La leçon — Version prof

Les textes écrit en violet sont destinés à l'enseignant, ils ne font pas partie de ce qu'on appelle la trace écrite.
Les démonstrations sont aussi en violet, elles sont le plus souvent présentée à l'oral.

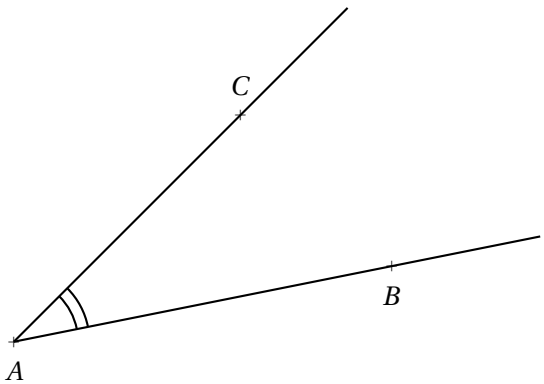
En sixième, avec les nouveaux programmes de 2025, les élèves connaissent et utilisent les angles. Ils ont le vocabulaire de base, angle nul, angle droit, angle plat, angle aigu et obtus. On utilise aussi la notion d'angles adjacents et supplémentaires. Les angles opposés par le sommet sont aussi abordés.
Les angles utilisés au collège sont des angles **saillant** , ceux qui sont inférieurs à un angle plat. Les angles **rentrant** ne sont pas au programme. On peut en parler quand les élèves font référence à 360°, le tour complet !
Dans le cours de cinquième, nous allons reprendre toutes ces notions et démontrer quelques propriétés en utilisant comme point de départ notre connaissance de la symétrie centrale.
Deux résultats sont fondamentaux sur la symétrie centrale :

- la symétrie centrale est une isométrie : elle conserve les longueurs et les angles ;
- la symétrie centrale transforme une droite en une droite parallèle.

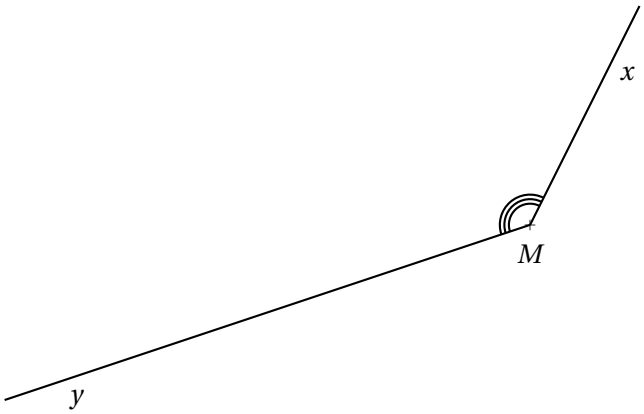
I — Vocabulaire sur les angles et configurations particulières

Définition 5.1 : Angle saillant

Un **angle** est définit par deux demi-droite ayant la même origine.
Les deux demi-droites s'appellent les **côtés** de l'angle.
L'origine commune est **le sommet** de l'angle.
La grandeur associé à un angle est « l'ouverture ou l'écartement »entre les deux demi-droites.



L'angle $\widehat{BAC}$ dont **le sommet** est A et **les côtés** sont les demi-droites $[AB)$ et $[AC)$.
On peut noter cet angle $\widehat{BAC}$ ou $\widehat{CAB}$.



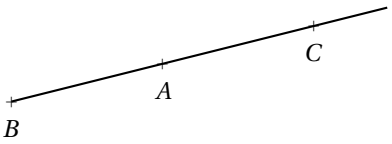
L'angle $\widehat{xMy}$ dont **le sommet** est M est **les côtés** sont les demi-droites $[Mx)$ et $[My)$.
On peut noter cet angle $\widehat{xMy}$ ou $\widehat{yMx}$.

x et y ne sont pas des points mais des symboles qui permettent d'illustrer qu'il s'agit d'une demi-droite, « sans extrémités ».

Au collège, les angles ne sont pas orientés, il n'y a que des angles géométriques compris entre l'angle nul et l'angle plat. Ainsi les deux notations $\widehat{BAC}$ et $\widehat{CAB}$ désigne le même objet.

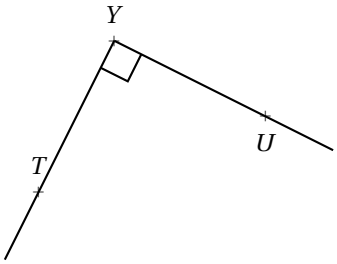
Exemples :

Un angle est **nul** si les côtés sont superposées.
En pratique, $\widehat{ABC}$ est nul si $A \in [BC]$



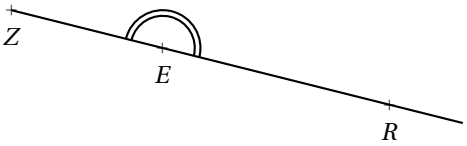
Un angle est **droit** si les côtés sont perpendiculaires.
En pratique, $\widehat{TYU}$ est droit si $(YT) \perp (YU)$

La notion de perpendiculaires concerne les droites. On peut définir en sixième les droites perpendiculaires en précisant qu'il s'agit de deux droites sécantes qui forment quatre angles superposables.



Un angle est **plat** si les côtés sont alignés.
En pratique, $\widehat{ZER}$ est plat si $E \in [ZR]$.

Un angle est **aigu** s'il est compris entre un angle nul et un angle droit.
Ci-dessus, l'angle $\widehat{BAC}$ est **aigu** .



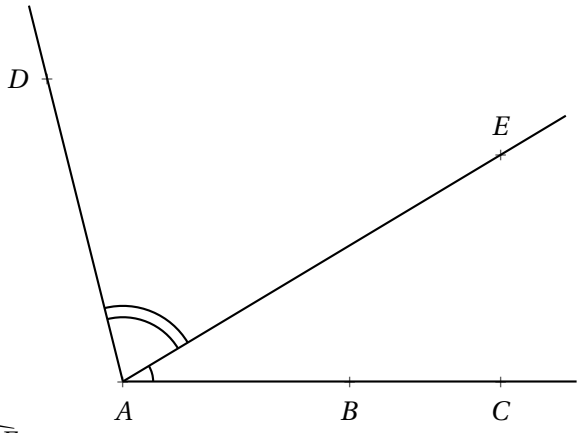
Un angle est **obtus** s'il est compris entre un angle droit et un angle plat.
Ci-dessus, l'angle $\widehat{xMy}$ est **obtus** .

L'angle droit n'est ni aigu, ni obtus, il est droit !
Attention à l'orthographe de aigu et obtus. Le second prend un s même au singulier !

Les notions précédentes peuvent être définies sans faire référence à une quelconque mesure. La grandeur angle, sans unité de mesure associée, peut-être comparée à d'autres grandeurs du même type. Il suffit de se servir d'un gabarit, de découper.

Définition 5.2 : Égalité et comparaison

Deux angles sont **égaux** s'ils sont superposables.
Un angle est **inférieur** à un autre si en les superposant, l'un est « à l'intérieur »de l'autre.



$\widehat{CAE}$ et $\widehat{BAE}$ sont **égaux** , $\widehat{CAE} = \widehat{BAE}$

$\widehat{CAE}$ est inférieur à $\widehat{CAD}$, $\widehat{CAE} < \widehat{CAD}$ et $\widehat{CAD} > \widehat{CAD}$.

Définition 5.3 : La mesure des angles en degré

La mesure usuelle des angles est le **degré** .

Par définition, **un degré** est l'angle obtenu en partageant un angle droit en 90 angles égaux.

L'unité internationale de mesure des angles est le **radian** . Un radian, noté 1 rad correspond à un angle dont l'arc de cercle mesure exactement 1 fois le rayon du cercle.
Au collège on utilise le **degré** qui ne permet pas de calculs. Il faudra attendre le lycée pour passer en radian.

Historiquement, le degré est obtenu à partir de l'angle plein, le tour complet, qui mesure 360°. Le nombre 360 est lié à la rotation de la Terre autour du Soleil. Il est à la base du système sexagésimal de mesure du temps. C'est la raison pour laquelle les sous-unité des degrés sont les minutes et les secondes. Même si on sait aujourd'hui que la Terre tourne en un peu de plus de 365 jours un quart autour de son étoile, on a gardé ce système.

Ainsi, une journée, correspond à peu près à une rotation de la Terre d'un degré autour du soleil.

Le mile marin est définit comme la distance sur un arc correspondant à une minute d'angle.

On utilise aussi une mesure décimale des angles, le **grade** , **gon** ou **gradian** qui consiste à partager l'angle droit en 100 gon.

Cette unité est utilisée en France officielement pour ce qui concerne la topographie (géodésique, arpentage, génie civil.)

$90° = \frac{\pi}{2}\ rad = 100\ gon$ ou encore $360° = 2\pi\ rad = 400\ gon$.

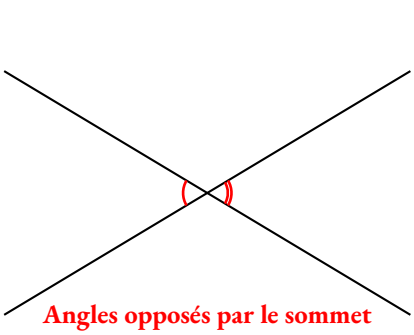
II — Trois configurations fondamentales

Vocabulaire :

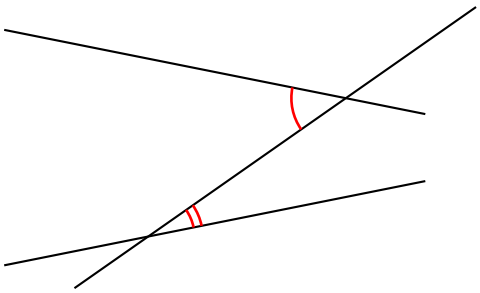
Deux droites sécantes définissent deux couples d'**angles opposés par le sommet** .

Deux droites sécantes coupées par une troisième droite définissent :

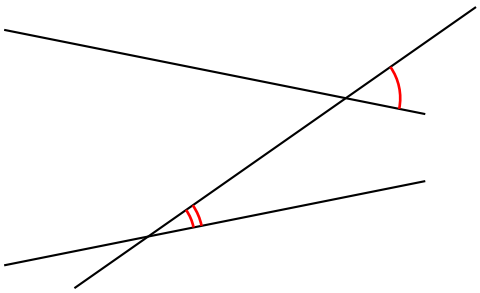
- deux **angles alternes-internes** , « l'un au dessus et à droite, l'autre en dessous et à gauche »ou le contraire...
- deux **angles correspondants** , « l'un et l'autre au dessus et à droite »ou le contraire..



Angles opposés par le sommet



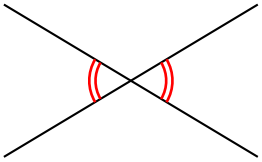
Angles alternes-internes



Angles correspondants

Propriété 5.1 : Les angles opposés par le sommet

Deux angles **opposés par le sommet** sont égaux.

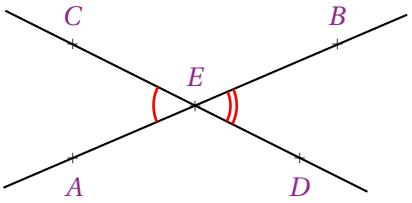


Démonstration :

Soient deux droites (AB) et (CD) sécantes en E.
Les angles $\widehat{AEC}$ et $\widehat{BED}$ ont leur sommet E en commun.
Ils sont, l'un définit par $[EA)$ et $[EC)$, l'autre par $[EB)$ et $[ED)$.

Considérons la symétrie centrale de centre E.

Elle transforme le point E en lui-même.
Elle transforme A, C, B et D en des points A', B', C' et D' appartenant respectivement aux demi-droites $[EB)$, $[ED)$, $[EA)$ et $[EC)$.



Ainsi, la demi-droite symétrique de $[EA)$ est $[EB)$, la demi-droite symétrique de $[EC)$ est $[ED)$.

Le symétrique de l'angle $\widehat{AEC}$ est donc $\widehat{BED}$.

Or on sait que **la symétrie centrale ne modifie pas les angles**, puisque c'est un demi-tour. En fait il s'agit d'un isométrie !

Les angles opposés par le sommet sont donc bien égaux !

CQFD

III — La somme des angles dans le triangle

IV — L'inégalité triangulaire

Informations légales

— **Auteur :** Fabrice ARNAUD
— **Web :** pi.ac3j.fr
— **Mail :** contact@ac3j.fr

— **Dernière modification :** 5 novembre 2026 à 6:25

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.2141
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Resolute Raccoon (Le Raton Laveur résolu) 26.04 avec la distribution TeX Live 2025.20260124 et LuaTex 1.22.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !

Licence CC BY-NC-SA 4.0

Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
Adapter — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
Partage dans les Mêmes Conditions — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr

Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, **Cours.pdf**, a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 5 novembre 2026 à 6:25.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : https://pi.ac3j.fr/mathematiques-college