Arithmétique

Division euclidienne — Diviseurs — Multiples — Nombres premiers

Définition : la division euclidienne

a et b deux nombres entiers naturels, b différent de zéro.
Il existe un unique couple de nombre entiers, q et r, vérifiant :

$$a = b \times q + r \text{ où } 0 \leqslant r < b$$

On dit que l'on a effectué **la division euclidienne** de a par b.

a est le **dividende** , b est le **diviseur** , q est le **quotient** et r est le **reste** .

Exemples :

2024	7
14	289
62	
56	
64	
63	
1	

$2024 = 7 \times 289 + 1$

2024	11
11	184
92	
88	
44	
44	
0	

$2024 = 11 \times 184$

12040	3
12	4013
00	
0	
04	
3	
10	
9	
1	

$12040 = 3 \times 4013 + 1$

Vocabulaire

Quand le reste de la division de a par b vaut zéro, on a $a = b \times q$.

On dit que a est **divisible** par b, que b est un **diviseur** de a et que a est un **multiple** de b.

Remarque importante :
Tous les nombres entiers naturels sont divisibles par 1.
Tous les nombres entiers naturels sont divisibles par eux-mêmes.

Exemples :
Comme $2024 = 11 \times 184$,

- 2024 est **divisible** par 11 ;
- 2024 est **divisible** par 184 ;
- 2024 est un **multiple** de 11 ;
- 2024 est un **multiple** de 184 ;
- 11 est un **diviseur** de 2024 ;
- 184 est un **diviseur** de 2024.

Les critères de divisibilité

Un nombre est **divisible par 2** si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.
Un nombre est **divisible par 3** si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.
Un nombre est **divisible par 5** si son chiffre des unités est 0 ou 5.
Un nombre est **divisible par 9** si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

Méthode : déterminer les diviseurs d'un nombre entier :
Déterminons la liste des diviseurs du nombre 96.

Tous les nombres entiers sont divisibles par 1 et eux-même. On écrit 1 en début de ligne et 96 à la fin. On teste ensuite la divisibilité des nombres entiers un par un. 96 et divisible par 2 car $96 = 2 \times 48$. On écrit 2 après 1 et 48 avant 96. On continue ainsi. Au milieu de la ligne, les nombres entiers « vont se rejoindre », ce qui garantit de n'en avoir oublier aucun.
Les diviseurs de 96 : 1 – 2 – 3 – 4 – 6 – 8 – 12 – 16 – 24 – 32 – 48 – 96

Méthode : déterminer les multiples d'un nombre entier :
Déterminons la liste des multiples de 23 entre 2025 et 2134.

On divise 2025 par 23, $2025 = 23 \times 88 + 1$, le premier multiple est donc $23 \times 89 = 2047$, le suivant 23×90...
Les multiples de 23 compris entre 2025 et 2134 sont : 2047 — 2070 — 2093 — 2116

Définition : les nombres premiers

Un nombre entier naturel est **premier** s'il possède **exactement deux diviseurs** , un et lui-même.

Remarque importante :
1 n'est pas un nombre premier, il n'a qu'un seul diviseur, lui-même !

Liste des nombres premiers inférieurs à 30 :
2 – 3 – 5 – 7 – 11 – 13 – 17 – 19 – 23 – 29

Méthode : décomposer un nombre en produit de facteurs premiers :
Décomposer 96 et 630 en produit de facteurs premiers.
On trace deux colonnes, une pour le nombre, une pour les diviseurs premiers. On teste ensuite les diviseurs premiers dans l'ordre. En pratique on divise le nombre par 2, on note à gauche le quotient, on recommence en divisant par 2 tant que c'est possible. Puis on passe au nombre premier 3, puis 5, 7... Quand le quotient vaut 1, on a obtenu la décomposition.

96	2
48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

$96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

630	2
315	3
105	3
35	5
7	7
1	

$630 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$

Informations légales

— **Auteur :** Fabrice ARNAUD
— **Web :** pi.ac3j.fr
— **Mail :** contact@ac3j.fr

— **Dernière modification :** 5 novembre 2026 à 6:25

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.2141
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Resolute Raccoon (Le Raton Laveur résolu) 26.04 avec la distribution TeX Live 2025.20260124 et LuaTex 1.22.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !

Licence CC BY-NC-SA 4.0

Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
Adapter — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
Partage dans les Mêmes Conditions — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr

Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, **Cours.pdf**, a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 5 novembre 2026 à 6:25.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : https://pi.ac3j.fr/mathematiques-college