Exercices

Arithmétique

Cinquième

Exercice n° 1 : Une division pour plusieurs problèmes

1. Poser la division euclidienne de 569 par 26 et écrire l'égalité correspondante.

2. Sylwia a 569 timbres de collections. Elle les range dans des pochettes qui peuvent en contenir 26.
Combien de pochettes va-t-elle utiliser pour ranger tous les timbres de sa collection ?

3. Bogdan est professeur de mathématiques. Il doit acheter des livres scolaires à 26 €. Le collège a mis à sa disposition un budget de 569 €.
Combien peut-il acheter de livres ?

4. Dans une salle de spectacle, chaque rangée comprend 26 sièges. 569 personnes sont installés dans la salle, l'une à côté de l'autre.
Combien reste-t-il de places sur la dernière rangée ?

5. Irenka a 569 pièces de collection. Elle les range dans des pochettes qui peuvent en contenir 21.
Combien de pochettes va-t-elle utiliser pour ranger toutes les pièces de sa collection ?

6. Jacek le pirate a trouvé 569 pièces d'or. Il souhaite les partager entre ses 20 matelots et lui-même.
Combien chacun aura-t-il de pièces et combien en restera-t'il après le partage ?

Exercice n° 2 : Un partage équitable

La légende raconte que le grand général chinois Han Xin, vers 200 avant notre ère, comptait ses soldats de la manière suivante :
- En rangeant les soldats par 3, il en reste 2 non rangés.
- En les rangeant par 5, il en reste 4.
- En les rangeant par 7, il en reste 5.

On se demande combien de soldats au minimum ce général avait devant lui quand il a effectué ces comptes.

Sans utiliser la calculatrice et en justifiant votre raisonnement, répondre aux questions suivantes :

1. Y avait-il 284 soldats devant lui ?
2. Y avait-il 362 soldats devant lui ?
3. Y avait-il 341 soldats devant lui ?
4. Montrer qu'il y avait 299 soldats devant lui.

Exercice n° 3 : Les bus se rencontrent toujours deux fois

Catriona, Malvina et Sorcha sont trois amies chauffeurs de bus. Elles partent toutes les trois de l'arrêt des Fontaines Étroites à 7h00 le matin.
Catriona conduit le bus de la ligne 132, elle repasse par son point de départ toutes les 28 minutes.
Malvina conduit le bus de la ligne 167, elle repasse par son point de départ toutes les 35 minutes.
Sorcha conduit le bus de la ligne 287, elle repasse par son point de départ toutes les 30 minutes.

1. Expliquer pourquoi Catriona et Malvina vont se retrouver à l'arrêt des Fontaines Étroites au bout de 140 minutes.
2. Expliquer pourquoi Malvina et Sorcha vont se retrouver au point de départ à 10h30.
3. Vont-elles se retrouver toutes les trois au point de départ à la même heure avant la fin de leurs services à 15h00 ?

Exercice n° 4 : Un apprentissage chez le chocolatier

Fraser fait son apprentissage chez un grand chocolatier à Grenade. Ce matin son patron lui demande de constituer des sachets de chocolats mélangés, des oeufs au chocolat blanc, des cloches au chocolat au lait et des lapins au chocolat noir. La consigne est très précise, il doit constituer **un maximum de sachets sans qu'il ne reste un seul chocolat à la fin.**

La production en chocolat de la semaine est constituée de 576 œufs, 792 cloches et 984 lapins.

1. Fraser décide qu'il va placer 20 œufs par sachets, 30 cloches et 40 lapins.
Combien de sachets va-t-il constituer en s'y prenant de cette manière ? Aura-t-il respecté la consigne donnée par son patron ?

2. Il se demande aussi s'il ne devrait pas faire 36 sachets.
Combien d'œufs, de cloches et de lapins doit-il placer dans chaque sachet ? Aura-t-il respecté la consigne donnée par son patron ?

3. En vous aidant de votre calculatrice, faire la liste des :
- 21 diviseurs de 576
- 24 diviseurs de 792
- 16 diviseurs de 984

4. En observant la liste des diviseurs précédente, indiquer combien de sachets devrait faire Fraser et combien d'œufs, de cloches et de lapins devrait contenir chaque sachet.

Exercices — Correction

Exercice n° 1

Correction

La légende raconte que le grand général chinois Han Xin, vers 200 avant note ère, comptait ses soldats de la manière suivante :

— En rangeant les soldats par 3, il en reste 2 non rangés ;

— En les rangeant par 5, il en reste 4 ;

— En les rangeant par 7, il en reste 5.

On se demande combien de soldats au minimum ce général avait devant lui quand il a effectué ces comptes.

Sans utiliser la calculatrice et en justifiant votre raisonnement, répondre aux questions suivantes :

1. Y avait-il 284 soldats devant lui ?

$$\begin{array}{r|l} 284 & 3 \\ \hline -27 & 94 \\ \quad 14 & \\ -12 & \\ \hline \quad 2 & \end{array}$$

$284 = 3 \times 94 + 2$

$$\begin{array}{r|l} 284 & 5 \\ \hline -25 & 56 \\ \quad 34 & \\ -30 & \\ \hline \quad 4 & \end{array}$$

$284 = 5 \times 56 + 4$

$$\begin{array}{r|l} 284 & 7 \\ \hline -28 & 40 \\ \quad 04 & \\ -0 & \\ \hline \quad 4 & \end{array}$$

$284 = 7 \times 40 + 4$

Il n'y a donc pas 284 soldats devant lui !

2. Y avait-il 362 soldats devant lui ?

$$\begin{array}{r|l} 362 & 3 \\ \hline -3 & 120 \\ \quad 06 & \\ -6 & \\ \hline \quad 02 & \\ -0 & \\ \hline \quad 2 & \end{array}$$

$362 = 3 \times 120 + 2$

$$\begin{array}{r|l} 362 & 5 \\ \hline -35 & 72 \\ \quad 12 & \\ -10 & \\ \hline \quad 2 & \end{array}$$

$362 = 5 \times 72 + 2$

$$\begin{array}{r|l} 362 & 7 \\ \hline -35 & 51 \\ \quad 12 & \\ -7 & \\ \hline \quad 5 & \end{array}$$

$362 = 7 \times 51 + 5$

Il n'y a donc pas 362 soldats devant lui !

3. Y avait-il 341 soldats devant lui ?

$$\begin{array}{r|l} 341 & 3 \\ \hline -3 & 113 \\ \quad 04 & \\ -3 & \\ \hline \quad 11 & \\ -9 & \\ \hline \quad 2 & \end{array}$$

$341 = 3 \times 113 + 2$

$$\begin{array}{r|l} 341 & 5 \\ \hline -30 & 68 \\ \quad 41 & \\ -40 & \\ \hline \quad 1 & \end{array}$$

$341 = 5 \times 68 + 1$

$$\begin{array}{r|l} 341 & 7 \\ \hline -28 & 48 \\ \quad 61 & \\ -56 & \\ \hline \quad 5 & \end{array}$$

$341 = 7 \times 48 + 5$

Il n'y a donc pas 341 soldats devant lui !

4. Montrer qu'il y avait 299 soldats devant lui.

$$\begin{array}{r|l} 299 & 3 \\ \hline -27 & 99 \\ \quad 29 & \\ -27 & \\ \hline \quad 2 & \end{array}$$

$299 = 3 \times 87$

$$\begin{array}{r|l} 299 & 5 \\ \hline -25 & 59 \\ \quad 49 & \\ -45 & \\ \hline \quad 4 & \end{array}$$

$299 = 5 \times 52 + 1$

$$\begin{array}{r|l} 299 & 7 \\ \hline -28 & 42 \\ \quad 19 & \\ -14 & \\ \hline \quad 5 & \end{array}$$

$299 = 7 \times 37 + 2$

Il n'y a donc bien 299 soldats devant lui au minimum.

$3 \times 5 \times 7 = 105$.

Or

−	299	105
	210	2
	89	

Donc $299 = 2 \times 105 + 89$

89 *est la plus petite solution de ce problème.*

−	89	3
	6	29
−	29	
	27	
	2	

$89 = 3 \times 29 + 2$

−	89	5
	5	17
−	39	
	35	
	4	

$89 = 5 \times 17 + 4$

−	89	7
	7	12
−	19	
	14	
	5	

$89 = 7 \times 32 + 5$

Les autres solutions sont les nombres dont la division entière par 105 ont pour reste 89.
C'est le théorème des restes chinois qui permet d'obtenir ces solutions.

Exercice n° 2

Correction

1. Expliquer pourquoi Catriona et Malvina vont se retrouver à l'arrêt des Fontaines Étroites au bout de 140 minutes.

Il faut observer une partie de la liste des multiples de 28 et 35 :

— 28 : 28 — 56 — 84 — 112 — 140 — 168

— 35 : 35 — 70 — 105 — 140 — 175

Catriona et Malvina vont bien se retrouver dans 140 minutes.

2. Expliquer pourquoi Malvina et Sorcha vont se retrouver au point de départ à 10h30.

Il faut observer une partie de la liste des multiples de 35 et 30 :

— 35 : 35 — 70 — 105 — 140 — 175 — 210 — 245

— 30 : 30 — 60 — 90 — 120 — 150 — 180 — 210 — 240

Malvina et Sorcha vont se retrouver dans 210 min. Or $210 = 3 \times 60 + 30$. Elles se retrouveront dans 3 h 30 min à 10 h 30 min.

3. Vont-elles se retrouver toutes les trois au point de départ à la même heure avant la fin de leurs services à 15h00.

Il faut maintenant observer les multiples communs des trois nombres.

— 28 : 28 — 56 — 84 — 112 — 140 — 168 — 196 — 224 — 252 — 280 — 308 — 336 — 364 — 392 — 420 — 448

— 35 : 35 — 70 — 105 — 140 — 175 — 210 — 245 — 280 — 315 — 350 — 385 — 420 — 455

— 30 : 30 — 60 — 90 — 120 — 150 — 180 — 210 — 240 — 270 — 300 — 330 — 360 — 390 — 420 — 450

Elles vont se retrouver dans 420 min. Comme $420 = 7 \times 60$, elles se retrouveront dans 7 h, à 14 h.

Exercice n° 3

Correction

1. Fraser décide qu'il va placer 20 oeufs par sachets, 30 cloches et 40 lapins.

−	576	20
	40	28
−	176	
	160	
	16	

$576 = 20 \times 28 + 16$

−	792	30
	60	26
−	192	
	180	
	12	

$792 = 30 \times 26 + 12$

−	984	40
	80	24
−	184	
	160	
	24	

$984 = 40 \times 24 + 24$

On constate qu'il ne pourra réaliser que 24 sachets, le quotient le plus petit.

En plus, il restera des chocolats sans sachet. La consigne n'est pas réalisée.

2. Il se demande aussi s'il ne devrait pas faire 36 sachets.

$$\begin{array}{r|l} 576 & 36 \\ \hline 36 & 16 \\ \hline 216 & \\ 216 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$576 = 36 \times 16$

$$\begin{array}{r|l} 792 & 36 \\ \hline 72 & 22 \\ \hline 72 & \\ 72 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$792 = 36 \times 22$

$$\begin{array}{r|l} 984 & 36 \\ \hline 72 & 27 \\ \hline 264 & \\ 252 & \\ \hline 12 & \end{array}$$

$984 = 36 \times 27 + 12$

Il pourrait placer 16 œufs, 22 cloches et 27 lapins, mais il resterait des lapins, la consigne n'est pas suivie !

3. En vous aidant de votre calculatrice, faire la liste des :

— 21 diviseurs de 576 : 1; 2; 3; 4; 6; 8; 9; 12; 16; 18; 24; 32; 36; 48; 64; 72; 96; 144; 192; 288; 576

— 24 diviseurs de 792 : 1; 2; 3; 4; 6; 8; 9; 11; 12; 18; 22; 24; 33; 36; 44; 66; 72; 88; 99; 132; 198; 264; 396; 792

— 16 diviseurs de 984 : 1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24; 41; 82; 123; 164; 246; 328; 492; 984

4. En observant la liste des diviseurs précédente, indiquer combien de sachets devrait faire Fraser et combien d'œufs, de cloches et de lapins devrait contenir chaque sachet.

On constate que 24 est le plus grand diviseur commun.

$$\begin{array}{r|l} 576 & 24 \\ \hline 48 & 24 \\ \hline 96 & \\ 96 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$576 = 24 \times 24$

$$\begin{array}{r|l} 792 & 24 \\ \hline 72 & 33 \\ \hline 72 & \\ 72 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$792 = 24 \times 33$

$$\begin{array}{r|l} 984 & 24 \\ \hline 96 & 41 \\ \hline 24 & \\ 24 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$984 = 24 \times 41$

Fraser pourra faire 24 sachets contenant 24 œufs, 33 cloches et 41 lapins.

La leçon — Version prof

Les textes écrit en violet sont destinés à l'enseignant, ils ne font pas partie de ce qu'on appelle la trace écrite.
Les démonstrations sont aussi en violet, elles sont le plus souvent présentée à l'oral.

I — Division euclidienne, diviseurs et multiples

II — Nombres premiers et décomposition

III — Critères de divisibilité

Informations légales

— **Auteur :** Fabrice ARNAUD
— **Web :** pi.ac3j.fr
— **Mail :** contact@ac3j.fr
— **Dernière modification :** 12 novembre 2026 à 20:43

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.2141
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Resolute Raccoon (Le Raton Laveur résolu) 26.04 avec la distribution TeX Live 2025.20260124 et LuaTex 1.22.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !

Licence CC BY-NC-SA 4.0

Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
Adapter — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
Partage dans les Mêmes Conditions — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr

Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, **Cours.pdf**, a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 12 novembre 2026 à 20:43.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : **https://pi.ac3j.fr/mathematiques-college**