Préparation de l'évaluation

Troisième

Exercice n° 1 : Diviseurs et plus grand diviseur commun

Un pâtissier vient de réaliser 315 macarons Yuzu framboise et 441 macarons chocolat noir piment d'Espelette.
Il souhaite répartir la totalité des macarons dans des coffrets tous identiques. Il faut utiliser tous les macarons et faire un maximum de boites ayant exactement la même répartition.

1.a. En faisant 21 coffrets, obtient-il ce qu'il souhaite ?
1.b. En préparant des coffrets contenant 7 macarons Yuzu et 9 macarons chocolat, atteint-il son objectif ?

2. Décomposer 315 et 441 et produit de facteurs premiers.

3. Faire la liste de tous les diviseurs de 315 et 441.

4. Combien de coffrets peut-il faire au maximum et quelle répartition de macarons doit-il choisir ?

Exercice n° 2 : Multiples et plus petit multiple commun

Sur l'avenue Bourbaki, où je passe tous les soirs pour rentrer chez moi, il y a une longue ligne droite avec trois feux de circulation espacés de 450 m. Le premier feu a un cycle complet de 42 s, toutes les 42 s il passe au vert. Le deuxième a un cycle de 63 s et le troisième de 105 s. Ce soir, il est 21h30, et je constate que les trois feux viennent de passer exactement au vert en même temps. Je me demande quand ce phénomène étrange va se reproduire.

1. Décomposer 42, 63 et 105 en produit de facteurs premiers.

2.a. Écrire les listes de multiples de 42 et 63 jusqu'à trouver un multiple commun.
2.b. Au bout de combien de temps les deux premiers feux passent au vert en même temps ?

3. Déterminer de la même manière le plus petit multiple commun des nombres 42, 63 et 105. Répondre à la problématique présentée en introduction.

4. Décomposer en produit de facteurs premiers le nombre obtenu à la question **3.**. Quelle remarque peut-on faire ?

Exercice n° 3 : Nombres premiers, multiples et diviseurs

1. Faire la liste des nombres premiers inférieurs à 50.

2. Combien y a-t-il de nombres premiers entre 2020 et 2030 ?

3. Faire la liste des diviseurs de 96.

4. Déterminer la liste des multiples de 13 compris entre 2001 et 2041.

Exercice n° 4 : Une somme trop complexe

Effectuer la somme de fractions suivante.
Commencer par décomposer les nombres en produits de facteurs premiers puis simplifier chaque fraction.

$$\frac{1764}{3276}+\frac{2079}{2457}+\frac{6468}{12012}$$

Exercice n° 5 : Calculer avec des fractions

Calculer en détaillant le raisonnement puis simplifier les expressions suivantes :

$A=\frac{7}{5}-\frac{7}{5}\times\frac{3}{4}$

$B=\frac{12}{25}\times\frac{10}{3}-\frac{21}{40}\times\frac{15}{7}$

$C=\left(3-\frac{2}{5}\right)\left(5-\frac{7}{5}\right)$

$D=\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{4}\right)\div\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{5}\right)$

Préparation de l'évaluation—Correction

Exercice n° 1 : Diviseurs et plus grand diviseur commun — Correction

1.a. En effectuant les divisions euclidiennes on obtient $315 = 21 \times 15$ et $441 = 21 \times 21$.

Il peut faire 21 coffrets contenant chacun 15 macarons à la framboise et 21 macarons au chocolat.

1.b. En effectuant les divisions euclidiennes on obtient $315 = 7 \times 45$ et $441 = 9 \times 49$.
Il est donc possible de faire 45 boites contenant 7 macarons à la framboise et 49 boites contenant 9 macarons au chocolat.
45 boites seront complètes mais 4 ne contiendront que des macarons au chocolat.

Cette répartition ne lui permet pas de remplir son objectif, il restera des macarons.

2.

315	3
105	3
35	5
7	7
1	

441	3
147	3
49	7
7	7
1	

$315 = 3 \times 3 \times 5 \times 7$ donc $315 = 3^2 \times 5 \times 7$

$441 = 3 \times 3 \times 7 \times 7$ donc $441 = 3^2 \times 7^2$

3. Voici la liste des diviseurs de 315 et 441. Pour l'obtenir on observe les décompositions en produit de facteurs premiers et on écrit tous les produits possibles :

315 : 1; 3; 5; 7; 9; 15; 21; 35; 45; **63**; 105; 315

441 : 1; 3; 7; 9; 21; 49; **63**; 147; 441

4. On constate que le plus grand diviseur commun à 315 et 441 est 63. Ainsi $315 = 63 \times 5$ et $441 = 63 \times 7$.

Au maximum, il est possible de constituer 63 boites contenant chacune 5 macarons à la framboise et 7 macarons au chocolat.

Exercice n° 2 : Multiples et plus petit multiple commun — Correction

1.

42	2
21	3
7	7
1	

63	3
21	3
7	7
1	

105	3
35	5
7	7
1	

$42 = 2 \times 3 \times 7$

$63 = 3 \times 3 \times 7$

$105 = 3 \times 5 \times 7$

2.a. Multiples de 42 : 0; 42; 84; **126**; 168
Multiples de 63 : 0; 63; **126**

2.b. Les deux feux passent au vert en même temps après 126 s soit 2 min 6 s.

3.
Multiples de 42 : 0; 42; 84; 126; 168; 210; 252; 294; 336; 378; 420; 462; 504; 546; 588; **630**
Multiples de 63 : 0; 63; 126; 189; 252; 315; 378; 441; 504; 567; **630**
Multiples de 105 : 0; 105; 210; 315; 420; 525; **630**

4.

630	2
315	3
105	3
35	5
7	7
1	

$630 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$

Il faut observer attentivement les décompositions en produit de facteurs premiers des nombres 42, 63 et 105.
$42 = 2 \times 3 \times 7$, $63 = 3 \times 3 \times 7$ et $105 = 3 \times 5 \times 7$.
Le plus petit multiple commun de 42, 63 et 105 doit contenir les mêmes facteurs premiers que chacun de ces nombres.
Il doit contenir un 2, un 3 et un 7 comme 42, deux 3 et un 7 comme 63 et un 3, un 5 et un 7 comme 105.
Il doit donc contenir un 2, deux 3, un 5 et un 7 soit le nombre $2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 = 630$.

Exercice n° 3 : Nombres premiers, multiples et diviseurs — Correction

1. 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31; 37; 41; 43; 47

2. Les nombres premiers n'ont pas pour chiffre des unités 0; 2; 4; 6; 8 sinon il serait pair. Il ne termine pas non plus par 5, sinon il serait divisible par 5.
Reste donc à tester 2021; 2023; 2027 et 2029.
Le plus simple est de demander une décomposition en facteurs premiers à la calculatrice pour chacun d'entre eux.
$2021 = 43 \times 47$
$2023 = 17 \times 119$
En revanche 2027 et 2029 ne sont pas décomposables.

2. Combien y a-t-il de nombres premiers entre 2020 et 2030 ?

3. Les diviseurs de 96 : 1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 16; 24; 32; 48; 96

4. Quand on effectue le division euclidienne de 2001 par 13 on arrive à $2001 = 153 \times 13 + 12$ donc $2002 = 13 \times 154$ est un multiple de 13.
Par conséquent voici les autres : 2002; 2015; 2028; 2041

Les multiples de 13 compris entre 2001 et 2041 sont : 2002; 2015; 2028 et 2041.

Exercice n° 4 : Une somme trop complexe — Correction

1764	2	3276	2	2079	3	2457	3	6468	2	12012	2
882	2	1638	2	693	3	819	3	3234	2	6006	2
441	3	819	3	231	3	273	3	1617	3	3003	3
147	3	273	3	77	7	91	7	539	7	1001	7
49	7	91	7	11	11	13	13	77	7	143	11
7	7	13	13	1		1		11	11	13	13
1		1						1		1	

$1764 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7$ et $3276 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 13$

$2079 = 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 11$ et $2457 = 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 13$

$6468 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 7 \times 11$ et $12012 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 11 \times 13$

Ainsi :

$$A = \frac{1764}{3276} + \frac{2079}{2457} + \frac{6468}{12012}$$

$$A = (\frac{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 13} + \frac{3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 11}{3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 13} + \frac{2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 7 \times 11}{2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 11 \times 13}$$

$$A = \frac{7}{13} + \frac{11}{13} + \frac{7}{13}$$

$$\boxed{A = \frac{25}{13}}$$

Exercice n° 5 : Calculer avec des fractions

Correction

Calculer en détaillant le raisonnement puis simplifier les expressions suivantes :

$$A = \frac{7}{5} - \frac{7}{5} \times \frac{3}{4}$$

$$A = \frac{7}{5} - \frac{21}{20}$$

$$A = \frac{7 \times 4}{5 \times 4} - \frac{21}{20}$$

$$A = \frac{28}{20} - \frac{21}{20}$$

$$\boxed{A = \frac{7}{20}}$$

$$B = \frac{12}{25} \times \frac{10}{3} - \frac{21}{40} \times \frac{15}{7}$$

$$B = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 5}{5 \times 5 \times 3} - \frac{3 \times 7 \times 3 \times 5}{2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 7}$$

$$B = \frac{8}{5} - \frac{9}{8}$$

$$\boxed{B = -\frac{1}{8}}$$

$$C = \left(3 - \frac{2}{5}\right)\left(5 - \frac{7}{5}\right)$$

$$C = \left(\frac{3}{1} - \frac{2}{5}\right)\left(\frac{5}{1} - \frac{7}{5}\right)$$

$$C = \left(\frac{3 \times 5}{1 \times 5} - \frac{2}{5}\right)\left(\frac{5 \times 5}{1 \times 5} - \frac{7}{5}\right)$$

$$C = \left(\frac{15}{5} - \frac{2}{5}\right)\left(\frac{25}{5} - \frac{7}{5}\right)$$

$$C = \frac{13}{5} \times \frac{18}{5}$$

$$\boxed{C = \frac{234}{25}}$$

$$D = \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4}\right) \div \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{5}\right)$$

$$D = \left(\frac{3 \times ă4}{5 \times 4} - \frac{1 \times ă5}{4 \times 5}\right) \div \left(\frac{3 \times 5}{4 \times 5} - \frac{1 \times 4}{5 \times 5}\right)$$

$$D = \left(\frac{12}{20} - \frac{5}{20}\right) \div \left(\frac{15}{20} - \frac{4}{20}\right)$$

$$D = \frac{7}{20} \div \frac{11}{20}$$

$$D = \frac{7}{20} \times \frac{20}{11}$$

$$\boxed{D = \frac{7}{11}}$$

Informations légales

— **Auteur :** Fabrice ARNAUD
— **Web :** pi.ac3j.fr
— **Mail :** contact@ac3j.fr
— **Dernière modification :** 12 novembre 2026 à 20:43

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.2141
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Resolute Raccoon (Le Raton Laveur résolu) 26.04 avec la distribution TeX Live 2025.20260124 et LuaTex 1.22.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !

Licence CC BY-NC-SA 4.0

Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
Adapter — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
Partage dans les Mêmes Conditions — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr

Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, **Cours.pdf**, a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 12 novembre 2026 à 20:43.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : **https://pi.ac3j.fr/mathematiques-college**