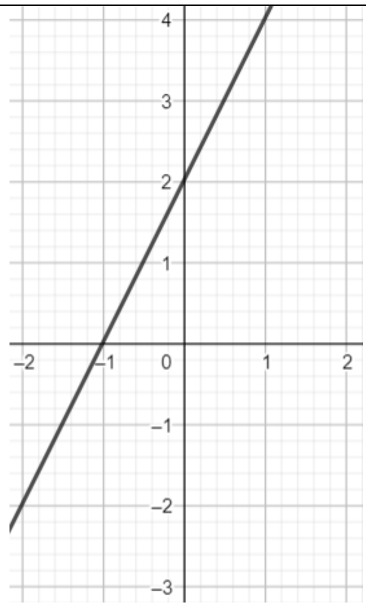
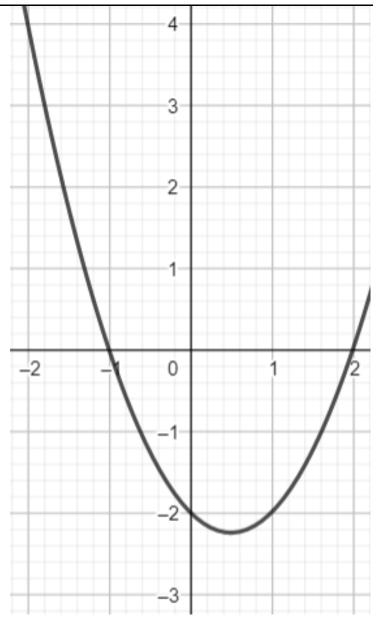
1. Justifier qu'en choisissant 5 comme nombre de départ, le résultat final obtenu est 18.
2. Calculer le résultat final donné par ce programme lorsque le nombre de départ choisi est $-\frac{3}{2}$.
3. Le script donné en ANNEXE, écrit avec un logiciel de programmation, correspond au programme de calcul ci-dessus.
   Compléter les lignes 3, 4 et 5 du script sur l'ANNEXE, **à rendre avec la copie**. Aucune justification n'est attendue.

Partie B

Soit la fonction g définie, pour un nombre x donné, par $g(x) = x^2 - x - 2$.

1. Prouver que $(x-2)(x+1) = x^2 - x - 2$.
2. a. Résoudre l'équation $(x-2)(x+1) = 0$.
   b. En déduire les antécédents de 0 par la fonction g. Aucune justification n'est attendue.

3. Parmi les trois graphiques ci-dessous**,** lequel correspond à la représentation graphique de la fonction g ? Aucune justification n'est attendue.

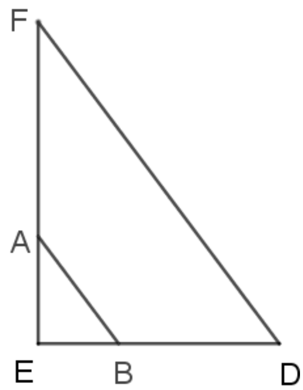
Graphique 1	Graphique 2	Graphique 3
		

4. Quel(s) nombre(s) doit-on choisir comme nombre de départ pour que le programme de calcul donne 0 comme résultat final ?

<u>Exercice 4</u> (16 Points)

Sur la figure ci-contre :

- les points E, A et F sont alignés ;
- les points E, B et D sont alignés ;
- les droites (FD) et (AB) sont parallèles ;
- AE = 4,4 cm ; EB = 3,3 cm ; AB = 5,5 cm et BD = 6,6 cm.



La figure n'est pas en grandeur réelle.

1. Démontrer que le triangle ABE est rectangle.
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{\mathrm{ABE}}$, arrondie au degré.
3. Calculer la longueur FD.
4. Une homothétie de centre E transforme le triangle EAB en le triangle EFD.

   Quel est le rapport de cette homothétie ? Aucune justification n'est attendue.

<u>Exercice 5</u> (24 points)

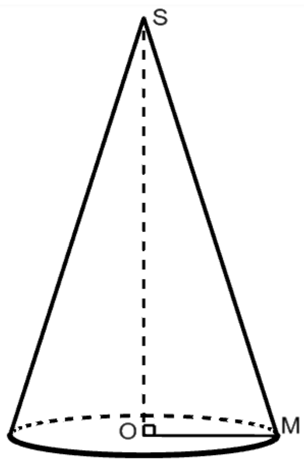
Les deux parties sont indépendantes.

Partie A

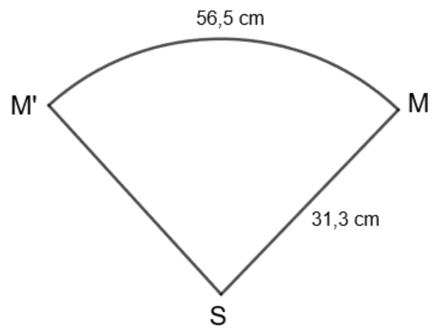
Léo veut fabriquer un chapeau en forme de cône pour se déguiser en sorcier lors de la fête d'Halloween.

Voici la représentation de ce chapeau en perspective cavalière.

Le rayon OM de la base de ce cône mesure 9 cm et la hauteur OS mesure 30 cm.



1. Démontrer que la longueur MS, arrondie au dixième de centimètre, est 31,3 cm.
2. Léo souhaite vérifier que le chapeau sera adapté à son tour de tête qui mesure 56 cm. Les dimensions choisies pour concevoir le chapeau sont-elles adaptées au tour de tête de Léo ?
3. Léo a représenté ci-contre le patron de son chapeau. Il a reporté dessus les mesures des longueurs qu'il connaît et nommé $\overset{\frown}{M'M}$ l'arc de cercle de longueur 56,5 cm.



   a. Démontrer que la longueur du cercle de centre S et de rayon SM, arrondie au dixième de centimètre, est égale à 196,7 cm.

   Pour dessiner en grandeur réelle son chapeau, il a besoin de calculer la mesure de l'angle $\widehat{M'SM}$ qui est proportionnelle à la longueur de l'arc de cercle $\overset{\frown}{M'M}$.

   Il décide de représenter cette situation par le tableau de proportionnalité donné en ANNEXE.

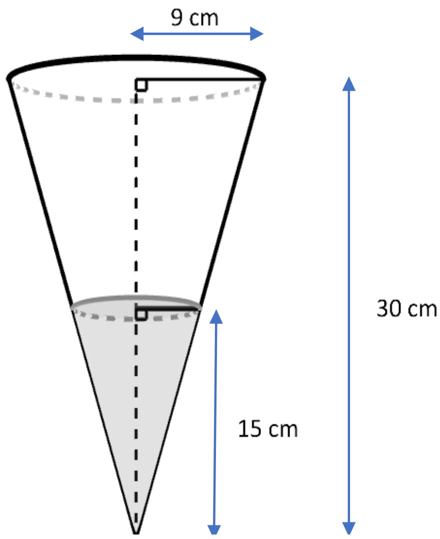
   b. Placer la valeur 196,7 obtenue à la question précédente dans le tableau donné en ANNEXE **à rendre avec la copie**.

   c. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{M'SM}$ correspondant à une longueur d'arc de 56,5 cm qui permettra à Léo de tracer le patron de son chapeau. Donner le résultat arrondi au degré.

Partie B

On rappelle que la hauteur du chapeau mesure 30 cm.

1. Montrer que le volume total du chapeau, arrondi au cm^3, est de 2 545 cm^3.



On rappelle que la formule du volume d'un cône de rayon R et de hauteur h est : $$V = \frac{1}{3} \times \pi \times R^2 \times h$$

2. Léo décide d'utiliser son chapeau pour transporter les bonbons qu'il a récoltés pendant la fête d'Halloween. En arrivant chez lui, il constate que les bonbons atteignent le milieu de la hauteur de son chapeau. Il estime que sa récolte de bonbons n'a pas été bonne car il pense que le volume occupé par les bonbons représente moins de 15 % du volume total de son chapeau.
   Son estimation est-elle correcte ?

ANNEXE

(à rendre avec la copie)

Exercice 3, partie A, question 3

Exercice 5, question 3.

Mesure de l'angle $\widehat{M'SM}$ (en degré)	360	……
Longueur de l'arc $\overset{\frown}{M'M}$ (en centimètre) (Valeur arrondie au dixième de centimètre)	……	56,5

Modèle CMEN v3

Nom de famille :
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

Numéro Candidat :

Né(e) le : / /

BREVET 2024 — Mathématiques — Centres étrangers

Lundi 10 juin 2024

Série générale

Correction

Cette correction est rédigée à des fins pédagogiques et didactiques. Il n'est pas demandé au candidat de justifier le raisonnement en donnant autant de détails. De nombreux commentaires ont été ajoutés pour aider à la préparation à cette épreuve. Il est même régulièrement proposé plusieurs alternatives pour une même réponse. Une seule réponse est attendue de la part du candidat. Pour la même raison, même quand le sujet indique explicitement que le raisonnement ne doit pas être justifié, des explications complémentaires ont été fournies.

Exercice n° 1 — Correction

Écriture scientifique — Vitesse — Statistiques — Probabilités — Fractions (20 points)

1. L'écriture scientifique du nombre $0,193 \times 10^{-100}$ commence par le nombre décimal $1,93$.

Or $0,193 = 1,93 \times 10^{-1}$ donc $0,193 \times 10^{-100} = 1,93 \times 10^{-1} \times 10^{-100} = 1,93 \times 10^{-101}$

La réponse est $1,93 \times 10^{-101}$

2. On considère que la vitesse est constante et que par conséquent, la distance et le temps sont deux grandeurs proportionnelles.
$5\ h\ 42\ min = 5 \times 60\ min + 42\ min = 300\ min + 42\ min = 342\ min$

Distance	480 km	$\dfrac{60\ min \times 480\,\text{km}}{342\ min} \approx 84,2\ km$
Temps	5 h 42 min=342 min	1 h=60 min

La réponse est 84,2

3. Nous sommes dans une expérience aléatoire constituée de 15 issues, les secteurs, équiprobables.
Il y a 8 nombres 2 visibles sur la roue.
La fraction $\dfrac{8}{15}$ n'est pas égale à $\dfrac{3}{5}$, en effet $\dfrac{3}{5} = \dfrac{3 \times 3}{5 \times 3} = \dfrac{9}{15}$.
Pour passer de la fraction $\dfrac{8}{5}$ à la fraction $\dfrac{9}{15}$, il faut écrire un 2 dans la case vide.

La réponse est « Oui, en écrivant le nombre 2 ».

4. Classons cette liste de 7 nombres dans l'ordre croissant : $1 < 3 < 5 < \mathbf{10} < 10 < 11 < 17$.
Comme il y a 7 nombres et que $7 = 3 + 1 + 3$, la médiane est le quatrième nombre, c'est à dire 10.

La moyenne de cette série est égale à $\dfrac{5+1+3+10+17+11+10}{7} = \dfrac{57}{7} \neq 5$.

Le plus petit nombre de cette série est 1, le plus grand 17. L'étendue est donc $17 - 1 = 16$.

La réponse est « Rien de particulier »

5. Comme elle paye $\dfrac{1}{5}$ à la réservation, il reste $1 - \dfrac{1}{5} = \dfrac{5}{5} - \dfrac{1}{5} = \dfrac{4}{5}$ du prix à payer.
Il faut ensuite partager cette fraction en 3.
$\dfrac{4}{5} \div 3 = \dfrac{4}{5} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{4}{15}$.

La réponse est $\frac{4}{15}$.

Exercice n° 2 — Correction

Arithmétique (20 points)

1. Pour le **Circuit 1**, il y a 5 exercices de 40 s soit $5 \times 40\ s = 200\ s$. Chaque exercice est suivi d'une pause de 16 s, $5 \times 16\ s = 80\ s$.

Au total le **Circuit 1** se fait en $200\ s + 80\ s = 280\ s$.

Pour le **Circuit 2**, il y a 10 exercices de 30 s soit $10 \times 30\ s = 300\ s$. Chaque exercice est suivi d'une pause de 5 s, $10 \times 5\ s = 50\ s$.

Au total le **Circuit 2** se fait en $300\ s + 50\ s = 350\ s$.

2.

280	2
140	2
70	2
35	5
7	7
1	

350	2
175	5
35	5
7	7
1	

$280 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 7$

$350 = 2 \times 5 \times 5 \times 7$

3.a. Comme $2800 = 280 \times 10$, Camille a fait exactement 10 tours du **Circuit 1**. Elle se retrouve donc bien au point de départ.

Il faut diviser 2800 par 350. $2800 = 350 \times 8$.

Dominique a fait 8 tours entiers du **Circuit 2**, elle se retrouve au point de départ également.

3.b. Cette question revient à trouver un multiple commun à 280 et 350. On cherche le plus petit tel multiple.
On peut faire la liste des multiples et comparer.
Les multiples de 280 : 280 — 560 — 840 — 1120 — **1400** — 1680 — 1960 — 2240 — 2520 — **2800**
Les multiples de 350 : 350 — 700 — 1050 — **1400** — 1750 — 2100 — 2450 — **2800**

On peut aussi utiliser les décompositions en produit de facteurs premiers.
Comme $280 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 7 = 2^3 \times 5^1 \times 7^1$ et que $350 = 2 \times 5 \times 5 \times 7 = 2^1 \times 5^2 \times 7^1$, la décomposition en facteurs premiers du plus petit commun multiple à ces deux entiers, contient tous les nombres premiers qui apparaissent dans au moins une des décompositions en facteurs premiers de ces entiers, chacun affecté du plus grand exposant qui apparait dans celles-ci.
Ainsi le plus petit multiple commun à ces deux nombres est $2^3 \times 5^2 \times 7^1 = 1400$.

Camille et Dominique se retrouvent au début du circuit au bout de 1400 s=23 ×60 s+20 s=23 min 20 s.

Exercice n° 3 — Correction

Programme de calcul — Scratch — Représentation graphique — Équation-produit — Antécédent (20 points)

Partie A

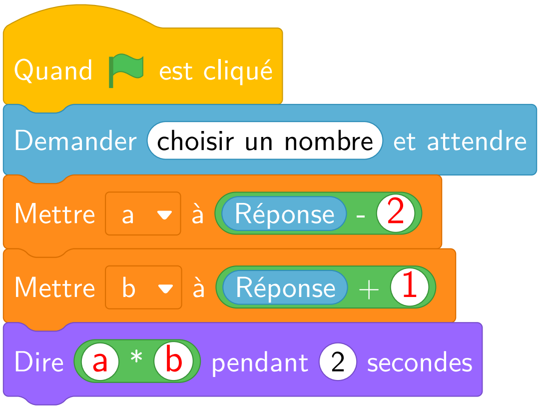
1. En partant de 5 on obtient :
$5 - 2 = 3$ d'une part et $5 + 1 = 6$ d'autre part. Le nombre final est $3 \times 6 = 18$, c'est le résultat attendu.

2. En partant du nombre $-\frac{3}{2}$.
D'une part, $-\frac{3}{2} - 2 = -\frac{3}{2} - \frac{4}{2} = -\frac{7}{2}$. D'autre part, $-\frac{3}{2} + 1 = -\frac{3}{2} + \frac{2}{2} = -\frac{1}{2}$. Finalement, $-\frac{7}{2} \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{4}$.

En partant du nombre $-\frac{3}{2}$, le nombre de final est $\frac{7}{4}$.

On pouvait calculer en utilisant l'écriture décimale puisque $-\frac{3}{2} = -1,5$.
On obtient alors d'une part $-1,5 - 2 = -3,5$ *et* $-1,5 + 1 = -0,5$ *d'autre part. Enfin* $-3,5 \times (-0,5) = 1,75$
En fin de troisième, on peut attendre un calcul détaillé utilisant les fractions.

3.



Partie B

1. Développons :
$(x-2)(x+1) = x^2 + x - 2x - 2 = x^2 - x - 2$

On a bien $(x-2)(x+1) = x^2 - x - 2$.

2.a.

$$(x-2)(x+1) = 0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$\begin{aligned} x-2 &= 0 \\ x-2+2 &= 0+2 \\ x &= 2 \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} x+1 &= 0 \\ x+1-1 &= 0-1 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : $\boxed{2 \text{ et } -1}$

2.b. Déterminer les antécédents de 0 par la fonction g revient à résoudre l'équation :

$$g(x) = 0$$

Or $g(x) = (x-2)(x+1)$ d'après la question **1.**.
Finalement, les solutions de la question **2.** sont les antécédents de 0 par la fonction g.

Les antécédents de 0 par la fonction g sont 2 et -1.

3. Les représentations graphiques 1 et 2 sont des droites. On sait que cela caractérise les **fonctions affines**, c'est à dire les fonctions dont l'expression algébrique s'écrit sous la forme $ax+b$ où a et b sont des nombres connus.
Par élimination, la représentation graphique de la fonction g correspond au **Graphique n° 3**.

On peut reconnaître cette représentation graphique par élimination. La connaissance de l'allure d'une courbe correspondant à une fonction polynomiale de degré 2 n'est bien sûr pas au programme du collège.
On pouvait aussi vérifier une image.
*Par exemple, le **Graphique 3** passe par les points de coordonnées* $(-1;0)$, $(0;-2)$, $(2;0)$ *ou encore* $(1;-2)$.
Le point $(1;-2)$ *n'appartient qu'au **Graphique n° 3**.*
Calculons $g(1) = 1^2 - 1 - 2 = 1 - 1 - 2 = -2$*, cela confirme notre réponse !*

4. Il faut modéliser le **Programme de calcul** sous la forme d'une expression algébrique.
Quand on prend le nombre générique x comme nombre de départ.
On obtient, d'une part, $(x-2)$ et d'autre part $(x+1)$ soit au final $(x-2)(x+1)$.
On reconnaît la forme factorisée de la fonction g.
Les nombres de départ qui donnent 0 à la fin sont les antécédents de 0 par la fonction g.
Nous avons résolu cette question en **2.b.**

Les nombres de départ qui permettent d'obtenir 0 à la fin sont les antécédents de 0 par g c'est-à-dire 2 et -1.

EXERCICE N° 4 — CORRECTION

Réciproque du théorème de Pythagore — Trigonométrie — Homothétie — Théorème de Thalès (16 points)

1. Comparons $EB^2 + EA^2$ et BA^2 puisque BA est le plus long côté :

$EB^2 + EA^2$	BA^2
$3,3^2 + 4,4^2$	$5,5^2$
$10,89 + 19,36$	
$30,25$	$30,25$

Comme

$$EB^2 + EA^2 = BA^2$$

D'après **la réciproque du théorème de Pythagore**, $\boxed{\text{le triangle EAB est rectangle en E}}$.

Le triangle, fameux, 3 4 5 est difficilement masqué dans cette question. Un petit coefficient 1,1 !

2. Dans le triangle ABE rectangle en E.
Comme on connaît les mesures des trois côtés, on peut utiliser, au choix, une des méthodes suivantes :

$$\cos\widehat{ABE} = \frac{EB}{AB} \qquad \cos\widehat{ABE} = \frac{3{,}3\,\text{cm}}{5{,}5\,\text{cm}} \qquad \cos\widehat{ABE} = 0,6$$

À la calculatrice en saisissant Seconde cos (0,6),

$$\sin\widehat{ABE} = \frac{AE}{AB} \qquad \sin\widehat{ABE} = \frac{4{,}4\,\text{cm}}{5{,}5\,\text{cm}} \qquad \sin\widehat{ABE} = 0,8$$

À la calculatrice en saisissant Seconde sin (0,8),

$$\tan\widehat{ABE} = \frac{AE}{EB} \qquad \tan\widehat{ABE} = \frac{4{,}4\,\text{cm}}{3{,}3\,\text{cm}} \qquad \tan\widehat{ABE} = \frac{4}{3}$$

À la calculatrice en saisissant Seconde tan $\left(\frac{4}{3}\right)$,

on obtient dans chacun des cas précédents, $\boxed{\widehat{ABE} \approx 53°}$

3. Les droites (FA) et (DB) sont sécantes en E.
On peut aussi parler du triangle EAB *et du fait que les points* B *et* A *sont bien sur les côtés !*
Les droites (AB) et (FD) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{EA}{EF} = \frac{EB}{ED} = \frac{AB}{FD}$$

$$\frac{4{,}4\,\text{cm}}{EF} = \frac{3{,}3\,\text{cm}}{3{,}3\,\text{cm} + 6{,}6\,\text{cm}} = \frac{5{,}5\,\text{cm}}{FD}$$

$$\frac{4{,}4\,\text{cm}}{EF} = \frac{3{,}3\,\text{cm}}{9{,}9\,\text{cm}} = \frac{5{,}5\,\text{cm}}{FD}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$FD = \frac{5{,}5\,\text{cm} \times 9{,}9\,\text{cm}}{3{,}3\,\text{cm}} \quad \text{d'où} \quad FD = \frac{54{,}45\,\text{cm}^2}{3{,}3\,\text{cm}} \quad \text{et} \quad FD = 16{,}5\,\text{cm}$$

$\boxed{FD = 16{,}5\,\text{cm}}$

4. Il faut revenir aux trois quotients de Thalès précédents.

On voit par exemple que $\dfrac{EB}{ED} = \dfrac{3{,}3\,\text{cm}}{9{,}9\,\text{cm}} = \dfrac{1}{3}$

Cela signifie que le triangle EAB est trois fois plus petits que le triangle EDF, ou encore que EAB est $\dfrac{1}{3}$ « de fois »plus petit que EDF.
Finalement, EDF est trois fois plus grand que le triangle EAB.

$\boxed{\text{Le triangle EDF est l'image du triangle EAB par l'homothétie de centre E et de rapport 3.}}$

Les triangles EAB *et* EDF *ont un angle droit en commun.*
D'autre part, comme les droites (AB) *et* (FD) *sont parallèles, les angles correspondants sont égaux.*
Par conséquent, les triangles EAB *et* EDF *sont* ***semblables****.*
De plus, ces triangles ont deux côtés communs, il existe bien une homothétie qui permet de passer de l'un à l'autre !

Exercice n° 5 — Correction

Périmètre du cercle — Cône — Proportionnalité — Volume (24 points)

Partie A

1. Dans le triangle SOM rectangle en O,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\begin{aligned} \text{OS}^2 + \text{OM}^2 &= \text{SM}^2 \\ 30^2 + 9^2 &= \text{SM}^2 \\ 900 + 81 &= \text{SM}^2 \\ \text{SM}^2 &= 981 \\ \text{SM} &= \sqrt{981} \\ \text{SM} &\approx 31,3 \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La longueur MS mesure bien 31,3 cm.}}$

2. Il faut calculer le périmètre d'un cercle de rayon 9 cm.
On sait que le périmètre d'un cercle est donnée par la formule suivante :

$$\text{Périmètre du cercle} = \pi \times \text{Diamètre} = 2\pi \times \text{Rayon}$$

Or $2 \times \pi \times 9\,\text{cm} = 18\pi\ cm \approx 56,5\,\text{cm}$, $\boxed{\text{ce chapeau est bien adapté à la tête de Léo.}}$

3.a. De même on a $2 \times \pi \times \text{SM} = 2 \times \pi \times 31,3\,\text{cm} = 62,6\pi\ cm \approx 196,7\,\text{cm}$, $\boxed{\text{qui est le résultat attendu.}}$

3.b.

Mesure de l'angle $\widehat{\text{M'SM}}$ (en degré)	360°	....
Longueur de l'arc $\overset{\frown}{\text{M'M}}$ en centimètre (Valeur arrondie au dixième de centimètre)	196,7 cm	56,5 cm

3.c.

Mesure de l'angle $\widehat{\text{M'SM}}$ (en degré)	360°	$\dfrac{56,5\,\text{cm} \times 360°}{196,7\,\text{cm}} \approx 103°$
Longueur de l'arc $\overset{\frown}{\text{M'M}}$ en centimètre (Valeur arrondie au dixième de centimètre)	196,7 cm	56,5 cm

$\boxed{\text{L'angle cherché mesure } 103°.}$

Je le répète ici, cette question est très difficile. Je ne suis pas sûr que mes élèves soit capable de comprendre cette relation de proportionnalité entre l'angle et la mesure de l'arc. D'ailleurs c'est l'objet de la construction du radian au lycée. Trop compliqué !

Partie B

1. Il suffit d'appliquer la formule donnée.

Volume du cône $= \dfrac{1}{3} \times \pi \times 9\,\text{cm} \times 9\,\text{cm} \times 30\,\text{cm} = \dfrac{1}{3} \times \pi \times 2430\,\text{cm}^3 = 810\pi\ cm^3 \approx 2545\,\text{cm}^3$

$\boxed{\text{Le volume de ce cône mesure bien } 2545\,\text{cm}^3 \text{ à l'unité près.}}$

2. Le chapeau entier a un volume de $2545\,\text{cm}^3$

On peut utiliser l'une des deux méthodes suivantes pour répondre à ce problème.

Méthode n° 1
Calculons les dimensions caractéristiques du cônes constitué par les bonbons :

Ce cône est deux fois plus petits que le cône initial. Sa hauteur mesure 15 cm et son rayon 4,5 cm.

$\text{Volume}_{\text{Bonbons}} = \dfrac{1}{3} \times \pi \times 4{,}5\,\text{cm} \times 4{,}5\,\text{cm} \times 15\,\text{cm} = \dfrac{1}{3} \times \pi \times 33{,}75\,\text{cm}^3 = 101,25\pi\ cm^3 \approx 318\,\text{cm}^3$

Pour déterminer le pourcentage, il suffit de calculer le quotient $\dfrac{318\,\text{cm}^3}{2545\,\text{cm}^3} \approx 0,12$ soit 12 %.

Méthode n° 2
On sait que le cône de bonbons est deux fois plus petit que le cône initial.
Or d'après le cours, **si les longueurs d'un solide sont multipliées par k alors son volume est multiplié par k^3.**

Les dimensions du cône de bonbons est multiplié par $\dfrac{1}{2}$, son volume est donc multiplié $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3 = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{8}$.
Cela signifie que le cône de bonbons a un volume 8 fois plus petit que le cône initial.
Or $\dfrac{1}{8} = 0,125$ soit $12,5$ %

Ainsi $\boxed{\text{Léo a raison, le cône de bonbons représente 12,5 \% du chapeau soit moins de 15 \%.}}$

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2024

MATHÉMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 h 00 - 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte **8** pages numérotées de la page **1/8** à **8/8**.

Matériel autorisé

L'usage de la calculatrice **avec le mode examen activé** est autorisé.

L'usage de la calculatrice **sans mémoire**, « type collège », est autorisé.

L'utilisation du dictionnaire est interdite.

Le sujet est constitué de cinq exercices indépendants.
Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Exercice 1	20 points
Exercice 2	18 points
Exercice 3	20 points
Exercice 4	26 points
Exercice 5	16 points

Indication portant sur l'ensemble du sujet. Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée. Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

<u>Exercice 1</u> (20 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée. Pour chaque question, quatre réponses (A, B, C et D) sont proposées. Une seule réponse est exacte. Recopier sur la copie le numéro de la question et la réponse.

Question 1
Lequel de ces quatre nombres est premier ?

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
1	21	37	54

Question 2
L'aire totale du patron d'un cube d'arête 5 cm est égale à…

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
125 cm²	150 cm²	120 cm²	100 cm²

Question 3
Une forme factorisée de l'expression littérale $4x^2 - 9$ est…

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$(4x-3)(4x+3)$	$(2x-3)(2x+3)$	$(2x-3)^2$	$(4x-9)(4x+9)$

Question 4
Un écran de télévision est au format 16 : 9 ce qui signifie que la longueur et la largeur de l'écran sont dans le ratio 16 : 9.
Dans ce cas, si la longueur de l'écran est de 110 cm, sa largeur est d'environ…

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
62 cm	103 cm	196 cm	94 cm

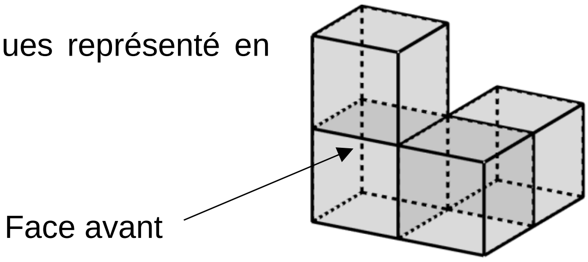
Question 5
On considère la série de valeurs : 4,1 3,67 4,23 4,5 3,4
Quelle est la médiane de cette série ?

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
0,83	4,1	4,23	3,98

<u>Exercice 2</u> (18 points)

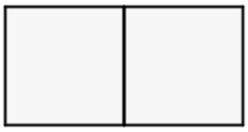
Voici quatre affirmations. Pour chacune d'entre elles, justifier si elle est vraie ou fausse.

1) Voici un assemblage de quatre cubes identiques représenté en perspective cavalière.

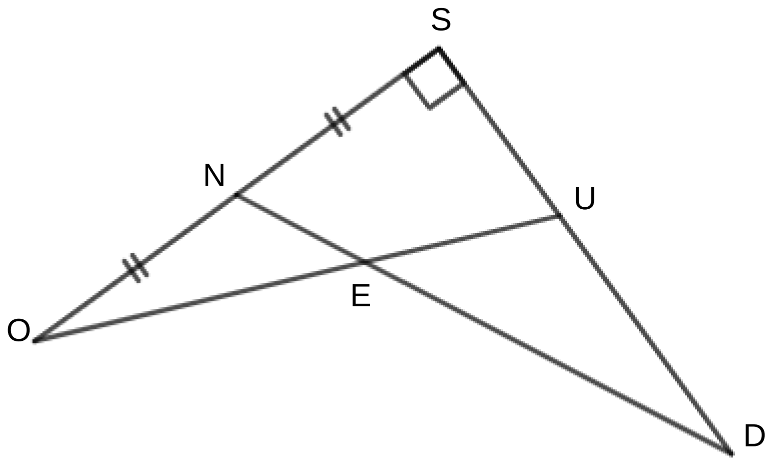


Affirmation n°1 : « La vue de droite est représentée par le dessin ci-dessous. »

Le dessin n'est pas à l'échelle.



2) On considère le schéma ci-dessous (qui n'est pas à l'échelle) :



ON = 6 cm
SU = 5 cm
UD = 6 cm

Affirmation n°2 : « Les droites (NU) et (OD) sont parallèles. »

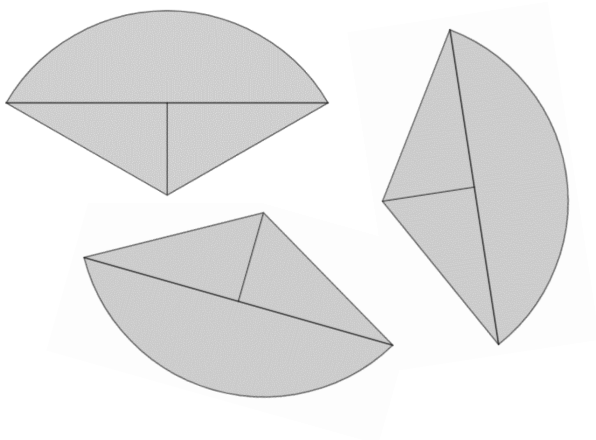
3) On considère deux expériences aléatoires.
Dans la première expérience aléatoire, on tire une boule dans une urne opaque et on annonce sa couleur. Dans l'urne, il y a 4 boules rouges et 6 boules bleues indiscernables au toucher.
Dans la seconde expérience aléatoire, on lance un dé non truqué avec des faces numérotées de 1 à 6 et on annonce le nombre qui apparaît sur la face du dessus.

Affirmation n°3 : « La probabilité d'obtenir une boule bleue dans l'urne est supérieure à la probabilité d'obtenir un nombre pair avec le dé ».

Exercice 3 (20 points)

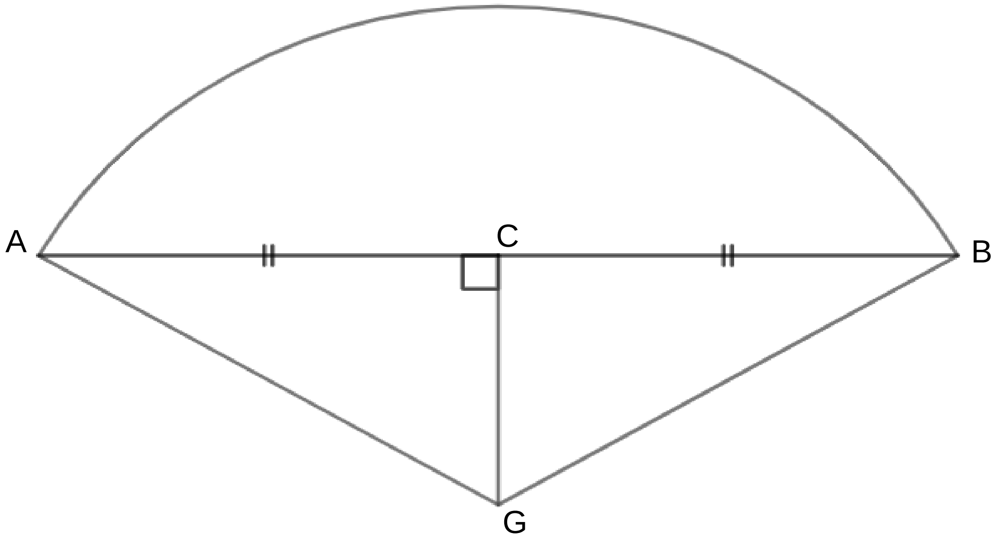
Trois élèves construisent chacun en vraie grandeur une même figure puis la découpent.

Ils obtiennent ainsi, à eux trois, 3 pièces identiques, comme ci-contre.



Le schéma ci-dessous représente la pièce construite par chaque élève avec les indications suivantes :

- Les droites (AB) et (CG) sont perpendiculaires.
- Les points A, C et B sont alignés.
- L'arc de cercle qui relie le point A au point B a pour centre le point G.
- AC = CB
- CG = 10 cm et BG = 20 cm



1) Démontrer que la longueur BC mesure environ 17,3 cm.

2) Quelle est l'aire du triangle BAG ? *On donnera une valeur arrondie à l'unité.*

3) a. Montrer que l'angle $\widehat{CGB}$ mesure exactement 60°.

b. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{AGB}$.

4) Les trois élèves pensent qu'ils peuvent former un disque complet avec leurs 3 pièces. Expliquer pourquoi ils ont raison.

5) En déduire l'aire de la pièce obtenue par chacun des élèves. *On donnera une valeur arrondie à l'unité.*

<u>Exercice 4</u> (26 points)

Des amis habitent Strasbourg et préparent leurs vacances. Cette année ils ont décidé de partir découvrir une grande ville française pendant une semaine. Pour s'y rendre, ils louent une voiture. Une fois arrivés sur place, ils feront ensuite tous leurs trajets à pied ou en transport en commun.

Une agence de location de voitures propose les trois formules suivantes pour une location sur 1 semaine :

Formule A	Formule B	Formule C
0,50 € pour chaque kilomètre parcouru	Forfait fixe de 300 € puis 0,25 € pour chaque kilomètre parcouru	Forfait fixe de 900 € pour un kilométrage illimité.

Tableau indicatif des distances (en km) entre des villes françaises.

Bordeaux						
675	Grenoble					
792	771	Lille				
555	280	1005	Marseille			
338	741	584	909	Nantes		
546	585	215	772	379	Paris	
907	506	498	803	864	442	Strasbourg

Exemple : la distance la plus courte entre Nantes et Grenoble est de 741 km.

PARTIE A : Les amis souhaitent se rendre à Marseille. Ils ont un budget de 1 000 € pour le voyage.

1) Quelle distance, en km, vont-ils parcourir pour le trajet aller-retour ?

2) En choisissant la formule B, montrer que la location de voiture coûtera 701,50 €.

3) Quelle est la formule la plus avantageuse ?

4) Voici des informations pour le voyage :

Information 1	Information 2	Information 3
Prix moyen du gazole en 2023 1,87 € par litre	**Voiture proposée** Type de carburant : gazole Consommation : 5,6 L pour 100 km	**Coût total pour les péages** 115,80 €

Leur budget sera-t-il suffisant ?
Dans cette question, toute trace de recherche sera prise en compte dans la correction.

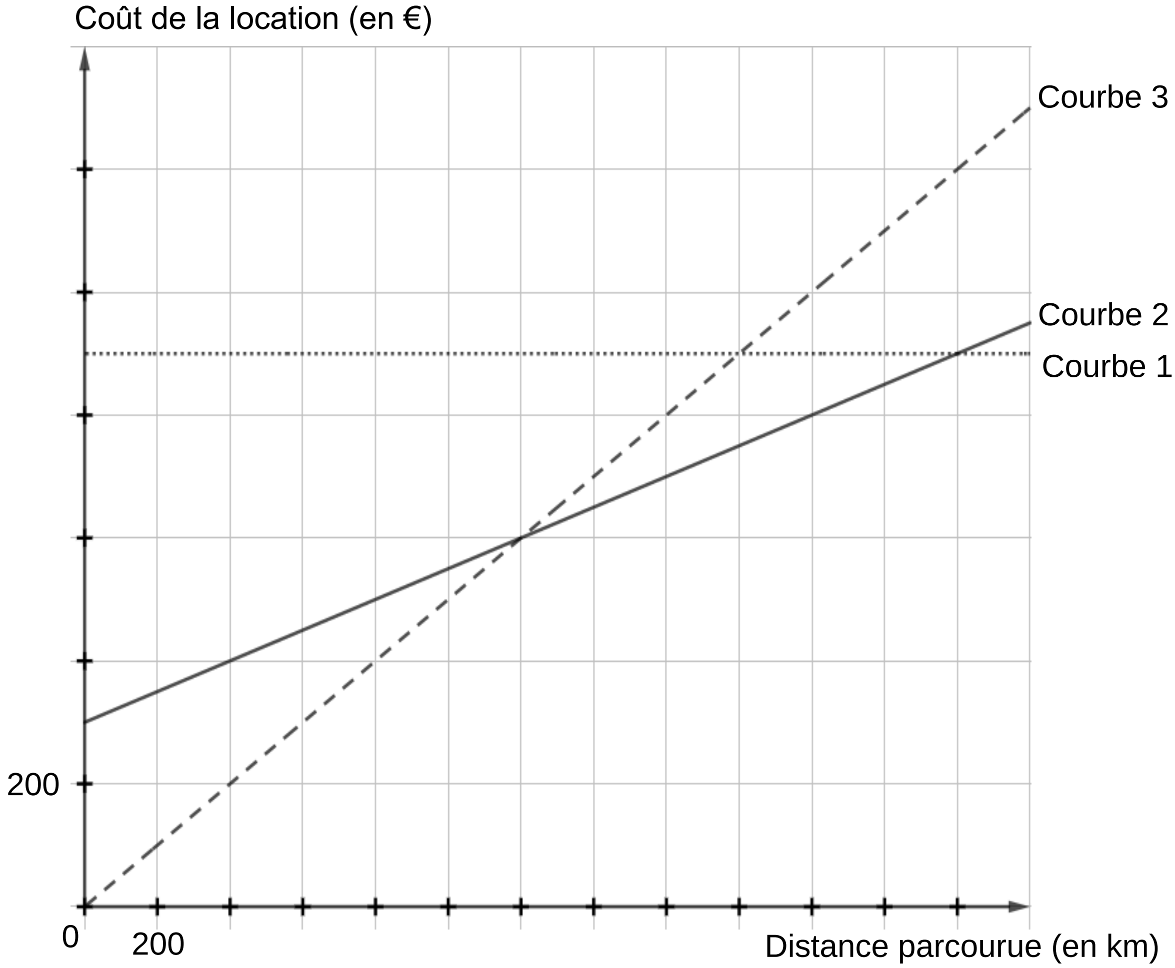
PARTIE B : Etude des formules

Formule A	Formule B	Formule C
0,50 € pour chaque kilomètre parcouru	Forfait fixe de 300 € puis 0,25 € pour chaque kilomètre parcouru	Forfait fixe de 900 € pour un kilométrage illimité.

5) Soit x le nombre de kilomètres parcourus, exprimer en fonction de x le prix payé pour chaque formule de location.

6) On a représenté ci-dessous, pour chacune des formules, le coût de la location (en euros) en fonction de la distance parcourue (en kilomètres).

Associer chaque courbe à la formule de location correspondante. *Ne pas justifier.*



7) Résoudre l'équation $0{,}25x + 300 = 0{,}5x$. Interpréter ce résultat.

8) **a.** Si la distance parcourue est de 2 500 km, quelle formule doit-on choisir pour payer le moins cher ? *Ne pas justifier.*

b. Donner une distance parcourue pour laquelle la formule A est la plus intéressante. *Ne pas justifier.*

c. Déterminer graphiquement quelle formule de location est la moins chère en fonction de la distance parcourue pour une distance inférieure à 2 600 km.

<u>Exercice 5</u> (16 points)

On donne le programme suivant.

Rappel

On s'oriente vers la droite.

Script principal

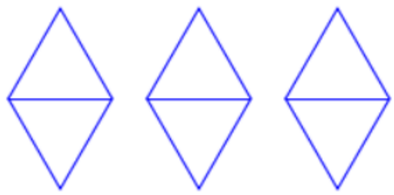
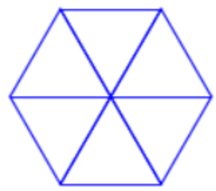
Motif

Dans cet exercice, aucune justification n'est attendue.

1) À quelles coordonnées le lutin se positionne-t-il juste après avoir cliqué sur le drapeau vert ?

2) En prenant 1 cm pour 20 pas, dessiner en vraie grandeur la figure obtenue en exécutant le script principal.

3) On modifie le script principal de trois façons différentes. Associer chaque script à la figure qui lui correspond.

<table>
<tr>
<th>Script n°1</th>
<th>Script n°2</th>
<th>Script n°3</th>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<th>Figure A</th>
<th>Figure B</th>
<th>Figure C</th>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

4) Dans cette question on s'intéresse au script n° 2.

a. Combien de fois le bloc « motif » est-il exécuté ?

b. Quelle est la valeur de la variable « côté » à la fin de ce script ?

BREVET 2024 — Mathématiques — Asie Pacifique

Mardi 18 juin 2024

Série générale

Correction

Cette correction est rédigée à des fins pédagogiques et didactiques. Il n'est pas demandé au candidat de justifier le raisonnement en donnant autant de détails. De nombreux commentaires ont été ajoutés pour aider à la préparation à cette épreuve. Il est même régulièrement proposé plusieurs alternatives pour une même réponse. Une seule réponse est attendue de la part du candidat. Pour la même raison, même quand le sujet indique explicitement que le raisonnement ne doit pas être justifié, des explications complémentaires ont été fournies.

Exercice nº 1 — Correction

Nombres premiers — Patron du cube — Factorisation — Ratio — Médiane (20 points)

Question nº 1

Un nombre est premier s'il possède exactement 2 diviseurs.
1 n'a qu'un seul diviseur : lui-même, il n'est pas premier.
$21 = 3 \times 7$ a quatre diviseurs : 1; 3; 7 et 21, il n'est pas premier.
$54 = 6 \times 9$ a au moins quatre diviseurs : 1; 6 : 9 et 54 (il en a même 8 : 1; 2; 3; 6; 9; 18; 27; 54), il n'est pas premier.
37 n'a que deux diviseurs : 1 et 37, il est premier.

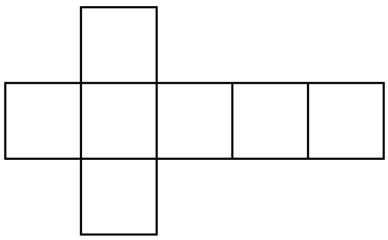
Question nº 1 — Réponse C

Question nº 2

Le patron du cube est constituée de chacune des faces du cube. Un cube possède 6 faces carrés identiques.
L'aire d'un carré de côté 5 cm vaut $5\,\text{cm} \times 5\,\text{cm} = 25\,\text{cm}^2$.
L'aire d'un patron du cube mesure ainsi $6 \times 25\,\text{cm}^2 = 150\,\text{cm}^2$.

Question nº 2 — Réponse B

On peut aussi dessiner un tel patron (il en existe 11 non superposables) pour aider aux calculs, chacun des six quadrilatères est un carré de côté 5 cm.



Question nº 3

L'expression $4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2$ fait penser à l'identité remaquable $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

On a donc $4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2 = (2x-3)(2x+3)$

Question nº 3 — Réponse B

Il était aussi possible de développer chaucune des expressions pour éliminer les mauvaises réponses.
$(4x-3)(4x+3) = 16x^2 + 12x - 12x - 9 = 16x^2 - 9$
$(2x-3)(2x+3) = 4x^2 + 6x - 6x - 9$: c'est la bonne réponse !
$(2x-3)^2 = (2x-3)(2x-3) = 4x^2 - 6x - 6x + 9 = 4x^2 - 12x + 9$
$(4x-9)(4x+9) = 16x^2 + 36x - 36x - 81 = 16x^2 - 81$

Question nº 4

Être dans le ratio 16 pour 9 revient à dire que la longueur et largeur sont des grandeurs proportionnelles à 16 et 9.

Ratio	16	9
Longueur	110 cm	$\dfrac{110\,\text{cm}\times 9}{16} = 61{,}875\,\text{cm} \approx 62\,\text{cm}$

Question n° 4 — Réponse A

On pouvait aussi tester les quotients, on calcule d'abord $\dfrac{16}{9} \approx 1,78$

$\dfrac{110\,\text{cm}}{62\,\text{cm}} \approx 1,77\,;\ \dfrac{110\,\text{cm}}{103\,\text{cm}} \approx 1,08\,;\ \dfrac{110\,\text{cm}}{196\,\text{cm}} \approx 0,561\,;\ \dfrac{110\,\text{cm}}{94\,\text{cm}} \approx 1,17$

On peut aussi remarquer que $\dfrac{196\,\text{cm}}{110\,\text{cm}} \approx 1,78$, on souhaitait nous faire faire cette erreur !

Question n° 5

C'est un série constituée de cinq valeurs. Il faut les classer dans l'ordre croissant et chosir le troisième puisque $5 = 2 + 1 + 2$.

$3,4 < 3,67 < \mathbf{4,1} < 4,23 < 4,5$

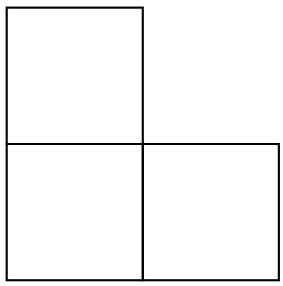
Question n° 5 — Réponse B

Exercice n° 2 — Correction

Perspective — Théorème de Thalès — Expérience aléatoire à une épreuve (18 points)

Affirmation n° 1 :

C'est une question originale !
Si on observe cet objet depuis la droite, on voit la figure ci-dessous :



Affirmation n° 1 — Fausse

Affirmation n° 2 :

Comme d'après le codage, ON = NS = 6 cm donc SO = 6 cm + 6 cm = 12 cm et on a SD = SU + UD = 5 cm + 6 cm = 11 cm

Comparons les quotients $\dfrac{SN}{SO}$ et $\dfrac{SU}{SD}$.

$\dfrac{SN}{SO} = \dfrac{6\,\text{cm}}{12\,\text{cm}}$ $\qquad$ $\dfrac{SU}{SD} = \dfrac{5\,\text{cm}}{11\,\text{cm}}$

$\dfrac{SN}{SO} = \dfrac{1}{2} = 0,5$ $\qquad$ $\dfrac{SU}{SD} \approx 0,45$

On peut aussi comparer les produits en croix.
$6 \times 11 = 66$ et $5 \times 12 = 60$

On constate ainsi que $\dfrac{1}{2} \neq \dfrac{5}{11}$ et donc que $\dfrac{SN}{SO} \neq \dfrac{SU}{SD}$.

D'après **le théorème de Thalès** dans sa version contraposée, les droites (NU) et (OD) ne sont pas parallèles, elles sont sécantes.

Affirmation n° 2 — Fausse

Affirmation n° 3 :
La première expérience aléatoire est une expérience aléatoire à une épreuve constituée de $4+6=10$ issues équiprobables.

Il y a 6 boules bleues, ainsi la probabilité d'obtenir une boule bleue est de $\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}=0,6$ soit 60 %.

La seconde expérience aléatoire est une expérience aléatoire à une épreuve constituée de 6 issues équiprobables.

Il y a 3 faces portant un nombre pair, les faces 2; 4 et 6. La probabilité d'obtenir un nombre pair est donc de $\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}=0,5$ soit 50 %.

On constate que $0,6>0,5$ donc **Affirmation n° 3 — Vraie**

Exercice n° 3 — Correction

Théorème de Pythagore — Trigonométrie — Aire du disque (20 points)

1. Dans le triangle BCG rectangle en C,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$CB^2+CG^2=BG^2$$
$$CB^2+10^2=20^2$$
$$CB^2+100=400$$
$$CB^2=400-100$$
$$CB^2=300$$
$$CB=\sqrt{300}$$
$$CB\approx 17,3$$

La longueur longueur BC mesure environ 17,3 cm.

2. Pour calculer l'aire du triangle BAG on peut utiliser la formule :

$$\text{Aire d'un triangle}=\frac{\text{Base}\times\text{Hauteur}}{2}$$

Dans notre cas, on peut considérer la base [AB] relative à la hauteur [CG].

Ainsi $\text{Aire}_{BAG}=\dfrac{AB\times CG}{2}=\dfrac{2\times 17{,}3\,\text{cm}\times 10\,\text{cm}}{2}=173\,\text{cm}^2$.

On pouvait aussi considérer que le triangle BAG est constitué de deux triangles rectangles formant un rectangle mesurant 17,3 cm sur 10 cm.

L'aire du triangle BAG mesure $173\,\text{cm}^2$.

3.a. L'adverbe « exactement », nous incite à utiliser deux mesures exactes du triangle CGB, les longueurs $CG=10\,\text{cm}$ et $BG=20\,\text{cm}$.

Dans le triangle CGB rectangle en C, on connaît l'hypoténuse [BG] qui mesure 20 cm et le côté adjacent à l'angle $\widehat{CGB}$, le côté [CG] qui mesure 10 cm. Nous pouvons ainsi calculer le cosinus de l'angle $\widehat{CGB}$.

$\cos\widehat{CGB}=\dfrac{CG}{BG}=\dfrac{10\,\text{cm}}{20\,\text{cm}}=\dfrac{1}{2}=0,5.$

À la calculatrice, en utilisant les touches Seconde cos (0,5) on obtient $\widehat{CGB}=60°$

3.b. Les triangles ACG et GCB sont l'un et l'autre rectangle en C. Ils ont un côté commun, le côté [CG].
De plus CA = CB, on en déduit que AG = GB, ces deux triangles sont égaux, ils sont superposables.
Par conséquent, les angles $\widehat{AGC}$ et $\widehat{BGC}$ sont égaux.

Finalement, l'angle $\widehat{AGB}=\widehat{AGC}+\widehat{CGB}=60°+60°=120°$.

4. On constate que les pièces étant identiques, on peut les places les unes à la suite des autres.

L'angle $\widehat{AGB} = 2 \times \widehat{CGB} = 2 \times 60° = 120°$.
En regroupant, les trois pièces, l'angle centre fait exactement $3 \times 120° = 360°$.
Cela correspond bien à un tour complet.

$\boxed{\text{Ces trois pièces assemblées forment bien un disque complet de rayon 20 cm.}}$

5. On sait que l'aire d'un disque est donnée par la formule suivante :

$$\text{Aire d'un disque} = \pi \times \text{Rayon}^2$$

Le disque complet obtenu avec les trois pièces a donc une aire de $\pi \times 20\,\text{cm} \times 20\,\text{cm} = 400\pi\ cm^2$.

$\boxed{\text{L'aire d'une pièce mesure donc } 400\pi\ cm^2 \div 3 = \dfrac{400\pi}{3}\ cm^2 \approx 419\,\text{cm}^2}$

Exercice n° 4 — Correction

Tâche complexe — Équation — Expression littérale — Fonction affine — Fonction linéaire (26 points)

Partie A

1. En lisant le tableau kilométrique, à l'intersection de la ligne Strasbourg et de la colonne Marseille, on lit 803 soit 803 km.

$\boxed{\text{Pour un aller-retour Strasbourg Marseille, ils vont parcourir } 2 \times 803\,\text{km} = 1606\,\text{km}}$

2. La **Formule B** propose un forfait fixe de 300 € puis 0,25 € par kilomètre.

$\boxed{\text{Pour un voyage de 1606 km, cela va coûter avec la } \textbf{Formule B}\text{, } 300\text{ €} + 1606 \times 0,25\text{ €} = 300\text{ €} + 401,50\text{ €} = 701,50\text{ €}}$

3. Pour la **Formule A**, le prix est : $1606 \times 0,50$ € $= 803$ €.
Pour la **Formule B**, le prix est : 701,50 €.
Pour la **Formule C**, le prix est : 900 €.

$\boxed{\text{La formule la plus avantageuse est donc la } \textbf{Formule B}.}$

4. D'après l'**Information n° 2**, la voiture consomme 5,6 L pour 100 km.
On suppose que la consommation d'essence est proportionnelle à la distance parcourue.

Distance	100 km	1606 km
Consommation	5,6 L	$\dfrac{5,6\,\text{L} \times 1606\,\text{km}}{100\,\text{km}} = 89,936\,\text{L}$

D'après l'**Information n° 1**, le prix moyen du gazole en 2023 est de 1,87 € par litre.
Le coût du carburant est $89,936 \times 1,87$ € $\approx 168,18$ €.

Il faut ajouter 115,80 € pour les péages.

Finalement le voyage va couter 701,50 € pour la location, 168,18 € pour le carburant et 115,80 € pour les péages.

Soit un total de $701,50$ € $+ 168,18$ € $+ 115,80$ € $= 985,48$ €, $\boxed{\text{leur budget de 1000 € sera donc suffisant.}}$

Partie B

5. Notons par le nombre générique x, la distance en kilomètres parcourue.

$\boxed{\textbf{Formule A} : 0,50x}$

$\boxed{\textbf{Formule B} : 300 + 0,25x}$

$\boxed{\textbf{Formule C} : 900}$

6. On peut repérer les formules en examinant les coordonnées des intersections avec l'axe des ordonnées.

Pour la **Courbe 3**, le prix est de 0 € pour 0 km parcouru, ce qui correspond à la **Formule A**.

Pour la **Courbe 2**, le prix est de 300 € pour 0 km parcouru, ce qui correspond à la **Formule B**.

Pour la **Courbe 1**, le prix est de 900 € pour 0 km parcouru, ce qui correspond à la **Formule C**.

On peut aussi se dire que chacune des fonctions ci-dessus est une fonction affine de la forme $ax+b$. Leurs représentations graphiques sont des droites.

La fonction qui correspond à la **Formule A** est une fonction linéaire, c'est une droite qui passe par l'origine, il s'agit de la **Courbe 3**.

La fonction qui correspond à la **Formule C** est une fonction constante, c'est une droite parallèle à l'axe des abscisses, il s'agit de la **Courbe 1**.

La fonction qui correspond à la **Formule B** est seulement affine, il s'agit de la **Courbe 2**.

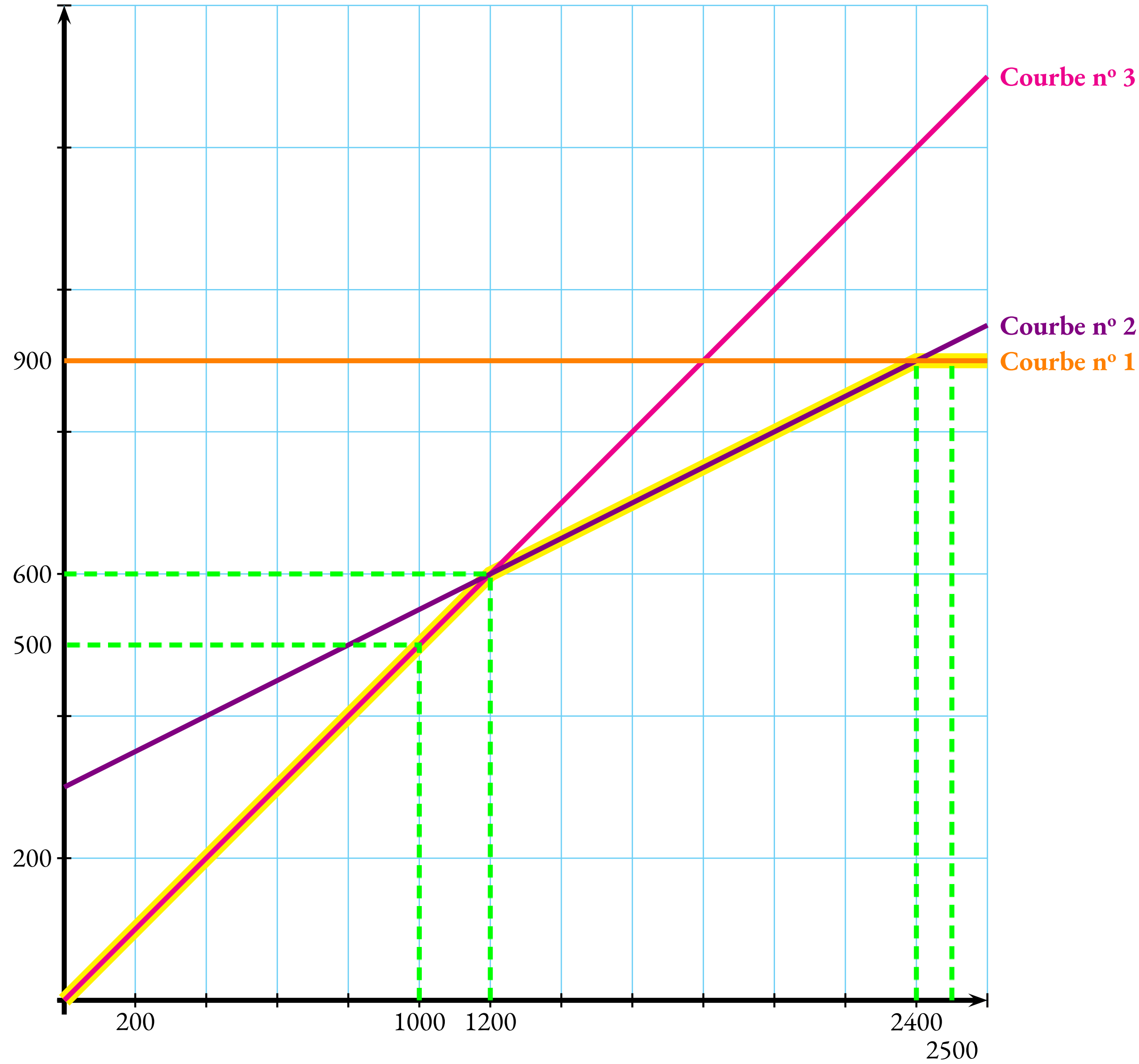
La **Courbe 3** correspond à la **Formule A**, la **Courbe 2** à la **Formule B** et la **Courbe 1** à la **Formule C**.

7. Résolvons l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
0,25x+300 &= 0,50x \\
0,25x+300-0,25x &= 0,50x-0,25x \\
300 &= 0,25x \\
0,25x &= 300 \\
x &= \frac{300}{0,25} \\
x &= 1200
\end{aligned}$$

Le nombre 1200 correspond à la distance en kilomètres pour laquelle la **Formule A** coûte le même prix que la **Formule B**.

Il s'agit aussi de l'abscisse du point d'intersection des droites **Courbe 3** et **Courbe 2**.



8.a. La formule la moins chère, d'après le graphique, pour 2500 km est la **Formule C**.

8.b. La **Formule A** est la plus intéressante pour une distance comprise entre 0 km et 1200 km, par exemple 1000 km.

8.c. Il faut observer la ligne fluotée sur le graphique.

Entre 0 km et 1200 km, la **Formule A** est la moins chère, puis la **Formule B** jusqu'à 2400 km, puis la **Formule C** jusqu'à 2600 km.

Exercice n° 5 — Correction

Scratch (16 points)

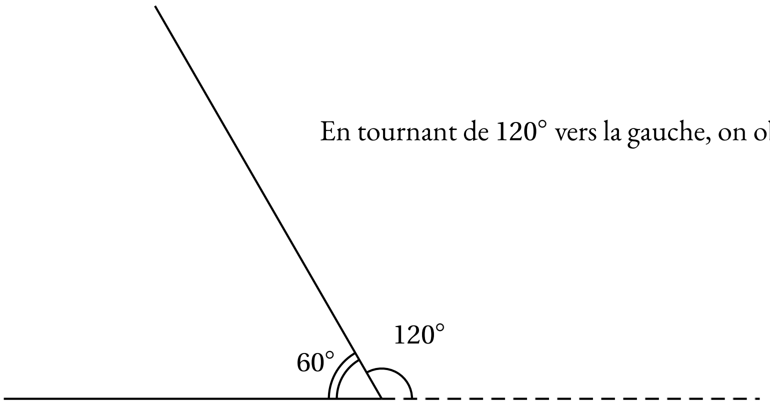
1. On remarque le code `Aller à x : -100 y : 0`. Le lutin se trouve aux coordonnées $(-100; 0)$

2. Il faut bien veiller à la commande `Tourner ↺ de 120 degrés`

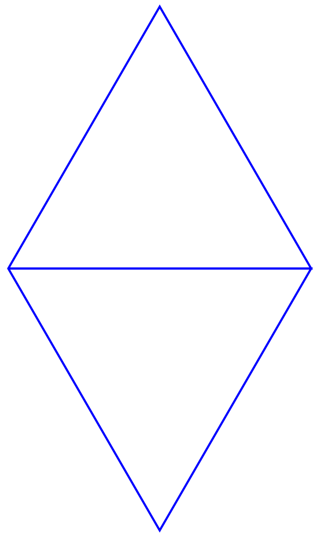
Comme au départ on a `S'orienter à 90`, le lutin se dirige vers la droite.

On peut représenter la situation ainsi :

En tournant de 120° vers la gauche, on obtient un angle supplémentaire de 60°.



Voici la figure que l'on obtient en utilisant le script et en prennant 1 cm pour 20 pas.



3. On constate à la fin du bloc Motif que le stylo est relevé. Il est en position d'écriture au début.

Ainsi le **Script n° 1** répéte 3 fois de tracer le **Motif** puis d'avancer de 100 pas, stylo levé, il permet d'obtenir la **Figure B**.

Le **Script n° 2** contient le block Mettre Côté à Côté * 1.2 , ce qui augmente la taille du côté du losange à chaque fois.

Ce script permet donc d'obtenir la **Figure A**.

Par élimination, mais aussi pour le block Tourner de 120 degrés , le **Script n° 3** permet d'obtenir la **Figure C**.

Le **Script n° 1** donne la **Figure B**, le **Script n° 2** la **Figure A** et le **Script n° 3**, la **Figure C**.

4.a. Dans le **Script n° 2**, le bloc Motif est exécuté 3 fois.

4.b. Au début, la variable côté vaut 80.
La première fois dans la boucle de répétition, elle passe à $1,2 \times 80 = 96$.
La deuxième fois à $1,2 \times 96 = 115,2$ et la dernière fois à $1,2 \times 115,2 = 138,24$.

À la fin du **Script n° 2** la variable Côté vaut 138,24.

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2024

MATHÉMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 h 00 | 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte **7** pages numérotées de la page **1 sur 7** à la page **7 sur 7**.

L'annexe page 7 sur 7 est à rendre avec la copie.

L'utilisation de la calculatrice avec mode examen actif est autorisée.

L'utilisation de la calculatrice sans mémoire, « type collège » est autorisée.

Le sujet est constitué de cinq exercices indépendants.

Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Exercice 1	20 points
Exercice 2	17 points
Exercice 3	22 points
Exercice 4	18 points
Exercice 5	23 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1 *(20 points)*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

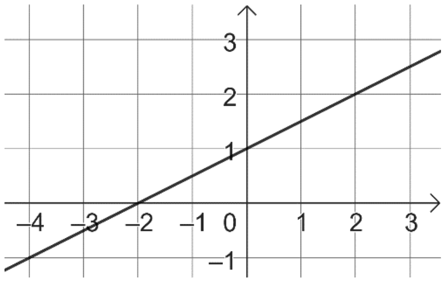
Pour chaque question, quatre affirmations sont proposées. **Une seule affirmation est exacte.**

Sur la copie, écrire le numéro de la question et l'affirmation choisie. Aucune justification n'est attendue.

1. ABC est un triangle tel que $AB = 20$ cm, $BC = 21$ cm et $AC = 29$ cm. On peut affirmer que :

ABC est un triangle rectangle en A	ABC est un triangle rectangle en B	ABC est un triangle rectangle en C	ABC n'est pas un triangle rectangle

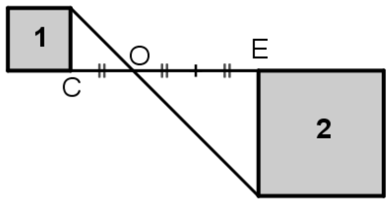
2. Voici la représentation graphique d'une fonction f.



La fonction f est définie par :

$f(x) = 2x - 2$	$f(x) = 2x + 1$	$f(x) = \frac{x}{2} - 2$	$f(x) = \frac{x}{2} + 1$

3. Sur la figure ci-contre, le carré n°2 est l'image du carré n°1 par :



la symétrie centrale de centre O	la translation qui transforme C en E	l'homothétie de centre O et de rapport 2	l'homothétie de centre O et de rapport -2

4. Le cocktail Bora-Bora est composé de jus d'ananas, de jus de fruit de la passion et de jus de citron dans le ratio de 10 : 6 : 2. Pour réaliser 90 cL de ce cocktail, il faut prévoir exactement :

6 cL de jus de fruit de la passion	30 cL de jus de fruit de la passion	54 cL de jus de fruit de la passion	45 cL de jus de fruit de la passion

5. Un maraîcher a cueilli 408 pommes et 168 poires. Il décide de remplir des sacs pour ses clients comportant chacun le même nombre de pommes et le même nombre de poires, en utilisant tous les fruits cueillis. Le plus grand nombre de sacs qu'il peut ainsi remplir est :

48 sacs	24 sacs	8 sacs	6 sacs

Exercice 2 ***(17 points)***

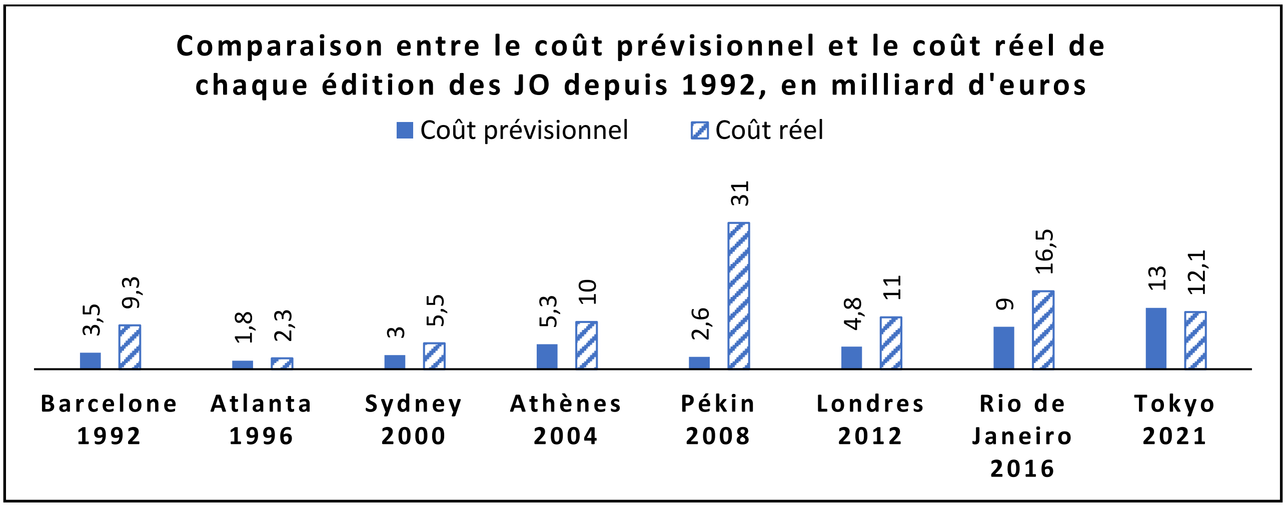
Les jeux Olympiques (JO) d'été ont généralement lieu tous les 4 ans.

Dans cet exercice, on s'intéresse aux coûts d'organisation des dernières éditions des JO d'été. On rappelle que le coût est l'ensemble des dépenses entraînées par l'organisation des JO.

On précise que :

- le **coût prévisionnel** désigne les dépenses prévues par les organisateurs avant l'édition des JO ;
- le **coût réel** désigne les dépenses réelles qui ont été nécessaires pour l'organisation des JO.

Le graphique ci-dessous compare ces deux coûts pour les dernières éditions des JO d'été.



La crise sanitaire de la Covid-19 a décalé à 2021 les Jeux Olympiques de Tokyo prévus en 2020.

Sources : https://www.lemonde.fr/les-decodeurs/article/2017/09/14/les-jeux-olympiques-un-budget-difficile-a-maitriser_5185650_4355770.html

https://www.lesechos.fr/industrie-services/services-conseils/jo-de-tokyo-le-gouvernement-japonais-epingle-par-la-cour-des-comptes-1891421

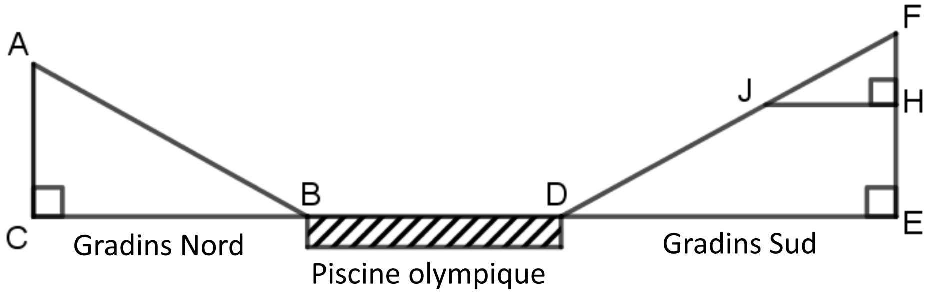
1. Entre 1992 et 2021, combien d'éditions ont eu un coût réel supérieur ou égal à 10 milliards d'euros ?
2. Calculer le pourcentage d'augmentation entre le coût prévisionnel et le coût réel lors de l'édition des JO de Rio de Janeiro 2016, arrondi à l'unité.
3. Montrer que le coût réel moyen entre 1992 et 2021 est 12,2 milliards d'euros, arrondi au dixième de milliard.
4. **Questions de journalistes**
   a. Un journaliste mentionne que le coût réel moyen des JO sur la période 1992 à 2021 est de 12,2 milliards d'euros. Il poursuit en affirmant : « Cela signifie que la moitié des éditions entre 1992 et 2021 ont un coût réel supérieur à 12,2 milliards d'euros. »
   Que penser de cette affirmation ?
   b. Le coût prévisionnel moyen entre 1992 et 2024 est de l'ordre de 5,5 milliards d'euros. Une journaliste cherche à connaître le coût prévisionnel des JO de Paris 2024 pour préparer son intervention télévisée.
   Calculer le coût prévisionnel des JO de Paris 2024 qu'elle devrait annoncer.

Exercice 3 ***(22 points)***

La construction du Centre Aquatique Olympique de Saint-Denis a débuté en 2021 pour accueillir les épreuves de natation artistique des jeux Olympiques de Paris 2024.

Alyssa et Jules visitent le Centre Aquatique Olympique et s'installent dans les gradins.

On a schématisé leurs positions par rapport à la piscine olympique sur la figure ci-dessous, qui modélise la situation : Alyssa est installée dans les gradins Nord au point A et Jules est assis dans les gradins Sud au point J. La figure n'est pas à l'échelle.

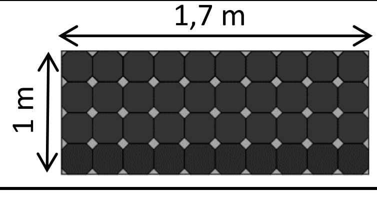


On donne : AC = FJ = 15 m ; BC = 27 m ; FH = 7 m ; EF = 18 m. Les points F, J et D sont alignés. Les points F, H, et E sont alignés. Les points C, B, D, E sont alignés.

1. Jules et Alyssa discutent entre eux pour savoir qui est le mieux placé pour assister à l'événement.
   a. Calculer la distance entre Alyssa et le bord de la piscine, c'est-à-dire calculer la longueur AB. Arrondir le résultat au mètre près.
   b. Vérifier que la distance entre Jules et le bord de la piscine, c'est-à-dire la longueur JD, est de 24 m, arrondie au mètre près.
   c. En déduire lequel des deux amis est le plus proche d'un bord de la piscine.

2. Pour respecter les normes de sécurité, l'angle d'inclinaison $\widehat{ABC}$ des gradins Nord ne doit pas dépasser 35°. Les gradins Nord respectent-ils cette norme ?

3. Le toit du Centre Aquatique Olympique a une surface de 5 000 m^2.
   On estime que 4 678,4 m^2 de ce toit est recouvert de panneaux photovoltaïques. Voici les caractéristiques d'un panneau photovoltaïque standard fournies par le constructeur :



Dimensions : 1 m de large et 1,7 m de long

Énergie produite : environ 350 kWh par an

Montrer que la quantité annuelle d'énergie produite par l'ensemble des panneaux photovoltaïques du toit du Centre Aquatique Olympique est de 963 200 kilowattheures (kWh).

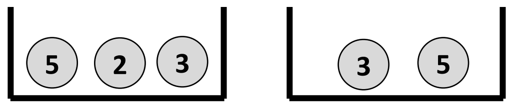
4. La température règlementaire de l'eau contenue dans la piscine lors des jeux Olympiques doit être comprise entre 25° et 28°. Pour respecter cette réglementation, on souhaite que l'eau contenue dans la piscine olympique de Saint-Denis soit à une température de 26°. On admet que l'eau contenue dans cette piscine occupe un pavé droit dont les dimensions sont :

    - Longueur : 50 m
    - Largeur : 25 m
    - Profondeur : 3 m

    On suppose qu'avant la première mise en chauffe de la piscine olympique, l'eau est à 18°.
    On estime qu'il faut environ 9,3 kWh pour chauffer 1 m^3 d'eau de 18° jusqu'à 26°.
    Quelle quantité d'énergie, en kWh, sera nécessaire pour chauffer toute l'eau de la piscine olympique jusqu'à 26° ?

<u>Exercice 4</u> *(18 points)*

On dispose de deux boîtes contenant des boules numérotées, indiscernables au toucher.
La première boîte contient trois boules numérotées 2, 3 et 5.
La deuxième boîte contient deux boules numérotées 3 et 5.



On tire au hasard une boule dans la première boîte puis une boule dans la deuxième boîte.
On s'intéresse au produit des nombres inscrits sur ces deux boules.
Par exemple, si on tire la boule numérotée 2 dans la première boîte puis la boule numérotée 5 dans la deuxième boîte, on obtient comme résultat : $2 \times 5 = 10$.

1. Compléter sur l'ANNEXE, **à rendre avec la copie**, le tableau à double entrée afin de faire apparaître tous les résultats possibles de cette expérience.
2. Quelle est la probabilité d'obtenir 15 comme résultat ?
3. L'affirmation suivante est-elle vraie ?
    Affirmation : Il y a 2 chances sur 3 d'obtenir un multiple de 3.
4. On ajoute une troisième boîte contenant deux boules numérotées avec des nombres entiers. On tire au hasard une boule dans la première boîte, puis une boule dans la deuxième boîte, puis une boule dans la troisième boîte.
    On multiplie les nombres inscrits sur ces boules et on s'intéresse au produit de ces trois nombres.
    Anissa a obtenu comme résultat 165 et Bilel a obtenu 78.
    Quels sont les nombres inscrits sur les boules de la troisième boîte ?

Exercice 5 *(23 points)*

Dans cet exercice, les deux parties sont indépendantes.

On considère les fonctions f et g définies par $f(x) = (x+2)^2 - x$ et $g(x) = 7x + 4$.

Partie A

1. Calculer $f(-4)$.
2. Déterminer un antécédent de 3 par la fonction g.

Partie B

Trois élèves, Paul, Jane et Morgane, cherchent à résoudre l'équation $f(x) = g(x)$ par trois méthodes différentes.

1. Paul utilise un tableur.

   Il calcule ainsi les images des entiers compris entre -3 et 3 par les fonctions f et g.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	f(x)	4	2	2	4	8	14	22
3	g(x)	-17	-10	-3	4	11	18	25

   a. Quelle formule a-t-il saisie en cellule B3 puis étirée vers la droite pour compléter la ligne 3 du tableau ?

   b. Avec cette méthode, quelle(s) solution(s) trouve-t-il à l'équation $f(x) = g(x)$?

2. Jane utilise un logiciel de programmation.

   Le programme qu'elle a créé permet de tester l'égalité $f(x) = g(x)$ pour une valeur de x choisie par l'utilisateur. Ce programme se trouve en ANNEXE.

   Elle décide de tester toutes les valeurs entières entre -5 et 3.

   a. Compléter sur l'ANNEXE, **à rendre avec la copie**, la ligne 4 du programme de Jane afin d'obtenir l'image par la fonction g du nombre choisi.

   b. Quelle réponse donne le programme si le nombre choisi est 0 ?

   c. En déduire une solution de l'équation $f(x) = g(x)$.

3. Morgane décide de résoudre cette équation par le calcul.

   a. Démontrer que l'équation $f(x) = g(x)$ peut se ramener à l'équation $x^2 - 4x = 0$.

   b. Factoriser l'expression $x^2 - 4x$.

   c. En déduire les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$.

4. Dire pour chaque élève s'il a résolu l'équation $f(x) = g(x)$. Expliquer pourquoi.

ANNEXE

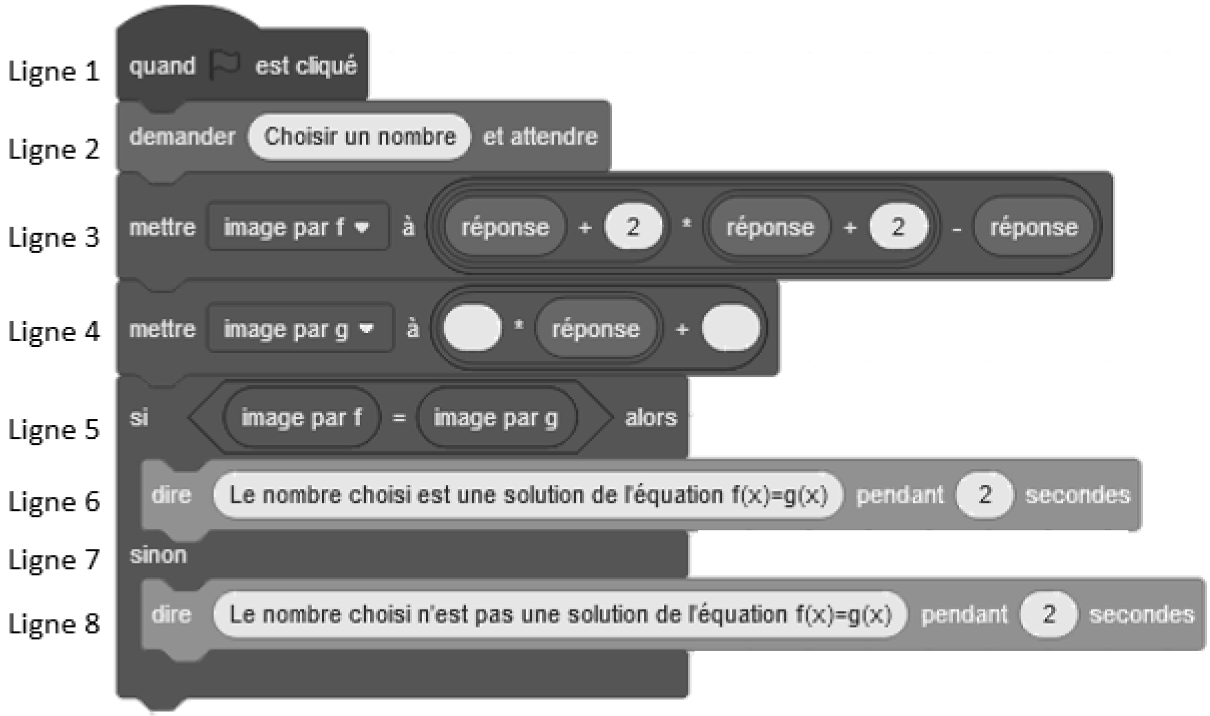
(à rendre avec la copie)

Exercice 4, question 1.

2è tirage / 1er tirage	3	5
5		
2		10
3		

$2 \times 5 = 10$

Exercice 5, question 2. a.



BREVET 2024 — Mathématiques — Polynésie

Jeudi 27 juin 2024

Série générale

CORRECTION

Cette correction est rédigée à des fins pédagogiques et didactiques. Il n'est pas demandé au candidat de justifier le raisonnement en donnant autant de détails. De nombreux commentaires ont été ajoutés pour aider à la préparation à cette épreuve. Il est même régulièrement proposé plusieurs alternatives pour une même réponse. Une seule réponse est attendue de la part du candidat. Pour la même raison, même quand le sujet indique explicitement que le raisonnement ne doit pas être justifié, des explications complémentaires ont été fournies.

EXERCICE N° 1 — CORRECTION

Théorème de Pythagore — Fonction affine — Homothétie — Ratio — Arithmétique (20 points)

1. Comme AC est le plus long côté du triangle ABC, comparons BA^2+BC^2 et AC^2 :

BA^2+BC^2	AC^2
20^2+21^2	29^2
$400+441$	
441	841

Comme $BA^2+BC^2=AC^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle ABC est rectangle en B.

Question n° 1 : ABC est un triangle rectangle en B.

2. En considérant le graphique, on constate que c'est une droite. Il s'agit donc de la représentation graphique d'une fonction affine.
Chacune des propositions est de la forme $ax+b$, tout va bien !

Méthode n° 1 : calcul de certaines images.

On constate aussi que cette droite passe par quelques points dont il est facile de lire les coordonnées : $A(-4;-1)$, $B(-2;0)$, $C(0;1)$, $D(2;1)$.

Il reste à vérifier en calculant les images. En utilisant le graphique, on doit avoir $f((-4)=-1$, $f(-2)=0$, $f(0)=1$ et $f(2)=1$ (voir les points A, B, C et D).
La valeur $f(0)$ est facile à calculer. Elle vaut -2 pour la première fonction, 1 pour la deuxième, -2 pour la troisième et 1 pour la dernière.

Il reste donc, par élimination, $f(x)=2x+1$ ou $f(x)=\dfrac{x}{2}+1$.
En utilisant les points A, C ou D, c'est à dire $f(-4)$, $f(-2)$ ou $f(2)$ on élimine l'une des deux.
Pour la fonction $f(x)=2x+1$, il est facile de voir que $f(-4)=-8+1=-7$, que $f(-2)=-3$ ou que $f(2)=5$.

La fonction cherchée est donc $f(x)=\dfrac{x}{2}+1$.

Méthode n° 2 : par une méthode directe.

La fonction affine cherchée est de la forme $ax+b$. On sait que b est l'ordonnée à l'origine, c'est à dire l'ordonnée du points de la droite ayant pour abscisse 0.
Cette ordonnée correspond à celle du point C, donc $b=1$.

Pour déterminer a, le coefficient directeur, on remarque, par exemple en partant du point C qu'il faut avancer de deux unités en abscisse pour monter d'une unité en ordonnée. En effet en partant du point $C(0;1)$, on arrive au point $D(2;1)$ en avancant de deux unités horizontales pour une unité verticale. Le coefficient directeur est égal au quotient de ces deux écarts. Ces deux grandeurs sont proportionnelles, et le coefficient multiplicateur a permet de passer de l'écart horizontal à l'écart vertical.

$2a = 1$ donc $a = \frac{1}{2}$, la fonction est donc $f(x) = \frac{1}{2}x + 1 = \frac{x}{2} + 1$.

Question n° 2 : $f(x) = \frac{x}{2} + 1$

3. Le carré n° 2 est clairement deux fois plus grand que le carré n° 1. Il s'agit donc d'une homothétie. Or le carré n° 1 et le carré n° 2 sont de part et d'autre du point O, il s'agit donc d'une homothétie de rapport négatif.

Question n° 3 : l'homothétie de centre O et de rapport -2.

4. Être dans un ration 10:6:2 signifie que les quantités d'ingrédients sont proportionnelles au nombre 10, 6 et 2.
On peut ainsi dresser un tableau contenant les grandeurs proportionnelles :

	Ananas	Fruit de la passion	Citron	Total
Ratio	10	6	2	10+6+2=18
Quantité		$\frac{6 \times 90\,\text{cL}}{18} = \frac{540\,\text{cL}}{18} = 30\,\text{cL}$		90 cL

Question n° 4 : 30 cL de jus de fruit de la passion.

On pouvait aussi remarquer que ce cocktail est constitué de 10+6+2=18 portions de fruits et que le jus de fruit de la passion en représente un tiers, $\frac{6}{18} = \frac{1}{3}$.

5. Nous sommes à la recherche du plus grand diviseur commun à ces deux nombres.

Première méthode : par élimination.

Il suffit de diviser 408 et 168 par chacune des propositions.

$408 = 48 \times 8 + 24$ et $168 = 48 \times 3 + 24$: il ne peut pas faire 48 sacs.
$408 = 24 \times 17$ et $168 = 24 \times 7$: il peut faire 24 sacs.
$408 = 8 \times 51$ et $168 = 8 \times 21$: il peut faire 8 sacs.
$408 = 6 \times 68$ et $168 = 6 \times 28$: il peut faire 6 sacs.
Le plus grand diviseur proposé est donc 24.

Seconde méthode : méthode directe par décomposition en produit de facteurs premiers.

408	2
204	2
102	2
51	3
17	17
1	

168	2
84	2
42	2
21	3
7	7
1	

$408 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 17$

$168 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7$

En comparant les décompositions, on peut construire le plus grand diviseur commun, sa décomposition en produit de facteurs premiers contient les facteurs communs au deux décomposition.
Il s'agit de $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$

Question n° 5 : 24 sacs.

Exercice n° 2

Correction

Lecture diagramme — Moyenne — Pourcentages — Médiane (17 points)

1. Le éditions qui ont eu un coup réel supérieur ou égal à 10 milliard d'euros sont Athènes 2004, Pékin 2008, Londres 2012, Rio 2016 et Tokyo 2021.

Cinq éditions ont eu un coup supérieur ou égal à 10 milliards d'euros.

2. Pour les JO de Rio de Janeiro, le coût prévisionnel était de 9 milliards et le coût réel de 16,5 milliards.

Méthode n° 1 : un produit en croix.

Coût en milliards d'euros	9	16,5
Pourcentage	100	$\dfrac{100 \times 16,5}{9} \approx 183,33$

C'est une augmentation d'environ $83,33$ %.

Méthode n° 2 : le coefficient d'augmentation.
On cherche le nombre k vérifiant :

$$\begin{aligned} 9 \times k &= 16,5 \\ k &= \frac{16,5}{9} \\ k &\approx 1,8333 \end{aligned}$$

Or $1{,}8333 = 1 + 0{,}8333 = 1 + \dfrac{83,33}{100}$ soit un augmentation d'environ $83,33$ %.

L'augmentation du budget réel par rapport au budget prévision pour les JO de Rio de Janeiro en 2016 est d'environ 83 %.

3. Il faut calculer $\dfrac{9,3+2,3+5,5+10+31+11+16,5+12,1}{8} = \dfrac{97,7}{8} = 12{,}2125$

Le coût réel moyen entre 1992 et 2021 a été d'environ 12,2 milliards d'euros au dixième de milliards près.

4.a. Ce journaliste semble confondre la médiane et la moyenne d'une série statistique.
D'ailleurs, sur les huit éditions, six ont un coût réel inférieur à 12,2 milliards d'euros.

Ce journaliste confond la médiane et la moyenne de cette série statistique.

4.b. La prévision du journaliste consiste à dire que la moyenne sur les neufs éditions entre 1992 et 2024 du coût prévisionnel est de 5,5 milliards d'euros.
Pour faire ce calcul il faut faire la somme des neuf coûts prévionnels puis diviser par 9.

Ajoutons les huit coûts prévisionnels connus : $3,5+1,8+3+5,3+2,6+4,8+9+13 = 43$.
En ajoutant le coût prévisuonnel pour Paris puis en divisant par neuf on veut obtenir 5,5 milliards d'euros. Cela signifie que la somme des neuf coût prévisionnels vaut $9 \times 5,5 = 49,5$.
Le coût prévisionnel pour Paris correspond donc au nombre à ajouter à 43 pour obtenir $49,5$ soit $49,5 - 43 = 6,5$.

Le coût prévisionnel pour Paris est de 6,5 milliards d'euros.

On peut vérifier en calculant : $\dfrac{3,5+1,8+3+5,3+2,6+4,8+9+13+6,5}{9} = \dfrac{49,5}{9} = 5,5$.

Exercice n° 3 — Correction

Théorème de Pythagore — Théorème de Thalès — Trigonométrie — Grandeurs composées — Volume du pavé droit (22 points)

1.a. Dans le triangle ABC rectangle en C,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$CA^2 + CB^2 = AB^2$$
$$15^2 + 27^2 = AC^2$$
$$225 + 729 = AC^2$$
$$AC^2 = 954$$
$$AC = \sqrt{954}$$
$$AC \approx 31$$

$\boxed{\text{La distance entre Alyssa et le bord de la piscine mesure environ 31 m.}}$

1.b. On constate en observant la figure que (JH)ă ⊥ (FE) et que (DE) ⊥ (FE).
Or on sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**
Ainsi (JH)//(DE)

Dans le triangle DFE, **Les droites** (JH) **et** (DE) **sont parallèles.**
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{FH}{FE} = \frac{FJ}{FD} = \frac{HJ}{ED}$$
$$\frac{7\,\text{m}}{18\,\text{m}} = \frac{15\,\text{m}}{FD} = \frac{JH}{DE}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$FD = \frac{15\,\text{m} \times 18\,\text{m}}{7\,\text{cm}} \quad \text{d'où} \quad FD = \frac{270\,\text{m}^2}{7\,\text{m}} \quad \text{et} \quad FD \approx 39\,\text{m}$$

Finalement $JD = FD - FJ = 39\,\text{m} - 15\,\text{m} = 24\,\text{m}$

On a bien $JD \approx 24\,\text{m}$ au mètre près.

1.c. $\boxed{\text{Alyssa est environ à 31 m du bord de la piscine et Jules a environ 24 m, donc Jules est le plus près.}}$

2. Dans le triangle ABC rectangle en C on connaît la mesure des trois côtés. On peut donc calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ d'une des trois manières suivantes :

AB est l'hypoténuse.
BC est le côté adjacent à $\widehat{ABC}$.

$$\cos\widehat{ABC} = \frac{27\,\text{m}}{31\,\text{m}}$$

À la calculatrice :
Seconde cos (27 ÷31)

AB est l'hypoténuse.
AC est le côté opposé à $\widehat{ABC}$.

$$\sin\widehat{ABC} = \frac{15\,\text{m}}{31\,\text{m}}$$

À la calculatrice :
Seconde sin (27 ÷31)

BC est le côté adjacent à $\widehat{ABC}$.
AC est le côté opposé à $\widehat{ABC}$.

$$\tan\widehat{ABC} = \frac{15\,\text{m}}{27\,\text{m}}$$

À la calculatrice :
Seconde tan (27 ÷31)

Dans tous les cas, on arrive à $\boxed{\widehat{ABC} \approx 29° \text{ au degré près, ce qui est conforme à la norme car inférieur à } 35°.}$

Je conseille d'utiliser la tangente qui ne met en jeu que des longueurs fournies dans l'énoncé !

4. Même si l'énoncé ne l'indique pas de manière explicite, le document suggère que l'énergie produite est proportionnelle à la surface de panneaux photovoltaïques.

Le panneau proposé mesure 1 m de large sur 1,7 m de long. Sa surface est donc de $1\,\text{m} \times 1{,}7\,\text{m} = 1{,}7\,\text{m}^2$.

On peut présenter cette situation dans un tableau présentant des grandeurs proportionnelles :

Surface	$1{,}7\,\text{m}^2$	$4678{,}4\,\text{m}^2$
Énergie	$350\,\text{kWh}$	$\frac{350\,\text{kWh} \times 4678{,}4\,\text{m}^2}{1{,}7\,\text{m}^2} \approx 963\,200\,\text{kWh}$

L'énergie produite sur ce toit est donc bien de 963 200 kWh.

5. Il faut calculer le volume de cette piscine. Elle est en forme de pavé droite de longueur 50 m, de largeur 25 m et de profondeur 3 m.

Son volume mesure $50\,\text{m} \times 25\,\text{m} \times 3\,\text{m} = 3750\,\text{m}^3$.

Il faut 9,3 kWh pour chauffer $1\,\text{m}^3$ d'eau.

Comme $3750 \times 9{,}3\,\text{kWh} = 34\,875\,\text{kWh}$, il faut 34 875 kWh pour chauffer l'eau de cette piscine.

Exercice n° 4 — Correction

Expérience aléatoire à deux épreuves — Arithmétique (18 points)

1.

Premier tirage \ Second tirage	3	5
5	$5 \times 3 = 15$	$5 \times 5 = 25$
2	$2 \times 3 = 6$	$2 \times 5 = 10$
3	$3 \times 3 = 9$	$3 \times 5 = 15$

2. Comme on le voit dans le tableau à double entrée, il y a 6 issues équiprobables possibles à cette expérience aléatoire à deux épreuves.
Or deux issues permettent d'obtenir 15.

La probabilité cherchée est de $\dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3} \approx 0,33$ soit environ 33 %.

3. Les issues suivantes sont des multiples de trois : $15 = 3 \times 5$, $6 = 3 \times 2$, $3 = 3 \times 3$ et $15 = 3 \times 5$.
Cela fait 4 issues sur 6 possibles.

La probabilité cherchée est donc $\dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3} \approx 0,67$ soit environ 67 %.

L'affirmation est donc vraie.

4. Décomposons les nombres 168 et 78 en produits de facteurs premiers.

$$\begin{array}{r|l} 165 & 3 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 78 & 2 \\ 39 & 3 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

$168 = 3 \times 5 \times 11$ $\qquad$ $78 = 2 \times 3 \times 13$

Les facteurs 11 et 13 indiquent les numéros inscrits sur les boules de la troisième urne.

Exercice n° 5 — Correction

Algorithmique — Tableur — Équation du premier degré — Équation-produit (23 points)

Partie A

1. $f(-4) = (-4+2)^2 - (-4) = (-2)^2 + 4 = 4 + 4 = 8$

2. Il faut résoudre l'équation suivante :

$$\begin{aligned} g(x) &= 3 \\ 7x+4 &= 3 \\ 7x+4-4 &= 3-4 \\ 7x &= -1 \\ x &= -\frac{1}{7} \end{aligned}$$

$\boxed{-\frac{1}{7} \text{ est l'antécédent de 3 par la fonction } g.}$

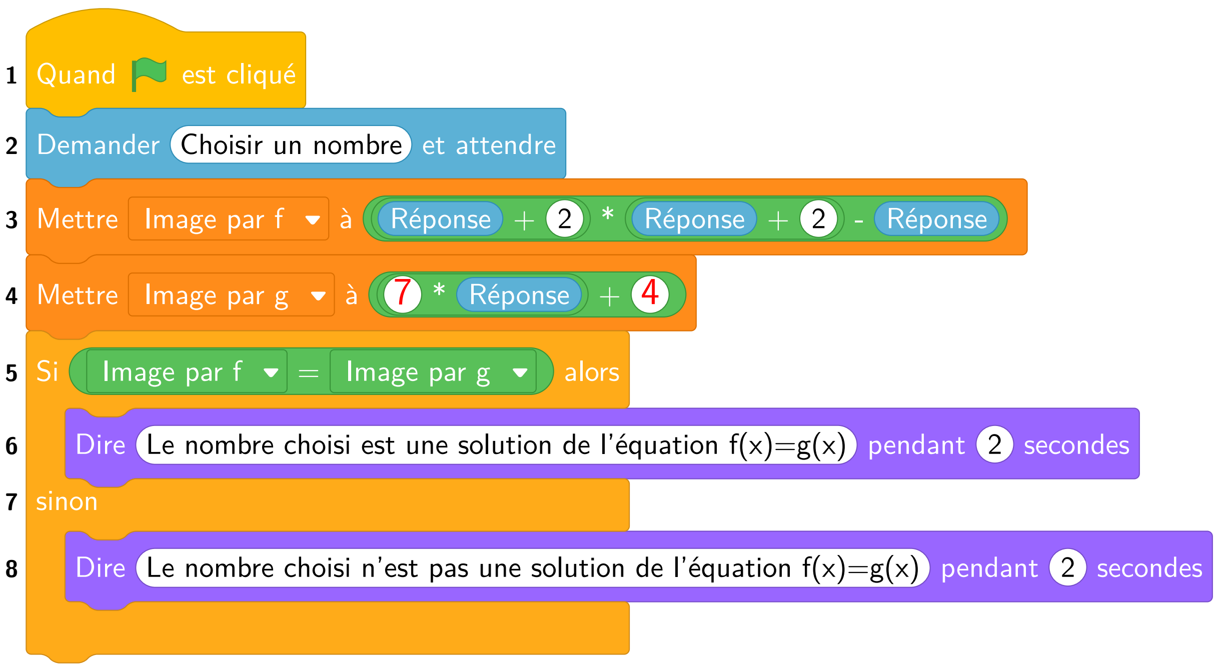
Partie B

1.a. Dans la cellule **B3** a été saisie la formule **=7*B1+4**

1.b. On constate que dans la colonne **E** les cellules **E2** et **E3** contiennent le même nombre 4.

Paul trouve une solution avec sa méthode, pour le nombre **0**, f et g ont la même image 4.

2.a.



2.b. En choisissant 0 comme nombre de départ, on obtient $f(0) = 4$ et $g(0) = 4$ comme on l'a vu à la question **1.b.**

Le programme va répondre : **Le nombre choisi est une solution de l'équation f(x)=g(x).**

2.c. Une solution de l'équation $f(x) = g(x)$ est 0.

3.a. Résolvons l'équation :

$$
\begin{aligned}
f(x) &= g(x)\\
(x+2)^2 - x &= 7x+4\\
(x+2)(x+2) - x &= 7x+4\\
x^2+2x+2x+4-x &= 7x+4\\
x^2+3x+4 &= 7x+4\\
x^2+3x+4{\color{red}-4} &= 7x+4{\color{red}-4}\\
x^2+3x &= 7x\\
x^2+3x{\color{red}-7x} &= 7x{\color{red}-7x}\\
x^2-4x &= 0
\end{aligned}
$$

Les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont strictement les mêmes que celles de l'équation $x^2 - 4x = 0$.

Je trouve cette question particulièrement difficile !

3.b. Factorisons :

$x^2 - 4x = {\color{red}x} \times x - 4 \times {\color{red}x} = {\color{red}x} \times (x-4)$

La forme factorisée de $x^2 - 4x$ est $x(x-4)$.

3.c. Il reste ainsi à résoudre :

$$
\begin{aligned}
f(x) &= g(x)\\
x^2-4x &= 0\\
x(x-4) &= 0
\end{aligned}
$$

$$x(x-4) = 0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$x = 0$$

$$
\begin{aligned}
x-4 &= 0\\
x-4{\color{red}+4} &= 0{\color{red}+4}\\
x &= 4
\end{aligned}
$$

Il y a donc deux solutions à cette équation : $\boxed{0 \text{ et } 4.}$

4. Résoudre une équation revient à déterminer **toutes** les valeurs de x telles que l'égalité soit vérifiée.

Jane et Paul n'ont trouvé qu'une solution, 0. Morgane est la seule à avoir résolu l'équation en trouvant les deux seules solutions 0 et 4.

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2024

MATHEMATIQUES

SÉRIE PROFESSIONNELLE

Durée de l'épreuve : 2 h 00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.

Ce sujet comporte 8 pages numérotées de la page **1/8** à la page **8/8**.

ATTENTION : les **2 ANNEXES** pages **7/8** et **8/8** sont à rendre avec la copie.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Les exercices sont indépendants.

Indication portant sur l'ensemble du sujet :

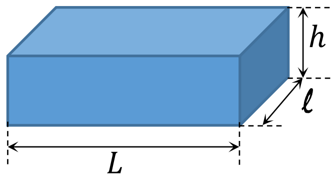
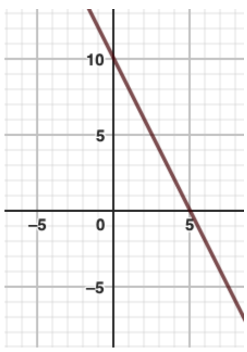
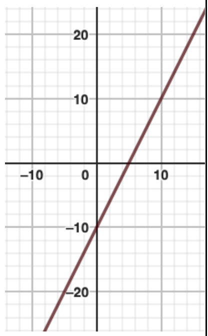
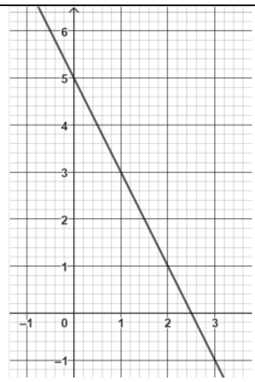
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, **laisser une trace de la recherche**, elle sera prise en compte dans la notation.

Information : Dans tout le sujet, le symbole F représente l'unité franc CFP.

Exercice 1 (20 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte.

Pour chaque question, **recopier** sur la copie, sans justifier, la réponse choisie : Réponse A, Réponse B ou Réponse C.

Questions	Réponses proposées		
	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. Pauro possède 50 F. Rai a le double de Pauro. Rai dépense 2 fois 15 F. Combien reste-t-il à Rai ?	70 F	30 F	20 F
2. Voici les notes de Heiata : 8 18 14 16 12 16 La moyenne des notes de Heiata est :	84	14	6
3. Dans une urne, il y a 15 boules : 5 boules bleues, 7 boules vertes et 3 boules rouges. Léo tire une boule au hasard. La probabilité de tirer une boule rouge est :	$\frac{5}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{12}{15}$
4. Un pavé droit a une longueur L de 12 m, une largeur ℓ de 6 m et une hauteur h de 2,20 m.  Le volume du pavé droit est de :	20,2 m³	132 m³	158,4 m³
5. Soit la fonction f définie par : $f(x) = -2x + 10$ La représentation graphique de f est :			

<u>Exercice 2</u> (26 points)

Comme chaque dimanche, Maui se rend au marché de Papeete pour faire quelques achats.

Il achète une pièce de « Pua'a roti » à 1 760 F le morceau,
deux paquets de « Firi-firi » à 500 F le paquet,
deux poissons perroquet à 1 200 F l'unité,
un paquet de « Taro » à 800 F le paquet,
un tas de « Fe'i » à 400 F le tas,
une bouteille de « Miti haari » à 500 F la bouteille.

La facture incomplète des achats de Maui au marché de Papeete est réalisée sur un tableur.

1. **Compléter** cette facture en **ANNEXE 1** page 7/8.
2. **Recopier** sur la copie la formule à insérer dans la cellule D3, parmi celles proposées ci-dessous :

=1*500	=B3*C3	= B3 + C3

On admet que le montant total de la facture s'élève à 6 860 F.

Une remise de 15% est accordée à Maui.

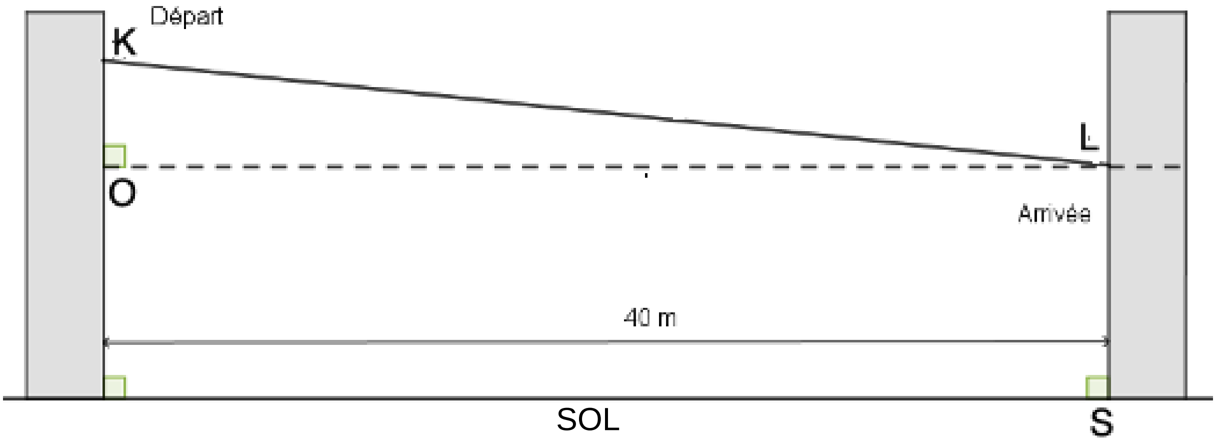
3. **Calculer** le montant de cette remise. **Exprimer** le résultat en F.
4. **Calculer** le prix payé par Maui. **Exprimer** le résultat en F.

<u>Exercice 3</u> (20 points)

Sur un arbre, la plateforme de départ d'une tyrolienne (point K) est située à 8 m de hauteur. La plateforme d'arrivée de la tyrolienne (point L) est située à un niveau plus bas, accrochée à un second arbre.

Les deux arbres supportant les plateformes sont perpendiculaires au sol et situés à 40 m l'un de l'autre.

Une tyrolienne va de la plateforme K et à la plateforme L sur une distance totale de 40,3 m.



Le schéma n'est pas à l'échelle

1. **Compléter** le schéma de l'**ANNEXE 1** page 7/8 avec les données ci-dessus.
2. **Calculer** la hauteur KO dans le triangle KOL rectangle en O.
   Arrondir le résultat au dixième.

On admet que KO = 4,9 m.

3. **Calculer** à quelle hauteur LS se trouve la plateforme d'arrivée.

Pour des raisons de sécurité, la pente d'une tyrolienne ne doit pas dépasser 8 %. Le calcul de cette pente pour la tyrolienne représentée sur le schéma ci-dessus se fait à l'aide de la formule :

$$\frac{\mathrm{KO}}{\mathrm{OL}} \times 100$$

avec KO = 4,9 m et OL = 40 m

4. **Calculer** la pente de la tyrolienne.
5. **Indiquer** si les normes de sécurité sont respectées pour l'utilisation de la tyrolienne. **Justifier** la réponse.

<u>Exercice 4</u> (16 points)

Maeva, étudiante de 20 ans, réside à Papeete.

Elle souhaite faire un aller-retour dans la journée à Moorea en empruntant un catamaran assurant la liaison entre les deux îles. Sur l'île, elle circulera avec son vélo.

Voici un extrait de la brochure des tarifs du catamaran :

Billet	Aller simple	Aller-retour
Personne		
Adulte	1 160 F	2 250 F
Enfant (2 à 12 ans) / Étudiant (– 26 ans)	605 F	1 180 F
Senior (plus de 60 ans)	950 F	1 870 F
2 Roues		
Moto	1 000 F	1 980 F
Vélo	250 F	480 F

1. **Calculer** le coût du voyage aller-retour pour Maeva et son vélo.
   Exprimer le résultat en F.

Finalement, pour moins de fatigue, Maeva décide de louer un vélo électrique sur place à Moorea. La location du vélo électrique seul sur place coûte 4 500 F par jour.

2. **Vérifier** que le billet aller-retour pour Moorea et la location du vélo électrique pour la journée coûteront 5 680 F à Maeva.

Maeva trouve alors une publicité pour des vélos électriques. Voici le détail des tarifs :

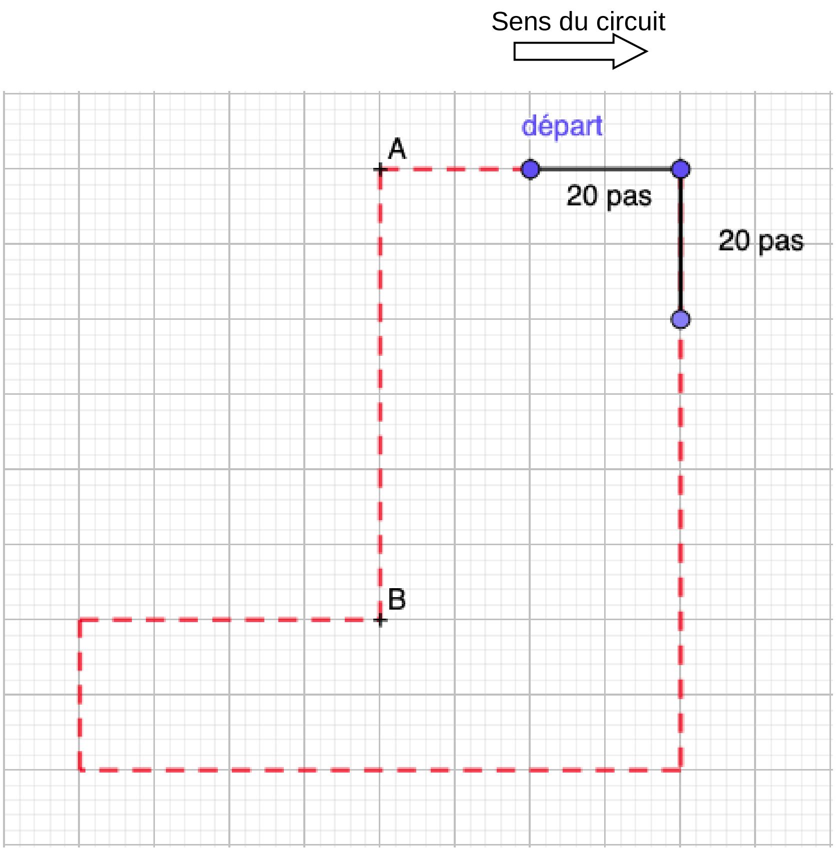
> Le tarif du package pour une personne inclut le trajet aller-retour maritime Papeete/Moorea et la location du vélo électrique.
>
> <u>Tarif du package 1 journée, 8 heures</u> :
>
> Adulte : **5 500 F** Enfant de 12/16 ans : **5 200 F**
>
> <u>Tarif du package 1/2 journée, 3 heures</u> :
>
> Adulte : **4 800 F** Enfant de 12/16 ans : **4 500 F**

3. **Indiquer** le coût pour Maeva si elle choisit un package 1 journée.
4. **Indiquer** la solution la moins chère pour Maeva (prendre un billet aller-retour et louer un vélo électrique à Moorea ou bien prendre un package 1 journée). **Justifier** la réponse.

Exercice 5 (18 points)

Un circuit autour de l'île de Moorea pour admirer les fonds marins est proposé à bord d'un catamaran à coque vitrée.

Le circuit du bateau est dessiné en pointillés ci-dessous :



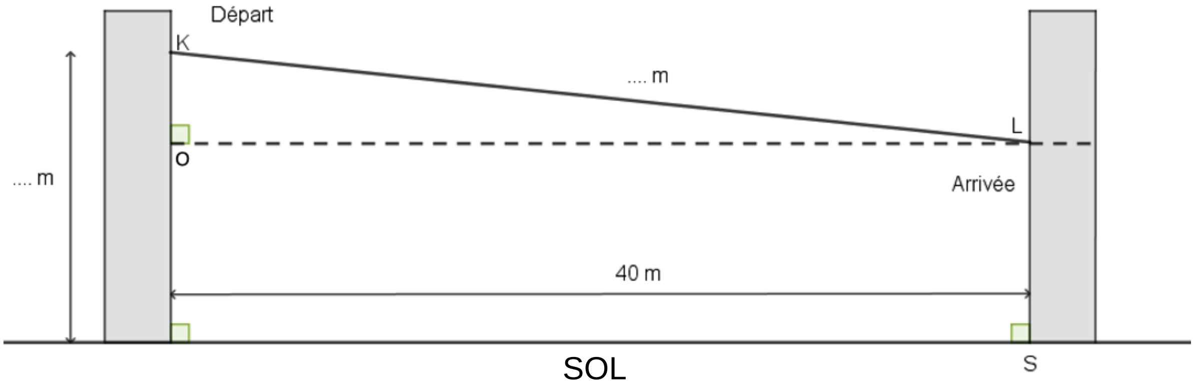
1. **Calculer** la longueur AB exprimée en nombre de pas.
   Expliquer la méthode utilisée.
2. **Compléter** le programme Scratch de l'**ANNEXE 2** page 8/8 permettant au bateau d'effectuer un tour de circuit en partant du point « départ ».

ANNEXE 1 – à rendre avec la copie

Exercice 2 : question 1.

	A	B	C	D
1	**Aliment**	**Quantité**	**Prix unitaire en F**	**Prix en F**
2	Pièce de Pua'a roti	1	...	...
3	Paquet de Firi firi	...	500	...
4	Poisson perroquet	...	1 200	...
5	Paquet de Taro	...	800	...
6	Tas de Fe'i	1	...	...
7	Bouteille de "Miti haari"	1	...	...
8			**PRIX TOTAL en F**	...

Exercice 3 : question 1.



Le schéma n'est pas à l'échelle

Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) :
(en majuscules)

PRENOM :
(en majuscules)

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté · Égalité · Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : / /

1.2

ANNEXE 2 – à rendre avec la copie

Exercice 5 : **question 2.**

```
avancer de 20 pas
tourner à ↻ de 90 degrés
avancer de 80 pas
tourner à ↻ de 90 degrés
avancer de .... pas
tourner à ↻ de 90 degrés
avancer de 20 pas
tourner à ↻ de 90 degrés
avancer de 40 pas
tourner à ↺ de .... degrés
avancer de .... pas
tourner à ↻ de 90 degrés
avancer de 20 pas
```

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) :
(en majuscules)

PRENOM :
(en majuscules)

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté · Égalité · Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : / /

1.2

En cours de rédaction…

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2024

MATHEMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 h 00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page **1** sur **6** à la page **6** sur **6**.

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé

L'usage de la calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé

L'utilisation du dictionnaire est interdite.

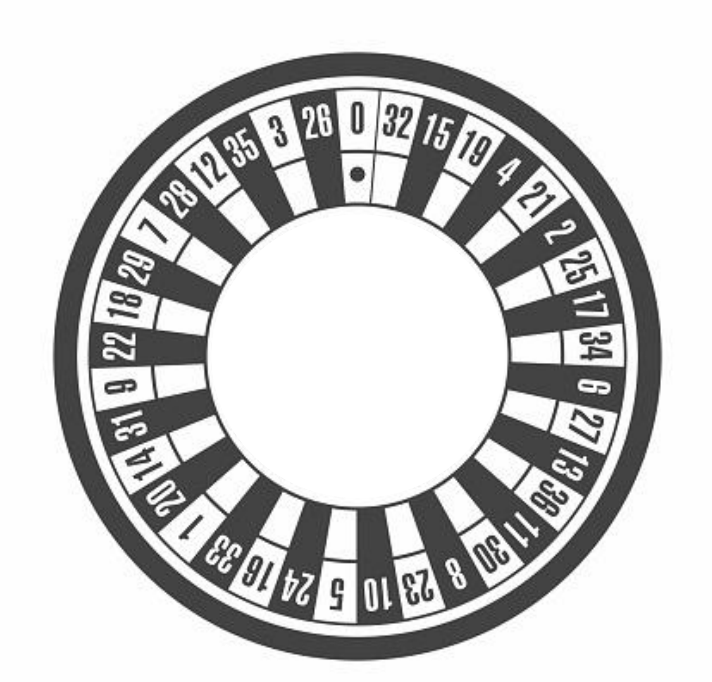
Exercice 1	20 points
Exercice 2	20 points
Exercice 3	22 points
Exercice 4	18 points
Exercice 5	20 points

Indications portant sur *l'ensemble du sujet*.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée. Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1 *(20 points)*

Au casino, la roulette est un jeu de hasard pour lequel chaque joueur mise au choix sur un ou plusieurs numéros. On lance une bille sur une roue qui tourne, numérotée de 0 à 36.
La bille a la même probabilité de s'arrêter sur chaque numéro.



1. Expliquer pourquoi la probabilité que la bille s'arrête sur le numéro 7 est $\frac{1}{37}$.

2. Déterminer la probabilité que la bille s'arrête sur une case à la fois noire et paire.

3. a. Déterminer la probabilité que la bille s'arrête sur un numéro inférieur ou égal à 6.

b. En déduire la probabilité que la bille s'arrête sur un numéro supérieur ou égal à 7.

c. Un joueur affirme qu'on a plus de 3 chances sur 4 d'obtenir un numéro supérieur ou égal à 7. A-t-il raison ?

<u>Exercice 2</u> ***(20 points)***

Programme A	**Programme B**
• Choisir un nombre. • Prendre le carré du nombre choisi. • Multiplier le résultat par 2. • Ajouter le double du nombre de départ. • Soustraire 4 au résultat.	Quand [drapeau] est cliqué demander (Choisir un nombre) et attendre mettre [Nombre choisi] à (réponse) mettre [Résultat 1] à ((Nombre choisi) + (2)) mettre [Résultat 2] à ((Nombre choisi) − (1)) Dire (regrouper (Le résultat est) et ((Résultat 1) * (Résultat 2)))

1. a. Vérifier que, si on choisit 5 comme nombre de départ, le résultat du programme A est 56.

b. Quel résultat obtient-on avec le programme B si on choisit -9 comme nombre de départ ?

2. On choisit un nombre quelconque x comme nombre de départ.

a. Parmi les trois propositions ci-dessous, recopier l'expression qui donne le résultat obtenu par le programme B ?

$E_1 = (x+2) - 1$ $\qquad$ $E_2 = (x+2) \times (x-1)$ $\qquad$ $E_3 = x + 2 \times x - 1$

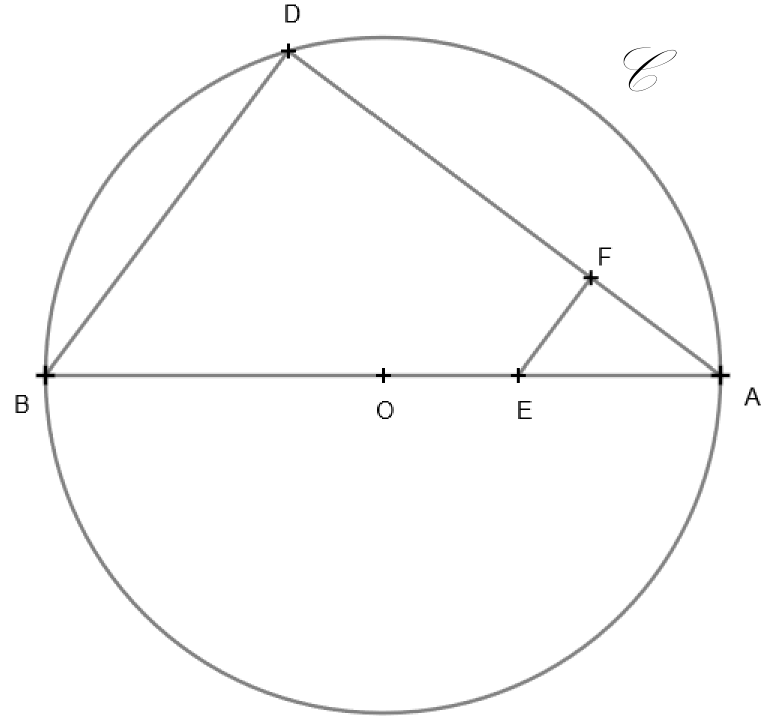
b. Exprimer en fonction de x le résultat obtenu avec le programme A

3. Démontrer que, quel que soit le nombre choisi au départ, le résultat du programme A est toujours le double du résultat du programme B.

Exercice 3 ***(22 points)***

Sur la figure ci-dessous, on a :

- $\mathscr{C}$ est un cercle de centre O et de rayon 4,5 cm ;
- [AB] est un diamètre de ce cercle et D est un point du cercle ;
- les points B, E, A sont alignés, ainsi que les points D, F, A ;
- les droites (BD) et (EF) sont parallèles ;
- BD = 5,4 cm ; DA = 7,2 cm et AE = 2,7 cm.



1. Justifier que le diamètre [AB] mesure 9 cm.

2. Démontrer que le triangle ABD est rectangle en D.

3. Calculer AF.

4. a. Justifier que l'aire du triangle ABD est égale à 19,44 cm².

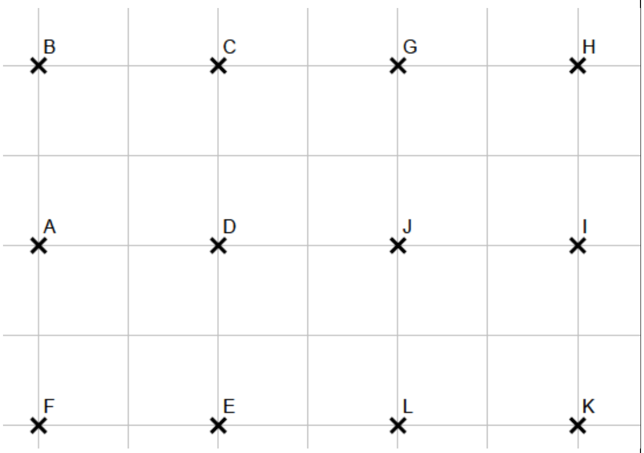
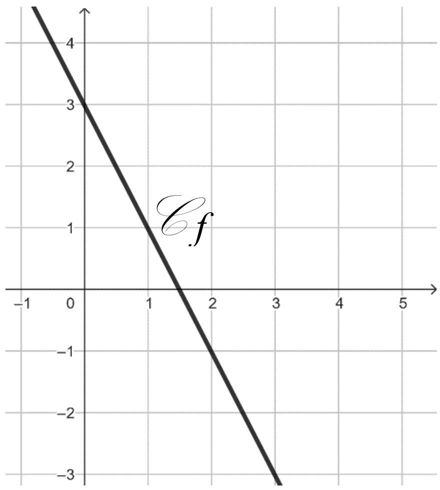
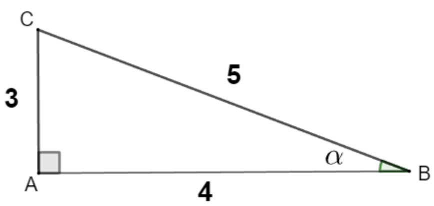
b. Calculer l'aire du disque, arrondie au centième.

Rappel ***:*** *l'aire du disque est égale à $\pi \times R^2$, où R est le rayon du disque.*

5. Quel pourcentage de l'aire du disque représente l'aire du triangle ABD ?

<u>Exercice 4</u> ***(18 points)***

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM). Pour chaque question, trois réponses (A, B ou C) sont proposées. Une seule réponse est exacte. Recopier sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. On considère la fonction f définie par $f(x) = 3x - 2$. Quelle est l'image de – 4 par cette fonction ?	–14	–10	–3
2. Combien vaut $(-5)^3$?	–125	–15	125
3. Quelle est l'image du point J par la translation qui transforme C en A ? 	H	E	D
4. Quel est l'antécédent de 3 par la fonction f ? 	3	– 3	0
5. On a mesuré les tailles, en m, de sept élèves : 1,46 ; 1,65 ; 1,6 ; 1,72 ; 1,7 ; 1,67 ; 1,75 Quelle est la médiane, en m, de ces tailles ?	1,72	1,67	1,65
6. Dans le triangle ABC rectangle en A ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur, quelle est la valeur de $\cos \alpha$? 	0,8	0,75	0,6

<u>Exercice 5</u> *(20 points)*

Un club de natation propose un après-midi découverte pour les enfants.

PARTIE A

La présidente du club veut offrir des petits sachets cadeaux tous identiques contenant des autocollants et des drapeaux avec le logo du club. Elle a acheté 330 autocollants et 132 drapeaux et veut tous les utiliser. Elle veut que, dans chaque sachet, il y ait exactement le même nombre d'autocollants et que, dans chaque sachet, il y ait exactement le même nombre de drapeaux.

1. Pourquoi n'est-il pas possible de faire 15 sachets ?

2. a. Décomposer 330 et 132 en produits de facteurs premiers.

b. En déduire le plus grand nombre de sachets que la présidente pourra réaliser.

c. Dans ce cas, combien mettra-t-elle d'autocollants et de drapeaux dans chaque sachet ?

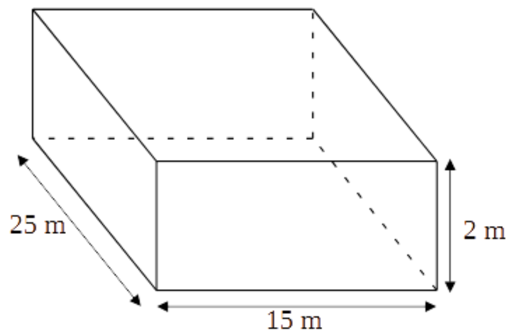
PARTIE B

La piscine a la forme d'un pavé droit représenté ci-dessous.

Elle est remplie aux $\frac{9}{10}$ du volume.

1 m^3 d'eau coûte 4,14 €.

Combien coûte le remplissage de la piscine ?



BREVET 2024 — Mathématiques — France

Lundi 1 juillet 2024

Série générale

Correction

Cette correction est rédigée à des fins pédagogiques et didactiques. Il n'est pas demandé au candidat de justifier le raisonnement en donnant autant de détails. De nombreux commentaires ont été ajoutés pour aider à la préparation à cette épreuve. Il est même régulièrement proposé plusieurs alternatives pour une même réponse. Une seule réponse est attendue de la part du candidat. Pour la même raison, même quand le sujet indique explicitement que le raisonnement ne doit pas être justifié, des explications complémentaires ont été fournies.

Exercice n° 1 — Correction

Expérience aléatoire à une épreuve (20 points)

1. La roulette est constituée de tous les nombres entiers entre 0 et 36. Il y a donc 37 numéros sur cette roulette.

On compte bien à partir de 1. Quand on commence à 0 il faut penser à décaler d'un rang.
Ainsi, entre 0 et 2, il y a trois nombres entiers, 0, 1 et 2.

Il s'agit donc d'une expérience aléatoire à une épreuve constituée de 37 issues équiprobables.
Il n'y a qu'un seul numéro 7.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est de } \dfrac{1}{37}.}$

2. En observant les cases noires, il y a 18 cases noires portant les numéros : 15 — 4 — 2 — 17 — 6 — 13 — 11 — 8 — 10 — 24 — 33 — 20 —- 31 — 22 — 29 — 28 — 35 — 26.
Sur ces 18 numéros, 4 — 2 — 6 — 8 — 10 — 24 — 20 — 22 — 28 — 26 sont pairs, 10 numéros.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est de } \dfrac{10}{37} \approx 0,27 \text{ soit environ } 27\ \%.}$

3.a. Il y a 7 numéros inférieurs ou égaux à 6 : 0 — 1 — 2 — 3 — 4 — 5 — 6.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est de } \dfrac{7}{37} \approx 0,19 \text{ soit environ } 19\ \%.}$

3.b. Il y a deux manières de raisonner :

Liste exhaustive des issues

Comme il y a 37 issues équiprobables et 7 sont inférieures ou égales à 6. Il y a ainsi 30 issues supérieurs strictement à 6, c'est à dire 30 issues supérieures ou égales à 7.
La probabilité cherchée est donc de $\dfrac{30}{37} \approx 0,81$ soit 81 %.

Par l'événement contraire

Le contraire de l'événement « S'arrêter sur un numéro inférieur ou égal à 6 »est l'évenement « S'arrêter sur un numéro supérieur ou égal à 7 ».

Ainsi la probabilité de l'événement cherché est $1 - \dfrac{7}{37} = \dfrac{37}{37} - \dfrac{7}{37} = \dfrac{30}{37}$.

Qu'importe la méthode choisie, $\boxed{\text{la probabilité cherchée est de } \dfrac{30}{37}\text{ă} \approx 0,81 \text{ soit environ } 81\ \%.}$

3.c. Il faut comparer les fractions $\dfrac{3}{4}$ et $\dfrac{30}{37}$.

Méthode approchée

À la calculatrice, $\dfrac{3}{4} = 0,75$ soit 75 % et $\dfrac{30}{37} \approx 0,81$ soit environ 81 %.

Méthode par le calcul fractionnaire

$\dfrac{3}{4} = \dfrac{3 \times 37}{4 \times 37} = \dfrac{111}{148}$ et $\dfrac{30}{37} = \dfrac{30 \times 4}{37 \times 4} = \dfrac{120}{148}$.

Il est vrai qu'il a plus de 3 chances sur 4 d'obtenir un numéro supérieur ou égal à 7. Il a raison.

Exercice n° 2 — Correction

Programme de calcul — Développement — Expression littérale (20 points)

1.a. En partant du nombre de départ 5 avec le **Programme A**, on obtient successivement :

5 — $5^2 = 25$ — $25 \times 2 = 50$ — $50 + 2 \times 5 = 50 + 10 = 60$ — $60 - 4 = 56$.

En partant de 5 avec le **Programme A**, on obtient bien 56.

1.b. En partant du nombre -9 avec le **Programme B**, on obtient successivement :

-9 — D'une part $-9 + 2 = -7$ et d'autre part $-9 - 1 = -10$ — $(-7) \times (-10) = 70$.

En partant de -9 avec le **Programme B**, on obtient 70.

2.a. Avec le **Programme B**, en partant du nombre générique x, on obtient successivement :

x — D'une part $x + 2$ et d'autre part $x - 1$ — $(x + 2) \times (x - 1)$.

L'expression cherchées est $\mathrm{E}_2 = (x + 2) \times (x - 1)$.

3. On peut tester cette conjecture sur un exemple :

En partant de 7 avec le **Programme A** on obtient :

7 — $7^2 = 49$ — $2 \times 49 = 98$ — $98 + 2 \times 7 = 98 + 14 = 112$ — $112 - 4 = 108$.

En partant de 7 avec le **Programme B** on obtient :

7 — $7 + 2 = 9$ d'une part et $7 - 1 = 6$ d'autre part — $9 \times 6 = 54$.

Comme $2 \times 54 = 108$ cela confirme la conjecture.

Démontrons ce résultat pour tout nombre générique x :

Avec le **Programme A**, on obtient x — x^2 — $2x^2$ — $2x^2 + 2x$ — $2x^2 + 2x - 4$

Avec le **Programme B**, on obtient x — $x + 2$ d'une part et $x - 1$ d'autre part — $(x + 2)(x - 1)$.

La première expression est développée réduite. Développons la seconde :

$(x + 2)(x - 1) = x^2 - x + 2x - 2 = x^2 + x - 2$

Or, $2(x^2 + x - 2) = 2x^2 + 2x - 4$, le résultat du **Programme A** est toujours le double du résultat du **Programme B**.

Exercice n° 3 — Correction

Théorème de Pythagore — Théorème de Thalès — Aire du triangle rectangle — Aire du disque (22 points)

1. $\mathscr{C}$ étant un cercle de rayon 4,5 cm, son diamètre [AB] mesure $2 \times 4,5\,\text{cm} = 9\,\text{cm}$.

2. Comme BA est le plus long côté du triangle BAD, comparons $\mathrm{DB}^2 + \mathrm{DA}^2$ et BA^2 :

$DB^2 + DA^2$	BA^2
$5,4^2 + 7,2^2$	9^2
$29,16 + 51,84$	
81	81

Comme $DB^2 + DA^2 = BA^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore**, $\boxed{\text{le triangle BAD est rectangle en D}}$.

3. Dans le triangle BAD, **les droites** (BD) **et** (EF) **sont parallèles.**
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AF}{AD} = \frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BD}$$

$$\frac{AF}{7{,}2\,\text{cm}} = \frac{2{,}7\,\text{cm}}{9\,\text{cm}} = \frac{EF}{5{,}4\,\text{cm}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$AF = \frac{7{,}2\,\text{cm} \times 2{,}7\,\text{cm}}{9\,\text{cm}} \quad \text{d'où} \quad AF = \frac{19{,}44\,\text{cm}^2}{9\,\text{cm}} \quad \text{et} \quad AF = 2{,}16\,\text{cm}$$

$\boxed{\text{Ainsi } AF = 2{,}16\,\text{cm}}$

4.a. L'aire d'un triangle rectangle est égale à la moitié du rectangle que l'on pourrait construire sur les côtés de l'angle droit.

Ainsi, $\boxed{\text{Aire}_{ABD} = \frac{DB \times DA}{2} = \frac{5{,}4\,\text{cm} \times 7{,}2\,\text{cm}}{2} = \frac{38{,}88\,\text{cm}^2}{2} = 19{,}44\,\text{cm}^2}$

4.b. C'est un disque de rayon 4,5 cm. L'aire d'un disque se calcule avec la formule $\pi \times R^2$ où R est la mesure du rayon.

$\boxed{\text{L'aire du disque mesure } \text{Aire}_{\text{Disque}} = \pi \times 4{,}5\,\text{cm} \times 4{,}5\,\text{cm} = 20{,}25\pi\ cm^2 \approx 63{,}62\,\text{cm}^2.}$

5. Il faut calculer le quotient $\dfrac{\text{Aire}_{ABD}}{\text{Aire}_{\text{Disque}}} = \dfrac{19{,}44\,\text{cm}^2}{63{,}62\,\text{cm}^2} \approx 0,31$ soit 31 %.

$\boxed{\text{L'aire du triangle rectangle représente 31 \% de l'aire du disque.}}$

Exercice n° 4 — Correction

Image — Cube d'un nombre — Translation — Lecture graphique — Médiane — Cosinus (18 points)

1. $f(-4) = 3 \times (-4) - 2 = -12 - 2 = -14$. $\boxed{\textbf{1.} \text{ — Réponse A}}$

2. $-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125$. $\boxed{\textbf{2.} \text{ — Réponse A}}$

3. $\boxed{\textbf{3.} \text{ — Réponse B}}$

4. On constate que le point de coordonnées $(0;3)$ est sur la courbe représentative. $\boxed{\textbf{4.} \text{ — Réponse C}}$

5. C'est une médiane d'une série statistique à 7 termes, comme $7 = 3 + 1 + 3$, il faut repérer le quatrième terme dans l'ordre croissant.
$1,46 < 1,6 < 1,65 < 1,67 < 1,7 < 1,72 < 1,75$

$\boxed{\textbf{5.} \text{ — Réponse B}}$

6. Dans le triangle ABC rectangle en A, le côté [BC] est l'hypoténuse, le côté [AC] est le côté opposé à l'angle α et le côté [AB] est le côté adjacent à l'angle α.
On sait que le cosinus est le quotient du côté adjacent par l'hypoténuse donc $\cos\alpha = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{4}{5} = 0,8$.

$\boxed{\textbf{6.} \text{ — Réponse A}}$

Exercice n° 5 — Correction

Arithmétique — Diviseurs — Volume du pavé droit (20 points)

Partie A

1. Divisons 330 et 132 par 15.
$330 = 15 \times 22$ et $132 = 15 \times 8 + 12$. Il y a un reste quand on divise 132 par 15, donc on ne peut pas faire 15 sachets.

$\boxed{\text{Il n'est pas possible de faire 15 sachets, sinon il resterait 12 drapeaux.}}$

2.a.

$$\begin{array}{c|c} 330 & 2 \\ 165 & 3 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad \qquad \begin{array}{c|c} 132 & 2 \\ 66 & 2 \\ 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$\boxed{330 = 2 \times 3 \times 5 \times 11}$ $\qquad$ $\boxed{132 = 2 \times 2 \times 3 \times 11}$

2.b. Il faut déterminer le plus grand diviseur commun à ces deux nombres.
La décomposition en produit de facteurs premiers de ce nombre est constitué des nombres premiers en commun dans les deux décompositions.
Il s'agit donc de $2 \times 3 \times 11 = 66$.

$\boxed{\text{La présidente pourra réaliser au maximum 66 sachets.}}$

2.c. $330 = 66 \times 5$ et $132 = 66 \times 2$. $\boxed{\text{Elle pourra faire 66 sachets contenant chacun 5 autocollants et 2 drapeaux.}}$

Partie B

Il faut calculer le volume du pavé droit : $\text{Volume}_{\text{Pavé}} = 15\,\text{m} \times 25\,\text{m} \times 2\,\text{m} = 750\,\text{m}^3$.

La piscine est remplie au $\dfrac{9}{10}$, donc $\dfrac{9}{10} \times 750\,\text{m}^3 = 9 \times 75\,\text{m}^3 = 675\,\text{m}^3$.

Il faut utiliser $675\,\text{m}^3$ d'eau.
Comme $675 \times 4,14$ € $= 2794,50$ €, $\boxed{\text{le coût du remplissage de la piscine est de 2794,50 euro .}}$

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2024

MATHEMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 h 00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Il comporte 6 pages numérotées de la page **1** sur **6** à la page **6** sur **6**.

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé

L'usage de la calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé

L'utilisation du dictionnaire est interdite.

Exercice 1	20 points
Exercice 2	18 points
Exercice 3	22 points
Exercice 4	18 points
Exercice 5	22 points

Indications portant sur <u>l'ensemble du sujet</u>.
Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1 *(20 points)*

1. Anne et Jean ont acheté 630 dragées roses et 810 dragées blanches qu'ils ont mises dans un sachet. On suppose que les dragées sont indiscernables au toucher.

    a. Combien Anne et Jean ont-ils acheté de dragées au total ?

    b. Anne prend au hasard une dragée dans le sachet. Quelle est la probabilité qu'elle obtienne une dragée blanche ?

2. Avec ces dragées, ils réalisent des ballotins pour leur mariage de sorte que :
    - le nombre de dragées roses est le même dans chaque ballotin ;
    - le nombre de dragées blanches est le même dans chaque ballotin ;
    - toutes les dragées soient utilisées.

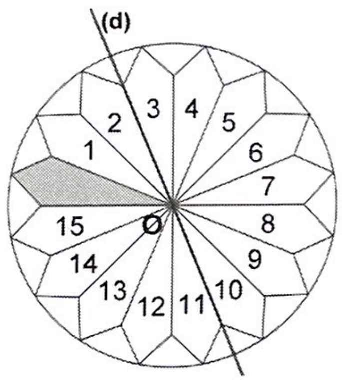
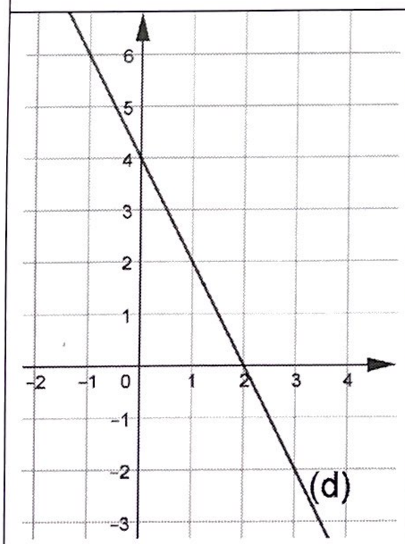
    a. Peuvent-ils réaliser 21 ballotins ?

    b. Décomposer 630 et 810 en produits de facteurs premiers.

    c. En déduire le nombre maximum de ballotins qu'Anne et Jean pourront réaliser. Donner alors la composition de chaque ballotin.

Exercice 2 *(18 points)*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). **Aucune justification n'est demandée**. Pour chaque question, trois réponses (A, B et C) sont proposées. **Une seule réponse est exacte.** Recopier sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
Question 1 Quelle est l'écriture scientifique de 13 420 ?	$1{,}342 \times 10^{-4}$	$1{,}342 \times 10^{4}$	$1\,342 \times 10^{1}$
Question 2 On a relevé, en mètres, les onze meilleures performances du lancer de marteau chez les hommes : 85,14 ; 85,14 ; 85,20 ; 85,60 ; 85,68 ; 85,74 ; 86,04 ; 86,34 ; 86,51 ; 86,66 ; 86,74. Quelle est la médiane de cette série ?	85,74	85,86	85,89
 **Question 3** Quelle est l'image du motif gris par la symétrie d'axe (d) ?	Le motif 8	Le motif 15	Le motif 5
Question 4 Quelle est l'image du motif gris par la rotation de centre O et d'angle 90° dans le sens antihoraire ?	Le motif 4	Le motif 12	Le motif 13
 **Question 5** Quelle est l'image de 2 par la fonction f ?	0	1	4
Question 6 Quel est le coefficient directeur de la droite (d) ?	2	−0,5	−2

Exercice 3 *(22 points)*

Sur la figure ci-après, qui n'est pas à l'échelle, on a représenté le trajet de la course que doit faire Oscar.

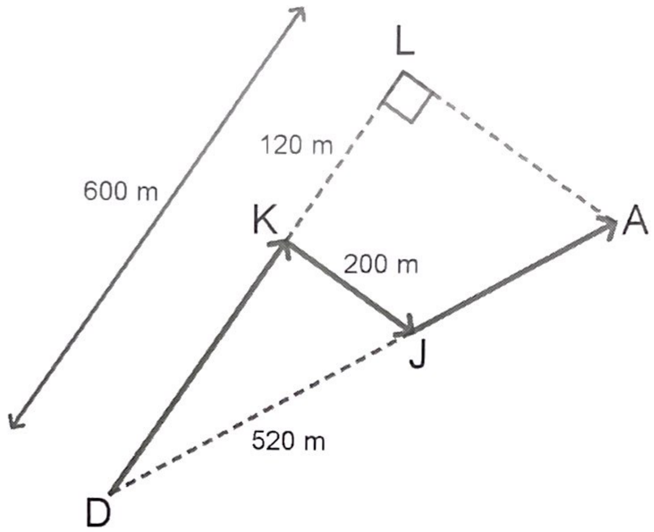
Dans le triangle DLA rectangle en L, le point J appartient au segment [DA] et le point K appartient au segment [DL].

On donne : DL = 600 m ;

KJ = 200 m ;

DJ = 520 m ;

KL = 120 m.



1. Montrer que la longueur DK est égale à 480 m.
2. Montrer que le triangle DKJ est rectangle en K.
3. Justifier que les droites (KJ) et (LA) sont parallèles.
4. Montrer que le segment [DA] mesure 650 m.
5. Calculer la longueur du trajet DKJA, fléché sur la figure.
6. Un photographe place une caméra au point D. Afin de filmer l'ensemble de la course sans bouger la caméra, l'angle $\widehat{LDA}$ doit être inférieur à 25°.

   Est-ce le cas ?

Exercice 4 ***(18 points)***

On considère le programme de calcul ci-dessous :

> - Choisir un nombre
> - Mettre ce nombre au carré
> - Soustraire le triple du nombre de départ
> - Soustraire 4

1. Montrer que si on choisit 5 comme nombre de départ, le résultat du programme est 6.

2. On choisit x comme nombre de départ.

Exprimer le résultat du programme en fonction de x.

3. Vérifier que l'on peut écrire ce résultat sous la forme $(x+1)(x-4)$.

4. Déterminer les nombres à choisir au départ pour que le résultat du programme soit 0.

5. Juliette a écrit le programme ci-dessous :

```
1 Quand [drapeau] est cliqué
2 demander (Choisir un nombre) et attendre
3 mettre [x] à (réponse)
4 mettre [y] à (...) * (...)
5 mettre [z] à (3) * (x)
6 mettre [Résultat] à (...) - (...) - (4)
7 Dire (Résultat) pendant (5) secondes
```

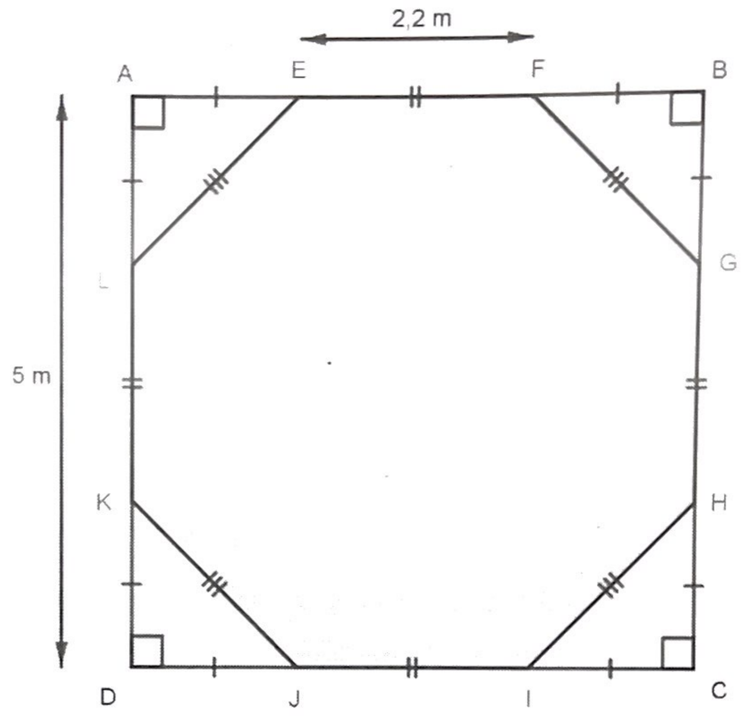
Recopier et compléter sur la copie les lignes 4 et 6 du programme afin que celui-ci corresponde au programme de calcul encadré.

Exercice 5 *(22 points)*

Pour obtenir l'octogone grisé EFGHIJKL ci-contre, on retire quatre triangles rectangles isocèles identiques des coins d'un carré ABCD de côté 5 m.

On donne : AD = 5 m ;

EF = 2,2 m.



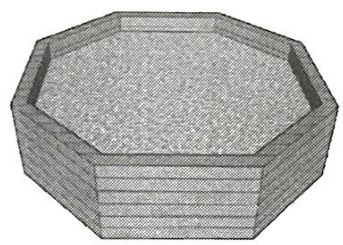
1. a. Montrer que la longueur AE est égale à 1,4 m.

b. Montrer que l'aire du triangle AEL est égale à 0,98 m².

c. En déduire que l'aire de l'octogone grisé est égale à 21,08 m².

2. Cet octogone a les mêmes dimensions que la surface d'une piscine de hauteur 1,50 m.

On souhaite remplir cette piscine aux trois quarts de sa hauteur.



a. Montrer que le volume d'eau nécessaire est environ égal à 24 m^3.

b. Sachant que le débit du robinet utilisé pour remplir la piscine est de 12 L/min, calculer la durée de remplissage de ces 24 m^3 d'eau. Donner le résultat en heures et minutes.

Rappel : 1m^3 = 1 000 L.

En cours de rédaction...

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2024

MATHEMATIQUES

Série Professionnelle

Durée de l'épreuve : 2 h 00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Il comporte 7 pages numérotées de la page **1** sur **7** à la page **7** sur **7.**

ATTENTION : L'ANNEXE page 7/7 est à rendre avec la copie.

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé

L'usage de la calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé

L'utilisation du dictionnaire est interdite.

Exercice 1	20 points
Exercice 2	24 points
Exercice 3	20 points
Exercice 4	24 points
Exercice 5	12 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

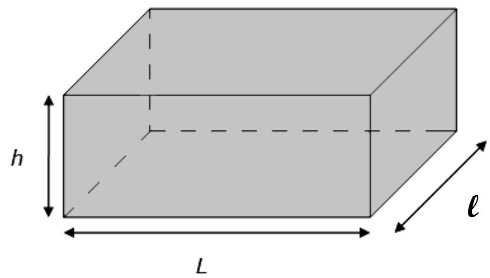
Exercice 1 : QCM _(20 points)_

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM), il est à compléter en **ANNEXE à rendre avec la copie.**

Exercice 2 : _(24 points)_ La nage papillon aux Jeux Olympiques (JO)

1. Les épreuves de natation des Jeux Olympiques ont lieu dans des piscines olympiques. La plupart des piscines olympiques sont des pavés droits avec les caractéristiques suivantes :

   – longueur L : 50 m ;
   – largeur ℓ : 25 m ;
   – hauteur d'eau h : 3 m.



a. Calculer le volume d'eau contenu dans une piscine olympique.
Donner la réponse en mètre cube (m^3), puis en litres. (**Rappel** : 1 m^3 = 1000 L)

b. Les piscines municipales les plus courantes ont les dimensions suivantes :
   – longueur L : 25 m ;
   – largeur ℓ : 12,5 m ;
   – hauteur d'eau h : 3 m.

Lucas affirme que ce type de piscine contient 4 fois moins d'eau qu'une piscine olympique.

Indiquer si cette affirmation est vraie. Justifier la réponse.

La nage papillon est la plus spectaculaire.

C'est aussi la deuxième plus rapide après le crawl.

Aux JO de Tokyo en 2021, la canadienne Margaret MacNeil a remporté l'épreuve du 100 m papillon en 56 secondes.

2. Calculer, en mètre par seconde (m/s), la vitesse moyenne de Margaret MacNeil sur cette épreuve.
   Arrondir le résultat au centième.

<u>Rappel</u> : *formule de la vitesse v (en m/s) en fonction de la distance parcourue d en mètre (m) et du temps de parcours t en seconde (s) :* $v = \frac{d}{t}$

3. On a : 1 m/s = 3,6 km/h.
   Convertir la vitesse de Margaret MacNeil en kilomètre par heure (km/h). Arrondir au centième.

4. L'australienne Emma MacKeon, médaille d'or en nage libre (crawl) a parcouru 100 m à la vitesse de 1,92 m/s.

   a. Calculer le temps mis par Emma MacKeon sur cette épreuve.
      Arrondir au centième.

   b. On dit qu'une personne qui marche vite, à 7 km/h, est plus rapide sur 100 m qu'une personne nageant le crawl.
      Indiquer si cette affirmation est vraie concernant la vitesse d'Emma MacKeon.
      Justifier la réponse.

Exercice 3 : Handball (20 points)

Le handball est un sport olympique.

Parmi les joueurs d'une équipe, les 2 arrières droits les plus efficaces sont Arthur et Kevin. Pour sélectionner l'un de ces deux joueurs, l'entraineur regarde leurs statistiques sur la saison 2022-2023.

1. Voici les statistiques de Arthur sur 9 matchs internationaux :

Numéro des matchs 2022-2023	Tirs réussis	Tirs tentés au total
1	5	8
2	4	6
3	6	8
4	2	3
5	2	4
6	7	8
7	2	5
8	3	6
9	4	8

a. Déterminer le nombre total de tirs **réussis** par Arthur.

b. Le nombre total de tirs **tentés** par Arthur est de 56.
Calculer le pourcentage de tirs **réussis**.

c. Montrer que la moyenne de tirs **réussis** sur ces 9 matchs, arrondie à l'unité, est 4 tirs.

d. L'entraineur affirme que l'étendue du nombre de tirs **réussis** est 5.
Montrer que l'entraineur a raison.

2. Le joueur Kevin obtient les statistiques suivantes sur la même saison :

Pourcentage de tirs réussis	62,5 %
Moyenne de tirs réussis par match	4
Etendue du nombre de tirs réussis	2

L'entraineur considère que la régularité du nombre de tirs réussis est un critère important pour la sélection d'un joueur.

Déterminer quel joueur va être sélectionné sur sa régularité. Justifier la réponse.

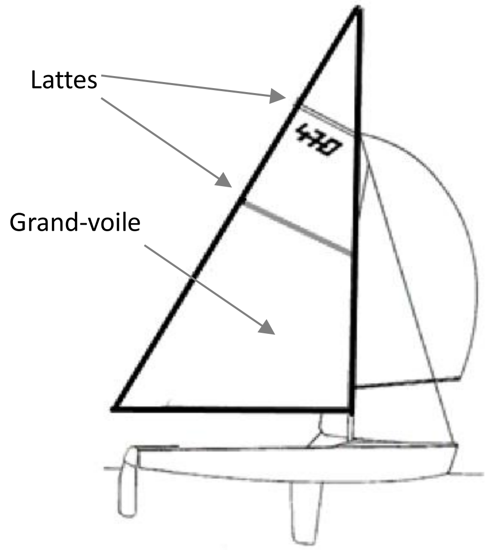
<u>Exercice 4</u> *(24 points) Course en bateau aux JO*

Le bateau de type 470, utilisé aux JO, comporte une grande voile triangulaire appelée grand-voile.

Cette grande voile est renforcée par 2 lattes parallèles.

Pour pouvoir participer aux JO, un bateau 470 doit respecter les caractéristiques suivantes :

Aire maximale de la grand-voile	8,75 m²
Longueur minimale de la grande latte	1,7 m

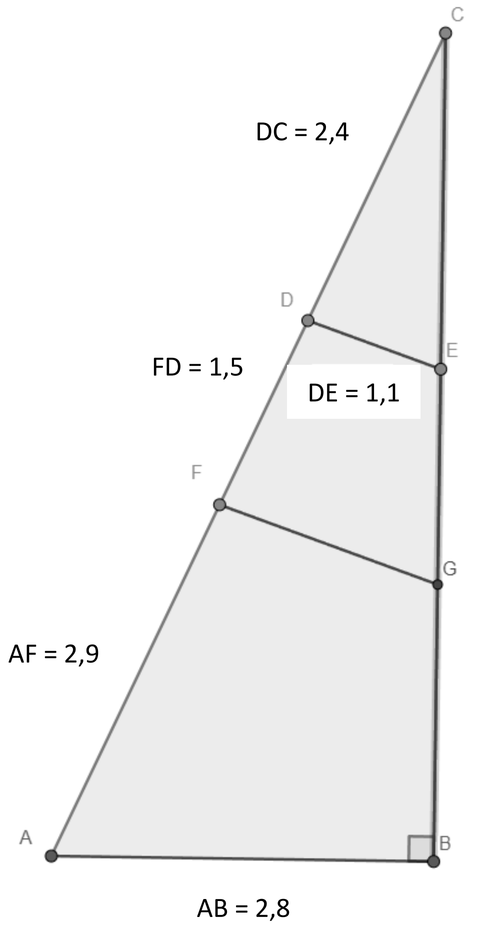


Sur un des bateaux en compétition, on étudie ces caractéristiques pour voir s'il peut participer aux JO.

Sa grand-voile a la forme d'un triangle ABC comme dans le dessin ci-dessous.

La petite latte est représentée par le segment [DE] et la grande latte par le segment [FG].

Les dimensions sont indiquées en mètres.



1. Calculer la longueur du côté AC.

2. Montrer que la longueur BC, arrondie au dixième, est 6,2 m.

3. Calculer l'aire en mètre carré (m²) de la voile ABC.
Arrondir au dixième.

4. En déduire si l'aire de la voile respecte la caractéristique permettant de participer aux JO.

5. Les droites (DE) et (FG) sont parallèles.
Montrer que la longueur de la grande latte [FG] arrondie au dixième est 1,8 m.

6. En déduire si ce bateau peut participer aux JO.
Justifier.

<u>Exercice 5</u> *(12 points)*

On considère le programme suivant :

1. Parmi les algorithmes suivants, choisir celui qui correspond au programme ci-dessus en nommant la réponse (A, B ou C) sur la copie. Justifier.

A	B	C
Demander la valeur de x **La multiplier par 5 et ajouter 2** **Afficher le résultat**	**Demander la valeur de x** **La multiplier par 2 et ajouter 5** **Afficher le résultat**	**Demander la valeur de x** **La multiplier par 5 et ajouter 5** **Afficher le résultat**

2. Indiquer le temps d'affichage du résultat.

3. On veut faire afficher le message « gagné » pendant 5 secondes si le résultat de $5x+2$ est égal à 97.
   Indiquer pour quelle valeur de x, le programme afficherait « gagné ».

ANNEXE à rendre avec la copie

Exercice 1 : QCM

Pour chaque question, quatre réponses sont proposées mais une **seule est exacte**.
Cocher la bonne réponse **sans justification**.
Une réponse juste rapporte 4 points, une réponse fausse ou l'absence ne rapporte aucun point.

1. Un million peut s'écrire :

☐ 10^3 ☐ 10^4 ☐ 10^6 ☐ 10^9

2. Sur un plan de maison à l'échelle 1/100, si une chambre mesure 3,4 cm de largeur sur le plan, sa largeur réelle est de :

☐ 3,4 cm ☐ 34 m ☐ 3,4 m ☐ 34 cm

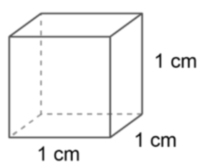
3. Si on lance un dé équilibré à 6 faces, la probabilité d'obtenir un 6 est de :

☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{1}{4}$ ☐ $\frac{1}{6}$

4. Une barre énergétique de masse totale 80 g contient 70 % de sucre, la masse de sucre dans cette barre est de :

☐ 48 g ☐ 72 g ☐ 15 g ☐ 56 g

5. Si on multiple par 2 les dimensions du cube ci-dessous, son volume sera de :



☐ 3 cm^3 ☐ 6 cm^3 ☐ 8 cm^3 ☐ 12 cm^3

En cours de rédaction…

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2024

MATHEMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 h 00 | 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte 7 pages numérotées de la page **1 sur 7** à la page **7 sur 7**.

L'annexe page 7 sur 7 est à rendre avec la copie.

L'utilisation de la calculatrice avec mode examen actif est autorisée.

L'utilisation de la calculatrice sans mémoire, « type collège » est autorisée.

Le sujet est constitué de cinq exercices indépendants.

Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Exercice 1	21 points
Exercice 2	20 points
Exercice 3	17 points
Exercice 4	19 points
Exercice 5	23 points

Indications portant sur <u>l'ensemble du sujet.</u>
Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

<u>Exercice 1</u> (21 points)

Dans cet exercice, toutes les questions sont indépendantes.

1. On a décomposé ci-dessous cinq nombres en produits de facteurs premiers.

   Parmi ces nombres, lesquels sont divisibles par 21 ?

Nombre 1	Nombre 2	Nombre 3	Nombre 4	Nombre 5
$2^2 \times 11 \times 23$	$2^4 \times 3^4 \times 11$	$7^3 \times 13 \times 17$	$2 \times 3 \times 5 \times 7$	$2^3 \times 3^2 \times 7$

2. Donner, sans justification, l'écriture scientifique du nombre 0,000 002 76.

3. La comète Hale-Bopp a atteint la vitesse de 2 640 km/min. Quelle est sa vitesse en m/s ?

4. Quelles sont les solutions de l'équation $(2x - 7)(3x + 1) = 0$?

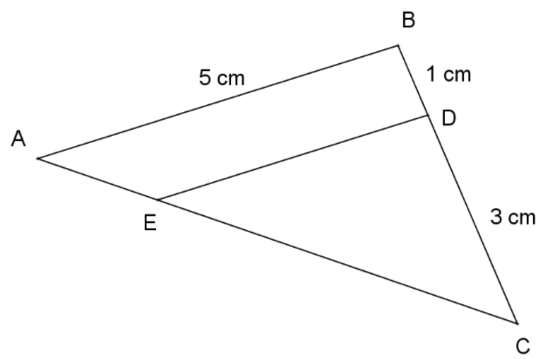
5. On considère la fonction f définie par $f(x) = 5x^2 + 2$.

   Quelle est l'image de -3 par la fonction f ?

6. Sur la figure ci-contre (qui n'est pas à l'échelle) :

   - les points A, E et C sont alignés ;
   - les points B, D et C sont alignés ;
   - les droites (AB) et (ED) sont parallèles ;
   - AB = 5 cm, BD = 1 cm, CD = 3 cm.

   Calculer DE.



<u>Exercice 2</u> (20 points)

On a relevé dans une feuille de calcul les températures maximales Tmax (en °C) atteintes à Strasbourg le 25 juin de chaque année de 2010 à 2018 (source : *meteociel.fr*).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
2	Tmax	29	23,1	22,6	17,4	23,4	25,7	25,2	26	24
3										
4	Moyenne									
5	Médiane	24								
6	Étendue	11,6								

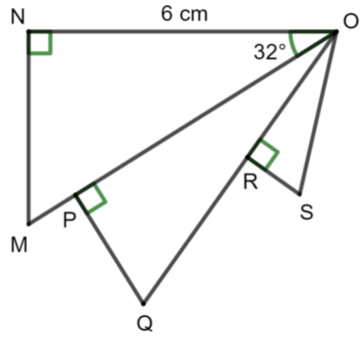
1. On a oublié de calculer la moyenne de cette série.
   Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B4 pour que ce calcul soit effectué ?
2. Donner, sans détailler les calculs, une valeur approchée au degré Celsius près de la moyenne de la série.
3. Donner une interprétation de la médiane de cette série.
4. Pour cette question seulement, on considère la série des températures maximales atteintes à Strasbourg le 25 juin de chaque année de 2010 à 2019. On sait que l'étendue des températures de cette nouvelle série est égale à 18,5°C. Déterminer la température maximale atteinte à Strasbourg le 25 juin 2019.

Les questions suivantes portent sur la série des températures maximales atteintes à Strasbourg le 25 juin de chaque année de 2010 à 2018.

5. On crée 9 fiches, une par année, sur lesquelles figure la température maximale atteinte le 25 juin de l'année. On prend une fiche au hasard. Chacune des fiches a la même probabilité d'être tirée.
   a. Quelle est la probabilité que la température écrite sur cette fiche soit égale à 26°C ?
   b. Quelle est la probabilité que la température écrite sur cette fiche soit inférieure ou égale à 24°C ?
   c. A-t-on raison de dire que l'on a plus de 40 % de chance de prendre une fiche sur laquelle la température est supérieure à 25°C ?

<u>Exercice 3</u> (17 points)

Sur la figure ci-contre, qui n'est pas à l'échelle,

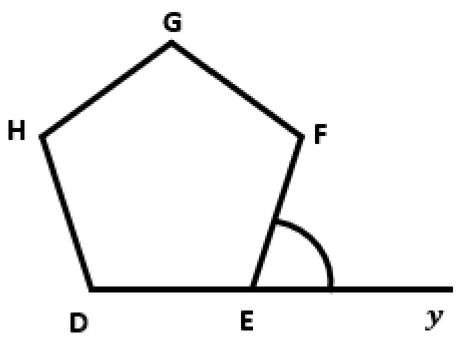


- le triangle ONM est rectangle en N,
- le triangle OPQ est rectangle en P,
- le triangle ORS est rectangle en R,
- $\mathrm{ON} = 6\ \mathrm{cm}$ et $\widehat{\mathrm{MON}} = 32°$.
- P est un point du segment $[\mathrm{OM}]$ et R est un point du segment $[\mathrm{OQ}]$.

1. Calculer la mesure de la longueur MN. On donnera une valeur approchée au millimètre près.
2. On donne $\mathrm{PQ} = 2{,}5\ \mathrm{cm}$ et $\mathrm{OQ} = 6{,}5$ cm. Montrer que $\mathrm{OP} = 6$ cm.
3. Montrer que les triangles ONM et OPQ ne sont pas des triangles égaux.
4. Sachant que le triangle OPQ est un agrandissement du triangle ORS et que $\mathrm{OS} = 3{,}25\ \mathrm{cm}$, calculer l'aire du triangle ORS.

<u>Exercice 4</u> (19 points)

1. Sur la figure ci-dessous, DEFGH est un pentagone régulier et le point E appartient à la demi-droite $[\mathrm{D}y)$. On admet que tous les angles du pentagone régulier mesurent 108 degrés.



Justifier que l'angle $\widehat{\mathrm{FE}y}$ mesure 72 degrés.

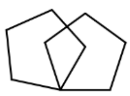
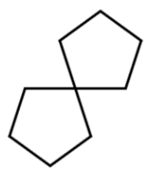
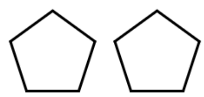
2. Dans la suite de cet exercice, aucune justification n'est attendue.
   a. Compléter le bloc « pentagone » en ANNEXE, **à rendre avec la copie**, pour obtenir un pentagone régulier. La variable « longueur » permet de modifier la longueur des côtés du pentagone.

b. Camille, Lou et Zoé ont chacun codé un programme qui trace un pentagone et son image par l'une des transformations suivantes : translation, symétrie centrale, rotation.

	Programme de Camille	Programme de Lou	Programme de Zoé
1	quand [drapeau] est cliqué	quand [drapeau] est cliqué	quand [drapeau] est cliqué
2	effacer tout	effacer tout	effacer tout
3	aller à x: 0 y: 0	aller à x: 0 y: 0	aller à x: 0 y: 0
4	s'orienter à 90	s'orienter à 90	s'orienter à 90
5	mettre longueur à 60	mettre longueur à 60	mettre longueur à 60
6	pentagone	pentagone	pentagone
7	avancer de 120 pas	tourner ↺ de 60 degrés	tourner ↺ de 180 degrés
8	pentagone	pentagone	pentagone

On rappelle que l'instruction « s'orienter à 90 » signifie que l'on s'oriente vers la droite.

Les trois élèves ont effectué une copie d'écran de ce qu'ils ont obtenu sans indiquer ni leur prénom ni le nom de la transformation choisie.

Copie d'écran 1	Copie d'écran 2	Copie d'écran 3
		

Compléter le tableau en ANNEXE, **à rendre avec la copie**, en associant le prénom de l'élève au numéro de sa copie d'écran ainsi qu'au nom de la transformation qu'il a choisie.

c. Sofia souhaite illustrer à l'aide d'un programme l'effet d'une homothétie sur un pentagone. Le tableau en ANNEXE donne, dans le désordre, toutes les instructions utiles pour écrire ce programme. L'ordre d'apparition dans le programme de deux instructions est précisé.
Compléter ce tableau sur l'ANNEXE, **à rendre avec la copie**, en indiquant l'ordre d'apparition de chacune des instructions dans le programme de Sofia.

<u>Exercice 5</u> (23 points)

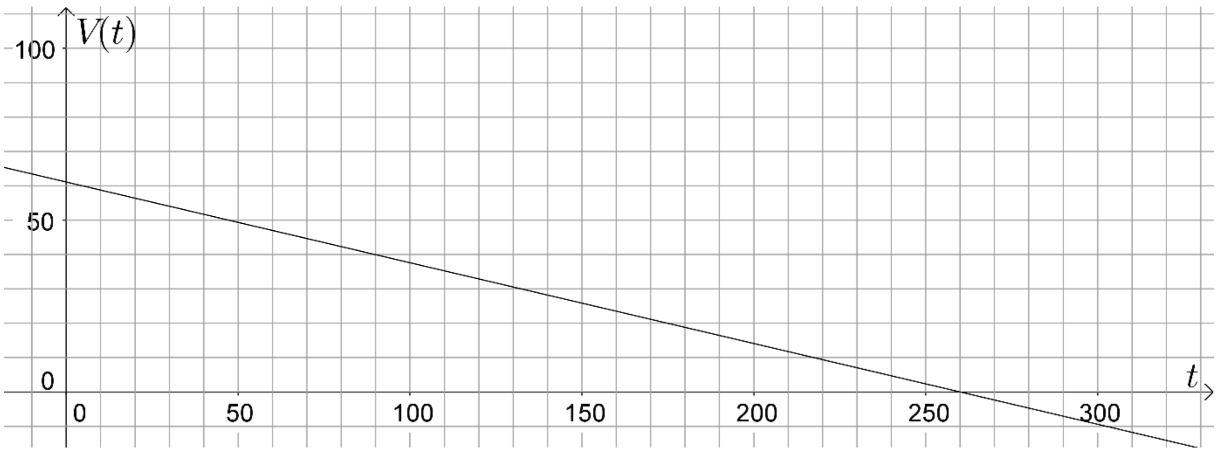
La piscine du camping « le Rocher » dispose d'un bassin circulaire de forme cylindrique de rayon 3,60 m et de hauteur 1,50 m. En fin de saison, on utilise une pompe dont le débit est de $14,1\ \mathrm{m}^3/\mathrm{h}$ pour vider l'eau de la piscine.

1. Montrer que le volume du bassin, arrondi au dixième de m^3, est 61,1 m^3.
2. Le bassin est plein. On met en route la pompe. Au bout de 2 heures, quel volume d'eau en m^3 reste-t-il à vider ?

On considère la fonction $V: t \mapsto 61{,}1 - 0{,}235\ t$.

3. a. Montrer que l'expression $V(t)$ permet de déterminer le volume d'eau en m^3 qu'il reste à vider dans le bassin en fonction de la durée t, exprimée en minute, d'utilisation de la pompe.

   b. Calculer le temps nécessaire pour que le volume d'eau restant à vider soit égal à 30 m^3. On donnera une valeur approchée à la minute près.
4. On a tracé ci-dessous une partie de la représentation graphique de la fonction V.



Répondre aux questions suivantes par une lecture graphique.

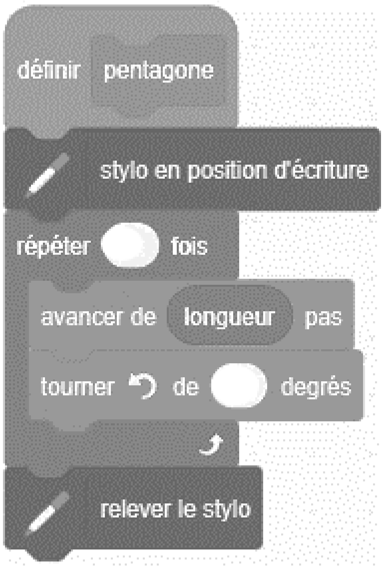
a. Déterminer l'antécédent de 40 par la fonction V. Interpréter le résultat.

b. Déterminer le temps nécessaire pour que la pompe vide complètement le bassin.

ANNEXE, à rendre avec la copie

Exercice 4 :

Question 2.a.



Question 2.b.

Nom de l'élève	Numéro de la copie d'écran	Nom de la transformation
Camille		
Lou		
Zoé		

Question 2.c.

Instruction	Ordre d'apparition de l'instruction dans le programme de Sofia
effacer tout	
s'orienter à 90	
pentagone	**6e**
quand 🏳 est cliqué	**1re**
mettre longueur à 60	
aller à x: 0 y: 0	
pentagone	
mettre longueur à longueur * 1.5	

En cours de rédaction…

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET
SESSION 2024

MATHÉMATIQUES

SÉRIE PROFESSIONNELLE

Durée de l'épreuve : 2h00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte 8 pages numérotées de la page **1/8** à la page **8/8**

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'utilisation de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisée.

Le sujet est constitué de cinq exercices **indépendants.**

Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

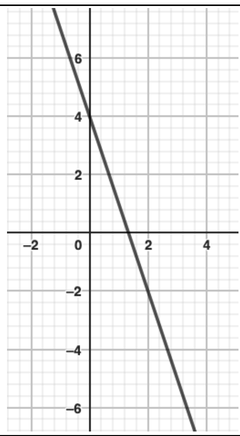
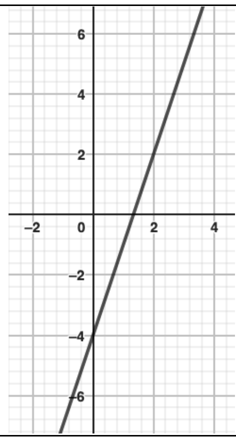
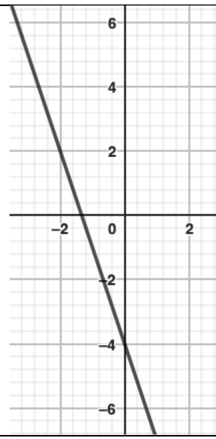
Indication portant sur l'ensemble du sujet :

Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, **laisser une trace de la recherche** elle sera prise en compte dans la notation.

Information : Dans tout le sujet, le symbole F représente l'unité franc CFP.

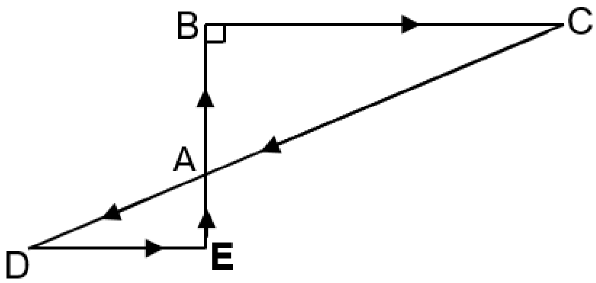
Exercice 1 : (18 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte.
Pour chaque question, **recopier** sur la copie, sans justifier, la réponse choisie : Réponse A, Réponse B ou Réponse C.

Questions	Réponses proposées		
	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. Soit la fonction f définie par : $f(x) = -3x - 4$ La représentation graphique de f est :			
2. On considère la fonction f définie par : $f(x) = 3x + 4$ L'image de 1 par f est :	12	4	7
3. Il y a 13 cartes trèfles dans un jeu de 52 cartes. La probabilité de tirer un trèfle est :	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{52}$	$\frac{1}{13}$
4. Une réduction de 20 % est accordée sur un article de sport de 3 000 F. Le montant de cette réduction est de :	600 F	60 F	3 020 F
5. On considère l'équation $2x + 6 = 0$ La solution de cette équation est :	-3	0	3
6. Il y a 71 km entre Papeete et Teahupo'o. Le bus met deux heures pour effectuer ce trajet. La vitesse moyenne du bus en km/h est de :	142 km/h	71 km/h	35,5 km/h

<u>Exercice 2 :</u> (20 points)

Pour sa préparation physique sur une plage, une athlète effectue, en courant, un circuit dont le plan est représenté par la figure ci-dessous.

Figure	Informations et données
	Le départ se fait en E. • Les droites (DC) et (BE) se coupent en A. • Les droites (BC) et (DE) sont parallèles. • ABC est un triangle rectangle en B. AE = 6 m ; AB = 10 m ; BC = 24 m et AD = 15,6 m.

1. À l'aide du théorème de Pythagore appliqué au triangle rectangle ABC, **calculer** AC. **Exprimer** le résultat en m.

2. Voici deux propositions de méthodes permettant de calculer DE. Une seule méthode est correcte.

Indiquer sur la copie le numéro de cette méthode. **Justifier** la réponse.

<u>Méthode n°1</u>

- Les droites (DC) et (BE) se coupent en A.
- (BC) // (DE)

D'après le Théorème de Thalès,

on a : $\frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{AB}} = \frac{\mathrm{DE}}{\mathrm{BC}}$

Donc $\frac{6}{10} = \frac{\mathrm{DE}}{24}$

$$\mathrm{DE} = \frac{6 \times 24}{10} = 14{,}4 \text{ m}$$

<u>Méthode n°2</u>

ADE est un triangle rectangle en E.

D'après le théorème de Pythagore,

on a : $DE^2 = AD^2 + AE^2$

$DE^2 = 15{,}6^2 + 6^2$

$DE^2 = 243{,}36 + 36$

$DE^2 = 279{,}36$

Donc DE = $\sqrt{279{,}36} \approx 16{,}7$ m

3. Calculer la longueur du parcours EBCDE. **Exprimer** le résultat en m.

<u>Exercice 3</u> : (18 points)

Lors d'une compétition de surf, quand une compétitrice surfe une vague, cinq juges attribuent une note entre 0 et 10.

> <u>Détermination du score pour chaque vague</u> :
> - La plus grande note et la plus petite note sont éliminées.
> - Le score de la vague surfée est la moyenne des trois notes restantes arrondie au dixième.

Lors de la compétition Tahiti Pro à Teahupo'o, une surfeuse a obtenu les scores suivants en finale pour la 4^{e} vague surfée :

Numéro du juge	Notes /10
1	6,7
2	5,4
3	7,5
4	8,2
5	7,7

1. **Expliquer**, à l'aide d'un calcul, pourquoi le score obtenu par cette surfeuse est 7,3 pour la 4^{e} vague.

2. Pour la suite de la compétition, les juges calculent les scores des compétitrices pour toutes les vagues surfées.

Deux surfeuses ont obtenu les scores suivants en finale à la compétition de Teahupo'o :

Épreuve	Vague n°1	Vague n°2	Vague n°3	Vague n°4	Vague n°5
Score de la surfeuse 1	6,8	8,5	8,8	6,7	7,4
Score de la surfeuse 2	1,9	4,8	0,2	7,3	7,3

> <u>Détermination du résultat de fin de session par surfeuse</u> :
> - Le résultat d'une surfeuse est la somme des deux meilleurs scores.
> - Le plus grand résultat désigne la gagnante.

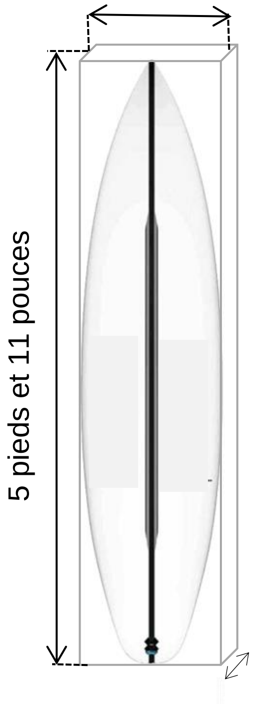
2.1 Calculer le résultat de la surfeuse 1. **Écrire** le calcul sur la copie.

2.2 La surfeuse 2 a obtenu le résultat de 14,6.

Indiquer qui de la surfeuse 1 ou de la surfeuse 2 a remporté la finale. **Justifier** la réponse**.**

Exercice 4 : (26 points)

Mathis pratique le surf à Teahupo'o. Il pèse 70 kg et est de niveau intermédiaire.
Son surfboard est représenté ci-dessous :



1. **Recopier**, sur la copie, la longueur et la largeur de ce surfboard en pieds et en pouces indiquées sur le schéma ci-dessus.
2. **Recopier**, sur la copie, l'épaisseur, en cm, du surfboard indiquée sur le schéma ci-dessus.

À l'aide des données et de l'exemple de calcul suivants :

Données :	Exemple de calcul :
• 1 pied = 30,5 cm • 1 pouce = 2,5 cm	3 pieds et 5 pouces = 3 x 30,5 + 5 x 2,5 = 104 cm

3. **Calculer** la largeur du surfboard. **Détailler** le calcul. **Exprimer** le résultat en cm.

4. **Calculer** la longueur du surfboard. **Détailler** les calculs. **Exprimer** le résultat en cm.

Le volume du surfboard de Mathis, en cm^3, en fonction de l'épaisseur, en cm, est donné par :

Volume = 4 523 x épaisseur.

5. **Calculer** le volume de ce surfboard. **Détailler** le calcul. **Exprimer** le résultat en cm^3.

6. **Exprimer** ce volume en litres, arrondi au dixième (donnée : 1L = 1 000 cm^3).

Le volume d'un surfboard détermine la flottabilité. Le choix d'une planche adaptée est essentiel pour obtenir de bons résultats. Le choix du volume d'un surfboard est lié à la masse et au niveau du surfeur.

Données : Volume (en L) d'un surfboard, suivant la masse du surfeur et de son niveau (Confirmé, Intermédiaire et Débutant).

Masse en kg	**Confirmé** Volume en L	**Intermédiaire** Volume en L	**Débutant** Volume en L
55	19,80	23,65	37,95
60	21,00	25,20	40,80
65	22,75	27,30	44,20
70	24,50	29,40	47,60
75	26,25	31,50	51,00
80	28,00	33,60	54,40
85	29,75	35,70	57,80

Le volume du surfboard de Mathis est de 29,40 L.

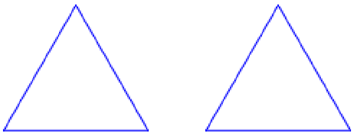
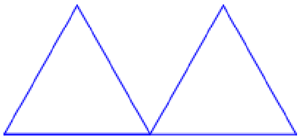
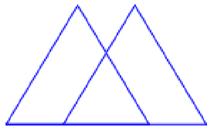
7. **Indiquer** si ce surfboard est adapté pour Mathis. **Justifier** la réponse**.**

Exercice 5 (18 points)

Mathis veut personnaliser son surfboard avec un motif géométrique.

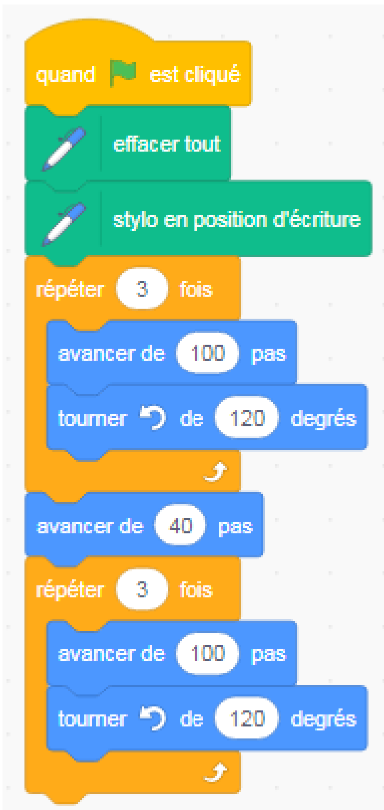
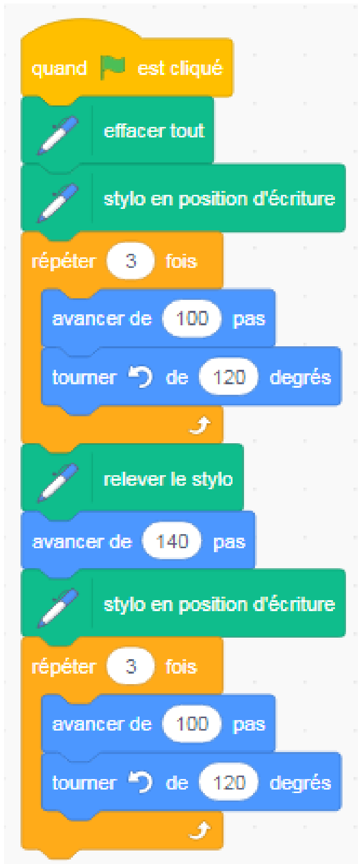
1. **Indiquer**, sur la copie, la valeur qu'il faut mettre sur les pointillés du programme ci-contre pour que la figure soit un triangle équilatéral. **Justifier** la réponse.

Pour former son motif, Mathis hésite entre les trois motifs de triangles suivants :

motif 1	motif 2	motif 3
		

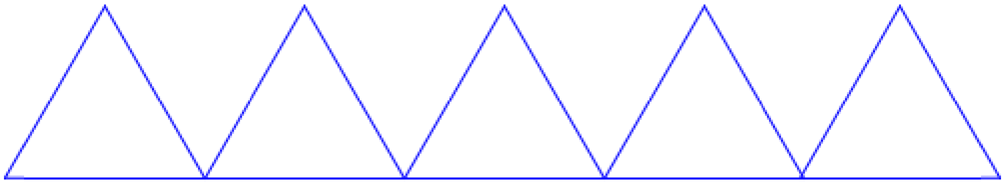
Il décide de réaliser un programme Scratch pour chaque motif.

<table>
<tr><td>Programme 1 :

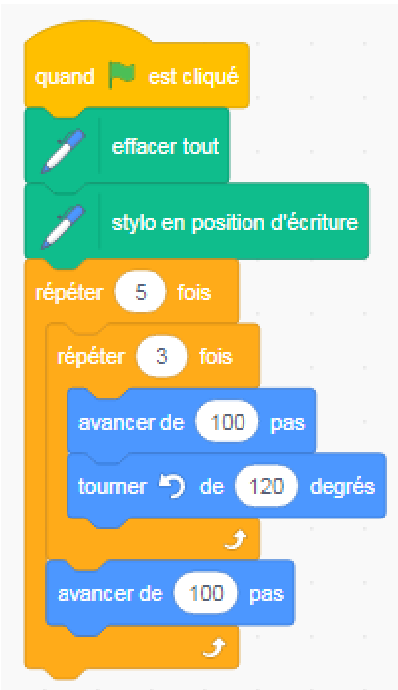
</td>
<td>Programme 2 :

</td>
<td>Programme 3 :

</td></tr>
</table>

2. **Associer** le programme Scratch correspondant à chaque motif. **Écrire** les réponses sur la copie.

Mathis a choisi le motif 2, mais il s'aperçoit que le motif n'est pas assez grand pour recouvrir son surfboard. Il décide donc de faire un motif avec cinq triangles au lieu de deux, comme schématisé ci-dessous.



3. Parmi les trois programmes Scratch suivants, **indiquer** celui qui correspond au motif de Mathis. **Écrire** la réponse sur la copie.

<table>
<tr><th>Programme 1 :</th><th>Programme 2 :</th><th>Programme 3 :</th></tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

En cours de rédaction…

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2024

MATHEMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 h 00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Il comporte 7 pages numérotées de la page **1** sur **7** à la page **7** sur **7**.

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé

L'usage de la calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé

L'utilisation du dictionnaire est interdite.

Exercice 1	20 points
Exercice 2	20 points
Exercice 3	20 points
Exercice 4	20 points
Exercice 5	20 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1 ***(20 points)***

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse.

Toutes les réponses devront être justifiées.

1. **Affirmation 1**

   La décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 260 est $4 \times 5 \times 13$.

2. **Affirmation 2**

   Une urne opaque contient des boules indiscernables au toucher : 3 boules blanches, 4 boules jaunes et 8 boules rouges.
   On pioche au hasard une boule dans cette urne et on note sa couleur.

   Une autre urne opaque contient des boules indiscernables au toucher : 1 boule marquée de la lettre A, 1 boule marquée de la lettre B et 3 boules marquées de la lettre C.
   On pioche au hasard une boule dans cette urne et on note la lettre obtenue.

   La probabilité d'obtenir une boule de couleur rouge est supérieure à la probabilité d'obtenir une boule marquée de la lettre C.

3. **Affirmation 3**

   La solution de l'équation $7x + 5 = 2x - 2$ est $-1{,}4$.

4. **Affirmation 4**

   On empile 10 pièces cylindriques de 1,9 cm de diamètre et de 0,2 cm de hauteur.
   Le volume du cylindre, arrondi à l'unité, formé par les 10 pièces est de 6 cm^3.

   Rappel : le volume d'un cylindre de rayon R et de hauteur h est égal à $\pi \times R^2 \times h$.

5. **Affirmation 5**

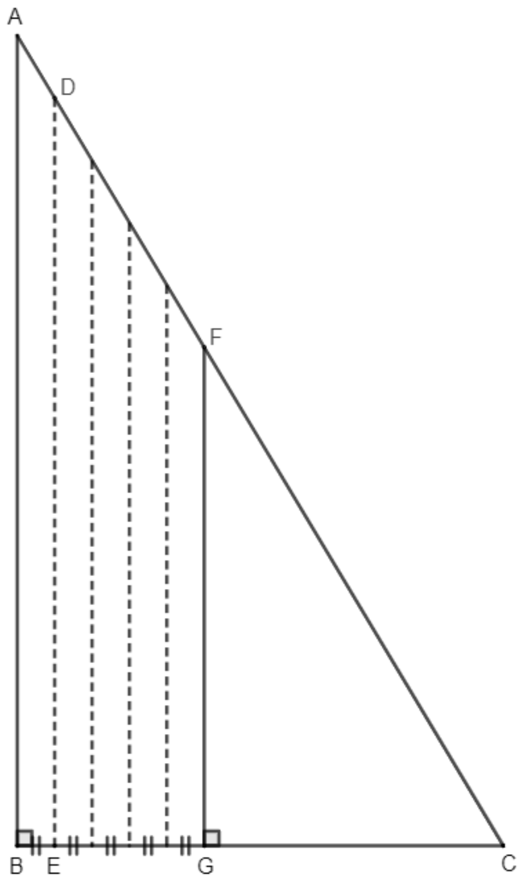
   Un éléphant qui court à une vitesse de 5 m/s est plus rapide qu'un cochon qui se déplace à une vitesse de 17 km/h.

Exercice 2 ***(20 points)***

Un agriculteur possède un champ de blé ayant la forme d'un triangle ABC rectangle en B représenté ci-dessous.

On donne AB = 200 m et BC = 150 m.

Pour moissonner son champ, il utilise une moissonneuse batteuse qui, à chaque passage, coupe des bandes de 12 mètres de large parallèles à la droite (AB). On a donc BE = 12 m.



Il commence à passer le long du côté [AB]. Le segment en pointillés [DE] représente la limite du premier passage de la moissonneuse batteuse.

Après avoir fait 5 passages, il a moissonné le quadrilatère ABGF.

1. **a.** Montrer que BG = 60 m.

   b. En déduire que CG = 90 m.

2. Démontrer que la longueur GF est de 120 m.

3. **a.** Démontrer que l'aire du triangle rectangle CGF est de 5400 m².

   b. Le quadrilatère ABGF a une surface de 9600 m² qui a été moissonnée en 80 minutes.
   On admet que le temps de travail de la moissonneuse batteuse est proportionnel à la surface moissonnée.

   Calculer le temps de travail qu'il faut pour moissonner la partie restante CGF de son champ.

4. L'année suivante, il décide de clôturer son champ ABC afin d'y mettre des animaux pour l'été. Quelle longueur de clôture doit-il acheter ?

<u>Exercice 3</u> ***(20 points)***

Une entreprise décide de faire poser sur le toit de son hangar des panneaux solaires.
Pendant une semaine d'utilisation, les productions d'électricité journalières en kilowattheures (kWh) de ces panneaux ont été relevées dans le tableau ci-dessous.

Jour de la semaine	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
Production d'électricité en kWh	381	363	322	329	393	405	376

1. **a.** Quel jour la production d'électricité a-t-elle été la plus grande ?

   b. Calculer l'étendue de ces productions d'électricité.

   c. Quelle est la production moyenne d'électricité par jour sur cette période ?

2. L'entreprise revend 15 % de sa production d'électricité au tarif de 8 centimes le kWh. Combien a-t-elle gagné en euros pendant ces 7 jours ?

3. Afin que les panneaux solaires aient une production maximale, le toit doit avoir une pente avec l'horizontale comprise entre 30°et 35°.

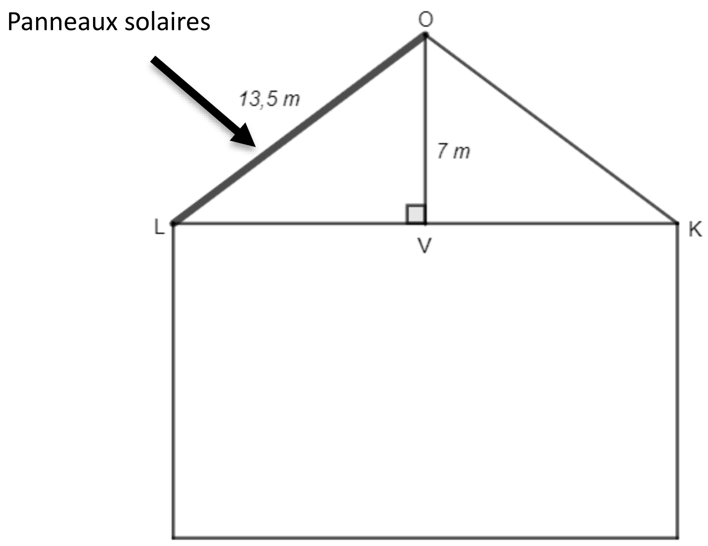


Schéma en coupe du hangar.

La pente du toit avec l'horizontale correspond à l'angle $\widehat{OLV}$.

Sur ce toit, les panneaux solaires ont-ils une production maximale ?

<u>Exercice 4</u> (20 points)

On considère la fonction f définie par $f(x) = x^2 + 10x + 16$.

1. Vérifier par le calcul que l'image de 6 par la fonction f est 112.

2. On utilise un tableur afin de calculer les images des entiers compris entre -4 et 4 par la fonction f.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
2	$f(x)$	-8	-5	0	7	16	27	40	55	72

a. Parmi les 4 formules ci-dessous, recopier celle qui a été saisie dans la cellule B2, puis étirée vers la droite afin de calculer les images des nombres donnés par la fonction f.

=B1*B1+10*B1+16	=A1*A1+10*A1+16	=(-4)*(-4)+10*(-4)+16	$=x * x + 10 * x + 16$

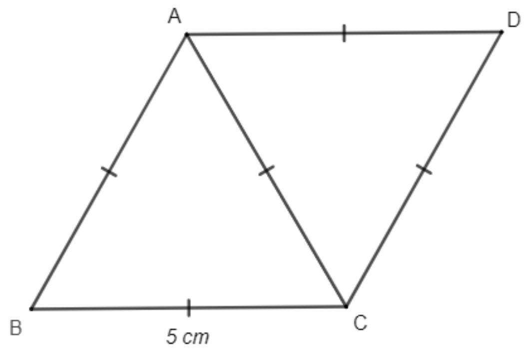
b. En utilisant le tableau, déterminer un antécédent de 0.

3. **a.** Démontrer que $f(x)$ peut s'écrire $(x + 2)(x + 8)$.

   b. En déduire un autre antécédent de 0 par la fonction f.

<u>Exercice 5</u> ***(20 points)***

La quadrilatère ABCD ci-dessous est constitué de 2 triangles équilatéraux de côté 5 cm.

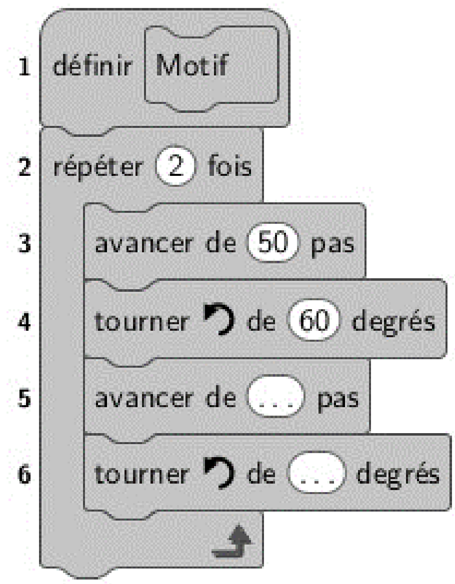


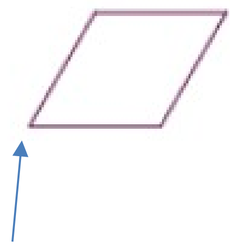
1. **a.** Reproduire le quadrilatère ABCD en vraie grandeur.

   b. Quelle est sa nature ?

   c. Démontrer que l'angle $\widehat{BCD}$ mesure 120°.

2. Le programme ci-dessous permet de créer le bloc Motif qui trace le quadrilatère ABCD.
   Recopier et compléter les lignes 5 et 6 de ce programme.
   On utilise l'échelle suivante :10 pas dans le programme représentent 1 cm dans la réalité.



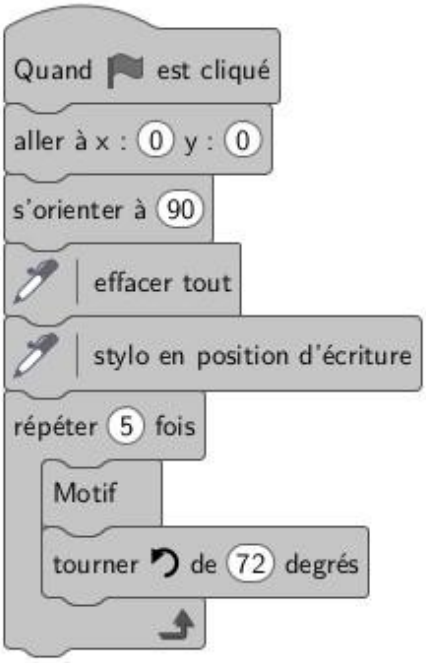


Point de départ

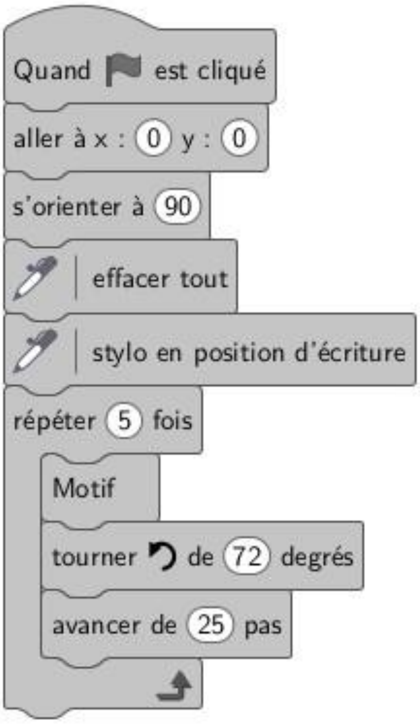
3. Recopier et compléter les trois phrases suivantes afin d'associer chaque figure au programme qui permet de la tracer.

Le programme A permet de tracer la figure …
Le programme B permet de tracer la figure …
Le programme C permet de tracer la figure …

Programme A



Programme B



Programme C

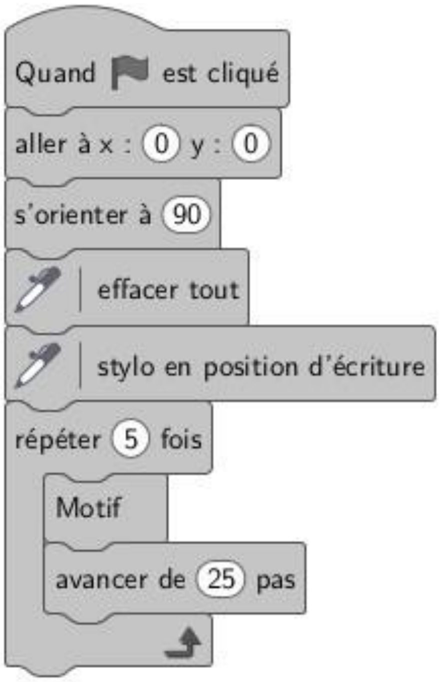


Figure 1

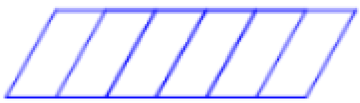


Figure 2

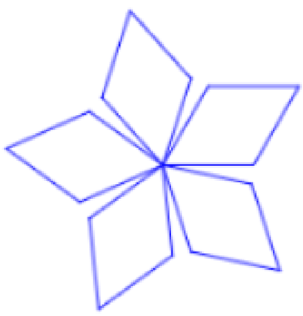
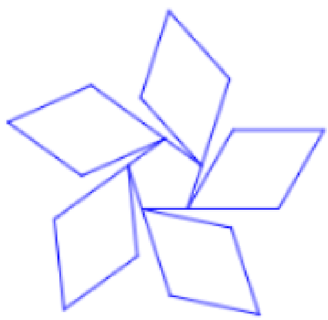


Figure 3



En cours de rédaction...

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2024

MATHÉMATIQUES

Série Professionnelle

Durée de l'épreuve : 2 h 00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Il comporte 8 pages numérotées de la page **1** sur **8** à la page **8** sur **8**.

ATTENTION LES ANNEXES pages 7/8 et 8/8 sont à rendre avec la copie.

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collège » est autorisé.

L'utilisation du dictionnaire est interdite.

Exercice 1	20 points
Exercice 2	22 points
Exercice 3	20 points
Exercice 4	24 points
Exercice 5	14 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1 (20 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM), il est à compléter dans l'**ANNEXE 1 à rendre avec la copie.**

Exercice 2 (22 points)

Gabin souhaite réduire son impact sur l'environnement. Il a réalisé auprès d'un organisme spécialisé une estimation de la quantité de dioxyde de carbone (CO_2) qu'il émet en une année.

Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous.

Domaine	Masse de dioxyde de carbone (en tonne)
Transport	3,6
Logement	2,2
Vie quotidienne	1,4
Alimentation	……….
Émissions indirectes	2,9
Total	**12,1**

1. Indiquer à l'aide d'une phrase, la masse totale, en tonne, de dioxyde de carbone (CO_2) émis par Gabin en une année.
2. Calculer la masse de CO_2 du domaine Alimentation.
3. Calculer le pourcentage de CO_2 correspondant à l'alimentation par rapport au total des émissions. Arrondir le résultat au dixième.

L'objectif de Gabin est d'émettre moins de 10 tonnes de CO_2 par an. Pour atteindre cet objectif, il effectue des travaux d'isolation et change son mode de chauffage. Ses émissions de CO_2 dues au logement diminuent de 50 %.

4. Calculer la masse de CO_2 émis par an pour le domaine Logement après les travaux réalisés et le changement de mode de chauffage.
5. Calculer alors la nouvelle masse totale de CO_2 émis par Gabin en une année.
6. Indiquer si l'objectif de Gabin est atteint. Justifier la réponse.

Exercice 3 (20 points)

Dans la commune de Gabin, le tarif de ramassage des bacs à ordures ménagères est composé :

- d'une partie fixe de 115 € par an,
- d'une partie variable de 5 € par ramassage.

Le tableau de l'**ANNEXE 2**, donne des coûts à l'année en fonction du nombre de ramassages.

1. Vérifier par un calcul que Gabin paie 185 € pour 14 ramassages dans l'année. Compléter les cases grisées du tableau de l'**ANNEXE 2**.

2. Compléter le graphique en plaçant les points C et D sur l'**ANNEXE 2** et tracer la droite passant par les points A, B, C et D.

3. Le coût à payer en euros en fonction du nombre x de ramassages dans l'année peut être modélisé par la fonction f d'expression $f(x) = 5x + 115$.
   Indiquer si cette fonction est une fonction linéaire. Justifier la réponse.

4. Gabin ne souhaite pas dépasser 195 € cette année.
   Déterminer le nombre maximum de ramassages correspondant à cet objectif.
   Justifier la réponse.

   Indication : la résolution peut se faire par le calcul ou à l'aide de la représentation graphique de l'**ANNEXE 2** en laissant apparents les traits de lecture.

Exercice 4 (24 points)

Gabin installe une cuve de récupération d'eau pour arroser son potager. Cette cuve est représentée sur la figure 1 ci-dessous par le pavé droit ABCDIJGH. La figure 2 représente une vue de côté de l'installation.

La cuve est protégée par le toit rectangulaire incliné FKLE.

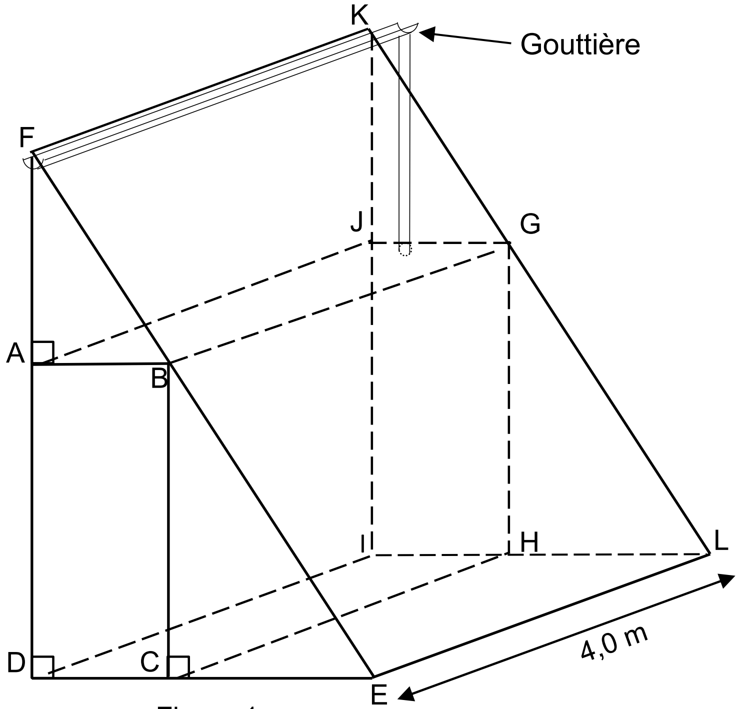


Figure 1

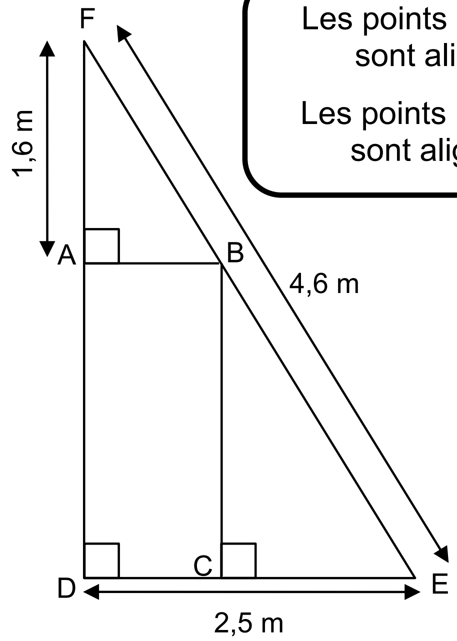


Figure 2

Les points D, A et F sont alignés

Les points E, B et F sont alignés.

Les figures 1 et 2 ne sont pas à l'échelle

1. Indiquer sur la copie la nature géométrique du solide EDFKLI en choisissant parmi les noms suivants :

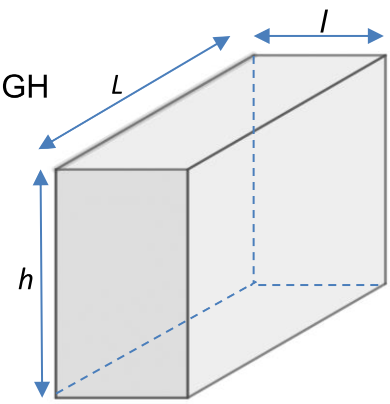
   - cube
   - triangle
   - prisme droit
   - cylindre

2. On considère le triangle EDF rectangle en D représenté sur la figure 2. En utilisant le théorème de Pythagore, vérifier que la longueur DF arrondie au dixième est 3,9 m.

3. .Calculer, en mètre, la longueur AD.

4. Les droites (AB) et (DC) sont parallèles.
   Montrer, en utilisant le théorème de Thalès, que la longueur AB arrondie à l'unité est égale à 1 m.

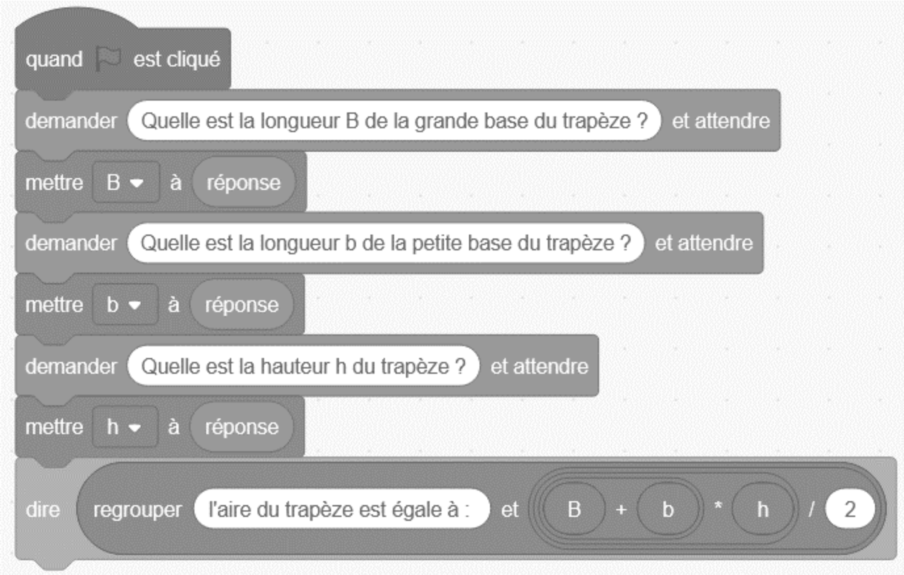
5. Calculer, en mètre cube (m³), le volume du solide ABCDIJGH
   Indication :
   Volume d'un parallélépipède rectangle : $V = L \times l \times h$

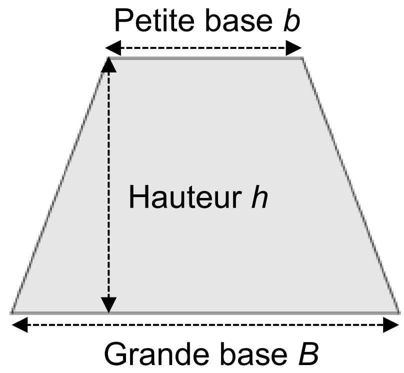


6. En déduire le volume, en litre, du récupérateur d'eau.
   Indication : 1 m^3 = 1 000 L

Exercice 5 (14 points)

Le programme suivant permet de calculer l'aire d'un trapèze.





1. En s'aidant de la dernière instruction du programme, inscrire sur la copie la formule de l'aire d'un trapèze :

   a) $B + \frac{b \times h}{2}$ b) $\frac{(B+b) \times h}{2}$ c) $\frac{(B + b \times h)}{2}$

2. Si B= 12, b = 8 et h = 6, le résultat affiché par le programme est :

   a) 13 b) 36 c) 60 d) 576

   Inscrire la bonne réponse sur la copie.

3. On souhaite compléter le programme de calcul d'aire d'un rectangle commencé ci-contre.

En choisissant <u>seulement</u> les instructions utiles au calcul de l'aire d'un rectangle, recopier dans l'ordre sur la copie, les numéros des instructions ci-dessous qui permettent de terminer le programme commencé.

N°	Instructions	N°	
1	dire regrouper l'aire du rectangle est égale à : et longueur * largeur / 2	4	demander Quelle est la largeur du rectangle ? et attendre
2	dire regrouper l'aire du rectangle est égale à : et longueur * largeur * hauteur	5	mettre longueur à réponse
3	dire regrouper l'aire du rectangle est égale à : et longueur * largeur	6	mettre largeur à réponse

ANNEXE 1 – ANNEXE à rendre avec la copie

Exercice 1 :

Pour chaque question, quatre réponses sont proposées mais une **seule est exacte**.

Cocher la bonne réponse **sans justification**.

Une réponse juste rapporte 4 points, une réponse fausse ou l'absence de réponses ne rapporte aucun point.

1. Une urne contient :

8 boules rouges	8 boules bleues
8 boules vertes	8 boules jaunes

La probabilité de tirer une boule jaune est égale à :

☐ $\frac{1}{4}$ ☐ $\frac{1}{8}$ ☐ $\frac{1}{16}$ ☐ $\frac{1}{32}$

2. On relève le prix d'une même paire de baskets dans différents magasins :

	Magasin 1	Magasin 2	Magasin 3	Magasin 4	Magasin 5
Prix (en euros)	40	45	25	30	60

Le prix moyen de cette paire de baskets est :

☐ 20 € ☐ 26 € ☐ 40 € ☐ 48 €

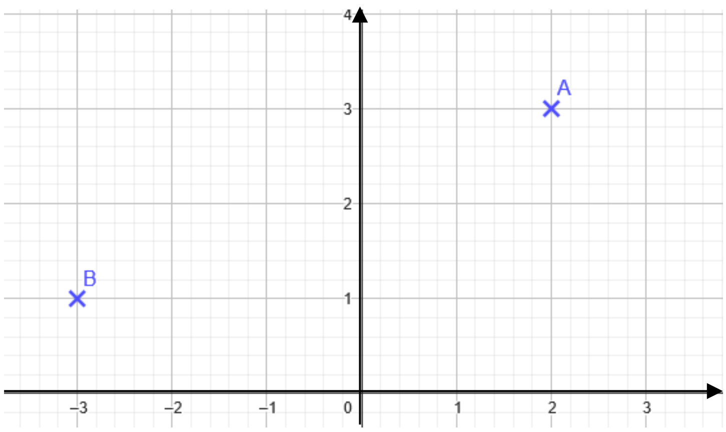
3. Les coordonnées des points A et B sont :

☐ A (3 ; 2) et B (- 3 ; 1)

☐ A (2 ; 3) et B (- 3 ; 1)

☐ A (3 ; 2) et B (1 ; - 3)

☐ A (2 ; 3) et B (1 ; - 3)

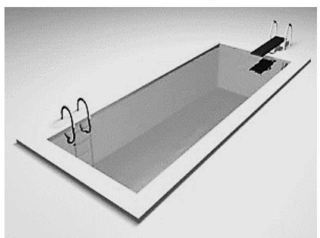


4. La solution de l'équation $4x - 3 = x - 2$ est :

☐ $x = -1$ ☐ $x = 0$ ☐ $x = 1$ ☐ $x = \frac{1}{3}$

5. La piscine représentée ci-contre est un pavé droit qui a pour longueur 10 m, largeur 3 m et profondeur 2 m. Si on multiplie chacune de ses dimensions par deux son volume est multiplié par :

☐ 2 ☐ 4 ☐ 6 ☐ 8



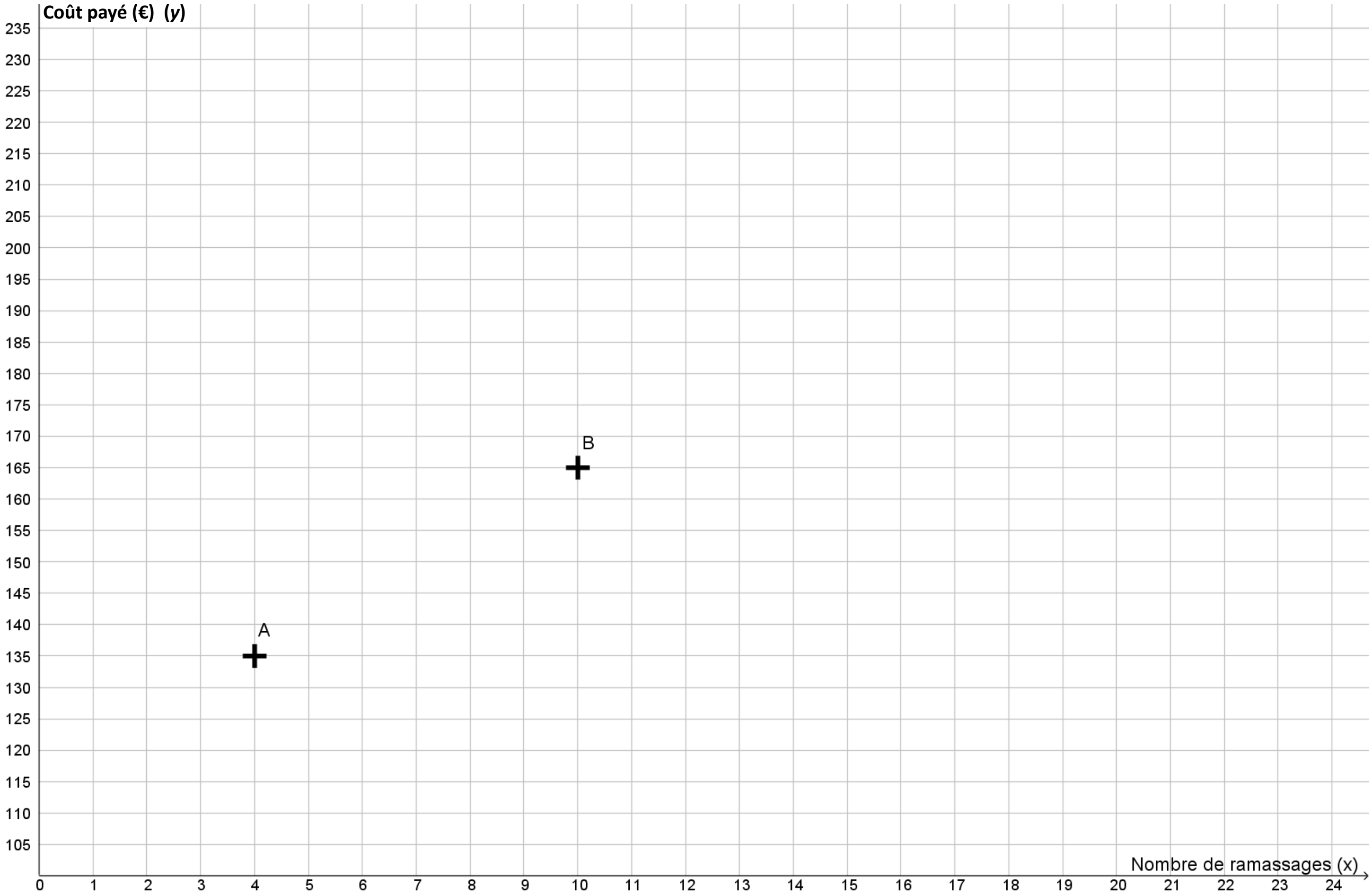
ANNEXE 2 – ANNEXE à rendre avec la copie

Exercice 3

1. Coût de ramassage dans l'année

Nombre de ramassages (x)	4	10	14	20
Coût à l'année en euros (€) (y)	135	165	……………..	215
Point de coordonnées (x ; y)	A(4 ; 135)	B(10 ; 165)	C(14 ; ………)	D(20 ; 215)

2. Représentation graphique



En cours de rédaction...

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2024

MATHÉMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 h 00 - 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte **6** pages numérotées de la page **1/6** à **6/6**.

Matériel autorisé

L'usage de la calculatrice **avec le mode examen activé** est autorisé.

L'usage de la calculatrice **sans mémoire**, « type collège », est autorisé.

L'utilisation du dictionnaire est interdite.

Le sujet est constitué de cinq exercices indépendants.
Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Exercice 1	20 points
Exercice 2	24 points
Exercice 3	22 points
Exercice 4	20 points
Exercice 5	14 points

Indication portant sur l'ensemble du sujet. Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée. Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

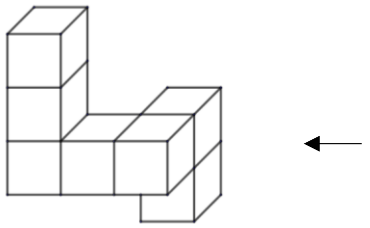
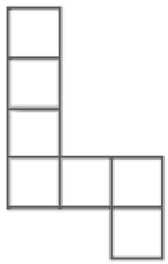
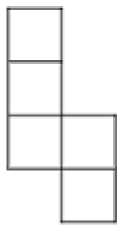
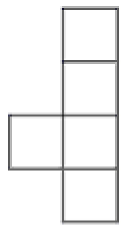
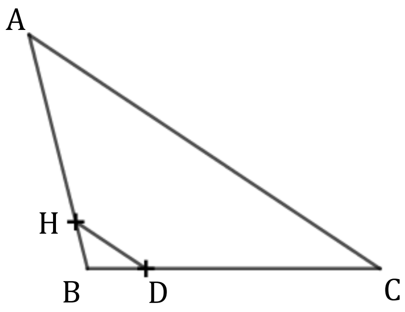
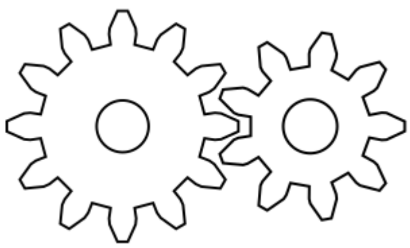
<u>Exercice 1</u>   (20 points)

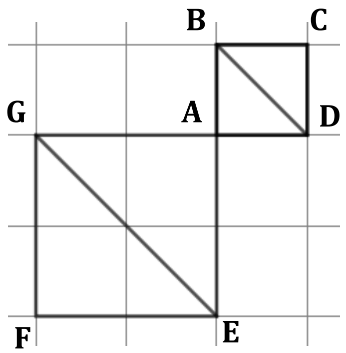
Cet exercice est un Q.C.M. (questionnaire à choix multiple).

Pour chacune des cinq questions, trois réponses sont proposées et une seule convient.
Pour chacune des cinq questions, écrire sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

Aucune justification n'est attendue.

Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne retire pas de point.

		A	**B**	**C**
1)	Une urne contient trois jetons verts et deux jetons blancs. On tire un jeton au hasard. Quelle est la probabilité d'obtenir un jeton blanc ?	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$
2)	 Quelle est la vue de droite de ce solide ?			
3)	 B, H et A sont alignés. B, D et C sont alignés. BD = 2 cm ; BC = 10 cm ; AC = 16 cm. (DH) // (AC). Quelle est la longueur du segment [DH] ?	3,2 cm	4 cm	4,8 cm
4)	Voici un engrenage : 12 dents 9 dents  Si la petite roue effectue exactement 4 tours complets, combien de tours complets effectue la grande roue ?	3 tours complets	4 tours complets	6 tours complets

5)	 Le carré AGFE est l'image du carré ADCB par une homothétie de centre A. Le triangle EGF est l'image d'un triangle par cette même homothétie. Quel est ce triangle ?	GEA	ABD	BDC

<u>Exercice 2</u> **(24 points)**

On considère deux fonctions f et g définies par :

$$f(x) = x^2 - x - 6 \qquad\qquad g(x) = -2x$$

1) a) Montrer que l'image de 5 par la fonction f est 14.

b) Déterminer l'antécédent de 4 par la fonction g.

Pour calculer des images de nombres par les fonctions f et g, on utilise un tableur et on obtient la copie d'écran suivante :

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	– 4	– 3	– 2	– 1	0	1	2
2	$f(x) = x^2 - x - 6$	14	6	0	– 4	– 6	– 6	– 4
3	$g(x) = -2x$	8	6	4	2	0	– 2	– 4

c) À l'aide des informations précédentes, citer deux antécédents de 14 par la fonction f.

d) Quelle formule a-t-on pu saisir dans la cellule B2 avant de l'étirer vers la droite jusqu'à la cellule H2 ?

e) Existe-t-il un nombre qui a la même image par la fonction f et par la fonction g ?

2) a) Montrer que, pour tout nombre x, $f(x)$ est égal à $(x+2)(x-3)$.

b) Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

<u>Exercice 3</u> (22 points)

1) Le tableau ci-dessous présente, pour quatre félins étudiés, les probabilités d'attraper leur proie quand ils la poursuivent.

Félin étudié	Probabilité d'attraper la proie qu'il poursuit
Le lion	25 %
Le guépard	$\frac{1}{2}$
Le tigre	0,1
Le chat à pieds noirs	$\frac{6}{10}$

Vérifier que, parmi les quatre félins étudiés, le chat à pieds noirs a la probabilité la plus élevée d'attraper sa proie quand il la poursuit.

2) Le plus souvent, le guépard est le félin le plus rapide avec une vitesse pouvant atteindre 115 km/h.

À cette vitesse, en combien de secondes le guépard parcourt-il 100 mètres ?

On donnera une valeur approchée au centième de seconde près.

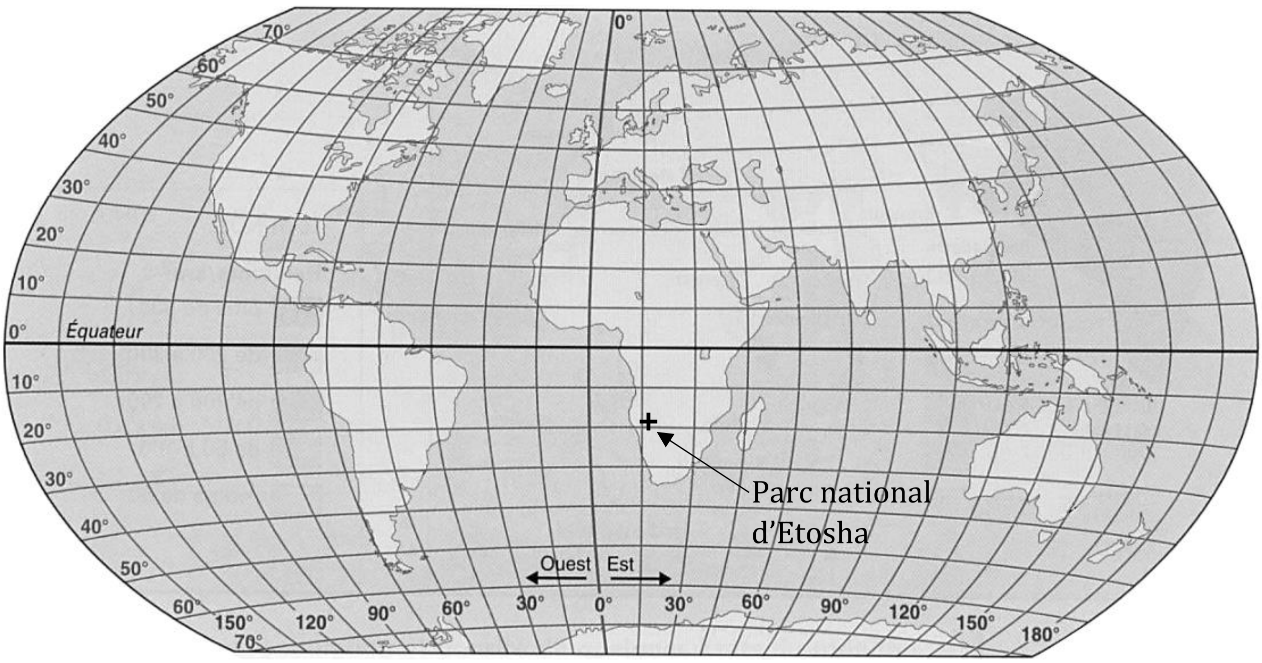
3) Dans un pays d'Afrique, on estimait à :

- 1 200 guépards en 1999.
- 170 guépards en 2016.

Dans ce pays, est-il vrai que le nombre de guépards a baissé d'environ 86 % entre 1999 et 2016 ?

4) Dans le parc national d'Etosha en Namibie, on peut observer des lions et des guépards.

À l'aide de la carte ci-dessous, donner approximativement la latitude et la longitude du parc national d'Etosha.

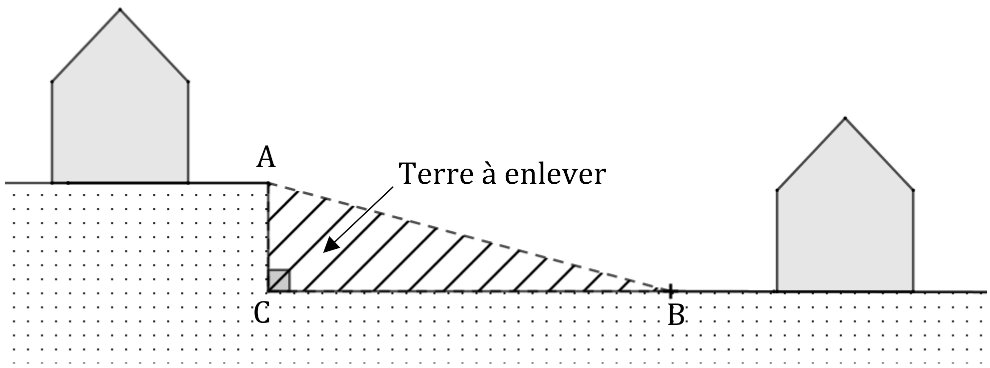


Exercice 4 **(20 points)**

On dispose d'un terrain en pente sur lequel on souhaite construire une maison.
Il faut pour cela enlever de la terre afin d'obtenir un terrain horizontal.

On dispose des informations suivantes :

Vue en coupe du terrain



La maison sera construite sur le terrain horizontal représenté par le segment [BC].

Le triangle ABC est rectangle en C et :
AC = 2,6 m
AB = 17 m

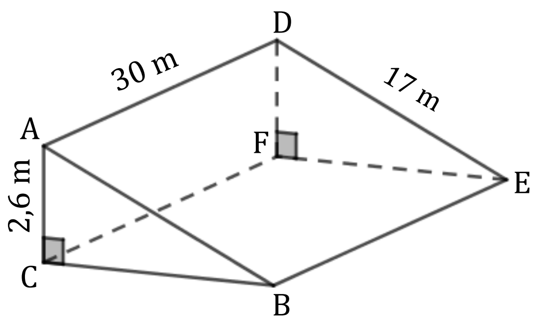
1) Justifier que la longueur CB est égale à 16,8 m.

2) Le coût des travaux pour enlever la terre dépend de la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

Si la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ est supérieure à 8,5°, cela entraînera un surcoût des travaux (c'est-à-dire que les travaux pour enlever la terre coûteront plus cher).

Est-ce le cas pour ce terrain ?

3) On admet que le volume de terre enlevée correspond au volume du prisme droit CBAFED de hauteur [CF] et de bases triangulaires ACB et DFE, comme représenté ci-dessous. On rappelle que les longueurs CF et AD sont égales.



Déterminer le volume de terre à enlever en m^3.

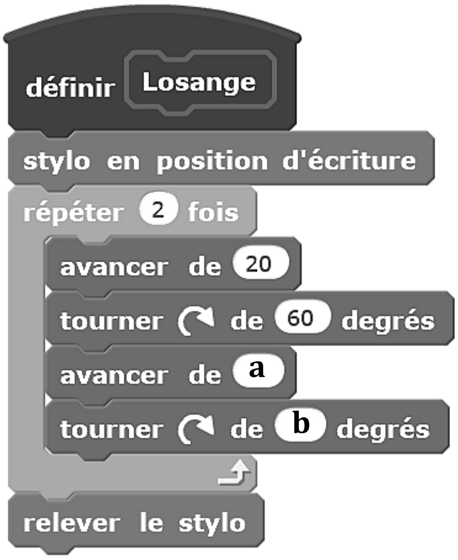
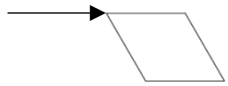
On rappelle la formule :

Volume d'un prisme droit = aire d'une base du prisme × hauteur du prisme.

Exercice 5 (14 points)

Dans cet exercice, aucune justification n’est attendue pour les réponses apportées aux questions **1)** et **2).**

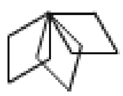
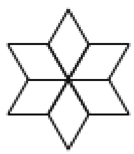
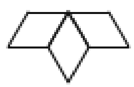
À l’aide d’un logiciel de programmation, on définit un bloc « Losange » pour construire un losange.

Bloc « Losange »	**Losange obtenu**
	Point et orientation de départ 

1) Dans le bloc « Losange », par quelles valeurs faut-il remplacer **a** et **b** pour obtenir le losange ci-dessus ?

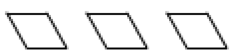
2) On définit ensuite un nouveau bloc nommé « Motif A » :

Parmi les figures suivantes, quelle est celle qui est obtenue en exécutant le bloc « Motif A » ?

Figure 1	Figure 2	Figure 3
		

3) On a défini un nouveau bloc nommé « Motif B ».

En l’exécutant, on a obtenu la figure ci-dessous :



Écrire un script du bloc « Motif B ».

En cours de rédaction...

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2023

MATHÉMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 h 00 - 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte **7** pages numérotées de la page **1/7** à **7/7**.

Matériel autorisé

L'usage de la calculatrice **avec le mode examen activé** est autorisé.

L'usage de la calculatrice **sans mémoire**, « type collège », est autorisé.

L'utilisation du dictionnaire est interdite.

Le sujet est constitué de cinq exercices indépendants.
Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Indication portant sur l'ensemble du sujet. Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée. Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.