Chapitre I

Calcul numérique et nombres décimaux

Sommaire

Activité — Cryptographie : Chiffre monoalphabétiques 8
Activité — Tâche complexe : La pharmacie 12
Activité — Tâche complexe : Une visite chez Pierre de Fermat 14
Activité — Culture : Induction ou déduction ? Le cercle de Moser 17
Fiche d'exercices : — Priorités opératoires et calcul numériques 20
Évaluation — Calcul numérique et priorités opératoires 23
Évaluation — Calcul numérique et priorités opératoires 25
La leçon — Version élève 27

Chiffre monoalphabétiques

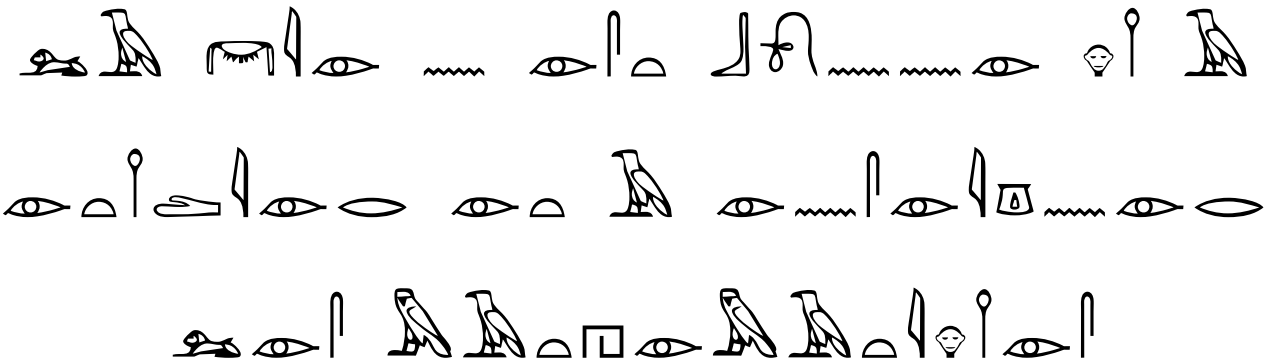
Cinquième

Un chiffre inspiré par les hiéroglyphes

L'écriture hiéroglyphique remonte aux années 3250/3200 avant notre ère. Elle fut employée pendant plus de 3000 ans. En 1821, Jean-François Champollion déchiffre pour la première fois cette écriture sur la pierre de Rosette.
Le cryptogramme ci-dessous est inspiré par les caractères hiéroglyphique, mais il n'a aucun rapport avec l'écriture égyptienne qui était beaucoup plus complexe.

☞ À vous de décrypter cette citation du mathématicien et philosophe français Blaise Pascal (Clermont-Ferrand 1623 — Paris 1662) en utilisant les indices suivants :

— dans ce code un symbole représente une lettre unique de l'alphabet ;
— le dernier mot de ce cryptogramme est « MATHEMATIQUES ».



Décryptage :

☞ Classer les lettres de ce message dans l'ordre décroissant du nombre d'apparition :

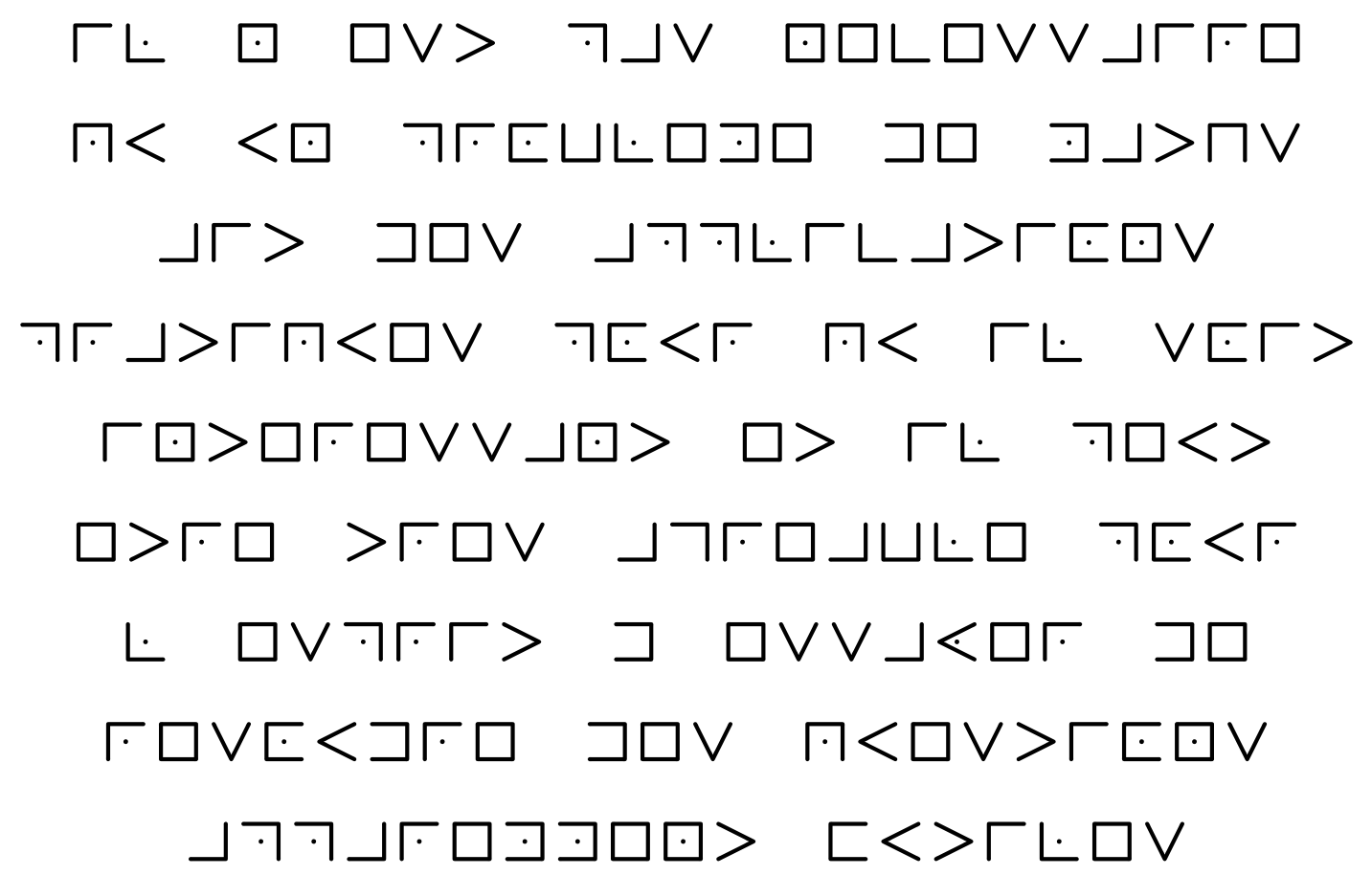
Voici les lettres de l'alphabet français les plus fréquentes dans un texte quelconque :

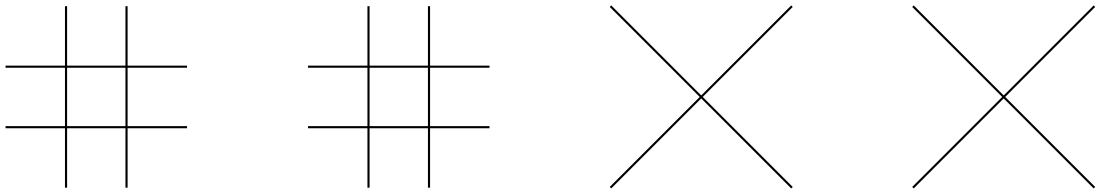
E	A	I	S	T	N	R	U	L	O	D	M	P	C	V	Q	G
16%	9%	8%	8%	7%	7%	6%	6%	5%	4%	3%	3%	3%	3%	2%	1%	1%

Le philosophe arabe Abū Yūsuf Ya'qūb ibn Isḥāq al-Kindī dit Al-Kindi (Koufa 801 — Bagdad 873) au IX^e siècle fait la plus ancienne description de l'analyse fréquentielle. Il est très probable que cette analyse soit née des travaux effectués pour reconstituer la chronologie des révélations du Coran1. Il expose alors les fondements de cette méthode de cryptanalyse dans son traité intitulé Manuscrit sur le déchiffrement des messages cryptographiques. Il montre qu'un message chiffré conserve la trace du message clair original en gardant les fréquences d'apparitions de certaines lettres.

Le chiffre du parc à cochons

☞ Décryptez la citation suivante du mathématicien norvégien Axel Thue (Tonsberg 1863 — Oslo 1922) :



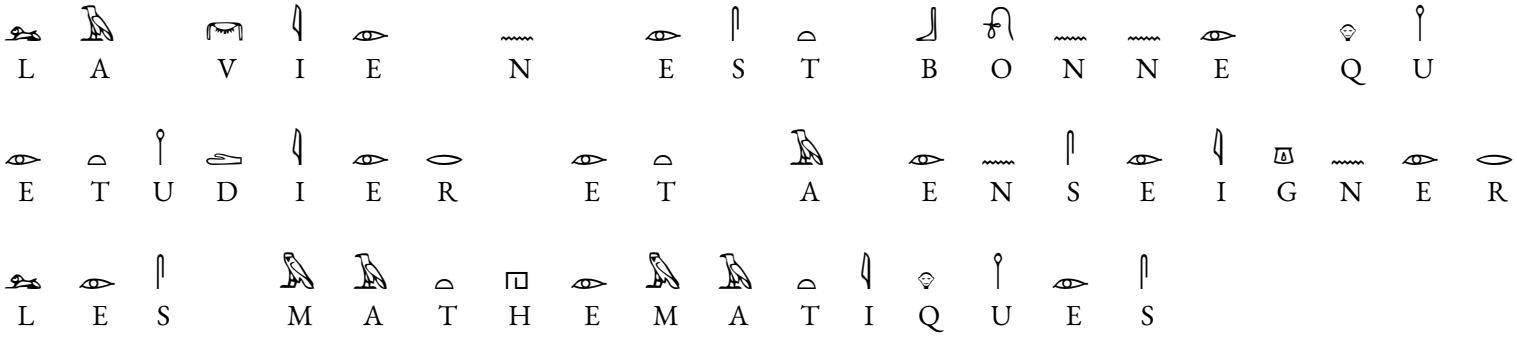


Décryptage :

C'est au XVII^e^ siècle que la rose-croix et la franc-maçonnerie commencent une utilisation systématique de ce chiffre à des fins de confidentialité. Avant la fin du XVIII^e^ siècle, le chiffre commence à sortir des cercles maçonniques et apparaît dans certains manuels de terrain à destination des soldats combattant dans l'armée continentale au cours de la guerre d'indépendance des États-Unis. Il est encore et surtout utilisé à des fins de divertissement.

Chiffre monoalphabétiques — Correction

Un chiffre inspiré par les hiéroglyphes



L	A	V	I	E	N	S	T	B	O	Q	U	D	R	G	M	H

Décryptage :

La vie n’est bonne qu’à étudier et à enseigner les mathématiques — Blaise Pascal

☞ Classer les lettres de ce message dans l’ordre décroissant du nombre d’apparition :

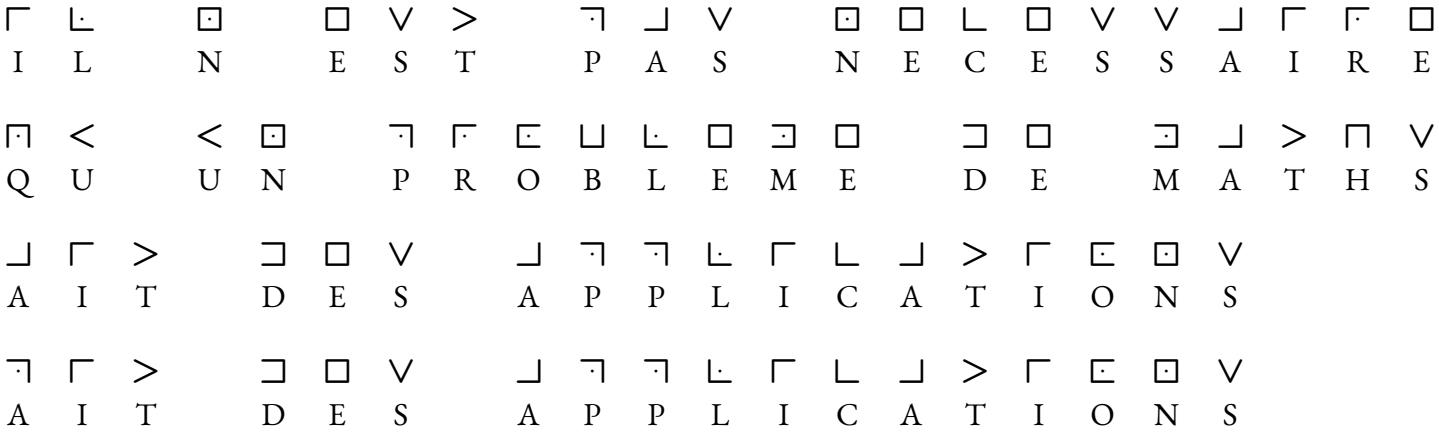
Voici les lettres de l’alphabet français les plus fréquentes dans un texte quelconque :

E	A	I	S	T	N	R	U	L	O	D	M	P	C	V	Q	G
16%	9%	8%	8%	7%	7%	6%	6%	5%	4%	3%	3%	3%	3%	2%	1%	1%

Le philosophe arabe Abū Yūsuf Ya’qūb ibn Isḥāq al-Kindī dit Al-Kindi (Koufa 801 — Bagdad 873) au IX^e siècle fait la plus ancienne description de l’analyse fréquentielle. Il est très probable que cette analyse soit née des travaux effectués pour reconstituer la chronologie des révélations du Coran1. Il expose alors les fondements de cette méthode de cryptanalyse dans son traité intitulé Manuscrit sur le déchiffrement des messages cryptographiques. Il montre qu’un message chiffré conserve la trace du message clair original en gardant les fréquences d’apparitions de certaines lettres.

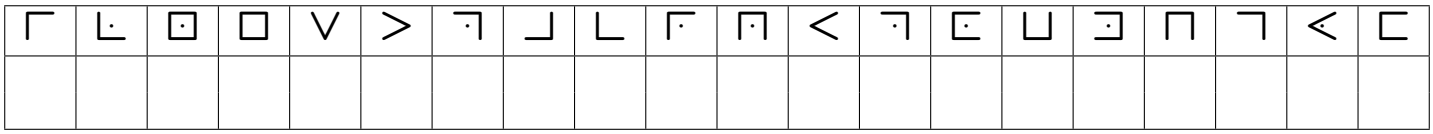
Le chiffre du parc à cochons

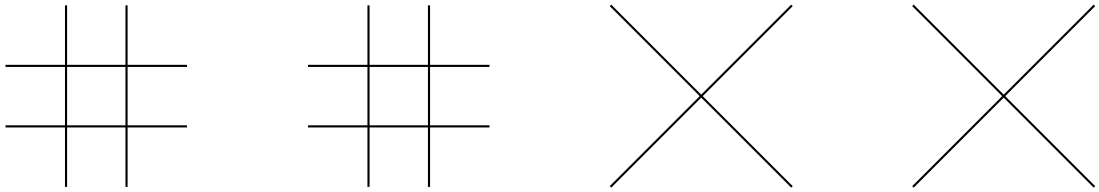
☞ Décryptez la citation suivante du mathématicien norvégien Axel Thue (Tonsberg 1863 — Oslo 1922) :



PRATIQUES POUR QU IL SOIT
INTERESSANT ET IL PEUT
ETRE TRES AGREABLE POUR
L ESPRIT D ESSAYER DE
RESOUDRE DES QUESTIONS

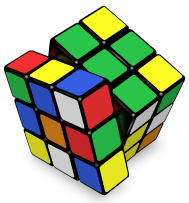
APPAREMMENT FUTILES





Décryptage :

C'est au XVII^e^ siècle que la rose-croix et la franc-maçonnerie commencent une utilisation systématique de ce chiffre à des fins de confidentialité. Avant la fin du XVIII^e^ siècle, le chiffre commence à sortir des cercles maçonniques et apparaît dans certains manuels de terrain à destination des soldats combattant dans l'armée continentale au cours de la guerre d'indépendance des États-Unis. Il est encore et surtout utilisé à des fins de divertissement.



Tâche complexe

La pharmacie
Cinquième

Sophie ne se sent pas très bien depuis plusieurs jours. Elle est allée voir son médecin qui lui a diagnostiqué une pneumopathie infectieuse.

Document n° 1 : médicaments disponibles à la pharmacie

Document n° 2 : ordonnance du médecin

Cabinet médical des Drs GAUSS-FERMAT-GALOIS

Médecine générale
314, boulevard Ada Lovelace
82500 BEAUMONT DE LOMAGNE
03 14 15 92 65

Docteur Évariste GALOIS

Consultation sur rendez-vous
Lundi au vendredi
de 3h14 à 15h09 et 16h26 à 19h39
ADELI 3141592

Sophie GERMAIN — mardi 1er octobre 2024

Née le 01/04/1776

Clamoxyl 1g
3 comprimés par jour pendant 1 mois

Doliprane 1g
1 comprimé par jour pendant 10 jours
Non substituable

Aprovel 150 mg
3 comprimé par jour le soir pendant 3 semaines
AR 5 fois

En cas d'urgence, de nuits, dimanches et jours fériés, appeler le 314.
Membre d'une A.G.A., le règlement par chèque est accepté.

Document n° 3 : définition d'un médicament générique

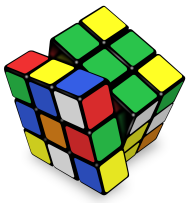
Un médicament générique est un médicament identique ou équivalent à celui d'une marque. Ces médicaments génériques peuvent être produits après expiration du brevet, ou en l'absence de brevet. La posologie, les indications et contre-indications, les effets secondaires et les garanties d'innocuité sont les mêmes. En revanche, un médicament générique est, par principe, à sa sortie, vendu à un prix moindre.

Dans le cas des médicaments nécessitant une ordonnance, le pharmacien a pour obligation de substituer le générique sauf si le médecin s'oppose à la substitution en inscrivant sur l'ordonnance la mention « Non substituable ». Si le patient refuse la substitution d'un générique à un médicament princeps, la dispense d'avance de frais peut lui être refusée. Il sera néanmoins intégralement remboursé par son organisme de sécurité sociale.

Source : Wikipédia

Sophie se rend à la pharmacie avec l'ordonnance ci-contre de son médecin. Les médicaments présentés ci-dessus sont disponibles.

En respectant la loi sur les médicaments génériques et avec l'accord de Sophie, quelles économies la Sécurité Sociale va-t-elle pouvoir faire sur cette ordonnance ?



La pharmacie — Correction

Tâche complexe

Pour répondre à la question posée il faut comparer le prix de cet ordonnance en prenant les médicaments de marque et avec les médicaments génériques.

1. Identification des médicaments

On lit sous la marque Clamoxyl le nom de la molécule active : amoxicilline. L'amoxicilline de Mylan Pharma est donc le médicament générique du Clamoxyl.
Pour la même raison, Irbsértan de Ranbaxy est le médicament générique de l'Aprovel.
Le Doliprane est la marque qui correspond au médicament générique Paracétamol de Mylan Pharma.

2. En consultant le **Document n° 3** et l'ordonnance, on remarque que le Doliprane a été signalé comme « Non substituable ». Cela signifie qu'il est inutile d'en tenir compte dans les calculs.

3. Clamoxyl et Amoxicilline

L'ordonnance indique qu'il faut trois comprimés par jour pendant 1 mois. Nous allons considérer qu'un mois correspond à 30 jours (d'autant que nous sommes en novembre).
Il faut donc $3 \times 30 = 90$ comprimé de Clamoxyl ou d'Amoxicilline.

Une boite de Clamoxyl contient 14 comprimés. Comme $90 = 14 \times 6 + 6$, 6 boites ne suffiront pas. Il en faudra une septième.
Le prix des 7 boites de Clamoxyl $7 \times 5,11 € = 35,77 €$.

Une boite d'Amoxicilline Mylan Pharma contient 6 comprimés. Comme $90 = 6 \times 15$, il faut 15 boites.
Le prix des 15 boites d'Amoxicilline $15 \times 1,76 € = 26,40 €$.

4. Aprovel et Irbésartan

L'ordonnance indique qu'il faut 3 comprimés par jour pendant 3 semaines soit 21 jours. Il faut donc $21 \times 3 = 63$ comprimés.

Une boite d'Aprovel contient 30 comprimés, il en faut donc 3 boites.
Le prix de 3 boites d'Aprovel $3 \times 15,77 €47,31 €$.

Une boite d'Irbésartan contient 90 comprimés. Une boite à $15,08 €$suffit.

Z Les plus experts auront remarqué que le dosage d'Irbésartan n'est pas celui de l'ordonnance, 75 mg. Comme $2 \times 75\,\text{mg} = 150\,\text{mg}$, il faut doubler la quantité d'Irbésartan pour arriver au dosage préconisé par le médecin.
Il faut alors deux boites soit $2 \times 15,08 € = 30,16 €$.

5. Comparaison

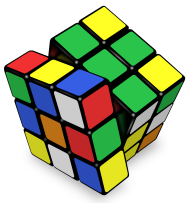
Sur l'Amoxicilline, l'économie réalisable est $35,77 € - 26,40 € = 9,37 €$.

Sur l'Irbésartan, l'économie réalisable est $47,31 € - 15,08 € = 32,23 €$.

Z En tenant compte du dosage, l'économie réalisable passe à $47,31 € - 30,16 € = 17,15 €$.

Au final, en choisissant des médicaments génériques, la Sécurité sociale va économiser $9,37 € + 28,09 € = 37,46 €$.

Z Il faut retirer $15,08 €$ en tenant compte du dosage soit $22,38 €$.



Une visite chez Pierre de Fermat

Cinquième

Tâche complexe

Les professeurs de mathématiques du collège souhaitent organiser une sortie au Musée Fermat de Beaumont de Lomagne le 14 mars 2026 pour les élèves de cinquième.
Ils envisagent de **visiter le musée** et faire participer chacun à **un Escape Game**.
Ils aimeraient aussi pouvoir leur **offrir le repas de midi**. Il y a deux restaurants accessibles pour des élèves, le **Fermat's Chicken** et le **Fermat's Burger**. Si cela devait revenir trop cher, ils demanderont aux parents de préparer un pique-nique.
Pour préparer cette journée exceptionnelle, les enseignants ont récupéré toutes les informations pour préparer le budget qu'ils feront valider au conseil d'administration du collège.

Le transport : aller-retour Castelnau d'Estrétefonds — Beaumont de Lomagne

Horaires

- Nombre d'élèves : 163
- Accompagnateurs : 1 adulte pour 15 élèves
- Distance aller-retour : 67 km
- Durée du trajet aller-retour : 1 h 15 min
- Heure de départ : 9 h 20 min
- Heure de retour : 16 h 50 min

Transport Andrew	Transport Wiles
— **Bus 45 places :** 105 €	— **Bus 35 places :** 85 €
— **Bus 55 places :** 115 €	— **Bus 50 places :** 100 €
— **Bus 65 places :** 135 €	— **Bus 60 places :** 130 €

La restauration :

Fermat's Chicken

- Panini poulet avec frites : 4,30 €
- Eau plate : gratuit
- **Un Menu offert pour trois achetés.**

Fermat's Burger

- Burger accompagné de frites : 4,60 €
- Eau plate : gratuit
- **Deux Menus offerts pour quatre achetés.**

Le musée

Horaires et tarifs généraux

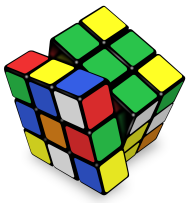
- Heure d'ouverture : 10 h
- Heure de fermeture : 17 h
- Prix individuel moins de 15 ans : 5 euros
- Prix individuel adulte : 8 euros
- Tarif groupe (à partir de 15 personnes) : 3,80 euros par personne
- Tarif scolaire : 2,90 euros par élève et gratuité pour les accompagnateurs

Escape Game

- **Origami (collège)** : 39 euros pour un groupe de 25 élèves
  Durée : 45 minutes
  Horaires : 11 h 35 — 12 h 40 — 14 h 15 — 15 h 35
- **Casse-tête (collège)** : 46 euros pour un groupe de 35 élèves
  Durée : 55 minutes
  Horaires : 10 h 35 — 11 h 55 — 14 h 50 — 15 h 30
- **Cryptographie (collège)** : 34 euros pour un groupe de 30 élèves
  Durée : 35 minutes
  Horaires : 10 h 15 — 11 h 15 — 13 h 45 — 15 h 55

En **justifiant chacun des calculs**, préparer le budget à prévoir pour cette sortie en indiquant précisément **chacun des choix** que a été fait.
Il faut tenir compte du trajet, de l'entrée au Musée et de l'Escape Game. Si c'est possible, prévoir un des deux restaurants ou un pique-nique fourni pour les familles.
Préparer aussi une organisation de la journée avec les horaires prévues pour chaque activité.

Au collège, une sortie sur une journée **ne doit pas coûter plus de 7 euros par élève** pour être votée au conseil d'administration.
Ce projet sera-t-il accepté ?



Une visite chez Pierre de Fermat — Correction

✧✧✧

Tâche complexe

Le transport

Il faut tout d'abord déterminer le nombre d'accompagnateurs adultes. $163 = 15 \times 10 + 13$, donc il faut 11 accompagnateurs

.

La sortie va donc concerner 163 élèves et 11 adultes soit 174 personnes.

Il faut déterminer le nombre de bus le plus adapté.

$174 = 45 \times 3 + 39$ $\quad 174 = 55 \times 3 + 9$ $\quad 174 = 65 \times 2 + 44$ $\quad 174 = 35 \times 4 + 34$ $\quad 174 = 50 \times 3 + 24$ $\quad 174 = 60 \times 2 + 54$

Comparons les prix :

- Bus de 45 places : 4 bus soit $4 \times 105\,€ = 420\,€$
- Bus de 55 places : 4 bus soit $4 \times 115\,€ = 560\,€$
- Bus de 65 places : 3 bus soit $3 \times 135\,€ = 405\,€$
- Bus de 35 places : 5 bus soit $5 \times 85\,€ = 425\,€$
- Bus de 50 places : 4 bus soit $4 \times 100\,€ = 400\,€$
- Bus de 60 places : 3 bus soit $3 \times 130\,€ = 390\,€$

Le moins cher est de prendre 3 bus de 60 places chez **les Transports Wiles**, cela revient à $3 \times 130\,€ = 390\,€$

La restauration

Fermat's Chicken

Pour trois repas acheté le quatrième est offert, ainsi quatre repas coûtent $3 \times 4{,}30\,€ = 12{,}90\,€$.

Comme $174 = 4 \times 43 + 2$. Il faut acheter 43 fois trois repas et un offert et 2 repas supplémentaires.

Avec Fermat's Chicken, le repas coûte $43 \times 12{,}90\,€ + 2 \times 4{,}30\,€ = 563{,}30\,€$.

Fermat's Burger

Avec ce restaurant, un repas burger avec frites coûte $4{,}60\,€$
Pour quatre repas acheté le cinquième et le sixième sont offerts, ainsi six repas coûtent $4 \times 4{,}60\,€ = 18{,}40\,€$.

Comme $174 = 6 \times 29$. Il faut acheter 29 fois quatre burgers.

Avec Fermat's Burger, le repas coûte $29 \times 18{,}40\,€ = 533{,}60\,€$.

Le musée

Pour l'entrée au musée, il faut $2,90 € \times 163 = 472,70 €$.

Pour les Escape Games, il faut en priorité choisir l'Escape Game Cryptographie qui est le moins cher.

Z On ne peut pas choisir la séance de 15 h 55, celle-ci termine 35 minutes plus tard soit à 16 h 30. Or le trajet aller-retour dure 1 h 15 min soit 75 min. Il faut donc plus de 30 min pour rentrer. Nous devons être arrivés avant 17h.

Nous allons donc prévoir 3 Escape Game Cryptographie pour $3 \times 30 = 90$ élèves soit $3 \times 34 € = 102 €$.
Il restera $163 - 90 = 73$ élèves à positionner.
Si on prend deux Escape Game Origami, cela coûte $2 \times 39 € = 78 €$ pour 50 élèves. Il reste $73 - 50 = 23$ élèves pour un Escape Game Casse-tête à $46 €$.

Bilan

Transport	Transport Wiles, bus de 60 places	3	390 €
Restauration	Fermat's Burger	174	533,60 €
Musée	Entrée	163	472,70 €
	Escape Game Cryptographie	3	102 €
	Escape Game Origami	1	78 €
	Escape Game Casse-Tête	1	46 €
TOTAL			1622,30 €

Comme $1622,90 € \div 163 \approx 9,95 €$, ce projet ne peut pas être validé !

En enlevant le repas de midi, on arrive à $1622,90 € - 533,60 € = 1089,30 €$.
Comme $1089,30 € \div 163 \approx 6,68 €$, on pourra bien se rendre à Fermat Science !

Culture

Induction ou déduction ? Le cercle de Moser

Cinquième

Suites logiques... ou pas !

Compléter chacune des suites logiques suivantes :

1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 11 ; ... ; ...
1 ; 3 ; 9 ; 27 ; 81 ; ... ; ...
1 ; 2 ; 6 ; 24 ; 120 ; ... ; ...

1 ; 3 ; 7 ; 15 ; 31 ; ...
1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; ... ; ...
1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; ...

Le problème du cercle de Moser

Problème : Sur un cercle, on place des points. On trace toutes les cordes possibles dont ces points sont les extrémités. Toutes ces cordes partagent le disque en parts. On se demande, pour un nombre de points donnés, quel est le nombre de maximal de parts que l'on peut obtenir.

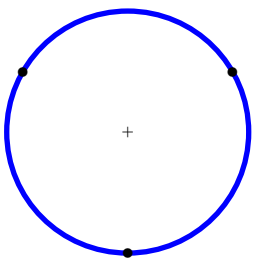
Dans toute la suite, n désigne le nombre de points sur le cercle, C le nombre de cordes tracées et P le nombre de parts.

Pour $n = 1$, un point sur le cercle, on ne peut pas tracer de corde, $C = 0$ et $P = 1$.
Pour $n = 2$, on peut tracer une corde et même un diamètre, le cercle est partagé en deux. $C = 1$ et $P = 2$

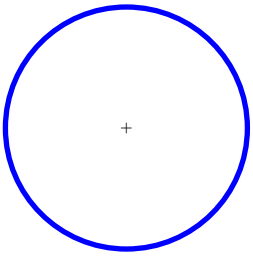
Dans chaque cas ci-dessous, les points ont tout d'abord été placés pour former un polygone régulier. Un second cercle est proposé où il faut placer les points de manière moins régulière.

Trois, quatre, cinq...

$n = 3$

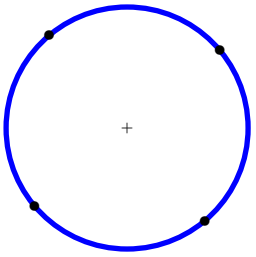


$C =$ $P =$

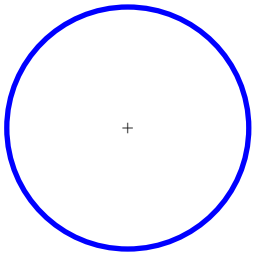


$C =$ $P =$

$n = 4$

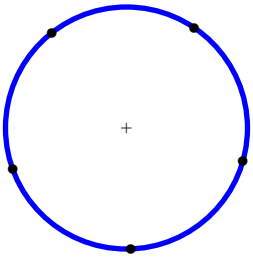


$C =$ $P =$

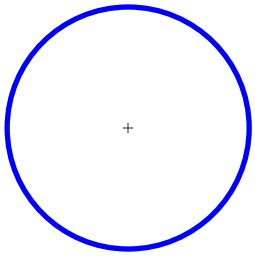


$C =$ $P =$

$n = 5$



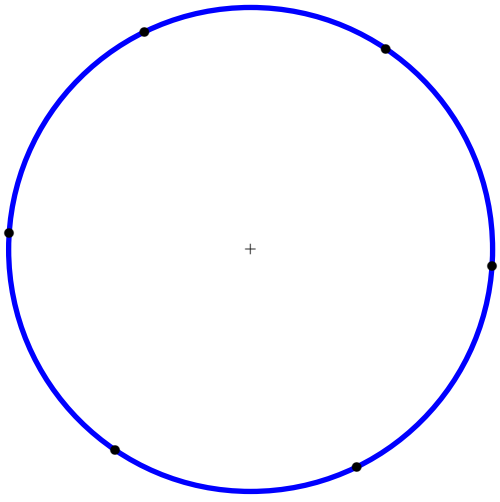
$C =$ $P =$



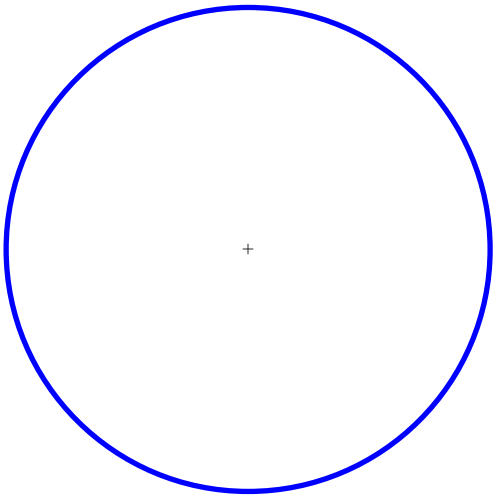
$C =$ $P =$

Et six !

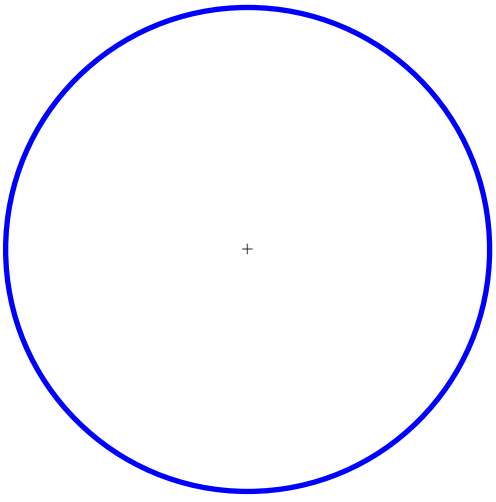
$n = 6$



$C =$ $P =$



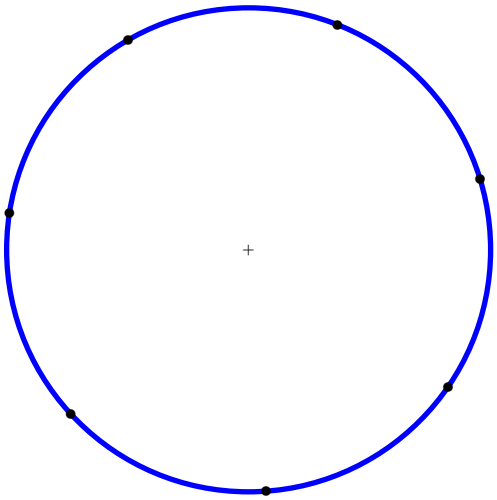
$C =$ $P =$



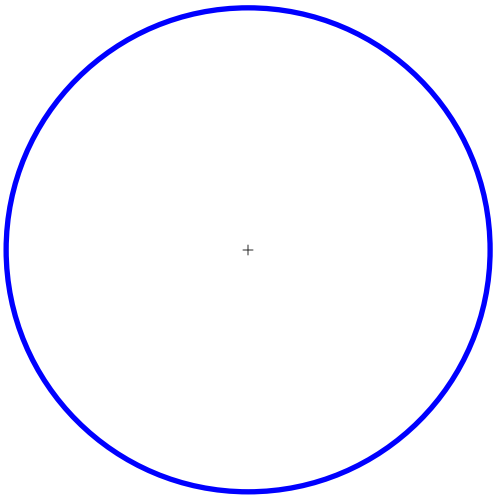
$C =$ $P =$

Sept ?

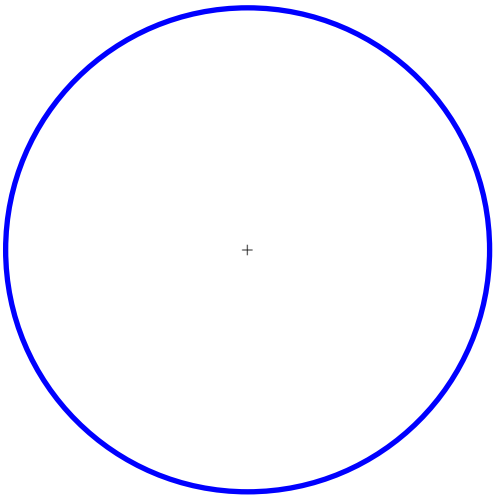
$n = 7$



$C =$ $P =$



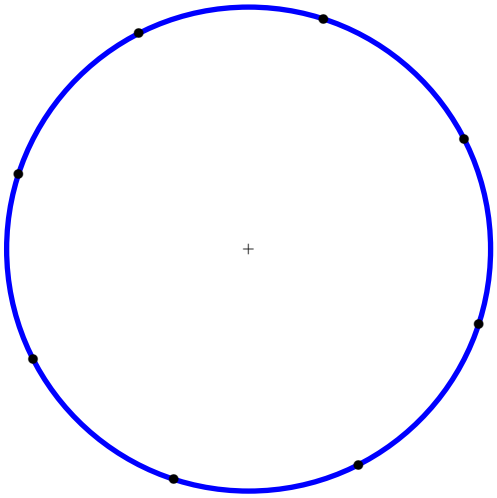
$C =$ $P =$



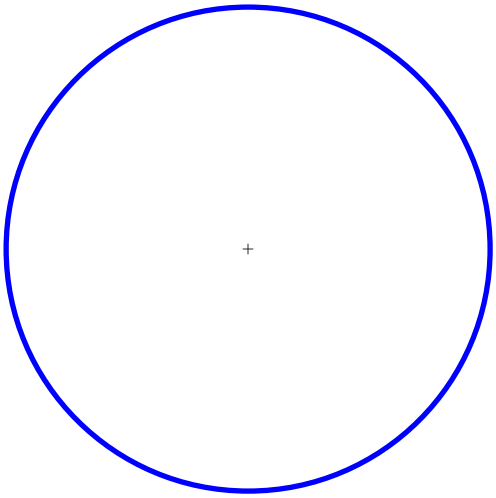
$C =$ $P =$

Huit ???

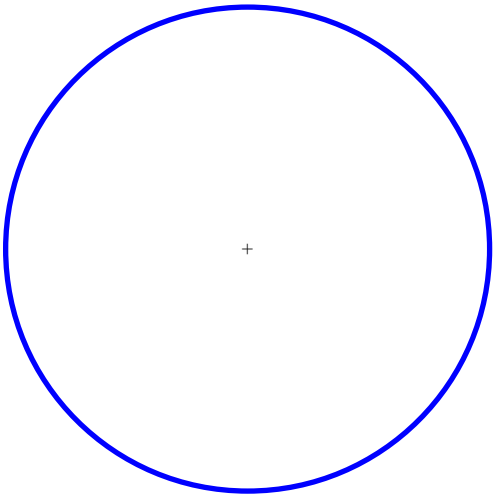
$n = 8$



$C =$ $P =$



$C =$ $P =$



$C =$ $P =$

La fin de l'histoire

Voici une méthode originale qui permet d'obtenir le terme suivant d'une suite logique. Cela ne marche pas dans tous les cas, mais très bien pour notre problème. En tout cas cela permet d'**induire** une **conjecture** qu'il faudrait ensuite **démontrer** en analysant précisément cette situation.

1	**2**	**4**	**8**	**16**					
1	**2**	**4**	**8**						
1	**2**	**4**							
1	**2**								

Synthèse : L'**induction**, est un genre de raisonnement qui se propose de chercher des lois générales à partir de l'observation de faits particuliers. En mathématiques, cette démarche est indispensable, elle permet d'émettre des **conjectures**. Une **conjecture** est un énoncé pour lequel on ne connaît pas encore de **démonstration**, mais que l'on croit fortement être vrai.

Induction ou déduction ? Le cercle de Moser — Correction

Exercices

Priorités opératoires et calcul numériques

Cinquième

Exercice n° 1 : Le compte est bon

On dispose de plusieurs nombres entiers.
Il faut obtenir un nombre cible en utilisant au maximum une fois chaque nombre et les quatre opérations.

Exemple : On part de 7; 12; 5 et 9. On veut obtenir 70.
$12-7=5$ puis $5+9=14$ et enfin $14\times 5=70$. Ou encore $9-7=2$ puis $12+2=14$ et enfin $14\times 5=70$.

La première expression peut s'écrire ainsi : $((12-7)+5)\times 5$. La seconde : $((9-7)+12)\times 5$

1. En partant des nombres **5; 8; 10; 15 et 25** on veut obtenir **245**.
Donner la liste des opérations à effectuer puis écrire cette succession de calculs sous forme d'une expression en utilisant des parenthèses.

2. En partant des nombres **2; 3; 7; 11 et 17** on veut obtenir **179**.
Donner la liste des opérations à effectuer puis écrire cette succession de calculs sous forme d'une expression en utilisant des parenthèses.

3. En partant des nombres **12; 13; 15; 20; 25 et 50** on veut obtenir **454**.
Donner la liste des opérations à effectuer puis écrire cette succession de calculs sous forme d'une expression en utilisant des parenthèses.

4. Inventer une question du même type et indiquer votre réponse.

Exercice n° 2 : Calculer avec des parenthèses

Recopier chacune des expressions suivantes et effectuer les calculs en colonne en plusieurs étapes.

$A=5\times(3+4)+3\times(5-2)$

$B=5\times 3+(4+3)\times 5-2$

$C=(5\times 3)+4+3\times 5-2$

$D=5\times(3+4+3)\times 5-2$

$E=6\times 2-2\times 5+3\times 7$

$F=6\times(2-2)\times(5+3)\times 7$

$G=6\times 2-(2\times 5)+3\times 7$

$H=(6\times 2-2\times 5+3)\times 7$

$I=16-3\times 2+2\times 5-5$

$J=(16-3)\times 2+2\times(5-5)$

$K=16-3\times(2+2)\times 5-5$

$L=(16-3\times 2)+2\times 5-5$

Exercice n° 3 : Calculer en développant ou en factorisant

Recopier chacune des expressions suivantes et effectuer les calculs en développant ou en factorisant :

$A=7(3+10)$

$B=5(10-3)$

$C=13(10-2)$

$D=5(7+8)$

$E=11(10+9)$

$F=7\times 13+7\times 7$

$G=11\times 28-11\times 8$

$H=13\times 15+13\times 5$

$I=73\times 13-73\times 3$

$J=5\times 34+4\times 6$

Exercice n° 4 : **Programme de calcul**

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre ;
- Ajouter 7 ;
- Multiplier le tout par 5 ;
- Enlever 29
- Multiplier le tout par 2 ;
- Enlever 12.

1. Tester ce programme de calcul avec les nombres 7, 13, 17 et 0, en indiquant à chaque fois chaque étape.

2. Reprendre la question **1.** en écrivant chacun des calculs sous la forme d'une expression écrite sur une seule ligne.

3. En utilisant chacune des expressions de la question **2.**, effectuer le calcul en colonne en détaillant chaque étape.

Exercice n° 5 : **Calculer astucieusement**

Sans calculatrice, utiliser la distributivité de la multiplication sur l'addition ou la soustraction pour calculer astucieusement les expressions suivantes :

$A = 5 \times 21$ $\quad$ $C = 34 \times 9$ $\quad$ $E = 13 \times 7 + 13 \times 3$

$B = 11 \times 26$ $\quad$ $D = 19 \times 35$ $\quad$ $F = 87 \times 11 + 87 \times 9$

Évaluation

Cinquième

NOM : **PRÉNOM :** **Classe :**

Compétences et savoirs faire	MI	MF	MS	TB
Comprendre et utiliser les priorités opératoires				
Rédiger un calcul complexe en justifiant chaque étape				

Commentaires :

Calculer en détaillant chaque étape.

$A = 7 + 3 \times 7$

$B = 22 - 17 + 16 - 11 + 5$

$C = 3 \times 5 - 2 \times 4 + 3 \times 6$

$D = 25 - 3 \times 7 + 4 \times 6 - 13$

$E = 4(5 + 3) + 2(5 - 1) + 3(6 - 3)$

$F = 6 + 6(5 - 3) + 3(5 - 1)$

$G = 3(1 + 7) - 2(8 - 3)$

$H = (3 + 5)(10 - 5)$

$I = (3 + 7)(11 - 5) - (3 + 6)(9 - 5)$

$J = 4(1 + 9) - 3(5 + 3) + 6(5 + 4)$

$K = 5(15 - 5 \times 2) + 3(5 \times 3 + 1)$

$L = (7 + 2 \times 3)(3 \times 4 - 10)$

$M = 17 - 3 \times 2 + 3(5 + 3 \times 2) + 1$

$N = (5 \times 6 - 3 \times 7)(3 \times 9 - 2 \times 8) + 1$

$O = 5 \times 6 - 3 \times 7 + 3 \times 9 - 2 \times 8 + 1$

Évaluation — Correction

Exercice n° **Correction**

Calculer en utilisant les priorités

Calculer en détaillant chaque étape.

$A = 7 + 3 \times 7$
$A = 7 + 21$
$\boxed{A = 28}$

$B = 22 - 17 + 16 - 11 + 5$
$B = 5 + 16 - 11 + 5$
$B = 21 - 11 + 5$
$B = 10 + 5$
$\boxed{B = 15}$

$C = 3 \times 5 - 2 \times 4 + 3 \times 6$
$C = 15 - 12 + 18$
$C = 3 + 18$
$\boxed{C = 21}$

$D = 25 - 3 \times 7 + 4 \times 6 - 13$
$D = 25 - 21 + 24 - 13$
$D = 4 + 24 - 13$
$D = 28 - 13$
$\boxed{D = 15}$

$E = 4(5 + 3) + 2(5 - 1) + 3(6 - 3)$
$E = 4 \times 8 + 2 \times 4 + 3 \times 3$
$E = 32 + 8 + 9$
$E = 40 + 9$
$\boxed{E = 49}$

$F = 6 + 6(5 - 3) + 3(5 - 1)$
$F = 6 + 6 \times 2 + 3 \times 4$
$F = 6 + 12 + 12$
$F = 18 + 12$
$\boxed{F = 30}$

$G = 3(1 + 7) - 2(8 - 3)$
$G = 3 \times 8 - 2 \times 5$
$G = 24 - 10$
$\boxed{G = 14}$

$H = (3 + 5)(10 - 5)$
$H = 8 \times 5$
$\boxed{H = 40}$

$I = (3 + 7)(11 - 5) - (3 + 6)(9 - 5)$
$I = 10 \times 6 - 9 \times 4$
$I = 60 - 36$
$\boxed{I = 24}$

$J = 4(1 + 9) - 3(5 + 3) + 6(5 + 4)$
$J = 4 \times 10 - 3 \times 8 + 6 \times 9$
$J = 40 - 24 + 54$
$J = 16 + 54$
$\boxed{J = 70}$

$K = 5(15 - 5 \times 2) + 3(5 \times 3 + 1)$
$K = 5(15 - 10) + 3(15 + 1)$
$K = 5 \times 5 + 3 \times 16$
$K = 25 + 48$
$\boxed{K = 73}$

$L = (7 + 2 \times 3)(3 \times 4 - 10)$
$L = (7 + 6)(12 - 10)$
$L = 13 \times 2$
$\boxed{L = 26}$

$M = 17 - 3 \times 2 + 3(5 + 3 \times 2) + 1$
$M = 17 - 6 + 3(5 + 6) + 1$
$M = 11 + 3 \times 11 + 1$
$M = 11 + 33 + 1$
$M = 44 + 1$
$\boxed{M = 45}$

$N = (5 \times 6 - 3 \times 7)(3 \times 9 - 2 \times 8) + 1$
$N = (30 - 21)(27 - 16) + 1$
$N = 9 \times 11 + 1$
$N = 99 + 1$
$\boxed{N = 100}$

$O = 5 \times 6 - 3 \times 7 + 3 \times 9 - 2 \times 8 + 1$
$O = 30 - 21 + 27 - 16 + 1$
$O = 9 + 27 - 16 + 1$
$O = 36 - 16 + 1$
$O = 20 + 1$
$\boxed{O = 21}$

Évaluation

Cinquième

NOM : **PRÉNOM :** **Classe :**

Compétences et savoirs faire	MI	MF	MS	TB
Comprendre et utiliser les priorités opératoires				
Rédiger un calcul complexe en justifiant chaque étape				

Commentaires :

Calculer en détaillant chaque étape.

$A = 8 + 4 \times 8$

$B = 27 - 18 + 17 - 13 + 7$

$C = 4 \times 5 - 3 \times 4 + 2 \times 6$

$D = 27 - 3 \times 8 + 4 \times 5 - 15$

$E = 3(5 + 4) + 3(5 - 1) + 4(6 - 4)$

$F = 7 + 6(5 - 2) + 3(5 - 3)$

$G = 4(1 + 6) - 3(8 - 4)$

$H = (3 + 6)(10 - 6)$

$I = (4 + 6)(13 - 8) - (4 + 5)(9 - 5)$

$J = 5(1 + 9) - 3(5 + 2) + 6(5 + 2)$

$K = 5(14 - 5 \times 2) + 3(5 \times 3 + 2)$

$L = (5 + 2 \times 3)(4 \times 4 - 12)$

$M = 19 - 3 \times 3 + 3(5 + 4 \times 2) + 2$

$N = (5 \times 5 - 3 \times 7)(3 \times 9 - 2 \times 7) + 2$

$O = 5 \times 5 - 3 \times 7 + 3 \times 9 - 2 \times 7 + 2$

Évaluation — Correction

Exercice n° **Correction**

Calculer en utilisant les priorités

Calculer en détaillant chaque étape.

$A = 8 + 4 \times 8$
$A = 8 + 32$
$\boxed{A = 40}$

$B = 27 - 18 + 17 - 13 + 7$
$B = 9 + 17 - 13 + 7$
$B = 26 - 13 + 7$
$B = 13 + 7$
$\boxed{B = 20}$

$C = 4 \times 5 - 3 \times 4 + 2 \times 6$
$C = 20 - 12 + 12$
$C = 8 + 12$
$\boxed{C = 20}$

$D = 27 - 3 \times 8 + 4 \times 5 - 15$
$D = 27 - 24 + 20 - 15$
$D = 3 + 20 - 15$
$D = 23 - 15$
$\boxed{D = 8}$

$E = 3(5 + 4) + 3(5 - 1) + 4(6 - 4)$
$E = 3 \times 9 + 3 \times 4 + 4 \times 2$
$E = 27 + 12 + 8$
$E = 39 + 8$
$\boxed{E = 47}$

$F = 7 + 6(5 - 2) + 3(5 - 3)$
$F = 7 + 6 \times 3 + 3 \times 2$
$F = 7 + 18 + 6$
$F = 25 + 6$
$\boxed{F = 31}$

$G = 4(1 + 6) - 3(8 - 4)$
$G = 4 \times 7 - 3 \times 4$
$G = 28 - 12$
$\boxed{G = 16}$

$H = (3 + 6)(10 - 6)$
$H = 9 \times 4$
$\boxed{H = 36}$

$I = (4 + 6)(13 - 8) - (4 + 5)(9 - 5)$
$I = 10 \times 5 - 9 \times 4$
$I = 50 - 36$
$\boxed{I = 14}$

$J = 5(1 + 9) - 3(5 + 2) + 6(5 + 2)$
$J = 5 \times 10 - 3 \times 7 + 6 \times 7$
$J = 50 - 21 + 42$
$J = 29 + 42$
$\boxed{J = 71}$

$K = 5(14 - 5 \times 2) + 3(5 \times 3 + 2)$
$K = 5(14 - 10) + 3(15 + 2)$
$K = 5 \times 4 + 3 \times 17$
$K = 20 + 51$
$\boxed{K = 71}$

$L = (5 + 2 \times 3)(4 \times 4 - 12)$
$L = (5 + 6)(16 - 12)$
$L = 11 \times 4$
$\boxed{L = 44}$

$M = 19 - 3 \times 3 + 3(5 + 4 \times 2) + 2$
$M = 19 - 9 + 3(5 + 8) + 2$
$M = 10 + 3 \times 13 + 2$
$M = 10 + 39 + 2$
$M = 49 + 2$
$\boxed{M = 51}$

$N = (5 \times 5 - 3 \times 7)(3 \times 9 - 2 \times 7) + 2$
$N = (25 - 21)(27 - 14) + 2$
$N = 4 \times 13 + 2$
$N = 52 + 2$
$\boxed{N = 54}$

$O = 5 \times 5 - 3 \times 7 + 3 \times 9 - 2 \times 7 + 2$
$O = 25 - 21 + 27 - 14 + 2$
$O = 4 + 27 - 14 + 2$
$O = 31 - 14 + 2$
$O = 17 + 2$
$\boxed{O = 19}$

La leçon — Version élève

Calcul numérique

Expressions numériques

Priorités opératoires — Distributivité — Développer — Factoriser

Convention sur les priorités opératoires

Convention n° 1 : Dans un calcul qui contient une succession d'additions, de soustractions et de multiplications, **on commence toujours par les multiplications**.

On dit que **la multiplication est prioritaire** devant l'addition et la soustraction.

Convention n° 2 : Dans un calcul qui contient une succession d'additions et de soustractions, **on effectue les calculs dans l'ordre, de gauche à droite**.

Convention n° 3 : Les parenthèses indiquent les priorités opératoires, **on commence toujours par les expressions protégées par des parenthèses**.

Convention n° 4 : Dans un calcul qui contient des parenthèses, **il n'est pas nécessaire d'écrire le symbole de multiplication**, ×, devant une parenthèse ou entre deux parenthèses.

Exemples :

$A = 3 \times 7 + 2 \times 4 + 9$
$A = 21 + 8 + 9$
$A = 29 + 9$
$\boxed{A = 38}$

$B = 17 - 3 \times 5 + 5 \times 6 - 11$
$B = 17 - 15 + 30 - 11$
$B = 2 + 30 - 11$
$B = 32 - 11$
$\boxed{B = 21}$

$C = 5 \times (3 + 2 \times 3) - 7 \times 4$
$C = 5 \times (3 + 6) - 28$
$C = 5 \times 9 - 28$
$C = 45 - 28$
$\boxed{C = 17}$

$D = (16 - 3 \times 4 + 1) \times (3 \times 7 - 7 \times 2 + 1)$
$D = (16 - 12 + 1) \times (21 - 14 + 1)$
$D = (4 + 1) \times (7 + 1)$
$D = 5 \times 8$
$\boxed{D = 40}$

Exemples :

Il faut conserver le symbole de multiplication entre deux nombres : $7 \times 8 \neq 7\,8$

$E = 4(5 + 3) - 2(3 + 2)$
$E = 4 \times (5 + 3) - 2 \times (3 + 2)$
$E = 4 \times 8 - 2 \times 5$
$E = 32 - 10$
$\boxed{E = 22}$

$F = (5 + 3)(3 + 2)$
$F = (5 + 3) \times (3 + 2)$
$F = 8 \times 5$
$\boxed{F = 40}$

La distributivité

La multiplication est **distributive** par rapport à l'addition et à la soustraction
Plus précisément, si a, b et k sont des nombres alors

$$\underbrace{k \times (a + b)}_{Produit} = \underbrace{k \times a + k \times b}_{Somme}$$

Développer →
← Factoriser

$$\underbrace{k \times (a - b)}_{Produit} = \underbrace{k \times a - k \times b}_{Diffrence}$$

Développer →
← Factoriser

Développer , c'est écrire un **produit** sous la forme d'une **somme** ou d'une **différence** .
Factoriser , c'est écrire une **somme** ou une **différence** sous la forme d'un **produit** .

Exemples :

Exemples de développements

$G = 3(5 + 8)$
$G = 3 \times 13$
$\boxed{G = 39}$

$G = 3(5 + 8)$
$G = 3 \times 5 + 3 \times 8$ *On a distribué 3.*
$G = 15 + 24$
$\boxed{G = 39}$

$H = 78 \times 99$
$H = 78(100 - 1)$
$H = 78 \times 100 - 78 \times 1$ *On a distribué 78.*
$H = 7800 - 78$
$\boxed{H = 7722}$

Exemples de factorisations

$I = 7 \times 3 + 7 \times 6$
$I = 21 + 42$
$\boxed{I = 63}$

$I = 7 \times 3 + 7 \times 6$
$I = 7(3 + 6)$ *On a factorisé 7.*
$I = 7 \times 9$
$\boxed{I = 63}$

$J = 93 \times 42 + 93 \times 58$
$J = 93(42 + 58)$ *On a factorisé 93.*
$J = 93 \times 100$
$\boxed{J = 9300}$

Chapitre II

La symétrie centrale

Sommaire

La leçon — Version prof 30
I Définition 30
Activité — Entraînement : Symétrie axiale sur papier blanc ou quadrillé 33
Activité — Situation initiale : Un double symétrie axiale 40
Activité — Entraînement : Symétrie centrale sur papier blanc ou quadrillé 43
Évaluation — Symétrie centrale et axiale 50
Évaluation — Symétrie centrale et axiale 52
Évaluation—Symétrie centrale et axiale 54
Intentions pédagogiques 60

Informations légales

— **Auteur :** Fabrice ARNAUD
— **Web :** pi.ac3j.fr
— **Mail :** contact@ac3j.fr

— **Dernière modification :** 5 novembre 2026 à 6:25

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.2141
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Resolute Raccoon (Le Raton Laveur résolu) 26.04 avec la distribution TeX Live 2025.20260124 et LuaTex 1.22.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !

Licence CC BY-NC-SA 4.0

Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
Adapter — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
Partage dans les Mêmes Conditions — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr

Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, **Cours.pdf**, a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 5 novembre 2026 à 6:25.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : https://pi.ac3j.fr/mathematiques-college