Arithmétique

La division euclidienne

Si a et b sont deux nombres entiers naturels avec $b \neq 0$,
Alors il existe un unique couple de nombres entiers naturels q et r tels que

$$a = b \times q + r \qquad \text{et} \quad 0 \leqslant r < b$$

a est le **dividende** , b le **diviseur** , q le **quotient** et r le **reste** de la **division euclidienne** .

Exemples :

2021	15
52	134
71	
11	

$2021 = 15 \times 134 + 11$

2022	56
342	36
6	

$2022 = 56 \times 36 + 6$

2021	43
301	47
0	

$2021 = 43 \times 47$

2022	6
22	337
42	
0	

$2022 = 6 \times 337$

Remarques :

Un nombre entier est toujours divisible par 1 et par lui-même.

2 est le seul nombre premier pair. Tous les nombres impairs ne sont pas premiers, $9 = 3 \times 3$.

Vocabulaire

Si le reste de la **division euclidienne** est nul, comme quand on divise 2021 par 43, on dit que 2021 est un **multiple** de 43 ou que 2021 est **divisible** par 43 ou encore que 43 est un **diviseur** de 2021.

Exemples :

Un **nombre entier pair** est un nombre dont le reste dans la division euclidienne par 2 vaut zéro.
Ainsi tout nombre pair peut s'écrire sous la forme $2 \times n$ où n est un entier naturel.

Un **nombre entier impair** est un nombre dont le reste dans la division euclidienne par 2 vaut un.
Ainsi tout nombre impair peut s'écrire sous la forme $2 \times n + 1$ où n est un entier naturel.

Critères de divisibilité

— Un entier est divisible par **2** si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.
— Un entier est divisible par **3** si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.
— Un entier est divisible par **4** si le nombre formé par le chiffre de ses dizaines et celui de ses unités est un multiple de 4.
— Un entier est divisible par **5** si son chiffre des unités est 0 ou 5.
— Un entier est divisible par **9** si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.
— Un entier est divisible par **10** si son chiffre des unités est 0.

Nombres premiers

Un nombre entier est **premier** s'il possède exactement deux diviseurs.
Un nombre entier est **premier** s'il n'est divisible que par 1 et lui-même.

Remarque :

1 n'est pas premier, car il n'a qu'un seul diviseur, lui-même !

Exemple : voici la liste des nombres premiers inférieurs à 100.

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ; 61 ; 67 ; 71 ; 73 ; 79 ; 83 ; 89 ; 91 ; 97

Décomposition en produit de facteurs premiers

Tout nombre entier peut s'écrire de manière unique (à l'ordre près) sous la forme d'un produit de nombres premiers.

Exemples :

$2021 = 43 \times 47$; $2022 = 2 \times 3 \times 337$; $360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

Fraction irréductible

Une **fraction est irréductible** si elle n'est pas simplifiable. Cela signifie que 1 est le seul diviseur commun à son numérateur et son dénominateur.

Applications :

360	2
180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

$360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

540	2
270	2
135	3
45	3
15	3
5	5
1	

$540 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3^3 \times 5$

Ainsi $2 \times 2 = 4$ est un diviseur de 360 ; $3 \times 3 \times 5 = 45$ est un diviseur de 540 ...

$\frac{360}{540} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5} = \frac{2}{3}$. On a simplifié par $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 180$.

180 est le plus grand diviseur commun à 360 et 540. On a $360 = 2 \times 180$ et $540 = 3 \times 180$.

Si nous avons à notre disposition 360 fleurs reds et 540 fleurs jaunes, nous pouvons au maximum réaliser 180 bouquets tous identiques composés chacun de 2 fleurs reds et 3 fleurs jaunes.

Informations légales

— **Auteur :** Fabrice ARNAUD
— **Web :** pi.ac3j.fr
— **Mail :** contact@ac3j.fr
— **Dernière modification :** 5 novembre 2026 à 6:52

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.2141
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Resolute Raccoon (Le Raton Laveur résolu) 26.04 avec la distribution TeX Live 2025.20260124 et LuaTex 1.22.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !

Licence CC BY-NC-SA 4.0

Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
Adapter — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
Partage dans les Mêmes Conditions — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr

Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, **Cours.pdf**, a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 5 novembre 2026 à 6:52.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : https://pi.ac3j.fr/mathematiques-college