Chapitre IV

Arithmétique

Sommaire

Activité — Situation initiale : Le jeu de Juniper-Green 104
Fiche d'exercices : — Arithmétique 108
La leçon — Version prof 112
I Division euclidienne, diviseurs et multiples 112
II Nombres premiers et décomposition 112
III Critères de divisibilité 112
Préparation de l'évaluation — Diviseurs, multiples et nombres premiers 113
Évaluation — Theme 117
Notes de fin de chapitre 121



Le jeu de Juniper-Green

Cinquième

Situation Initiale

Le jeu de Juniper-Green a été inventé par Richard Porteus en 1996 pour aider des enfants de l'école primaire à manipuler les tables de multiplication. Ce jeu porte le nom de l'école. Il a été popularisé par le mathématicien Ian Stewart dans un article du magazine Pour la Science au mois de juillet 1997. L'activité ci-dessous est librement inspiré de cet article.

1. Vous allez tester le jeu de Juniper-Green 50 avec votre voisin, voici les règles :

Règle n° 1 : Le joueur qui commence la partie choisit un nombre entier compris entre 1 et 50 ;

Règle n° 2 : Le second joueur doit choisir un nombre entier compris entre 1 et 50 vérifiant les deux conditions suivantes :

- Ce nombre entier n'a pas encore été choisi dans cette partie ;
- Ce nombre entier est un **multiple** ou un **diviseur** du nombre précédent.

Règle n° 3 : Si un joueur ne peut plus choisir de nombre entier, il a perdu la partie.

Faire quelques parties avec votre camarade en utilisant les grilles de jeu fournies.
Écrire ci-dessous une stratégie qui vous paraît gagnante à ce jeu ?

2. On modifie la première règle de la manière suivante :

Règle n° 1 : Le joueur qui commence la partie choisit un nombre entier **pair** compris entre 1 et 50 ;

Refaire quelques parties avec votre voisin en utilisant cette règle.
Écrire ci-dessous une nouvelle stratégie qui vous paraît gagnante ?

3. Vous allez passer au jeu de Juniper-Green 100, voici les règles :

Règle n° 1 : Le joueur qui commence la partie choisit un nombre entier pair compris entre 1 et 100 ;

Règle n° 2 : Le second joueur doit choisir un nombre entier compris entre 1 et 100 vérifiant les deux conditions suivantes :

- Ce nombre entier n'a pas encore été choisi dans cette partie ;
- Ce nombre entier est un **multiple** ou un **diviseur** du nombre précédent.

Règle n° 3 : Si un joueur ne peut plus choisir de nombre entier, il a perdu la partie.

Faire quelques parties avec votre camarade en utilisant les grilles de jeu fournies.
Écrire ci-dessous une stratégie qui vous paraît gagnante à ce jeu ?

4. Juniper-Green en mode « collaboratif »

Vous n'êtes plus obligé de commencer par un nombre pair.
Dans ce mode, votre objectif, à deux, est d'obtenir la partie de Juniper-Green la plus longue possible.

4.a. Déterminer avec votre camarade, une partie de Juniper-Green 50 la plus longue possible.

4.b. Déterminer avec votre camarade, une partie de Juniper-Green 100 la plus longue possible.

Partie de Juniper-Green 50

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

Faire la liste ci-dessous des nombres entiers de votre partie de Juniper-Green.
Changer de couleurs de stylo pour différencier chaque partenaire.
Cocher les nombres entiers déjà utilisés dans le tableau ci-contre.

Nombre de termes :

Partie de Juniper-Green 50

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

Faire la liste ci-dessous des nombres entiers de votre partie de Juniper-Green.
Changer de couleurs de stylo pour différencier chaque partenaire.
Cocher les nombres entiers déjà utilisés dans le tableau ci-contre.

Nombre de termes :

Partie de Juniper-Green 50

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

Faire la liste ci-dessous des nombres entiers de votre partie de Juniper-Green.
Changer de couleurs de stylo pour différencier chaque partenaire.
Cocher les nombres entiers déjà utilisés dans le tableau ci-contre.

Nombre de termes :

Partie de Juniper-Green 50

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

Faire la liste ci-dessous des nombres entiers de votre partie de Juniper-Green.
Changer de couleurs de stylo pour différencier chaque partenaire.
Cocher les nombres entiers déjà utilisés dans le tableau ci-contre.

Nombre de termes :

Partie de Juniper-Green 50

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

Faire la liste ci-dessous des nombres entiers de votre partie de Juniper-Green.
Changer de couleurs de stylo pour différencier chaque partenaire.
Cocher les nombres entiers déjà utilisés dans le tableau ci-contre.

Nombre de termes :

Partie de Juniper-Green 100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Faire la liste ci-dessous des nombres entiers de votre partie de Juniper-Green.
Changer de couleurs de stylo pour différencier chaque partenaire.
Cocher les nombres entiers déjà utilisés dans le tableau ci-contre.

Nombre de termes :

Partie de Juniper-Green 100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Faire la liste ci-dessous des nombres entiers de votre partie de Juniper-Green.
Changer de couleurs de stylo pour différencier chaque partenaire.
Cocher les nombres entiers déjà utilisés dans le tableau ci-contre.

Nombre de termes :

Partie de Juniper-Green 100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Faire la liste ci-dessous des nombres entiers de votre partie de Juniper-Green.
Changer de couleurs de stylo pour différencier chaque partenaire.
Cocher les nombres entiers déjà utilisés dans le tableau ci-contre.

Nombre de termes :

Partie de Juniper-Green 100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Faire la liste ci-dessous des nombres entiers de votre partie de Juniper-Green.
Changer de couleurs de stylo pour différencier chaque partenaire.
Cocher les nombres entiers déjà utilisés dans le tableau ci-contre.

Nombre de termes :

Partie de Juniper-Green 100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Faire la liste ci-dessous des nombres entiers de votre partie de Juniper-Green.
Changer de couleurs de stylo pour différencier chaque partenaire.
Cocher les nombres entiers déjà utilisés dans le tableau ci-contre.

Nombre de termes :

Exercices

Arithmétique

Cinquième

Exercice n° 1 : Une division pour plusieurs problèmes

1. Poser la division euclidienne de 569 par 26 et écrire l'égalité correspondante.

2. Sylwia a 569 timbres de collections. Elle les range dans des pochettes qui peuvent en contenir 26.
Combien de pochettes va-t-elle utiliser pour ranger tous les timbres de sa collection ?

3. Bogdan est professeur de mathématiques. Il doit acheter des livres scolaires à 26 €. Le collège a mis à sa disposition un budget de 569 €.
Combien peut-il acheter de livres ?

4. Dans une salle de spectacle, chaque rangée comprend 26 sièges. 569 personnes sont installés dans la salle, l'une à côté de l'autre.
Combien reste-t-il de places sur la dernière rangée ?

5. Irenka a 569 pièces de collection. Elle les range dans des pochettes qui peuvent en contenir 21.
Combien de pochettes va-t-elle utiliser pour ranger toutes les pièces de sa collection ?

6. Jacek le pirate a trouvé 569 pièces d'or. Il souhaite les partager entre ses 20 matelots et lui-même.
Combien chacun aura-t-il de pièces et combien en restera-t'il après le partage ?

Exercice n° 2 : Un partage équitable

La légende raconte que le grand général chinois Han Xin, vers 200 avant notre ère, comptait ses soldats de la manière suivante :
- En rangeant les soldats par 3, il en reste 2 non rangés.
- En les rangeant par 5, il en reste 4.
- En les rangeant par 7, il en reste 5.

On se demande combien de soldats au minimum ce général avait devant lui quand il a effectué ces comptes.

Sans utiliser la calculatrice et en justifiant votre raisonnement, répondre aux questions suivantes :

1. Y avait-il 284 soldats devant lui ?
2. Y avait-il 362 soldats devant lui ?
3. Y avait-il 341 soldats devant lui ?
4. Montrer qu'il y avait 299 soldats devant lui.

Exercice n° 3 : Les bus se rencontrent toujours deux fois

Catriona, Malvina et Sorcha sont trois amies chauffeurs de bus. Elles partent toutes les trois de l'arrêt des Fontaines Étroites à 7h00 le matin.
Catriona conduit le bus de la ligne 132, elle repasse par son point de départ toutes les 28 minutes.
Malvina conduit le bus de la ligne 167, elle repasse par son point de départ toutes les 35 minutes.
Sorcha conduit le bus de la ligne 287, elle repasse par son point de départ toutes les 30 minutes.

1. Expliquer pourquoi Catriona et Malvina vont se retrouver à l'arrêt des Fontaines Étroites au bout de 140 minutes.
2. Expliquer pourquoi Malvina et Sorcha vont se retrouver au point de départ à 10h30.
3. Vont-elles se retrouver toutes les trois au point de départ à la même heure avant la fin de leurs services à 15h00 ?

Exercice n° 4 : Un apprentissage chez le chocolatier

Fraser fait son apprentissage chez un grand chocolatier à Grenade. Ce matin son patron lui demande de constituer des sachets de chocolats mélangés, des oeufs au chocolat blanc, des cloches au chocolat au lait et des lapins au chocolat noir. La consigne est très précise, il doit constituer **un maximum de sachets sans qu'il ne reste un seul chocolat à la fin.**

La production en chocolat de la semaine est constituée de 576 œufs, 792 cloches et 984 lapins.

1. Fraser décide qu'il va placer 20 œufs par sachets, 30 cloches et 40 lapins.
Combien de sachets va-t-il constituer en s'y prenant de cette manière ? Aura-t-il respecté la consigne donnée par son patron ?

2. Il se demande aussi s'il ne devrait pas faire 36 sachets.
Combien d'œufs, de cloches et de lapins doit-il placer dans chaque sachet ? Aura-t-il respecté la consigne donnée par son patron ?

3. En vous aidant de votre calculatrice, faire la liste des :
- 21 diviseurs de 576
- 24 diviseurs de 792
- 16 diviseurs de 984

4. En observant la liste des diviseurs précédente, indiquer combien de sachets devrait faire Fraser et combien d'œufs, de cloches et de lapins devrait contenir chaque sachet.

Exercices — Correction

Exercice n° 1

Correction

La légende raconte que le grand général chinois Han Xin, vers 200 avant note ère, comptait ses soldats de la manière suivante :

— En rangeant les soldats par 3, il en reste 2 non rangés ;

— En les rangeant par 5, il en reste 4 ;

— En les rangeant par 7, il en reste 5.

On se demande combien de soldats au minimum ce général avait devant lui quand il a effectué ces comptes.

Sans utiliser la calculatrice et en justifiant votre raisonnement, répondre aux questions suivantes :

1. Y avait-il 284 soldats devant lui ?

$-\begin{array}{r\|l} 284 & 3 \\ \hline 27 & 94 \\ \hline 14 & \\ -12 & \\ \hline 2 & \end{array}$	$-\begin{array}{r\|l} 284 & 5 \\ \hline 25 & 56 \\ \hline 34 & \\ -30 & \\ \hline 4 & \end{array}$	$-\begin{array}{r\|l} 284 & 7 \\ \hline 28 & 40 \\ \hline 04 & \\ -0 & \\ \hline 4 & \end{array}$
$284 = 3 \times 94 + 2$	$284 = 5 \times 56 + 4$	$284 = 7 \times 40 + 4$

Il n'y a donc pas 284 soldats devant lui !

2. Y avait-il 362 soldats devant lui ?

$-\begin{array}{r\|l} 362 & 3 \\ \hline 3 & 120 \\ \hline 06 & \\ -6 & \\ \hline 02 & \\ -0 & \\ \hline 2 & \end{array}$	$-\begin{array}{r\|l} 362 & 5 \\ \hline 35 & 72 \\ \hline 12 & \\ -10 & \\ \hline 2 & \end{array}$	$-\begin{array}{r\|l} 362 & 7 \\ \hline 35 & 51 \\ \hline 12 & \\ -7 & \\ \hline 5 & \end{array}$
$362 = 3 \times 120 + 2$	$362 = 5 \times 72 + 2$	$362 = 7 \times 51 + 5$

Il n'y a donc pas 362 soldats devant lui !

3. Y avait-il 341 soldats devant lui ?

$-\begin{array}{r\|l} 341 & 3 \\ \hline 3 & 113 \\ \hline 04 & \\ -3 & \\ \hline 11 & \\ -9 & \\ \hline 2 & \end{array}$	$-\begin{array}{r\|l} 341 & 5 \\ \hline 30 & 68 \\ \hline 41 & \\ -40 & \\ \hline 1 & \end{array}$	$-\begin{array}{r\|l} 341 & 7 \\ \hline 28 & 48 \\ \hline 61 & \\ -56 & \\ \hline 5 & \end{array}$
$341 = 3 \times 113 + 2$	$341 = 5 \times 68 + 1$	$341 = 7 \times 48 + 5$

Il n'y a donc pas 341 soldats devant lui !

4. Montrer qu'il y avait 299 soldats devant lui.

$-\begin{array}{r\|l} 299 & 3 \\ \hline 27 & 99 \\ \hline 29 & \\ -27 & \\ \hline 2 & \end{array}$	$-\begin{array}{r\|l} 299 & 5 \\ \hline 25 & 59 \\ \hline 49 & \\ -45 & \\ \hline 4 & \end{array}$	$-\begin{array}{r\|l} 299 & 7 \\ \hline 28 & 42 \\ \hline 19 & \\ -14 & \\ \hline 5 & \end{array}$
$299 = 3 \times 87$	$299 = 5 \times 52 + 1$	$299 = 7 \times 37 + 2$

Il n'y a donc bien 299 soldats devant lui au minimum.

$3 \times 5 \times 7 = 105$.

Or

299	105	
210	2	
89		

Donc $299 = 2 \times 105 + 89$

89 *est la plus petite solution de ce problème.*

89	3	
6	29	
29		
27		
2		

$89 = 3 \times 29 + 2$

89	5	
5	17	
39		
35		
4		

$89 = 5 \times 17 + 4$

89	7	
7	12	
19		
14		
5		

$89 = 7 \times 32 + 5$

Les autres solutions sont les nombres dont la division entière par 105 ont pour reste 89.
C'est le théorème des restes chinois qui permet d'obtenir ces solutions.

Exercice n° 2 — Correction

1. Expliquer pourquoi Catriona et Malvina vont se retrouver à l'arrêt des Fontaines Étroites au bout de 140 minutes.

Il faut observer une partie de la liste des multiples de 28 et 35 :

— 28 : 28 — 56 — 84 — 112 — 140 — 168

— 35 : 35 — 70 — 105 — 140 — 175

Catriona et Malvina vont bien se retrouver dans 140 minutes.

2. Expliquer pourquoi Malvina et Sorcha vont se retrouver au point de départ à 10h30.

Il faut observer une partie de la liste des multiples de 35 et 30 :

— 35 : 35 — 70 — 105 — 140 — 175 — 210 — 245

— 30 : 30 — 60 — 90 — 120 — 150 — 180 — 210 — 240

Malvina et Sorcha vont se retrouver dans 210 min. Or $210 = 3 \times 60 + 30$. Elles se retrouveront dans 3 h 30 min à 10 h 30 min.

3. Vont-elles se retrouver toutes les trois au point de départ à la même heure avant la fin de leurs services à 15h00.

Il faut maintenant observer les multiples communs des trois nombres.

— 28 : 28 — 56 — 84 — 112 — 140 — 168 — 196 — 224 — 252 — 280 — 308 — 336 — 364 — 392 — 420 — 448

— 35 : 35 — 70 — 105 — 140 — 175 — 210 — 245 — 280 — 315 — 350 — 385 — 420 — 455

— 30 : 30 — 60 — 90 — 120 — 150 — 180 — 210 — 240 — 270 — 300 — 330 — 360 — 390 — 420 — 450

Elles vont se retrouver dans 420 min. Comme $420 = 7 \times 60$, elles se retrouveront dans 7 h, à 14 h.

Exercice n° 3 — Correction

1. Fraser décide qu'il va placer 20 oeufs par sachets, 30 cloches et 40 lapins.

576	20	
40	28	
176		
160		
16		

$576 = 20 \times 28 + 16$

792	30	
60	26	
192		
180		
12		

$792 = 30 \times 26 + 12$

984	40	
80	24	
184		
160		
24		

$984 = 40 \times 24 + 24$

On constate qu'il ne pourra réaliser que 24 sachets, le quotient le plus petit.

En plus, il restera des chocolats sans sachet. La consigne n'est pas réalisée.

2. Il se demande aussi s'il ne devrait pas faire 36 sachets.

$$\begin{array}{r|l} 576 & 36 \\ \hline 36 & 16 \\ \hline 216 & \\ 216 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$576 = 36 \times 16$

$$\begin{array}{r|l} 792 & 36 \\ \hline 72 & 22 \\ \hline 72 & \\ 72 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$792 = 36 \times 22$

$$\begin{array}{r|l} 984 & 36 \\ \hline 72 & 27 \\ \hline 264 & \\ 252 & \\ \hline 12 & \end{array}$$

$984 = 36 \times 27 + 12$

Il pourrait placer 16 œufs, 22 cloches et 27 lapins, mais il resterait des lapins, la consigne n'est pas suivie !

3. En vous aidant de votre calculatrice, faire la liste des :

— 21 diviseurs de 576 : 1; 2; 3; 4; 6; 8; 9; 12; 16; 18; 24; 32; 36; 48; 64; 72; 96; 144; 192; 288; 576

— 24 diviseurs de 792 : 1; 2; 3; 4; 6; 8; 9; 11; 12; 18; 22; 24; 33; 36; 44; 66; 72; 88; 99; 132; 198; 264; 396; 792

— 16 diviseurs de 984 : 1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24; 41; 82; 123; 164; 246; 328; 492; 984

4. En observant la liste des diviseurs précédente, indiquer combien de sachets devrait faire Fraser et combien d'œufs, de cloches et de lapins devrait contenir chaque sachet.

On constate que 24 est le plus grand diviseur commun.

$$\begin{array}{r|l} 576 & 24 \\ \hline 48 & 24 \\ \hline 96 & \\ 96 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$576 = 24 \times 24$

$$\begin{array}{r|l} 792 & 24 \\ \hline 72 & 33 \\ \hline 72 & \\ 72 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$792 = 24 \times 33$

$$\begin{array}{r|l} 984 & 24 \\ \hline 96 & 41 \\ \hline 24 & \\ 24 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$984 = 24 \times 41$

Fraser pourra faire 24 sachets contenant 24 œufs, 33 cloches et 41 lapins.

La leçon — Version prof

Les textes écrit en violet sont destinés à l'enseignant, ils ne font pas partie de ce qu'on appelle la trace écrite.
Les démonstrations sont aussi en violet, elles sont le plus souvent présentée à l'oral.

I — Division euclidienne, diviseurs et multiples

II — Nombres premiers et décomposition

III — Critères de divisibilité

Préparation de l'évaluation

Cinquième

Exercice n° 1 : Diviseurs, multiples et nombres premiers

1. Faire la liste des multiples de 19 compris entre 2024 et 2100.

2. Faire la liste des 12 diviseurs de 96, des 18 diviseurs de 180 et des 24 diviseurs de 504

3. Faire la liste des diviseurs communs à 96, 180 et 504.

4. Écrire 360 sous la forme d'un produit de nombres premiers.

5. Faire la liste des nombres premiers compris entre 50 et 100.

Exercice n° 2 : Le cinéma

Pour ce problème, vous devez poser les opérations sur votre copie et faire des phrases réponses.

Les 157 élèves de cinquième du collège de Castelnau se rendent au cinéma.
La salle de cinéma comprend 182 places réparties en 14 rangées.

1. Combien il y a-t-il de fauteuils dans chaque rangée de ce cinéma ?

2. Les élèves se sont installés les uns à côtés des autres, sans aucune place disponible depuis le premier rang.
Combien de rangées sont complètement vide ?
Combien de places sont disponibles sur la dernière rangée occupée ?

Exercice n° 3 : Un après-midi devant nos écrans

(4 points)

Ma soeur, mon frère et moi avons décidé de passer une après-midi entière, chacun devant nos tablettes à regarder nos animés préférés.
Nous commençons à 14h et convenons de cesser quand chacun de nos épisodes s'arrêtera exactement au même moment.
Ma soeur regarde Demon Slayer, chaque épisode dure 24 minutes.
Mon frère regarde Hazbin Hotel, chaque épisode dure 21 minutes.
Moi, je préfère My Hero Academia, chaque épisode dure 14 minutes.

À quelle heure les épisodes de nos trois séries cesseront au même moment pour la première fois ?

Exercice n° 4 : Les macarons

Arthur est en stage chez un pâtissier.
Celui-ci vient de préparer 240 macarons au caramel et 288 macarons à la framboise.
Il lui demande de constituer **un maximum de lots, tous identiques, sans qu'il ne reste aucun macaron**.

1. Arthur commence par préparer des lots contenant 6 macarons au caramel et 8 à la framboise.
A-t-il réalisé correctement la commande ? Justifier votre réponse.

2. Arthur décide de préparer des 24 lots.
A-t-il réalisé correctement la commande ? Justifier votre réponse.

3.a. Faire la liste des 20 diviseurs de 240 et des 16 diviseurs de 288.

3.b. Combien de lots au maximum Arthur pourra-t-il faire ?

3.c. Dans ce cas, combien de macarons de chaque sorte doit-il placer dans un lot ?

Préparation de l'évaluation — Correction

Exercice n° 1 — Correction

Diviseurs et multiples

1. Faire la liste des multiples de 19 compris entre 2024 et 2100.

$$\begin{array}{r|l} 2024 & 19 \\ \cline{2-2} -19 & 106 \\ \cline{1-1} 12 & \\ -0 & \\ \cline{1-1} 124 & \\ -114 & \\ \cline{1-1} 10 & \end{array}$$

Donc $107 \times 19 = 2033$ est le premier. $108 \times 19 = 2052$, $109 \times 19 = 2071$, $110 \times 19 = 2090$ le dernier.

2. Faire la liste de tous les diviseurs de 96, de 180 et 504

96 : 1 — 2 — 3 — 4 — 6 — 8 — 12 — 16 — 24 — 32 — 48 — 96
180 : 1 — 2 — 3 — 4 — 5 — 6 — 9 — 10 — 12 — 15 — 18 — 20 — 30 — 36 — 45 — 60 — 90 — 180
504 : 1 — 2 — 3 — 4 — 6 — 7 — 8 — 9 — 12 — 14 — 18 — 21 — 24 — 28 — 36 — 42 — 56 — 63 — 72 — 84 — 126 — 168 — 252 — 504

3. Faire la liste des diviseurs communs à 96, 180 et 504 :

96 : **1** — **2** — **3** — **4** — **6** — 8 — **12** — 16 — 24 — 32 — 48 — 96
180 : **1** — **2** — **3** — **4** — 5 — **6** — 9 — 10 — **12** — 15 — 18 — 20 — 30 — 36 — 45 — 60 — 90 — 180
504 : **1** — **2** — **3** — **4** — **6** — 7 — 8 — 9 — **12** — 14 — 18 — 21 — 24 — 28 — 36 — 42 — 56 — 63 — 72 — 84 — 126 — 168 — 252 — 504

4.

$$\begin{array}{r|l} 360 & 2 \\ 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$\boxed{360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5}$

5. Les nombres premiers compris entre 50 et 100.
Cette question ne fera pas l'objet de l'évaluation !

53 — 59 — 61 — 67 — 71 — 73 — 79 — 83 — 89 — 97

En effet :

- aucun n'a 0, 2, 4, 6 ou 8 pour chiffre des unités, aucun ne peut être pair ;
- aucun n'a 5 pour chiffre des unités, il serait dans la table de 5 ;
- il faut chercher parmi ceux dont le chiffre des unités est 1 ; 3 ; 7 ou 9 ;
- $51 = 3 \times 17$ — $57 = 3 \times 19$ — $63 = 7 \times 9$ — $69 = 3 \times 23$ — $77 = 7 \times 11$ — $81 = 9 \times 9$ — $87 = 3 \times 29$ — $91 = 7 \times 13$ — $93 = 3 \times 31$ et $99 = 3 \times 33$.

Exercice n° 2 — Correction

Le cinéma

1. Combien il y a-t-il de fauteuil dans chaque rangée de ce cinéma ?

$$\begin{array}{r|l} 182 & 14 \\ \cline{2-2} -14 & 13 \\ \cline{1-1} 42 & \\ -42 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Il y a 13 fauteuils par rangée.

2. Les élèves se sont installés les uns à côtés des autres, sans aucune place disponible depuis le premier rang.

Combien de rangées sont complètement vide ?

Combien de places sont disponibles sur la dernière rangée occupée ?

$$\begin{array}{r|l} 157 & 13 \\ \cline{2-2} -13 & 12 \\ \cline{1-1} 27 & \\ -26 & \\ \cline{1-1} 1 & \end{array}$$

Il y a 12 rangées pleines, une avec 1 élèves et 12 places vides et un rangée entièrement vide.

Exercice n° 3

Correction

Un après-midi devant nos écrans

Ma soeur et moi avons décidé de passer une après-midi entière, chacun devant nos tablettes à regarder nos animés préférés.
Nous commençons à 14h et convenons de cesser quand chacun de nos épisodes s'arrêtera exactement au même moment.
Ma soeur regarde Demon Slayer, chaque épisode dure 24 minutes.
Moi, je préfère My Hero Academia, chaque épisode dure 14 minutes.

À quelle heure les épisodes de nos deux séries cesseront au même moment pour la première fois ?
Il faut faire la liste des multiples de 24 et 14 jusqu'à trouver un multiple commun.

24 : 24 — 48 — 72 — 96 — 120 — 144 — 168 — 192
14 : 14 — 28 — 42 — 56 — 70 — 84 — 98 — 112 — 126 — 140 — 154 — 168 — 182

Nous terminerons dans 168 minutes soit 2 h 48 min, à 16 h 48 min

Exercice n° 4

Correction

Les macarons

Arthur est en stage chez un pâtissier. Celui-ci vient de préparer 240 macarons au caramel et 288 macarons à la framboise.
Il lui demande de constituer **un maximum de lots, tous identiques, sans qu'il ne reste aucun macaron**.

1. Arthur commence par préparer des lots contenant 6 macarons au caramel et 8 à la framboise.
A-t-il réalisé correctement la commande ? Justifier votre réponse.

$$\begin{array}{r|l} 240 & 6 \\ \cline{2-2} -24 & 40 \\ \cline{1-1} 00 & \\ -0 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$ et $$\begin{array}{r|l} 288 & 8 \\ \cline{2-2} -24 & 36 \\ \cline{1-1} 48 & \\ -48 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

donc il ne pourrait faire que 36 sachets identiques.

2. Arthur décide de préparer des 24 lots.
A-t-il réalisé correctement la commande ? Justifier votre réponse.

$$\begin{array}{r|l} 240 & 24 \\ \cline{2-2} -24 & 10 \\ \cline{1-1} 00 & \\ -0 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$ et $$\begin{array}{r|l} 288 & 24 \\ \cline{2-2} -24 & 12 \\ \cline{1-1} 48 & \\ -48 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

donc il pourrait faire que 24 sachets identiques avec 10 macarons au caramel et 12 à la framboise.

3.a. Faire la liste des 20 diviseurs de 240 et des 16 diviseurs de 288.

240 : 1 — 2 — 3 — 4 — 5 — 6 — 8 — 10 — 12 — 15 — 16 — 20 — 24 — 30 — 40 — **48** — 60 — 80 — 120 — 240
288 : 1 — 2 — 3 — 4 — 6 — 8 — 12 — 16 — 18 — 24 — 36 — **48** — 72 — 96 — 144 — 288

3.b. Combien de lots au maximum Arthur pourra-t-il faire ?

Il pourra faire 48 lots

3.c. Dans ce cas, combien de macarons de chaque sorte doit-il placer dans un lot ?

$240 = 48 \times 5$ et $288 = 48 \times 6$ donc il pourra faire 48 lots avec 5 macarons au caramel et 6 macarons à la framboise.

Évaluation

Cinquième

Exercice nº 1 : Question de cours *(2 points)*

Faire la liste, sur votre copie, de tous les nombres premiers inférieurs à 30.

Exercice nº 2 : Diviseurs et multiples *(5 points)*

1. Faire la liste des 8 diviseurs de 42
2. Faire la liste des 12 diviseurs de 96
3. Faire la liste des 20 diviseurs de 432.
4. Faire la liste des multiples de 23 compris entre 2025 et 2110.
5. Décomposer 60 en produit de nombres premiers.

Exercice nº 3 : Le bus scolaire *(4 points)*

Pour ce problème, vous devez poser les opérations sur votre copie et faire des phrases réponses.

Les 189 élèves de cinquième du collège de Castelnau se rendent au cinéma.
La loi affirme qu'il faut un accompagnateur adulte pour 21 élèves.

1. Combien faut-il prévoir d'accompagnateurs ?

Les bus disponibles disposent de 48 places assises.

2. Combien fait-il réserver de bus ?

3. En remplissant au maximum les bus, combien restera-t-il de places libres dans le dernier bus ?

4. Combien de personnes faut-il placer dans chaque bus pour qu'il y ait environ le même nombre de places libres dans chaque bus.
Toutes traces de recherches sera valorisée !

Exercice nº 4 : Les bus de ville *(4 points)*

Sakura et Huna sont conductrices de bus. Elles partent tous les matins à 7h de la station **Mirail Université**.
Sakura, sur la ligne 13, revient à la station de départ toutes les 42 minutes.
Huna, sur la ligne 118, revient à la station de départ toutes les 30 minutes.

1. À quelle heure vont-elle se retrouver à la station **Mirail Université** pour la première fois ?

2. Elles terminent l'une et l'autre à 15h. Vont-elles réussir à se retrouver plusieurs fois ? Si oui, à quelles heures ?

Exercice nº 5 : Les cartes Pokemon *(5 points + 1 point BONUS)*

Mila veut enfin se débarasser de sa collection de cartes Pokemon. Elle possède 180 cartes Dragon et 270 cartes Acier.
Elle souhaite faire un maximum de lots, tous identiques, sans qu'il ne reste aucune carte.

1. Mila a commencé par faire des lots de 5 cartes Dragon et 6 cartes Acier.
A-t-elle atteint son objectif en faisant ainsi ? Justifier la réponse.

2. Elle décide de préparer 45 lots.
A-t-elle atteint son objectif en faisant ainsi ? Justifier la réponse.

3.a. Faire la liste des 18 diviseurs de 180 et des 16 diviseurs de 270.

3.b. Combien de lots au maximum Mila pourra-t-elle faire ?

3.c. Dans ce cas, combien de cartes de chaque sorte doit-elle placer dans un lot ?

Évaluation — Correction

Exercice n° 1

Correction

Question de cours

Faire la liste, sur votre copie, de tous les nombres premiers inférieurs à 30.

2 — 3 — 5 — 7 — 11 — 13 — 17 — 19 — 23 — 29

Exercice n° 2

Correction

Diviseurs et multiples

1. La liste des 8 diviseurs de 42 : 1 — 2 — 3 — 6 — 7 — 14 — 21 — 42

2. La liste des 12 diviseurs de 96 : 1 — 2 — 3 — 4 — 6 — 8 — 12 — 16 — 24 — 32 — 48 — 96

3. La liste des 20 diviseurs de 432 : 1 — 2 — 3 — 4 — 6 — 8 — 9 — 12 — 16 — 18 — 24 — 27 — 36 — 48 — 54 — 72 — 108 — 144 — 216 — 432

4. On a $2025 = 23 \times 88 + 1$ donc $23 \times 89 = 2047$, $23 \times 90 = 2070$, $23 \times 91 = 2093$.

5.

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$8568 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$

Exercice n° 2

Correction

Le cinéma

1. $189 = 21 \times 9$ donc il faut 9 accompagnateurs.

2. Il y a $189 + 9 = 198$ personnes à transporter.
$198 = 48 \times 4 + 6$. Il faut réserver 5 bus.

3. Il restera 42 places libres dans le dernier bus.

4. $198 = 5 \times 39 + 3$. Il y aura 39 personnes dans 2 bus et 40 personnes dans les 3 autres. Soit $39 + 39 + 40 + 40 + 40 = 198$.

Exercice n° 4

Correction

Les bus de ville

1. Les multiples de 42 : 42 — 84 — 126 — 168 — **210** — 252
Les multiples de 30 : 30 — 60 — 90 — 120 — 150 — 180 — **210** — 240

Elles vont se retrouver au bout de 210 min soit $210 = 3 \times 60 + 30$ dans 3 h 30 min à 10 h 30 min.

2. Elles se retrouveront toutes les 3 h 30 min. Soit à 10 h 30 min puis 14 h 00 min.

Exercice n° 5

Correction

Les cartes Pokemon

1. On a $180 = 5 \times 36$ et $270 = 6 \times 45$. Non elle n'a pas atteint son objectif car il ne peut faire que 36 lots.

2. On a $180 = 45 \times 4$ et $270 = 45 \times 6$. Oui elle peut faire 45 lots avec 4 cartes Dragon et 6 cartes Acier.

3.a. Les 18 diviseurs de 180 : 1 — 2 — 3 — 4 — 5 — 6 — 9 — 10 — 12 — 15 — 18 — 20 — 30 — 36 — 45 — 60 — **90** — 180
Les 16 diviseurs de 270 : 1 — 2 — 3 — 5 — 6 — 9 — 10 — 15 — 18 — 27 — 30 — 45 — 54 — **90** — 135 — 270

3.b. Elle pourra faire 90 lots.
3.c. Or $180 = 90 \times 2$ et $270 = 90 \times 3$. Elle fera 90 lots avec 2 cartes Dragon et 3 cartes Acier.

Arithmétique

Division euclidienne — Diviseurs — Multiples — Nombres premiers

Définition : la division euclidienne

a et b deux nombres entiers naturels, b différent de zéro.
Il existe un unique couple de nombre entiers, q et r, vérifiant :

$$a = b \times q + r \text{ où } 0 \leqslant r < b$$

On dit que l'on a effectué **la division euclidienne** de a par b.

a est le **dividende** , b est le **diviseur** , q est le **quotient** et r est le **reste** .

Exemples :

2024	7
14	289
62	
56	
64	
63	
1	

$2024 = 7 \times 289 + 1$

2024	11
11	184
92	
88	
44	
44	
0	

$2024 = 11 \times 184$

12040	3
12	4013
00	
0	
04	
3	
10	
9	
1	

$12040 = 3 \times 4013 + 1$

Vocabulaire

Quand le reste de la division de a par b vaut zéro, on a $a = b \times q$.

On dit que a est **divisible** par b, que b est un **diviseur** de a et que a est un **multiple** de b.

Remarque importante :
Tous les nombres entiers naturels sont divisibles par 1.
Tous les nombres entiers naturels sont divisibles par eux-mêmes.

Exemples :
Comme $2024 = 11 \times 184$,

- 2024 est **divisible** par 11 ;
- 2024 est **divisible** par 184 ;
- 2024 est un **multiple** de 11 ;
- 2024 est un **multiple** de 184 ;
- 11 est un **diviseur** de 2024 ;
- 184 est un **diviseur** de 2024.

Les critères de divisibilité

Un nombre est **divisible par 2** si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.
Un nombre est **divisible par 3** si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.
Un nombre est **divisible par 5** si son chiffre des unités est 0 ou 5.
Un nombre est **divisible par 9** si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

Méthode : déterminer les diviseurs d'un nombre entier :
Déterminons la liste des diviseurs du nombre 96.

Tous les nombres entiers sont divisibles par 1 et eux-même. On écrit 1 en début de ligne et 96 à la fin. On teste ensuite la divisibilité des nombres entiers un par un. 96 et divisible par 2 car $96 = 2 \times 48$. On écrit 2 après 1 et 48 avant 96. On continue ainsi. Au milieu de la ligne, les nombres entiers « vont se rejoindre », ce qui garantit de n'en avoir oublier aucun.
Les diviseurs de 96 : 1 – 2 – 3 – 4 – 6 – 8 – 12 – 16 – 24 – 32 – 48 – 96

Méthode : déterminer les multiples d'un nombre entier :
Déterminons la liste des multiples de 23 entre 2025 et 2134.

On divise 2025 par 23, $2025 = 23 \times 88 + 1$, le premier multiple est donc $23 \times 89 = 2047$, le suivant 23×90...
Les multiples de 23 compris entre 2025 et 2134 sont : 2047 — 2070 — 2093 — 2116

Définition : les nombres premiers

Un nombre entier naturel est **premier** s'il possède **exactement deux diviseurs** , un et lui-même.

Remarque importante :
1 n'est pas un nombre premier, il n'a qu'un seul diviseur, lui-même !

Liste des nombres premiers inférieurs à 30 :
2 – 3 – 5 – 7 – 11 – 13 – 17 – 19 – 23 – 29

Méthode : décomposer un nombre en produit de facteurs premiers :
Décomposer 96 et 630 en produit de facteurs premiers.
On trace deux colonnes, une pour le nombre, une pour les diviseurs premiers. On teste ensuite les diviseurs premiers dans l'ordre. En pratique on divise le nombre par 2, on note à gauche le quotient, on recommence en divisant par 2 tant que c'est possible. Puis on passe au nombre premier 3, puis 5, 7... Quand le quotient vaut 1, on a obtenu la décomposition.

96	2
48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

$96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

630	2
315	3
105	3
35	5
7	7
1	

$630 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$

Remarques et intentions pédagogiques

[1] Ce raisonnement suppose que la relation d'ordre « être supérieur ou égal à »est compatible avec l'addition sur l'ensemble des nombres réels.

Informations légales

— **Auteur :** Fabrice ARNAUD
— **Web :** pi.ac3j.fr
— **Mail :** contact@ac3j.fr
— **Dernière modification :** 12 novembre 2026 à 20:43

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.2141
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Resolute Raccoon (Le Raton Laveur résolu) 26.04 avec la distribution TeX Live 2025.20260124 et LuaTex 1.22.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !

Licence CC BY-NC-SA 4.0



Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
Adapter — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
Partage dans les Mêmes Conditions — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr

Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, **Cours.pdf**, a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 12 novembre 2026 à 20:43.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : **https://pi.ac3j.fr/mathematiques-college**