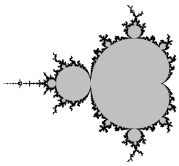


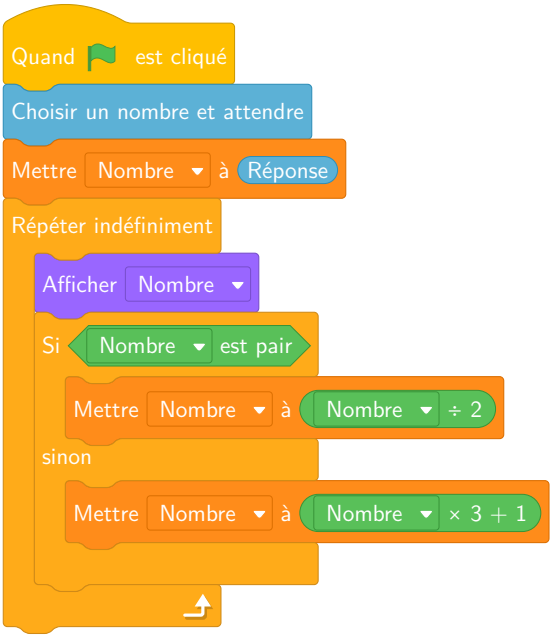
Curiosité mathématique

La conjecture de Collatz

Troisième

Première partie : expérimentation numérique

Voici un algorithme rédigé dans un langage par bloc :



1. Tester ce programme en partant du nombre 1 puis du nombre 10.
Écrire ci-dessous la succession des nombres obtenus.

1 ;

10 ;

2. Recommencer en partant de 6, 7, 32 et 58.

6 ;

7 ;

32 ;

58 ;

3. Quelle conjecture peut-on faire ?

Deuxième partie : définitions et premières propriétés

Voici quelques définitions utiles pour aborder ce programme de calcul :

Vol :	*la suite des nombres entiers obtenus à partir d'un nombre de départ jusqu'au premier 1.*
Durée de vol :	*nombre d'entiers dans un vol (on ne compte pas le nombre de départ).*
Altitude maximale :	*le nombre le plus grand dans le vol d'un nombre.*
Durée de vol en altitude :	*nombre d'entiers consécutifs dans le vol qui sont supérieur au nombre de départ.*
Vol de durée record :	*un vol dont tous les vols de départ plus petit sont plus courts.*
Vol d'altitude record :	*un vol qui atteint une altitude maximale supérieure à tous les vols dont le départ est inférieur.*
Vol de durée en altitude record :	*un vol dont la durée en altitude est supérieure à tous les vols dont le départ est inférieur.*

4. Déterminer l'altitude maximale, la durée de vol et la durée de vol en altitude pour les nombres 1, 6, 7, 10, 32 et 58.

5. Dans le vol d'un nombre, le successeur d'un nombre impair peut-il être impair ? Justifier la réponse.

6. Que peut-on dire du successeur d'un nombre pair ?

7.a. Que peut-on dire des vols de 8, 16, 32 ou 64 ?

7.b. Existe-t-il un nombre de départ dont la durée de vol vaut 2027 ?

Troisième partie : des vols inquiétants !

8. Écrire ci-dessous le vol des nombres indiqués :

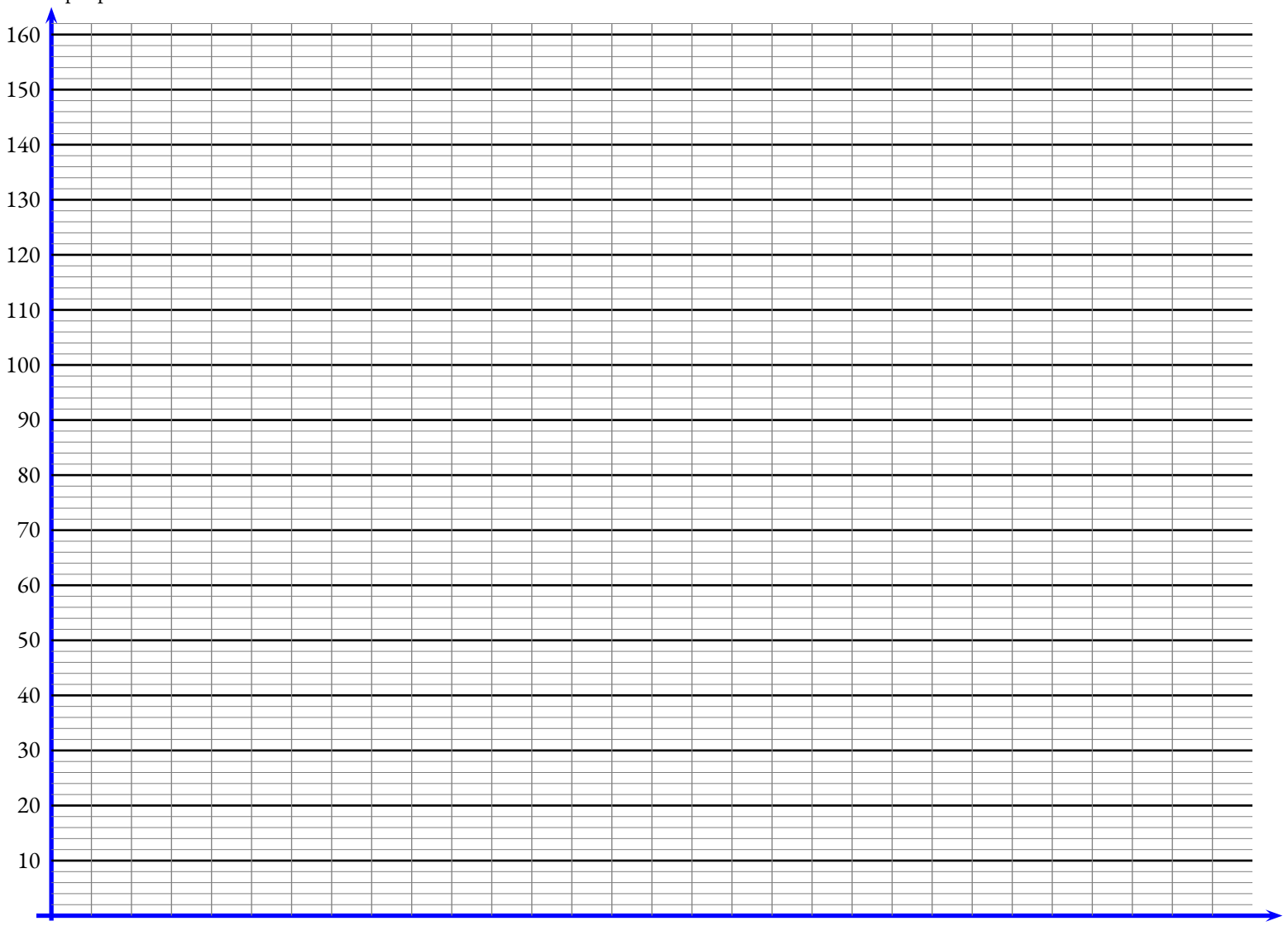
15 ;

25 ;

27 ;

Quatrième partie : représentations graphiques

9. Représenter le vol des nombres 1, 6, 7, 10, 15, 25, 32 et 58 sur le graphique ci-dessous. En ordonnée se trouve les nombres obtenus. Chaque pas se fait en abscisse.



Cinquième partie : et avec des nombres négatifs !

10. Tester ce programme en partant de -1, -6 puis -10.

-1 ;

-6 ;

-10 ;

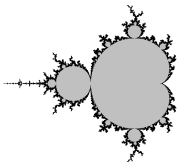
11. Que se passe-t-il avec -17 ?

-17 ;

Conclusion : la conjecture de Collatz ou conjecture de Syracuse

À la fin des années 1920, encore étudiant, Lothar Collatz, mathématicien allemand (1910-1990) s'intéressait aux itérations de fonctions prenant des valeurs entières : pour illustrer son propos, il inventa ce programme de calcul. Ce problème se répandit peu à peu parmi les mathématiciens américains, en particulier à l'université de Syracuse près de New-York. La communauté des mathématiciens a tellement été occupé par cette question que certains ont prétendu qu'il s'agissait d'une manœuvre russe pour ralentir la recherche aux États-Unis.
On suppose que ce programme aboutit toujours à la valeur 1 pour tous les nombres entiers positifs. Aucune démonstration n'est connue à ce jour. Cela reste une conjecture, on l'appelle la Conjecture de Collatz ou le plus souvent la Conjecture de Syracuse.
On a montré, en mars 2024, que cette conjecture est vraie pour tous les entiers inférieurs ou égaux à 1 909 238 011 628 938 592 256.
Le grand mathématicien hongrois Paul Erdős a déclaré que « les mathématiques ne sont pas encore prêtes pour de tels problèmes. ».
En 2020, le record de durée de vol était égal à 2330 pour le nombre 133 930 216 361 634 727 ! L'altitude maximale est obtenue pour l'instant par le nombre 1 765 856 170 146 672 440 559 et est environ égale à $3,942 \times 10^{41}$.

Dictionnaire de (presque) tous les nombres entiers — Daniel Lignon



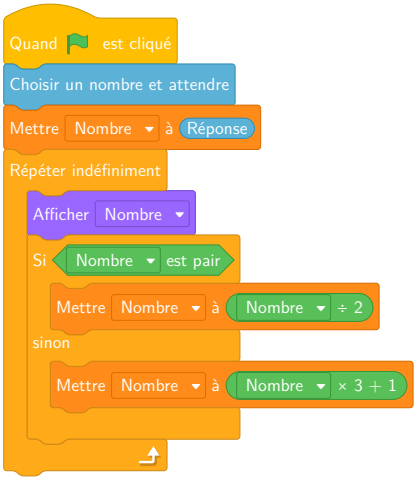
Curiosité mathématique

La conjecture de Collatz — Correction

Première partie : expérimentation numérique

Voici un algorithme rédigé dans un langage par bloc :

1. Tester ce programme en partant du nombre 1 puis du nombre 10.
Écrire ci-dessous la succession des nombres obtenus.



1 ; 4 ; 2 ; 1 ; 4 ; 2 ; 1 ; 4 ; 2 ; 1 ...

10 ; 5 ; 16 ; 8 ; 4 ; 2 ; 1

2. Recommencer en partant de 6, 7, 32 et 58.

6 ; 3 ; 10 ; 5 ; 16 ; 8 ; 4 ; 2 ; 1

7 ; 22 ; 11 ; 34 ; 17 ; 52 ; 26 ; 13 ; 40 ; 20 ; 10 ; 5 ; 16 ; 8 ; 4 ; 2 ; 1

32 ; 16 ; 8 ; 4 ; 2 ; 1

58 ; 29 ; 88 ; 44 ; 22 ; 11 ; 34 ; 17 ; 52 ; 26 ; 13 ; 40 ; 20 ; 10 ; 5 ; 16 ; 8 ; 4 ; 2 ; 1

3. Quelle conjecture peut-on faire ?

Il semble que chaque suite se termine par 4; 2; 1

Deuxième partie : définitions et premières propriétés

Voici quelques définitions utiles pour aborder ce programme de calcul :

Vol :	la suite des nombres entiers obtenus à partir d'un nombre de départ jusqu'au premier 1.
Durée de vol :	nombre d'entiers dans un vol (on ne compte pas le nombre de départ).
Altitude maximale :	le nombre le plus grand dans le vol d'un nombre.
Durée de vol en altitude :	nombre d'entiers consécutifs dans le vol qui sont supérieur au nombre de départ.
Vol de durée record :	un vol dont tous les vols de départ plus petit sont plus courts.
Vol d'altitude record :	un vol qui atteint une altitude maximale supérieure à tous les vols dont le départ est inférieur.
Vol de durée en altitude record :	un vol dont la durée en altitude est supérieure à tous les vols dont le départ est inférieur.

4. Déterminer l'altitude maximale, la durée de vol et la durée de vol en altitude pour les nombres 1, 6, 7, 10, 32 et 58.

1 — Durée de vol : 3 — Altitude maximale : 4 — Durée de vol en altitude : 2
10 — Durée de vol : 6 — Altitude maximale : 16 — Durée de vol en altitude : 1
6 — Durée de vol : 8 — Altitude maximale : 16 — Durée de vol en altitude : 1
7 — Durée de vol : 16 — Altitude maximale : 52 — Durée de vol en altitude : 10
32 — Durée de vol : 5 — Altitude maximale : 16 — Durée de vol en altitude : 0
58 — Durée de vol : 19 — Altitude maximale : 52 — Durée de vol en altitude : 1

5. Dans le vol d'un nombre, le successeur d'un nombre impair peut-il être impair ? Justifier la réponse.

Non, il ne peut pas être impair. En effet, quand on multiplie un nombre impair par 3, on obtient un nombre impair. Si on ajoute 1, il est pair.

6. Que peut-on dire du successeur d'un nombre pair ?

On ne peut rien en dire. Par exemple le successeur de 16 est 8. Alors que le successeur de 30 est 15.

7.a. Que peut-on dire des vols de 8, 16, 32 ou 64 ?

8; 4; 2; 1
16; 8; 4; 2; 1

32; 16; 8; 4; 2; 1
Ce sont des puissances de 2.

7.b. Existe-t-il un nombre de départ dont la durée de vol vaut 2027?

$8 = 8^3$ sa durée de vol est 3.
$16 = 2^4$ sa durée de vol est 4.
$32 = 2^5$ sa durée de vol est 5.
Le nombre 2^{2027} a une durée de vol de 2027. Ce nombre a au moins 600 chiffres!

Troisième partie : des vols inquiétants!

8. Écrire ci-dessous le vol des nombres indiqués :

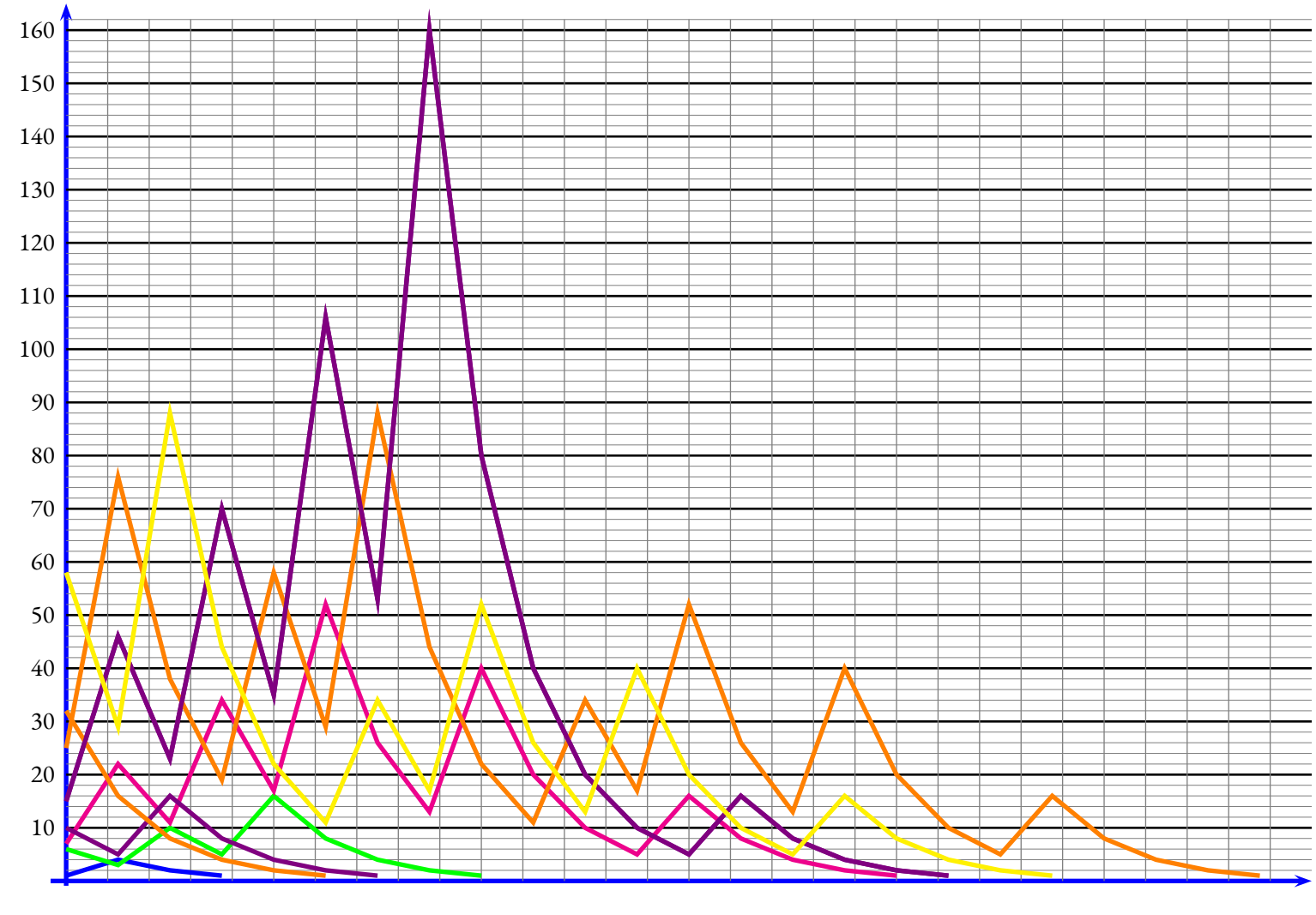
15 ; 46 ; 23 ; 70 ; 35 ; 106 ; 53 ; 160 ; 80 ; 40 ; 20 ; 10 ; 5 ; 16 ; 8 ; 4 ; 2 ; 1

25 ; 76 ; 38 ; 19 ; 58 ; 29 ; 88 ; 44 ; 22 ; 11 ; 34 ; 17 ; 52 ; 26 ; 13 ; 40 ; 20 ; 10 ; 5 ; 16 ; 8 ; 4 ; 2 ; 1

27 ; 82 ; 41 ; 124 ; 62 ; 31 ; 94 ; 47 ; 142 ; 71 ; 214 ; 107 ; 322 ; 161 ; 484 ; 242 ; 121 ; 364 ; 182 ; 91 ; 274 ; 137 ; 412
206 ; 103 ; 310 ; 155 ; 466 ; 233 ; 700 ; 350 ; 175 ; 526 ; 263 ; 790 ; 395 ; 1186 ; 593 ; 1780 ; 890 ; 445 ; 1336 ; 668 ; 334
167 ; 502 ; 251 ; 754 ; 377 ; 1132 ; 566 ; 283 ; 850 ; 425 ; 1276 ; 638 ; 319 ; 958 ; 479 ; 1438 ; 719 ; 2158 ; 1079 ; 3238
1619 ; 4858 ; 2429 ; 7288 ; 3644 ; 1822 ; 911 ; 2734 ; 1367 ; 4102 ; 2051 ; 6154 ; 3077 ; 9232 ; 4616 ; 2308 ; 1154 ; 577
1732 ; 866 ; 433 ; 1300 ; 650 ; 325 ; 976 ; 488 ; 244 ; 122 ; 61 ; 184 ; 92 ; 46 ; 23 ; 70 ; 35 ; 106 ; 53 ; 160 ; 80 ; 40
20 ; 10 ; 5 ; 16 ; 8 ; 4 ; 2 ; 1
Durée de vol : 111 — **Altitude maximale** : 9232 — **Vol en altitude** : 103

Quatrième partie : représentations graphiques

9. Représenter le vol des nombres 1, 6, 7, 10, 15, 25, 32 et 58 sur le graphique ci-dessous. En ordonnée se trouve les nombres obtenus. Chaque pas se fait en abscisse.



Cinquième partie : et avec des nombres négatifs !

10. Tester ce programme en partant de -1, -6 puis -10.

-1 ; -4 ; -2 ; -1

-6 ; -3 ; -8 ; -4 ; -2 ; -1

-10 ; -5 ; -14 ; -7 ; -20 ; -10 ; -5 ; -14

11. Que se passe-t-il avec -17 ?

-17 ; -50 ; -25 ; -74 ; -37 ; -110 ; -55 ; -164 ; -82 ; -41 ; -122 ; -61 ; -182 ; -91 ; -272 ; -136 ; -68 ; -34 ; -17

Conclusion : la conjecture de Collatz ou conjecture de Syracuse

À la fin des années 1920, encore étudiant, Lothar Collatz, mathématicien allemand (1910-1990) s'intéressait aux itérations de fonctions prenant des valeurs entières : pour illustrer son propos, il inventa ce programme de calcul. Ce problème se répandit peu à peu parmi les mathématiciens américains, en particulier à l'université de Syracuse près de New-York. La communauté des mathématiciens a tellement été occupé par cette question que certains ont prétendu qu'il s'agissait d'une manœuvre russe pour ralentir la recherche aux États-Unis.
On suppose que ce programme aboutit toujours à la valeur 1 pour tous les nombres entiers positifs. Aucune démonstration n'est connue à ce jour. Cela reste une conjecture, on l'appelle la Conjecture de Collatz ou le plus souvent la Conjecture de Syracuse.
On a montré, en mars 2024, que cette conjecture est vraie pour tous les entiers inférieurs ou égaux à 1 909 238 011 628 938 592 256.
Le grand mathématicien hongrois Paul Erdős a déclaré que « les mathématiques ne sont pas encore prêtes pour de tels problèmes. ».
En 2020, le record de durée de vol était égal à 2330 pour le nombre 133 930 216 361 634 727 ! L'altitude maximale est obtenue pour l'instant par le nombre 1 765 856 170 146 672 440 559 et est environ égale à $3,942 \times 10^{41}$.

Dictionnaire de (presque) tous les nombres entiers — Daniel Lignon

Informations légales

— **Auteur :** Fabrice ARNAUD
— **Web :** pi.ac3j.fr
— **Mail :** contact@ac3j.fr
— **Dernière modification :** 5 novembre 2026 à 6:52

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.2141
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Resolute Raccoon (Le Raton Laveur résolu) 26.04 avec la distribution TeX Live 2025.20260124 et LuaTex 1.22.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !

Licence CC BY-NC-SA 4.0

Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
Adapter — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
Partage dans les Mêmes Conditions — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr

Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, **Cours.pdf**, a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 5 novembre 2026 à 6:52.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : https://pi.ac3j.fr/mathematiques-college