Calcul littéral XV

Troisième — Lycée

DÉVELOPPEMENT D'EXPRESSION TRÈS COMPLEXES

Développer et réduire des expressions très complexes utilisant la distributivité, les identités remarquables et les fractions

PROPRIÉTÉ :

a, b et k des nombres

$$(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$$

DÉVELOPPER

$$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$$
$$(a-b)^2) = a^2-2ab+b^2$$
$$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$$

EXEMPLES :

$$Z = \left(2x-\frac{1}{2}\right)\left(3x-\frac{2}{3}\right)$$

Il faut des compétences en calcul littéral et en fractions.

$$Z = 6x^2 - 2x\times\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\times 3x + \frac{1}{2}\times\frac{2}{3}$$

Avec ce niveau de complexité, il est conseillé d'écrire les produits.

$$Z = 6x^2 - \frac{4x}{3} - \frac{3x}{2} + \frac{2}{6}$$
$$Z = 6x^2 - \frac{2\times 4x}{2\times 3} - \frac{3\times 3x}{3\times 2} + \frac{1}{3}$$
$$Z = 6x^2 - \frac{8x}{6} - \frac{9x}{6} + \frac{1}{3}$$
$$\boxed{Z = 6x^2 - \frac{17x}{6} + \frac{1}{3}}$$

Développer et réduire les expressions suivantes :

A = $\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(2x+\frac{2}{5}\right)$

B = $\left(\frac{2}{3}x+1\right)\left(\frac{1}{4}x-2\right)$

C = $\left(\frac{3x}{4}-\frac{2}{5}\right)\left(\frac{3x}{5}-\frac{4}{3}\right)$

D = $\left(\frac{3x}{5}+\frac{5}{4}\right)^2$

E = $\left(\frac{4x}{7}-\frac{3}{5}\right)^2$

F = $\left(\frac{x}{4}+\frac{1}{3}\right)^2-\left(\frac{3x}{4}-\frac{2}{3}\right)^2$

G = $\left(\frac{3}{7}-\frac{x}{3}\right)\left(\frac{x}{4}-\frac{2}{5}\right)-\left(\frac{2x}{3}-\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3x}{4}+\frac{4}{5}\right)$

H = $\left(\frac{3}{5}-\frac{4x}{7}\right)^2-\left(1-\frac{x}{5}\right)\left(2-\frac{x}{7}\right)$

I = $\left(\frac{4}{3}x-\frac{4}{5}\right)^2-\left(\frac{3x}{2}-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{3x}{4}+\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{7}{8}x-\frac{3}{7}\right)^2$

Calcul littéral XV — Correction

Troisième — Lycée

Les calculs écrits avec ce style et précédés par le symbole sont des commentaires. Il n'est pas utile des les écrire sur votre copie. Il s'agit de la procédure mentale qui permet d'obtenir le résultat.

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = \left(x - \frac{1}{3}\right)\left(2x + \frac{2}{5}\right)$$

$$A = 2x^2 + \frac{2}{5}x - \frac{1}{3} \times 2x - \frac{1}{3} \times \frac{2}{5}$$

$$A = 2x^2 + \frac{2x}{5} - \frac{2x}{3} - \frac{2}{15}$$

$$A = 2x^2 + \frac{2x \times 3}{5 \times 3} - \frac{2x \times 5}{3 \times 5} - \frac{2}{15}$$

$$A = 2x^2 + \frac{6x}{15} - \frac{10x}{15} - \frac{2}{15}$$

$$\boxed{A = 2x^2 - \frac{4x}{15} - \frac{2}{15}}$$

$$B = \left(\frac{2}{3}x + 1\right)\left(\frac{1}{4}x - 2\right)$$

$$B = \frac{2}{3}x \times \frac{1}{4}x + \frac{2}{3}x \times (-2) + 1 \times \frac{1}{4}x + 1 \times (-2)$$

$$B = \frac{2}{12}x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{1}{4}x - 2$$

$$B = \frac{1}{6}x^2 - \frac{4x \times 4}{3 \times 4} + \frac{x \times 3}{4 \times 3} - 2$$

$$B = \frac{x^2}{6} - \frac{16x}{12} + \frac{3x}{12} - 2$$

$$\boxed{B = \frac{x^2}{6} - \frac{13x}{12} - 2}$$

$$C = \left(\frac{3x}{4} - \frac{2}{5}\right)\left(\frac{3x}{5} - \frac{4}{3}\right)$$

$$C = \frac{3x}{4} \times \frac{3x}{5} + \frac{3x}{4} \times \left(-\frac{4}{3}\right) - \frac{2}{5} \times \frac{3x}{5} - \frac{2}{5} \times \left(-\frac{4}{3}\right)$$

$$C = \frac{9x^2}{20} - \frac{12x}{12} - \frac{6x}{25} + \frac{8}{15}$$

$$C = \frac{9x^2}{20} - x - \frac{6x}{25} + \frac{8}{15}$$

$$C = \frac{9x^2}{20} - \frac{25x}{25} - \frac{6x}{25} + \frac{8}{15}$$

$$\boxed{C = \frac{9x^2}{20} - \frac{31x}{25} + \frac{8}{15}}$$

$$D = \left(\frac{3x}{5} + \frac{5}{4}\right)^2$$

$$D = \left(\frac{3x}{5}\right)^2 + 2 \times \frac{3x}{5} \times \frac{5}{4} + \left(\frac{5}{4}\right)^2$$

$$D = \frac{9x^2}{25} + \frac{30x}{20} + \frac{25}{16}$$

$$\boxed{D = \frac{9x^2}{25} + \frac{3x}{2} + \frac{25}{16}}$$

$$E = \left(\frac{4x}{7} - \frac{3}{5}\right)^2$$

$$E = \left(\frac{4x}{7}\right)^2 - 2 \times \frac{4x}{7} \times \frac{3}{5} + \left(\frac{3}{5}\right)^2$$

$$\boxed{E = \frac{16x^2}{49} - \frac{24x}{35} + \frac{9}{5}}$$

$$F = \left(\frac{x}{4} + \frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{3x}{4} - \frac{2}{3}\right)^2$$

$$F = \left(\left(\frac{x}{4}\right)^2 + 2 \times \frac{x}{4} \times \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2\right) - \left(\left(\frac{3x}{4}\right)^2 - 2 \times \frac{3x}{4} \times \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2\right)$$

$$F = \frac{x^2}{16} + \frac{2x}{12} + \frac{1}{9} - \frac{9x^2}{16} + \frac{12x}{12} - \frac{4}{9}$$

$$F = \frac{-8x^2}{16} + \frac{14x}{12} - \frac{3}{9}$$

$$\boxed{F = -\frac{x^2}{2} + \frac{7x}{6} - \frac{1}{3}}$$

$$G = \left(\frac{3}{7} - \frac{x}{3}\right)\left(\frac{x}{4} - \frac{2}{5}\right) - \left(\frac{2x}{3} - \frac{1}{4}\right)\left(\frac{3x}{4} + \frac{4}{5}\right)$$

$$G = \left(\frac{3x}{28} - \frac{6}{35} - \frac{x^2}{12} + \frac{2x}{15}\right) - \left(\frac{6x^2}{12} + \frac{8x}{15} - \frac{3x}{16} - \frac{4}{20}\right)$$

$$G = \frac{3x}{28} - \frac{6}{35} - \frac{x^2}{12} + \frac{2x}{15} - \frac{x^2}{2} - \frac{8x}{15} + \frac{3x}{16} + \frac{1}{5}$$

$$G = \frac{3x \times 60}{28 \times 60} - \frac{6}{35} - \frac{x^2}{12} + \frac{2x \times 112}{15 \times 112} - \frac{x^2 \times 6}{2 \times 6} - \frac{8x \times 112}{15 \times 112} + \frac{3x \times 105}{16 \times 105} + \frac{7}{35}$$

$$G = \frac{180x}{1680} - \frac{6}{35} - \frac{x^2}{12} + \frac{224x}{1680} - \frac{6x^2}{12} - \frac{896x}{1680} + \frac{315x}{1680} + \frac{7}{35}$$

$$\boxed{G = -\frac{7x^2}{12} - \frac{177x}{1680} + \frac{1}{35}}$$

$$H = \left(\frac{3}{5} - \frac{4x}{7}\right)^2 - \left(1 - \frac{x}{5}\right)\left(2 - \frac{x}{7}\right)$$

$$H = \left(\frac{9}{25} - \frac{24x}{35} + \frac{16x^2}{49}\right) - \left(2 - \frac{x}{7} - \frac{2x}{5} + \frac{x^2}{35}\right)$$

$$H = \frac{9}{25} - \frac{24x}{35} + \frac{16x^2}{49} - 2 + \frac{x}{7} + \frac{2x}{5} - \frac{x^2}{35}$$

$$H = \frac{9}{25} - \frac{24x}{35} + \frac{16x^2 \times 35}{49 \times 35} - \frac{50}{25} + \frac{5x}{35} + \frac{14x}{35} - \frac{49x^2}{35 \times 49}$$

$$H = -\frac{41}{25} - \frac{5x}{35} + \frac{560x^2}{1715} - \frac{49x^2}{1715}$$

$$\boxed{H = \frac{511x^2}{1715} - \frac{x}{7} - \frac{41}{25}}$$

$$I = \left(\frac{4}{3}x - \frac{4}{5}\right)^2 - \left(\frac{3x}{2} - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{3x}{4} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{7}{8}x - \frac{3}{7}\right)^2$$

$$I = \frac{16x^2}{9} - \frac{32x}{15} + \frac{16}{25} - \left(\frac{9x}{8} + \frac{6x}{6} - \frac{3x}{8} - \frac{2}{6}\right) + \frac{49x^2}{64} - \frac{42x}{56} + \frac{9}{49}$$

$$I = \frac{16x^2}{9} - \frac{32x}{15} + \frac{16}{25} - \frac{9x}{8} - \frac{6x}{6} + \frac{3x}{8} + \frac{2}{6} + \frac{49x^2}{64} - \frac{42x}{56} + \frac{9}{49}$$

$$I = \frac{1024x^2}{576} - \frac{32x}{15} + \frac{2352}{3675} - \frac{9x}{8} - x + \frac{3x}{8} + \frac{1225}{3675} + \frac{441x^2}{576} - \frac{3x}{4} + \frac{675}{3675}$$

$$I = \frac{1465x^2}{576} - \frac{32x}{15} - \frac{6x}{8} - x - \frac{6x}{8} + \frac{4252}{3675}$$

$$I = \frac{1465x^2}{576} - \frac{256x}{120} - \frac{90x}{120} - \frac{120x}{120} + \frac{4252}{3675}$$

$$\boxed{I = \frac{1465x^2}{576} - \frac{466x}{120} + \frac{4252}{3675}}$$

Calcul littéral XVI

Troisième — Lycée

FACTORISATION AVEC LES IDENTITÉS REMARQUABLES

Factoriser une expression littérale en utilisant les identités remarquables

PROPRIÉTÉ :

a, b et k des nombres

$$k \times a + k \times b = k \times (a+b)$$
$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

FACTORISER

FACTORISER, c'est écrire une **somme** sous la forme d'un **produit**.

La factorisation qui utilise la formule ci-dessus demande la présence d'un **facteur commun**.

EXEMPLES :

$Z = x^2 - 1$

$Z = x^2 - 1^2$

$Z = (x+1)(x-1)$

$Y = 4x^2 - 9$

$Y = (2x)^2 - 3^2$

$Y = (2x+3)(2x-1)$

$X = (5x-1)^2 - 16$

$X = (5x-1)^2 - 4^2$

$X = [(5x-1)+4][(5x-1)-4]$

$X = (5x+3)(5x-5)$

$W = (6x-3)^2 - (7x+9)^2$

$W = [(6x-3)+(7x+9)][(6x-3)-(7x+9)]$

$W = (6x-3+7x+9)(6x-3-7x-9)$

$W = (13x+6)(-x-12)$

Factoriser au maximum les expressions suivantes :

$A = x^2 - 9$

$B = x^2 - 25$

$C = 9x^2 - 36$

$D = 16x^2 - 49$

$E = 81x^2 - 64$

$F = x^2 - (3x+1)^2$

$G = (4x-1)^2 - 64$

$H = (7x+4)^2 - 16x^2$

$I = (6x-1)^2 - (3x+8)^2$

$J = (3x+7)^2 - (5x-3)^2$

$K = (9x+8)^2 - (8x-9)^2$

$L = (6x-3)^2 - (7x+4)^2$

$M = (7x-9)^2 - (6x+3)^2$

$N = (11x+12)^2 - (9x-11)^2$

$N = 9x^2 - 17$

$O = 5x^2 - 3$

Informations légales

- **Auteur :** Fabrice ARNAUD
- **Web :** pi.ac3j.fr
- **Mail :** contact@ac3j.fr

- **Dernière modification :** 30 avril 2026 à 14:10

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.967
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Questing Quokka (Le Quokka en quête) 25.10 avec la distribution TeX Live 2024.20250309 et LuaTex 1.18.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !

Licence CC BY-NC-SA 4.0

Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
Adapter — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.

Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.

Partage dans les Mêmes Conditions — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.

Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr

Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, **Fiche_exercices_gradues**, a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 30 avril 2026 à 14:10.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article :