Chapitre II

Du dessin à la figure de géométrie : premiers éléments

Sommaire

Introduction . . . 68
La leçon — Version prof . . . 69
I Les objets fondamentaux : points, segments, droite et demi-droite . . . 69
II Un première relation : appartenir, ne pas appartenir . . . 70
III Distance et inégalité triangulaire . . . 71
IV Position relative des droites : parallèles, sécantes et perpendiculaires . . . 71
V Parallèles et perpendiculaires : relations fondamentales . . . 73
Évaluation—Calculs posés et géométrie . . . 75
Activité—Situation initiale Le Math'Ionary . . . 77
Activité—Situation initiale Le nombre de points d'intersection . . . 83
Évaluation : Géométrie de base . . . 93
Activité—Belle figure Reproduite et décrire . . . 98
Évaluation—Les bases de la géométrie . . . 110
Activité—Outils Tracer la parallèle à une droite passant par un point . . . 114
Activité—Curiosité mathématique Des droites qui tournent : la parabole . . . 118
Activité—Curiosité mathématique Des droites qui tournent : l'ellipse . . . 121
Activité—Curiosité mathématique Des droites qui tournent : l'hyperbole . . . 124
Activité—Curiosité mathématique Des cercles qui tournent : la cardioïde . . . 127
Activité—Curiosité mathématique Des cercles qui tournent : la néphroïde . . . 130
Intentions pédagogiques . . . 135

Introduction

Après une découverte des figures élémentaires de la géométrie à l'école primaire, l'année de sixième est l'occasion de proposer un premier formalisme de cette partie essentielle des mathématiques. L'objectif n'est pas de proposer une méthode axiomatique. On sait combien il serait complexe et naïf, même en s'inspirant d'Euclide ou de David Hilbert, d'écrire les fondations de la géométrie au collège. On peut cependant montrer la nécessité de définir les objets, de la faire passer du monde sensible à celui plus formel du cours de mathématiques. On s'inspirera de Gilbert Arsac pour construire avec rigueur les prémices de la démonstration en mathématiques.

Il reste primordial de s'appuyer sur la représentation incarnée construite pendant l'école primaire. Les jolies figures de géométrie restent un support intéressant de motivation. Elles sont l'occasion de tracer des objets géométriques complexes, ce qui permet de se les approprier. On tente par la suite de décrire ses objets géométriques avec précisions, en les définissant puis en étudiant soigneusement les relations qu'ils nouent entre eux.

Un chapitre qui initie un long voyage dans les beautés géométriques que le collège nous laisse explorer. Une porte d'entrée vers le raisonnement logique et la démonstration.

Connaissances et savoirs faire

— Rappeler les définitions d'un segment, d'une droite, d'une demi-droite ;
— Revoir les étapes de la consigne géométrie à la figure construite ;
— Connaître et utiliser la définition de la distance entre deux points ;
— Connaître et utiliser la définition du milieu d'un segment ;
— Reprendre les outils de construction, règle, équerre, compas ;
— Revenir sur le vocabulaire des polygones usuels, triangles, quadrilatères.

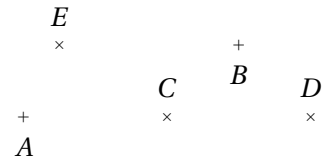
La leçon — Version prof

Les textes écrit en violet sont destinés à l'enseignant, ils ne font pas partie de ce qu'on appelle la trace écrite.
Les démonstrations sont aussi en violet, elles sont le plus souvent présentée à l'oral.

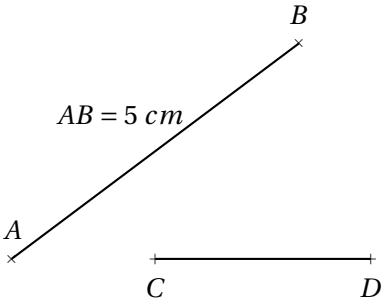
I — Les objets fondamentaux : points, segments, droite et demi-droite

Définition 2.1 : Point, segment, droite et demi-droite

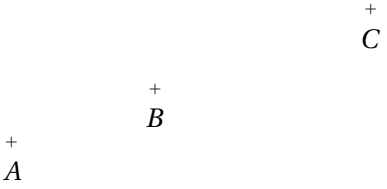
Un **point** géométrique ne désigne pas un objet mais un emplacement. Un point ne possède ni longueur, ni largeur, ni épaisseur. On représente un point par une croix et on le nomme par une lettre.



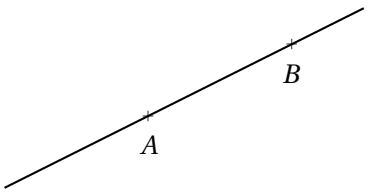
Un **segment** est la ligne la plus courte reliant deux points. Un segment possède une longueur mais pas de largeur ni d'épaisseur.
On note [**AB**] le segment reliant les points A et B. A et B sont les **extrémités** du segment.
On note **AB** la longueur du segment $[AB]$.



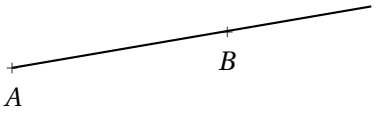
Trois points sont **alignés** si l'un de ces trois points se trouve sur le segment formé par les deux autres.



Une **droite** est la ligne constituée par tous les points alignés avec deux points.
On note (**AB**) la droite passant par A et B constituée des points alignés avec A et B.
Une droite ne possède ni longueur, ni largeur, ni épaisseur.



Une **demi-droite** est une partie de droite limitée d'un seul côté par un point : son **origine** .
On note [**AB**) la demi-droite d'origine A passant par B.
Une demi-droite ne possède ni longueur, ni largeur, ni épaisseur.



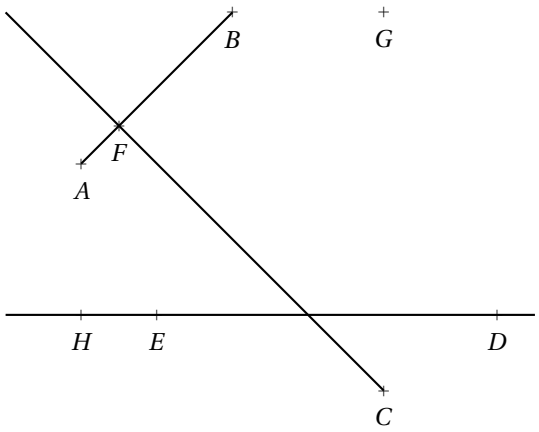
II — Un première relation : appartenir, ne pas appartenir

Définition 2.2 : Appartenir, ne pas appartenir

Lorsqu'un point se situe sur un segment, une demi-droite ou sur une droite, on dit qu'il **appartient** au segment, la demi-droite ou la droite.
On utilise le symbole $\in$ pour « appartient à ».

Dans le cas contraire on dit qu'il **n'appartient pas** .
On utilise le symbole $\notin$ pour « n'appartient pas à ».

Exemple :



$F \in [AB]$

$H \in (ED)$

$G \notin [CF)$

$H \notin [ED)$

$H \in [DE)$

Remarque :

Pour qu'un objet (segment, droite, demi-droite) soit défini, il suffit que deux points soient donnés, même si l'objet n'est pas représenté.

Ainsi sur la figure ci-dessus, la droite (GD) est définie ainsi que le segment $[AH]$ ou la demi-droite $[BA)$.

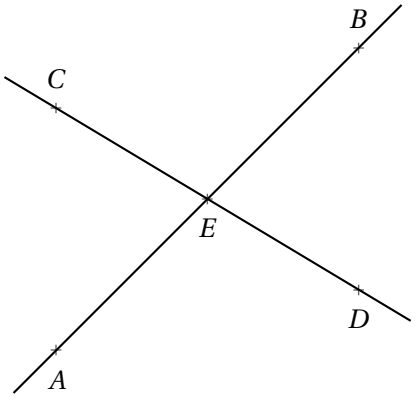
III — Distance et inégalité triangulaire

IV — Position relative des droites : parallèles, sécantes et perpendiculaires

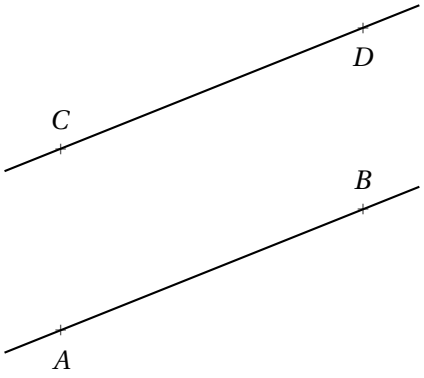
Définition 2.3 : Droites sécantes, parallèles et concourrantes

Deux droites qui se rencontrent ne le font qu'une seule fois, on dit qu'elles sont **sécantes** .[3]
Le point où elles se recontrent s'appelle **le point d'intersection** .
Quand trois droites ou plus se rencontrent au même point d'intersection, on dit que ces droites sont **concourrantes** .

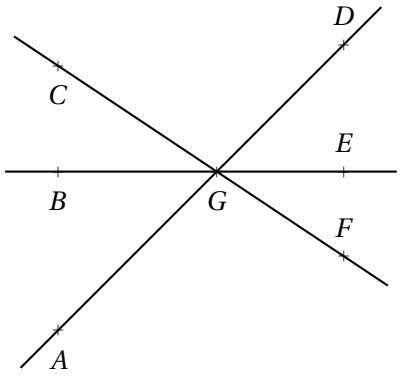
Deux droites qui n'ont pas de point d'intersection sont **parallèles** .



Les droites (AB) et (CD) sont sécantes en E.
E est le point d'intersection des droites (AB) et (CD).

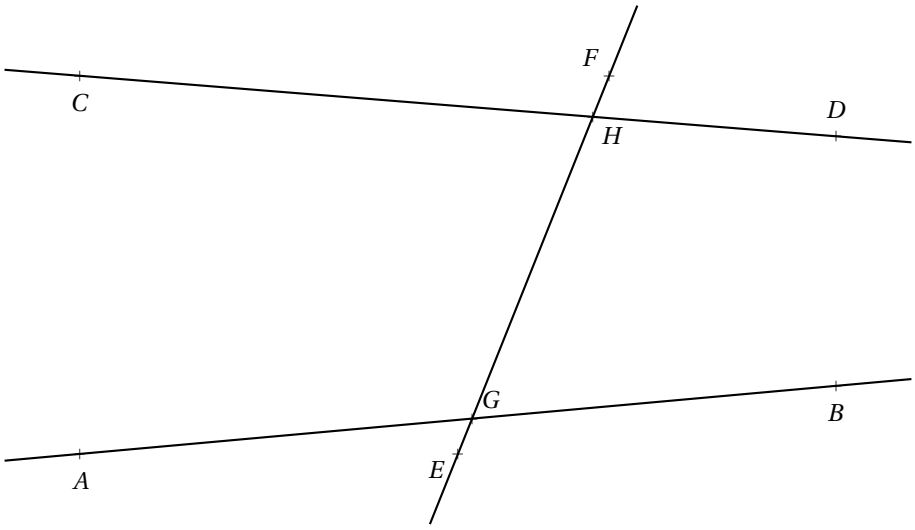


Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
On écrit (**AB**)//(**CD**)



Les droites (AD), (BE) et (CF) sont concourrantes en G.

Remarque :
Deux droites sécantes n'ont pas forcément leur point d'intersection constructible sur la figure tracée.



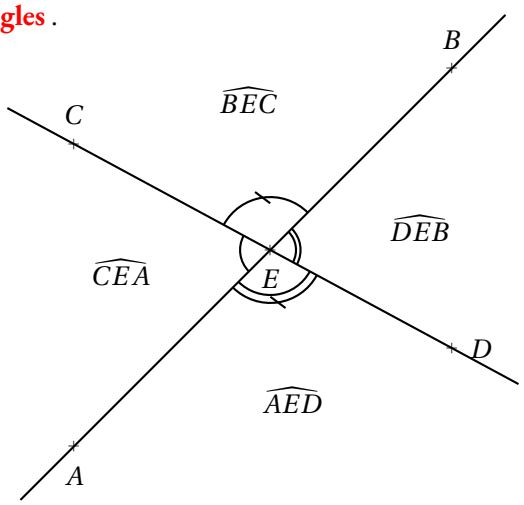
Les droites (AB) et (EF) sont clairement sécantes en G.

Les droites (CD) et (EF) sont clairement sécantes en H.

Les droites (AB) et (CD) sont sécantes même si le point d'intersection n'apparaît pas sur la figure.

Propriété 2.1 : Angles formés par deux droites

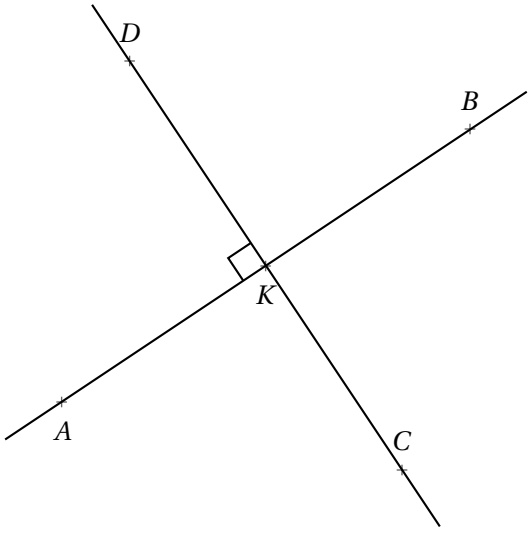
Deux droites sécantes définissent quatre **angles** .



On note ces quatre angles de la manière suivante : $\widehat{AEC}$ ou $\widehat{CEA}$; $\widehat{CEB}$ ou $\widehat{BEC}$; $\widehat{BED}$ ou $\widehat{DEB}$; $\widehat{AED}$ ou $\widehat{DEA}$;

Définition 2.4 : Droites perpendiculaires

Deux droites sont **perpendiculaires** si elles sont sécantes et si elles se coupent en formant quatres angles égaux.
Dans ce cas, on dit que chacun de ces angles est un **angle droit** .



On code un angle droit en faisant un petit carré sur la figure. On ne note qu'un seul des quatre angles droits.
Les droites (AB) et (CD) sont perpendiculaires, on écrit (**AB**) $\perp$ (**CD**).
On dit que l'angle $\widehat{AKD}$ est droit.

Remarque :

Le contraire de l'ajectif parallèle n'est pas perpendiculaire!

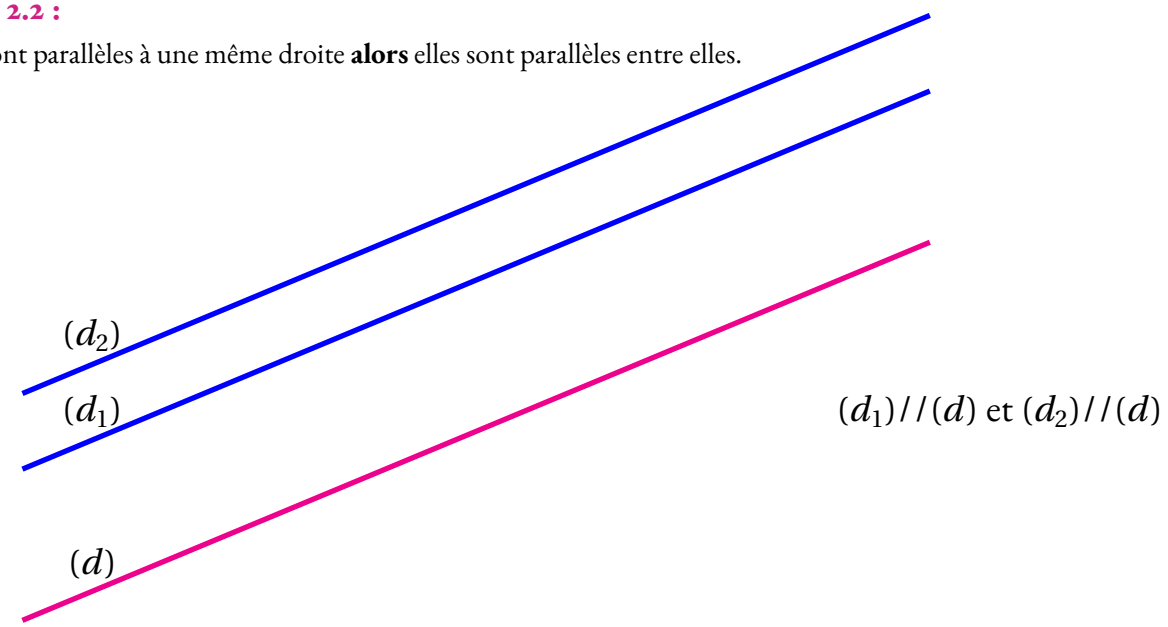
Le contraire de parallèle est sécante.

Des droites perpendiculaires sont des cas particuliers de droites sécantes.

V — Parallèles et perpendiculaires : relations fondamentales

Propriété 2.2 : *(Admise)*

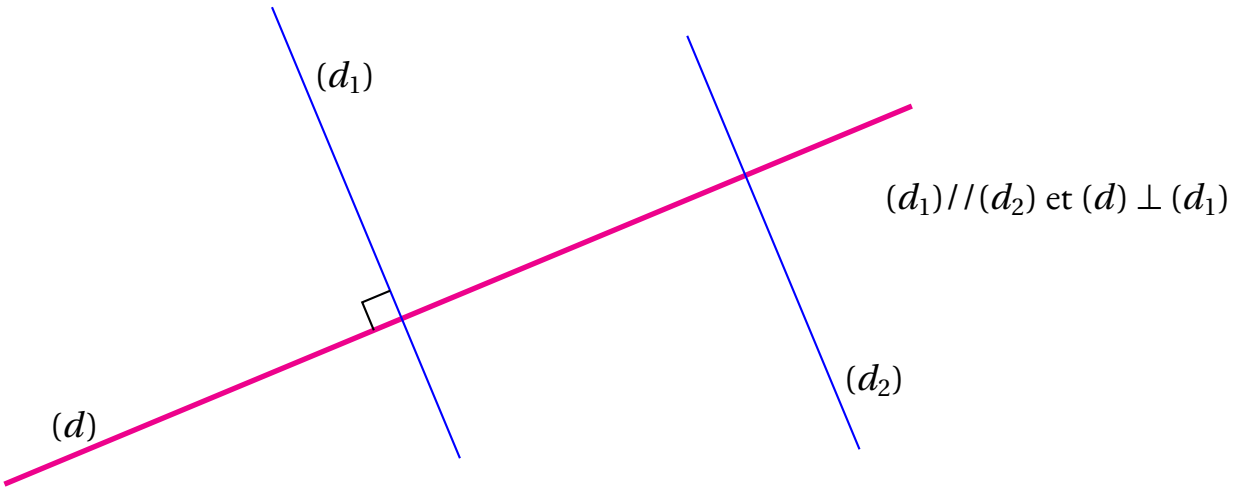
Si deux droites sont parallèles à une même droite **alors** elles sont parallèles entre elles.



Soit (d) une droite et (d_1) et (d_2) deux droites parallèles à la droite (d).
Supposons que les droites (d_1) et (d_2) soient sécantes, elles se coupent en M.
Choisissons un point $A \in (d_1)$ et $B \in (d_2)$ distincts du point M.
On sait ainsi que $(AM)//(d)$ et que $(BM)//(d)$.
(AM) et (BM) sont donc deux droites parallèles à (d) passant par M.
Or **l'axiome des parallèles** affirme que par un point il ne passe qu'une seule parallèle à une droite.
Les deux droites (AM) et (BM) sont donc superposées, ce qui signifie que si les droites (d_1) et (d_2) sont sécantes en un point alors elles sont confondues.
Par conséquent, si deux droites différentes sont parallèles à une même droite, alors elles n'ont pas de point d'intersection.

Propriété 2.3 : *(Admise)*

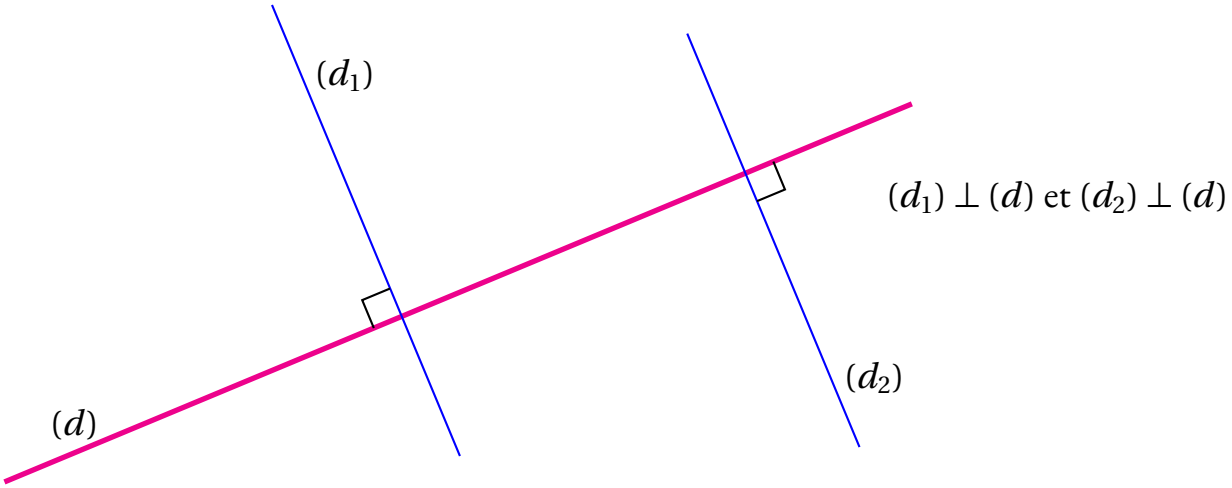
Si deux droites sont parallèles **alors** toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.



Soit $(d_1)//(d_2)$ et $(d) \perp (d_1)$. Notons A le point d'intersection de (d) et (d_1).

Propriété 2.4 : *(Admise)*

Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite **alors** elles sont parallèles entre elles.



Soit (d) une droite et (d_1) et (d_2) deux droites perpendiculaires à la droite (d).
Notons A l'intersection de (d_1) et (d) et B l'intersection de (d_2) et (d).
Supposons que les droites (d_1) et (d_2) sont sécantes, elles se coupent en M.

Évaluation

Sixième

NOM : **PRÉNOM :** **CLASSE :**

Exercice n° 1

(*5 points*)

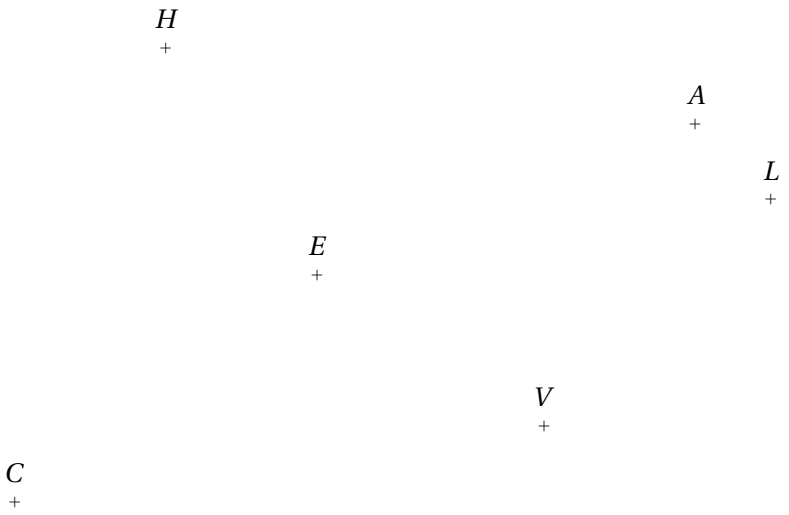
Poser et effectuer chacune des opérations suivantes :

$76\,543 + 5678$	$8765 - 6896$	567×23	167×306	876×1056

Exercice n° 2

(*10 points*)

Compléter la figure ci-dessous en respectant les consignes.

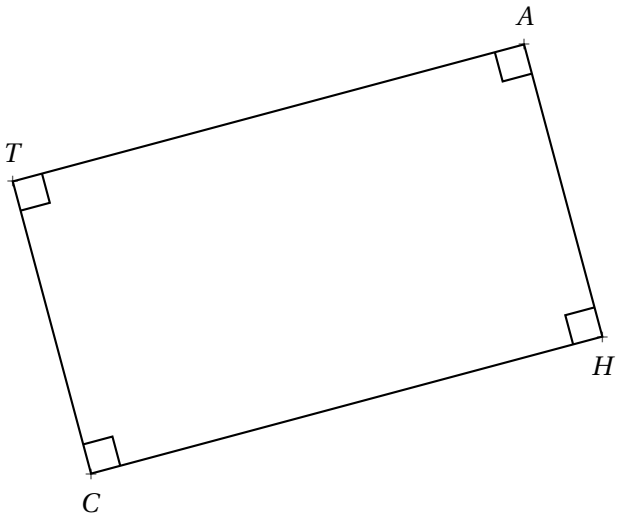


- Tracer $[HE]$ en noir ;
- Tracer $[CE)$ en bleu ;
- Tracer (AL) en rouge ;
- Tracer $[AV)$ en vert ;
- Tracer $[AE]$ en noir pointillé ;
- Tracer (LH) en bleu pointillé ;
- Tracer $[VL)$ en rouge pointillé ;
- Tracer $[HA)$ en vert pointillé ;
- Placer M intersection de (CA) et (HL) ;
- Placer N intersection de (EL) et (HA) ;
- Placer P intersection de (CV) et (AL) ;
- Tracer MNP.

Exercice n° 3

(*5 points*)

Compléter la figure ci-dessous en respectant les consignes.



$CHAT$ est un rectangle.

- Placer I le milieu de $[CH]$ et J le milieu de $[HA]$;
- Placer K le milieu de $[AT]$ et L le milieu de $[TC]$;
- Placer M sur $[CH]$ tel que $CM = 2\,\text{cm}$;
- Placer N sur $[HA]$ tel que $AN = 1\,\text{cm}$;
- Placer O sur $[AT]$ tel que $TO = 5\,\text{cm}$;
- Placer P sur $[CT]$ tel que $PT = 1\,\text{cm}$;
- Tracer $IJKL$ et $MNOP$;
- Placer Q l'intersection de (CN) et (TA) ;
- Placer R l'intersection de (LI) et (MK) ;
- Placer S l'intersection de (LK) et (HO) ;
- Tracer QRS en rouge.

Évaluation—Correction

NOM : **PRÉNOM :** **CLASSE :**

Exercice n° 1

(5 points)

Poser et effectuer chacune des opérations suivantes :

$76\,543 + 5678$

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ } \\ 7\,6\,5\,4\,3 \\ +\quad 5\,6\,7\,8 \\ \hline 8\,2\,2\,2\,1 \end{array}$$

$8765 - 6896$

$$\begin{array}{r} 8\,{\scriptstyle 1}7\,{\scriptstyle 1}6\,{\scriptstyle 1}5 \\ -\,{\scriptstyle 1}6\,{\scriptstyle 1}8\,{\scriptstyle 1}9\,6 \\ \hline 1\,8\,6\,9 \end{array}$$

567×23

$$\begin{array}{r} 5\,6\,7 \\ \times\quad 2\,3 \\ \hline 1\,7\,0\,1 \\ 1\,1\,3\,4\,\cdot \\ \hline 1\,3\,0\,4\,1 \end{array}$$

167×306

$$\begin{array}{r} 1\,6\,7 \\ \times\quad 3\,0\,6 \\ \hline 1\,0\,0\,2 \\ 5\,0\,1\,\cdot\,\cdot \\ \hline 5\,1\,1\,0\,2 \end{array}$$

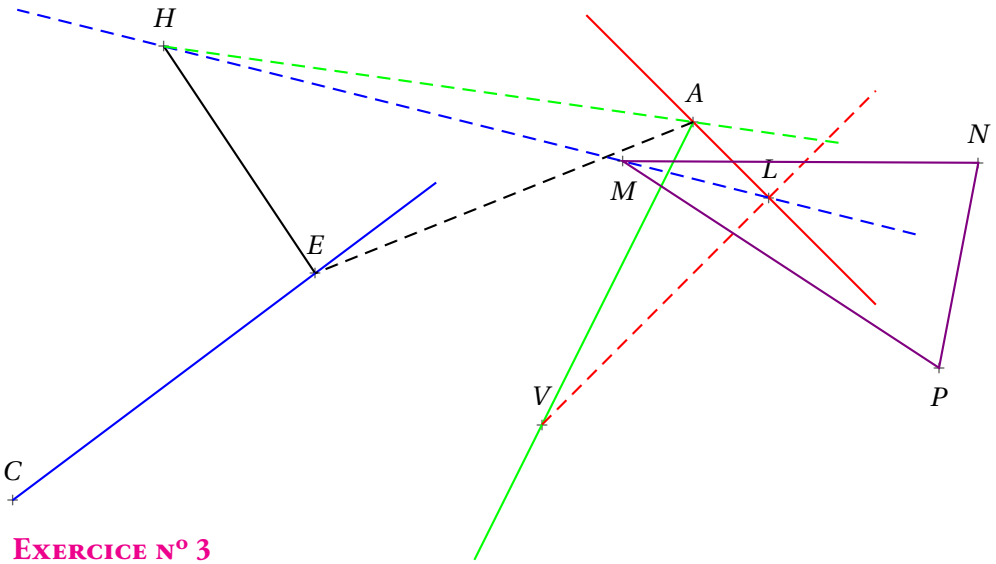
876×1056

$$\begin{array}{r} 1\,0\,5\,6 \\ \times\quad 8\,7\,6 \\ \hline 6\,3\,3\,6 \\ 7\,3\,9\,2\,\cdot \\ 8\,4\,4\,8\,\cdot\,\cdot \\ \hline 9\,2\,5\,0\,5\,6 \end{array}$$

Exercice n° 2

(10 points)

Compléter la figure ci-dessous en respectant les consignes.

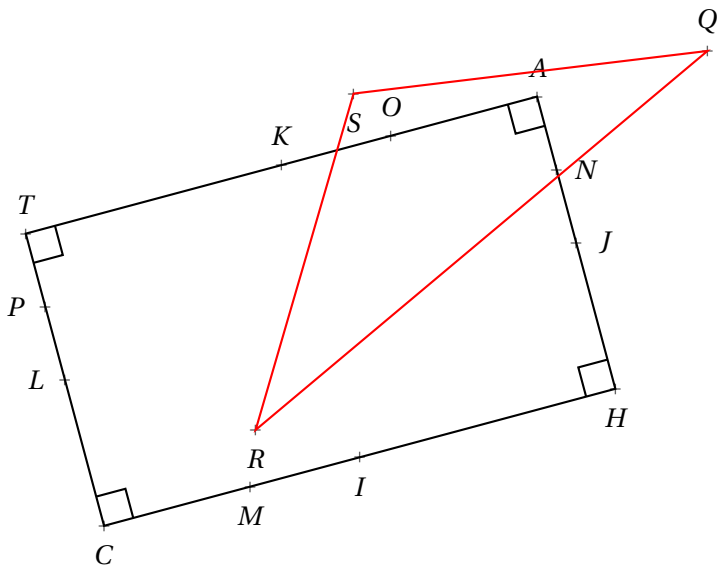


- Tracer $[HE]$ en noir ;
- Tracer $[CE)$ en bleu ;
- Tracer (AL) en rouge ;
- Tracer $[AV)$ en vert ;
- Tracer $[AE]$ en noir pointillé ;
- Tracer (LH) en bleu pointillé ;
- Tracer $[VL)$ en rouge pointillé ;
- Tracer $[HA)$ en vert pointillé ;
- Placer M intersection de (CA) et (HL) ;
- Placer N intersection de (EL) et (HA) ;
- Placer P intersection de (CV) et (AL) ;
- Tracer MNP.

Exercice n° 3

(5 points)

Compléter la figure ci-dessous en respectant les consignes.



$CHAT$ est un rectangle.

- Placer I le milieu de $[CH]$ et J le milieu de $[HA]$;
- Placer K le milieu de $[AT]$ et L le milieu de $[TC]$;
- Placer M sur $[CH]$ tel que $CM = 2\,\text{cm}$;
- Placer N sur $[HA]$ tel que $AN = 1\,\text{cm}$;
- Placer O sur $[AT]$ tel que $TO = 5\,\text{cm}$;
- Placer P sur $[CT]$ tel que $PT = 1\,\text{cm}$;
- Tracer $IJKL$ et $MNOP$;
- Placer Q l'intersection de (CN) et (TA) ;
- Placer R l'intersection de (LI) et (MK) ;
- Placer S l'intersection de (LK) et (HO) ;
- Tracer QRS en rouge.

Situation initiale

Le Math'Ionary

Sixième

Ce jeu se joue à deux ou trois. Vous devez faire deviner une figure de géométrie à votre partenaire afin qu'il la redessine le plus exactement possible. Voici comment se déroule une manche :

- Le professeur distribue secrétement à chaque élève une figure de géométrie, la feuille posée sur la table face cachée sur la table ;
- **Attention, cette figure doit rester secrète jusqu'à la Troisième étape de la manche** ;
- **Première étape**
  - Quand le professeur donne le signal, vous retournez et observez la figure distribuée ;
  - Dans la **Case n° 1** de la fiche de jeu, vous devez écrire un texte décrivant le plus précisément possible la figure ;
  - Vous pouvez écrire ce que vous voulez, vous pouvez utiliser des nombres et des mesures ;
  - Même si c'est important, l'orthographe et la grammaire ne sont pas évalués dans ce jeu ;
  - Vous n'avez pas le droit de faire un dessin ou un schéma dans cette case.
- **Deuxième étape**
  - Quand le professeur donne le signal, vous échangez votre feuille de jeu avec votre partenaire (si vous êtes trois, Arthur, Ana et Albert, Artur donne sa fiche à Ana, Ana à Albert et Albert à Arthur) ;
  - Dans la Case n° 2 de la fiche de jeu, vous devez dessiner la figure décrite dans la **Case n° 1** ;
  - Vous n'avez pas le droit de demander des informations supplémentaires à votre partenaire ;
  - Vous pouvez, si c'est nécessaire, lui demander de lire un mot que vous auriez du mal à déchiffrer ;
  - Vous pouvez utiliser des instruments de géométrie.
- **Troisième étape**
  - Vous devez coller la figure originale dans la **Case n° 3** ;
  - Comparez le dessin proposé et celui que vous avez fait ;
  - Déterminez les éléments imprécis, faux, manquants ;
  - Quels conseils donneriez-vous à vos camarades pour réussir cette tâche ?

Liste de conseils

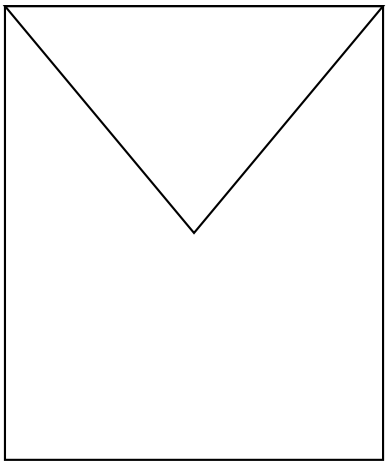
Le vocabulaire

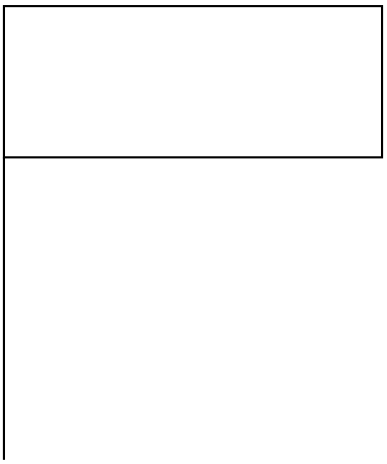
Langage courant	Langage mathématique

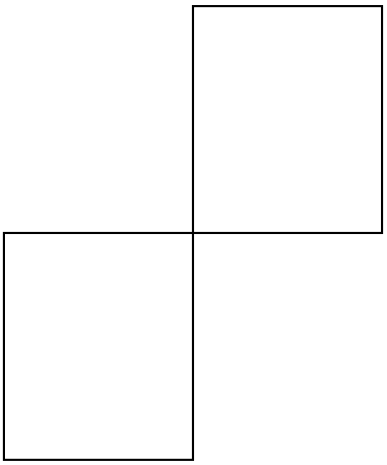
Première manche	Deuxième manche	Troisième manche
Case nº 1 : Description de la figure cachée.	**Case nº 1** : Description de la figure cachée.	**Case nº 1** : Description de la figure cachée.
Case nº 2 : Tracé de la figure décrite dans la case nº 1.	**Case nº 2** : Tracé de la figure décrite dans la case nº 1.	**Case nº 2** : Tracé de la figure décrite dans la case nº 1.
Case nº 3 : Comparaison avec la case nº 2.	**Case nº 3** : Comparaison avec la case nº 2.	**Case nº 3** : Comparaison avec la case nº 2.

Les figures à dessiner

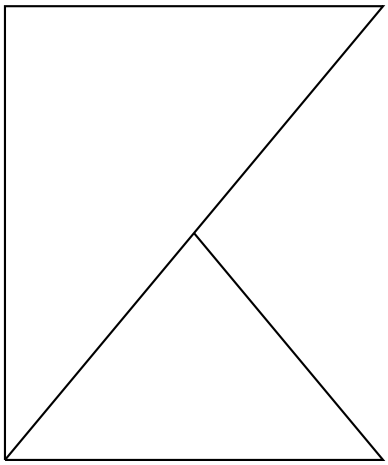
Première manche

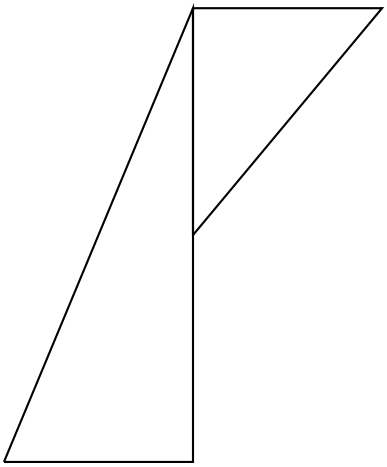


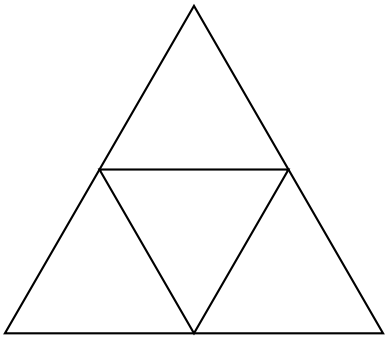




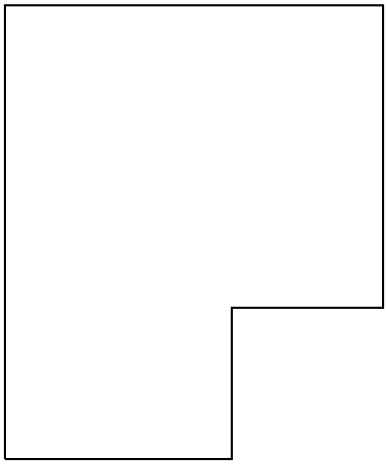
Deuxième manche

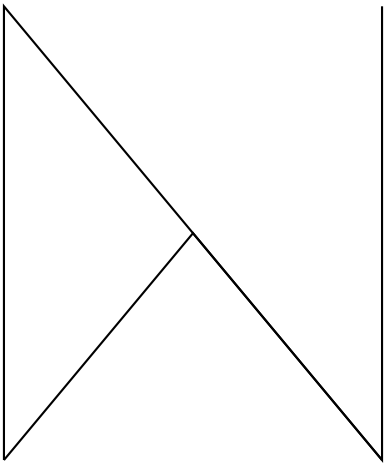


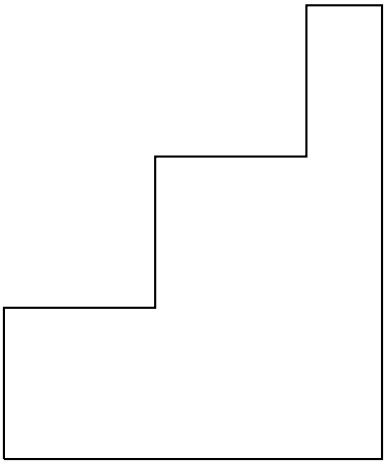




Troisième manche







Situation initiale

Les intentions pédagogiques

Niveau : Sixième.

Temps : Deux séances de 55 minutes.

Objectifs :

Il s'agit d'introduire, en début d'année de sixième, le vocabulaire de la géométrie. Cette activité permet de partir des mots du langage courant utilisés par les élèves et leur montrer que ce langage est imprécis et qu'il convient de le remplacer par un vocabulaire où chaque terme est bien défini.

Déroulement :

On présente cette situation comme un jeu. Il peut se dérouler à deux ou trois élèves.
Le but du jeu consiste à faire deviner, à son partenaire, un « dessin »en le décrivant à l'écrit. Cet écrit, pour lequel on ne tient pas compte de l'orthographe, un oral scriptural, ne doit pas comprendre de schéma. Il peut utiliser des mesures.

En pratique, la fiche est distribuée à tous les élèves. Les figures ont été découpées au préablable. Il y a trois figures possibles par manche. La fiche de jeu est également distribuée.
Au début d'une manche, une figure est distribuée face cachée à chaque élève. On veillera à ne pas distribuer la même figure dans un même groupe de deux ou trois élèves.
On rappelle la règle fondamentale : **il est interdit de montrer ou de tenter de regarder le dessin de son partenaire.**
Quand l'enseignant lance le jeu, tout le monde regarde son dessin, et commence à le décrire dans la première case de la fiche de jeu. Il est possible de mesurer avec une règle ou de contrôler les angles droits avec un équerre.
L'enseignant ne donne aucune stratégie, tous les mots sont autorisés, seuls les schémas sont interdits.

Quand cette phase est terminée, elle peut être chronométrée, les élèves échangent les fiches de jeu avec leur partenaire (les groupes de trois font une permutation circulaire). Chacun doit alors dessiner, dans la case n° 2, la figure décrite dans la case n° 1. Il est autorisé d'utiliser un règle et une équerre. Aucun indice n'est donné.
Il est interdit d'aider son partenaire à réaliser la figure, seule la consigne écrite est utilisée. Il est simplement autorisé de déchiffrer un mot mal écrit.

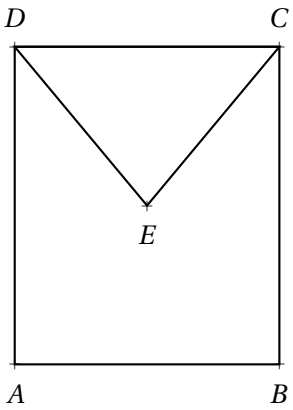
Quand cette phase est terminée, on passe à la révélation ! La figure découpée est collée dans la case n° 3 sous le dessin. Les élèves dialoguent alors sur les raisons de l'échec ou de la réussite et commencent à réfléchir à des conseils pour réussir la prochaine épreuve.

On prend quelques photos à ce moment-là, pour préparer le dialogue qui va suivre.

On passe à une première mise en commun. La question posée à la classe est « Quels conseils donneriez-vous à vos camarades pour réussir à ce jeu ? ». Un des premiers qui émerge est celui qui concerne le vocabulaire. Il consiste à ne vouloir que le vocabulaire spécicifique des mathématiques.
On demande une liste de mots mathématiques. On entend souvent : carré, cercle, segment, point, triangle... Quelques débats au sujets des mots courants dont on ne veut pas se servir : en haut, à droite, horizontalement, verticalement, un trait... C'est l'occasion de préciser qu'une figure de géométrie peut se regarder dans tous les sens.

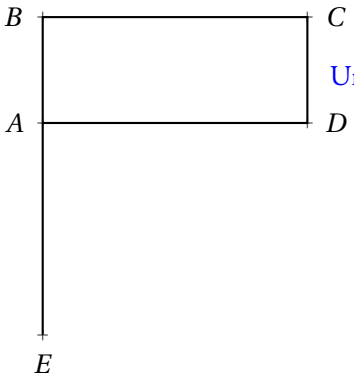
Voici quelques propositions de consignes permettant de tracer les figures données.

Première manche



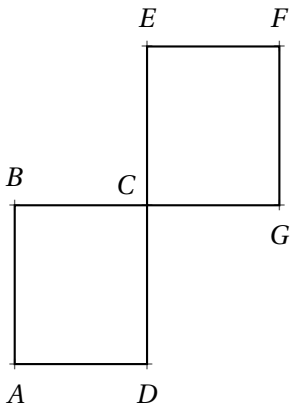
Une réponse habituelle attendue : **Trace une enveloppe**

— Tracer un rectangle $ABCD$ de longueur $AD = 6\,\text{cm}$ et de largeur $AB = 5\,\text{cm}$.
— Placer E le milieu de $[BD]$ *ou E est l'intersection de* $[BD]$ *et* $[AC]$
— Tracer le triangle DCE



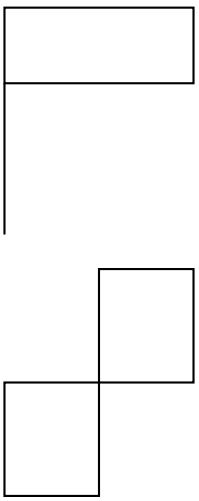
Une réponse habituelle attendue : **Trace un drapeau**

— Tracer un rectangle $ABCD$ de longueur $AD = 5\,\text{cm}$ et de largeur $AB = 2\,\text{cm}$.
— Placer E sur la demi-droite $[BA)$ tel que $AE = 4\,\text{cm}$
— Tracer $[AE]$

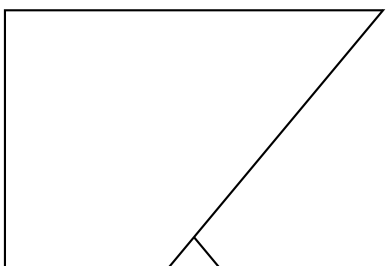


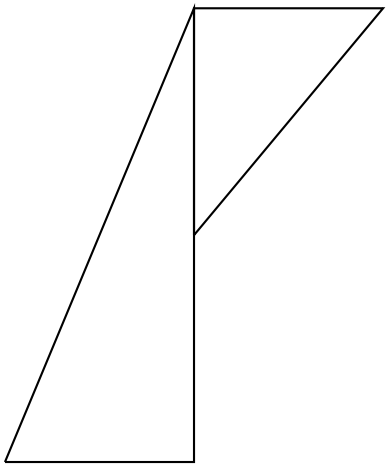
Une réponse habituelle attendue : **Trace deux rectangles accrochés par un sommet.**

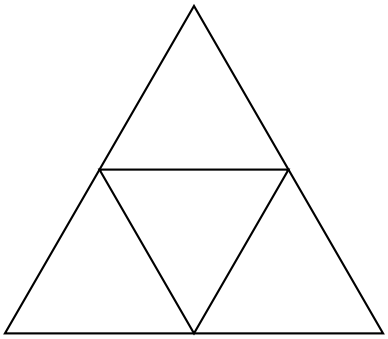
— Tracer un rectangle $ABCD$ de longueur $AB = 3\,\text{cm}$ et de largeur $AD = 2{,}5\,\text{cm}$.
— Placer G sur la demi-droite $[BC)$ tel que C soit le milieu de $[BG]$
— Placer E sur la demi-droite $[DC)$ tel que C soit le milieu de $[DE]$
— Tracer le rectangle $CEFG$.



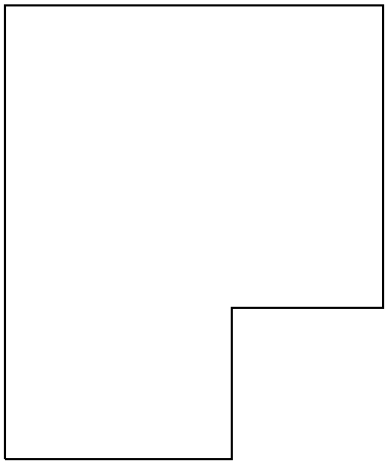
Deuxième manche

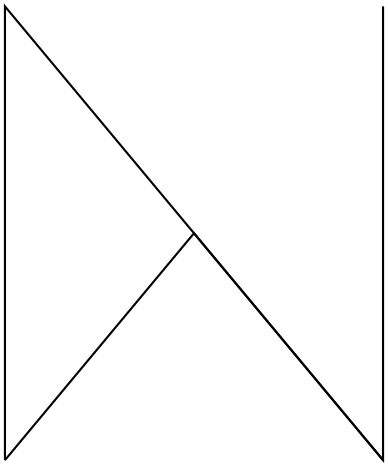


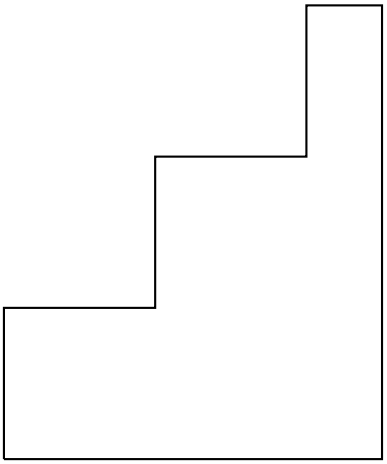




Troisième manche







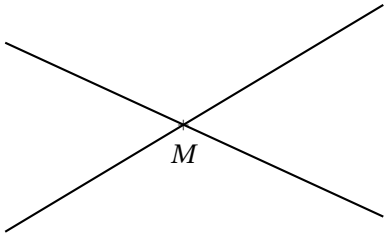
Le nombre de points d'intersection

Sixième

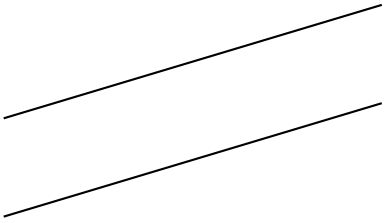
Situation initiale

L'objectif de cette activité consiste à déterminer le nombre maximal de points d'intersection de plusieurs droites.

Deux droites peuvent être sécantes ou parallèles.



1 point d'intersection



0 point d'intersection

1. Tracer trois droites quelconques. Combien de situations différentes peut-on obtenir en termes de nombre de points d'intersection. Effectuer une figure pour chacun des cas.

2. Tracer quatre droites quelconques. Combien de situations différentes peut-on obtenir en termes de nombre de points d'intersection. Effectuer une figure pour chacun des cas.

3. Recommencer une dernière fois cette question avec cinq droites quelconques.

4. Tracer six droites quelconques de telle manière qu'elles aient un maximum de points d'intersection tous différents.

5. Même question avec sept puis huit droites quelconques.

6. Compléter les sept premieres lignes du tableau suivant :

Nombre de droites	Nombre maximal de points d'intersection	Conjecture
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

7. En observant ce tableau, déterminer **une conjecture** pour compléter les deux dernières lignes.

8. Combien de points d'intersection au maximum peut-on obtenir en traçant 12 droites ? 15 droites ? 20 droites ?

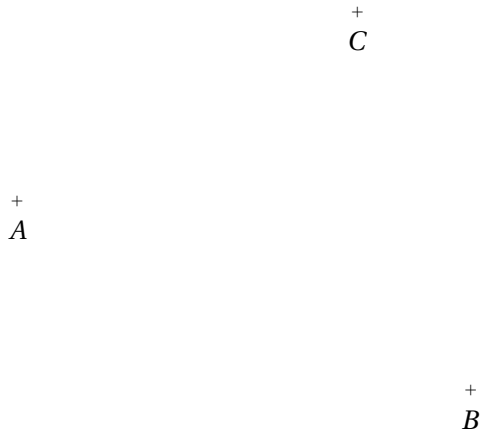
Défi. On trace 100 droites. Quel est le maximum du nombre de points d'intersection dans ce cas ?

Situation initiale

Le nombre de points d'intersection — Correction

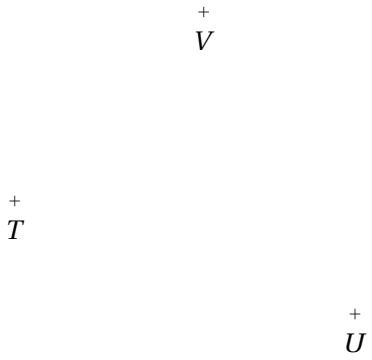
NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Exercice 1



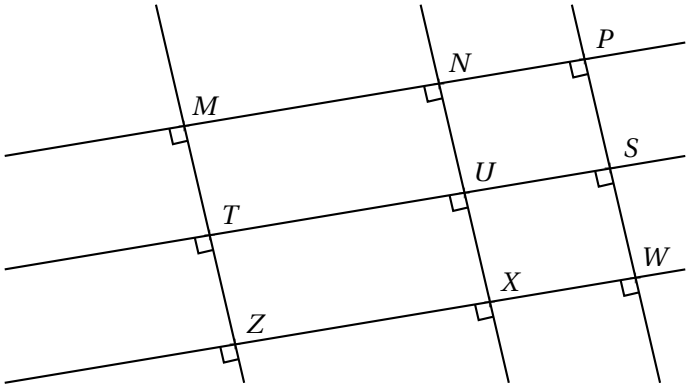
1. Tracer (AB), $[BC]$ et $[AC]$
2. Tracer (d) perpendiculaire à la droite (BC) passant par A.
3. Tracer (d') perpendiculaire à la droite (AC) passant par B.
4. Tracer (d'') perpendiculaire à la droite (AB) passant par C.
Que remarquez-vous ?

Exercice 2



1. Tracer (VU), $[TV]$ et $[UT]$
2. Tracer (d_1) parallèle à la droite (UV) passant par T.
3. Tracer (d_2) parallèle à la droite (VT) passant par U.
4. Tracer (d_3) parallèle à la droite (UT) passant par V.
Que remarquez-vous ?

Exercice 3

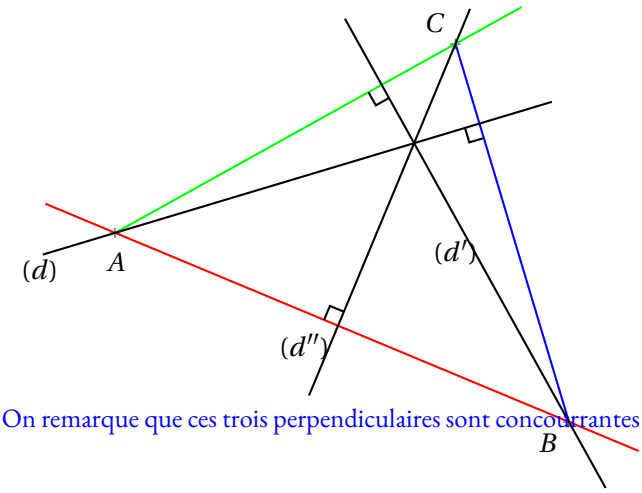


Compléter les expressions suivantes en utilisant les symboles : $\in$, $\notin$, $\parallel$ ou $\perp$.

(MN)	(TU)	N	(MP)
Z	$[MT)$	X	(TU)
X	$[UN]$	W	(MU)
X	$[UN)$	U	$[NX)$
X	$[NU)$	W	(SP)
X	(UN)	W	$[SP)$
(UX)	(ST)	W	$[PS)$
(XV)	(NP)	W	$[SP]$
(UX)	(MN)	(XW)	(MN)
(TU)	(PN)	(NU)	(ZX)

Évaluation de géométrie — Correction

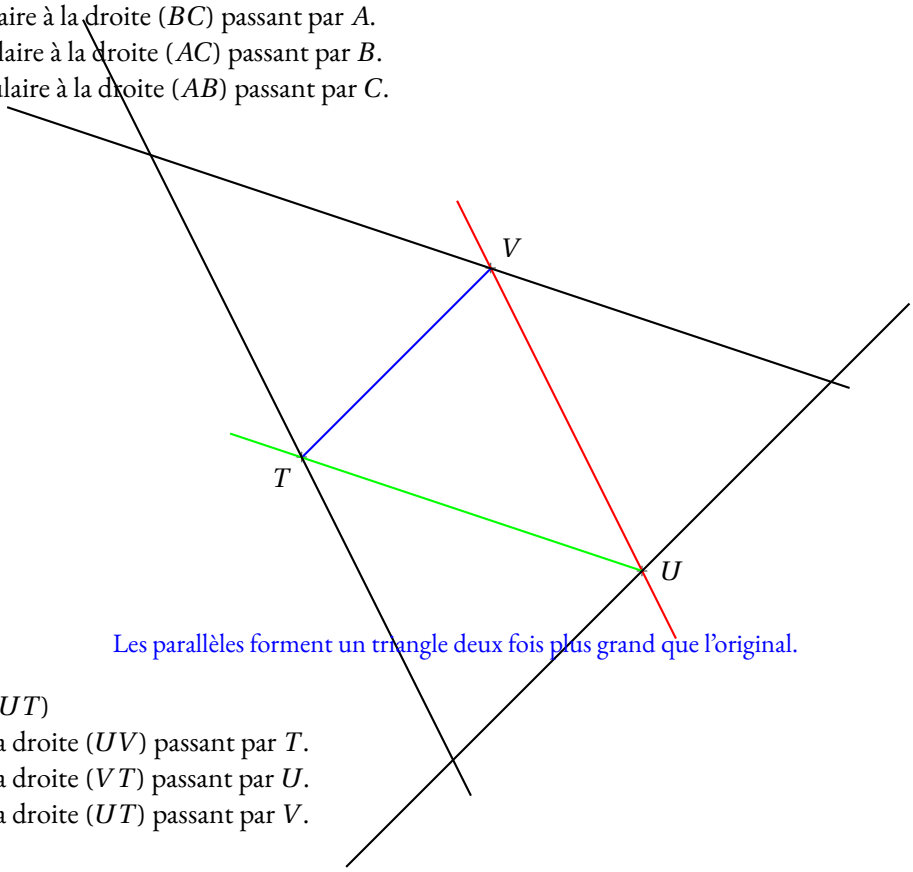
Exercice 1



On remarque que ces trois perpendiculaires sont concourrantes : elles se coupent au même point.

1. Tracer (AB), $[BC]$ et $[AC]$
2. Tracer (d) perpendiculaire à la droite (BC) passant par A.
3. Tracer (d') perpendiculaire à la droite (AC) passant par B.
4. Tracer (d'') perpendiculaire à la droite (AB) passant par C.
Que remarquez-vous ?

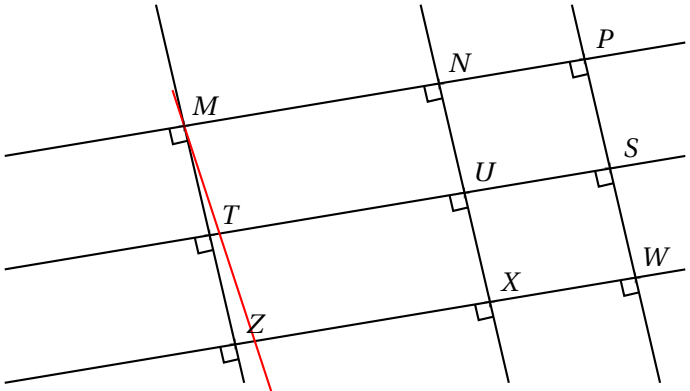
Exercice 2



Les parallèles forment un triangle deux fois plus grand que l'original.

1. Tracer (VU), $[TV]$ et $[UT]$
2. Tracer (d_1) parallèle à la droite (UV) passant par T.
3. Tracer (d_2) parallèle à la droite (VT) passant par U.
4. Tracer (d_3) parallèle à la droite (UT) passant par V.
Que remarquez-vous ?

Exercice 3



Compléter les expressions suivantes en utilisant les symboles : $\in$, $\notin$, $\parallel$ ou $\perp$.

$(MN) \parallel (TU)$

$Z \in [MT)$

$X \notin [UN]$

$X \notin [UN)$

$X \in [NU)$

$X \in (UN)$

$(UX) \perp (ST)$

$(XW) \parallel (NP)$

$(UX) \perp (MN)$

$(TU) \parallel (PN)$

$N \notin (MP)$

$X \notin (TU)$

$W \notin (MU)$

$U \in [NX)$

$W \in (SP)$

$W \notin [SP)$

$W \in [PS)$

$W \notin [SP]$

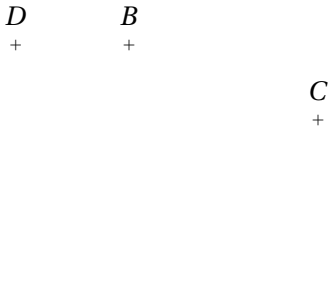
$(XW) \parallel (MN)$

$(NU) \perp (ZX)$

Évaluation de mathématiques

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Exercice n° 1 :

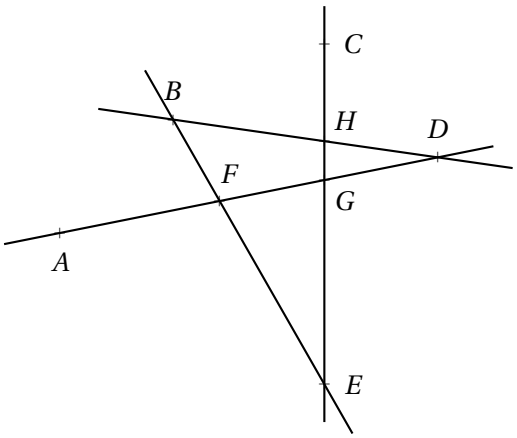


1. Tracer en bleu $[BC]$, en noir (AD), en vert $[DB)$ et en rouge $[CA)$.

2. Au crayon de papier, placer le point E à l'intersection de (AD) et (BC).
Placer le point F à l'intersection de (AC) et (DB).
Placer le point G à l'intersection de (AB) et (DC).

3. Tracer au crayon de papier $[FE)$, (EG) et $[FG]$.

Exercice n° 2 : En observant la figure ci-dessous, compléter avec les symboles $\in$ ou $\notin$.



H	$[BD]$
C	$[HG]$
C	(HG)
C	$[HG)$
C	$[GH)$
D	$[FG]$
D	(AG)
E	$[BF)$
E	$[FB)$
B	(AC)
D	(EC)

Résoudre chacun des problèmes suivants en indiquant les différentes étapes et en faisant des phrases réponses.
Vous pouvez poser les opérations ci-dessous.

Problème n° 1

Ma série préférée, Stranger Bling, est constituée de 5 saisons de 18 épisodes chacun.
Un épisode dure à chaque fois 55 min.

Combien de temps faut-il passer devant NetFloux pour regarder cette série en entier ?

Problème n° 2

Pour se rendre au collège Vauquelin, mon professeur de mathématiques fait 26 km le matin et autant le soir.
Une année scolaire est constituée de 36 semaines et mon professeur travaille quatre jours par semaine.

Quelle distance totale va-t-il parcourir durant cette année scolaire ?

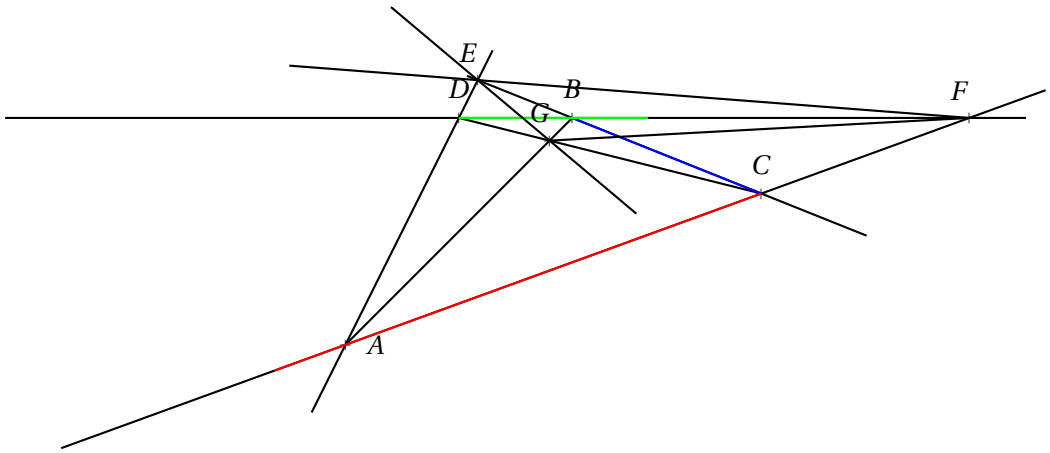
Problème n° 3

Pour les vacances je vais prendre un train de nuit. Il part vendredi 22 octobre à 18 h 07 min de Toulouse. Une pause de 1 h 37 min est prévue à Lyon. Mon train doit arriver samedi matin à 8 h 45 min à la gare de Lille.

Combien de temps va durer mon trajet ?

Évaluation de mathématiques — **Correction**

Exercice n° 1 :



Exercice n° 2 :

$H \in [BD]$

$C \notin [HG]$

$C \in (HG)$

$C \notin [HG)$

$C \in [GH)$

$D \notin [FG]$

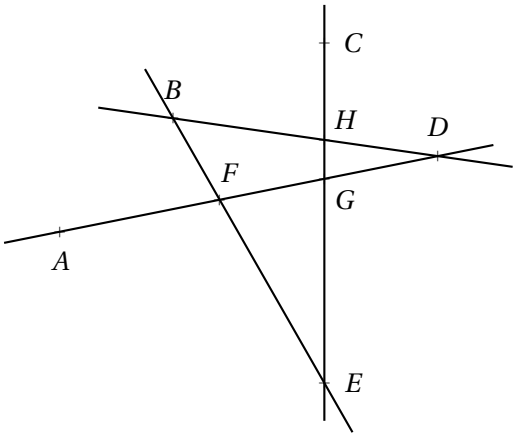
$D \in (AG)$

$E \in [BF)$

$E \notin [FB)$

$B \notin (AC)$

$D \notin (EC)$



Résoudre chacun des problèmes suivants en indiquant les différentes étapes et en faisant des phrases réponses.
Vous pouvez poser les opérations ci-dessous.

Problème n° 1

Ma série préférée, Stranger Bling, est constituée de 5 saisons de 18 épisodes chacun.
Un épisode dure à chaque fois 55 min.

Combien de temps faut-il passer devant NetFloux pour regarder cette série en entier ?

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times\ \ 5 \\ \hline 90 \end{array}$$

La série est constituée de 90 épisodes.

$$\begin{array}{r} 55 \\ \times\ 90 \\ \hline 495\cdot \\ \hline 4950 \end{array}$$

Elle dure en tout 4 950 min.

$$\begin{array}{r|l} 4950 & 60 \\ \cline{2-2} 150 & 82 \\ 30 & \end{array}$$

On voit donc que 4 950 min = 82 h 30 min.

$$\begin{array}{r|l} 82 & 24 \\ \cline{2-2} 10 & 3 \end{array}$$

Finalement il faut 3 j 10 h 30 min pour regarder cette série !

Problème n° 2

Pour se rendre au collège Vauquelin, mon professeur de mathématiques fait 26 km le matin et autant le soir.
Une année scolaire est constituée de 36 semaines et mon professeur travaille quatre jours par semaine.

Quelle distance totale va-t-il parcourir durant cette année scolaire ?

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times\ \ 2 \\ \hline 52 \end{array}$$

Mon professeur de mathématiques fait 52 km par jour.

$$\begin{array}{r} 52 \\ \times\ \ 4 \\ \hline 208 \end{array}$$

Comme il travaille quatre jours par semaine, il fait 208 km par semaine.

$$\begin{array}{r} 208 \\ \times\ \ 36 \\ \hline 1248 \\ 624 \\ \hline 7488 \end{array}$$

Il parcourt 7 488 km par an !

Problème n° 3

Pour les vacances je vais prendre un train de nuit. Il part vendredi 22 octobre à 18 h 07 min de Toulouse. Une pause de 1 h 37 min est prévue à Lyon. Mon train doit arriver samedi matin à 8 h 45 min à la gare de Lille.

Combien de temps va durer mon trajet ?

Entre 18 h 07 min et 19 h 00 min il y a 53 min.
Entre 19 h et 24 h, il y a 5 h.
Entre 24 h, c'est à dire 00 h et 8 h 45 min il y a 8 h 45 min.

On ajoute et on obtient 53 min + 5 h + 8 h 45 min=13 h 98 min soit 14 h 38 min.

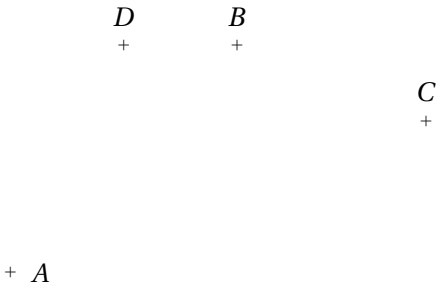
On enlève la pause de 1 h 37 min et on arrive à 13 h 01 min.

Évaluation

Sixième

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Exercice n° 1 : Segment, demi-droite, droite



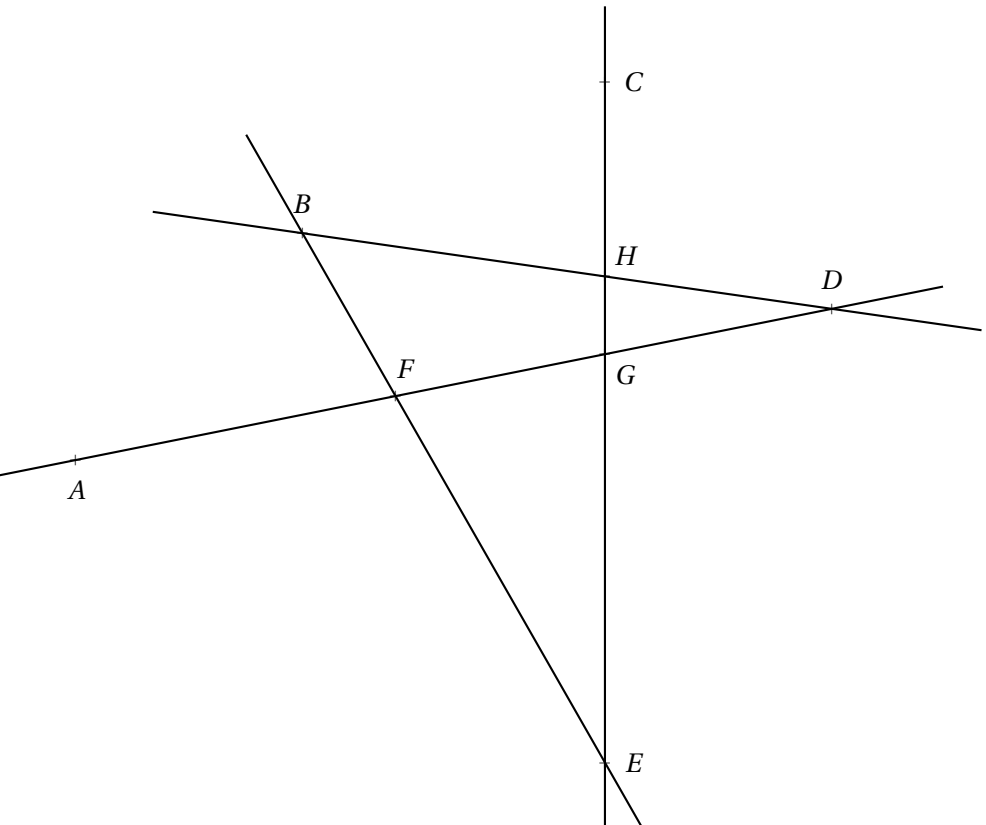
1. Tracer en bleu $[BC]$, en noir (AD), en vert $[DB)$ et en rouge $[CA)$.

2. Au crayon de papier, placer le point E à l'intersection de (AD) et (BC).
Placer le point F à l'intersection de (AC) et (DB).
Placer le point G à l'intersection de (AB) et (DC).

3. Tracer au crayon de papier $[FE)$, (EG) et $[FG]$.

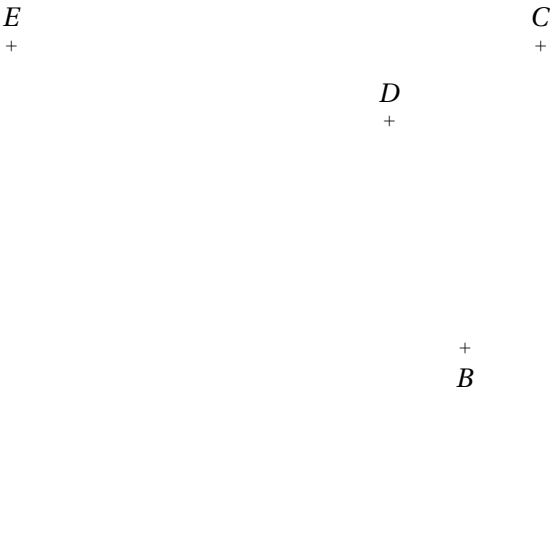
Exercice n° 2 : Appartient, n'appartient pas

Compléter en utilisant le symbole $\in$ ou le symbole $\notin$



H	$[BD]$
C	$[HG]$
C	(HG)
C	$[HG)$
C	$[GH)$
D	$[FG]$
D	(AG)
E	$[BF)$
E	$[FB)$
B	(AC)
D	(EC)

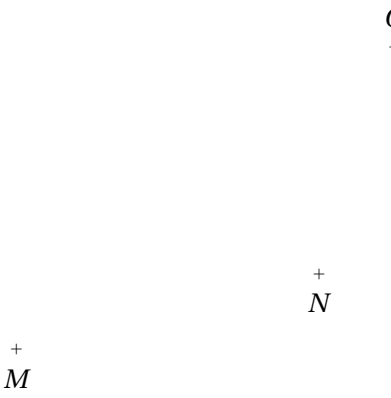
Exercice n° 3 : Parallèles et perpendiculaires



Tracer les objets géométriques suivants :

- (AC) et (BE) sont sécantes en F ;
- (CD) et (EA) sont sécantes en G ;
- $(d_1)//(AB)$ et $E \in (d_1)$;
- $(d_2)//(BD)$ et $C \in (d_2)$;
- $(d_3) \perp (EB)$ et $A \in (d_3)$;
- $(d_4) \perp (EA)$ et $B \in (d_4)$.

Exercice n° 4 : Parallèles et perpendiculaires



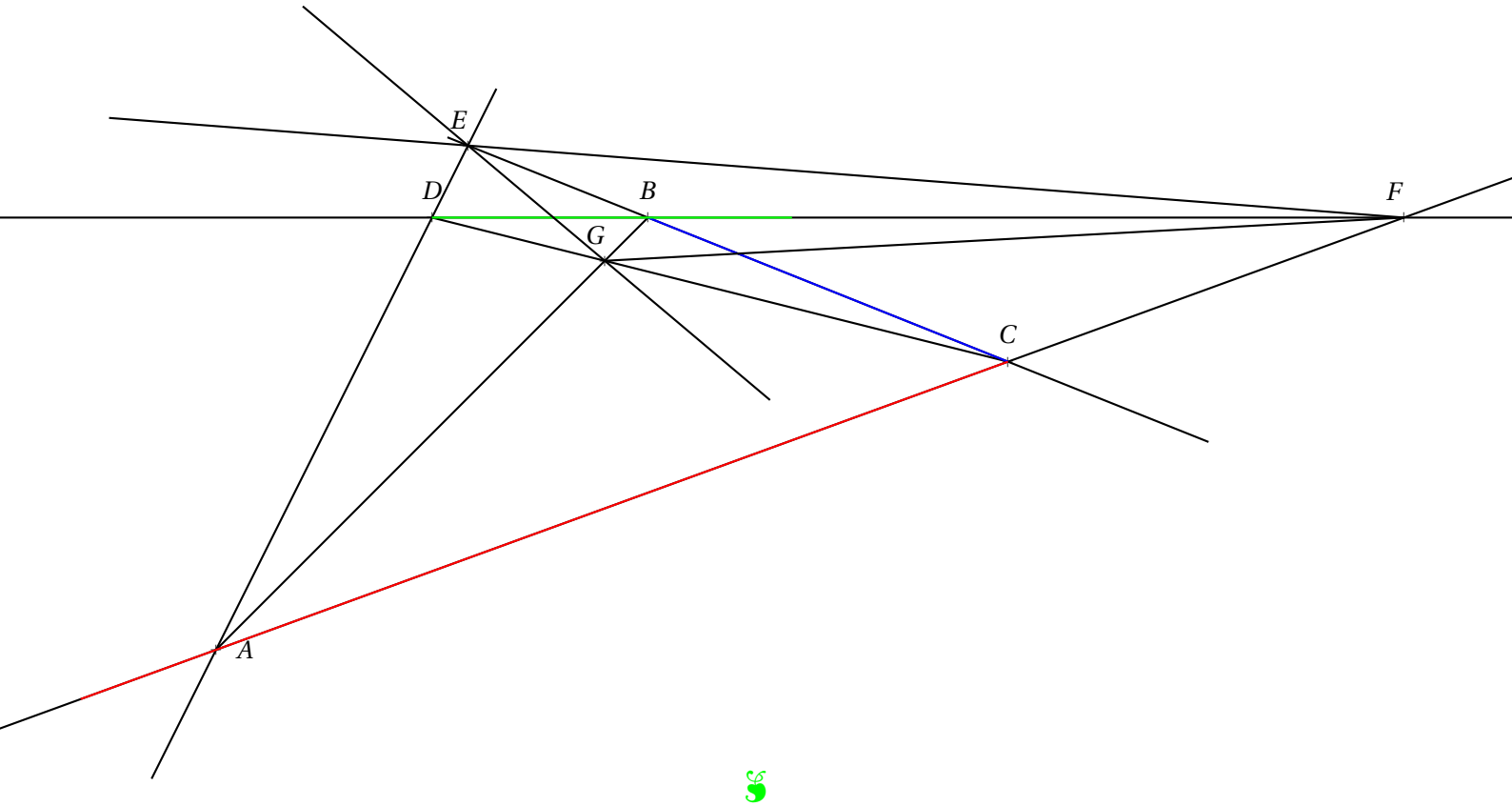
Tracer les objects géométriques suivants :

- (d_1) est la parallèle à (MN) passant par O ;
- (d_2) est la parallèle à (MO) passant par N ;
- (d_3) est la parallèle à (ON) passant par M ;
- (d_1) et (d_2) sont sécantes en A ;
- (d_2) et (d_3) sont sécantes en B ;
- (d_3) et (d_1) sont sécantes en C ;
- (d_4) est la perpendiculaire à (MN) passant par O ;
- (d_5) est la perpendiculaire à (MO) passant par N ;
- (d_6) est la perpendiculaire à (ON) passant par M ;
- (d_4) et (d_5) sont sécantes en H ;
- Placer un point Z tel que $Z \in [MN)$ et $Z \notin [MN]$.
- Placer un point Y tel que $Y \in (ON)$ et $Y \notin [ON)$.
- Placer un point X tel que $X \in (OM)$ et $X \notin [MO)$.

Exercice n° 1

Correction

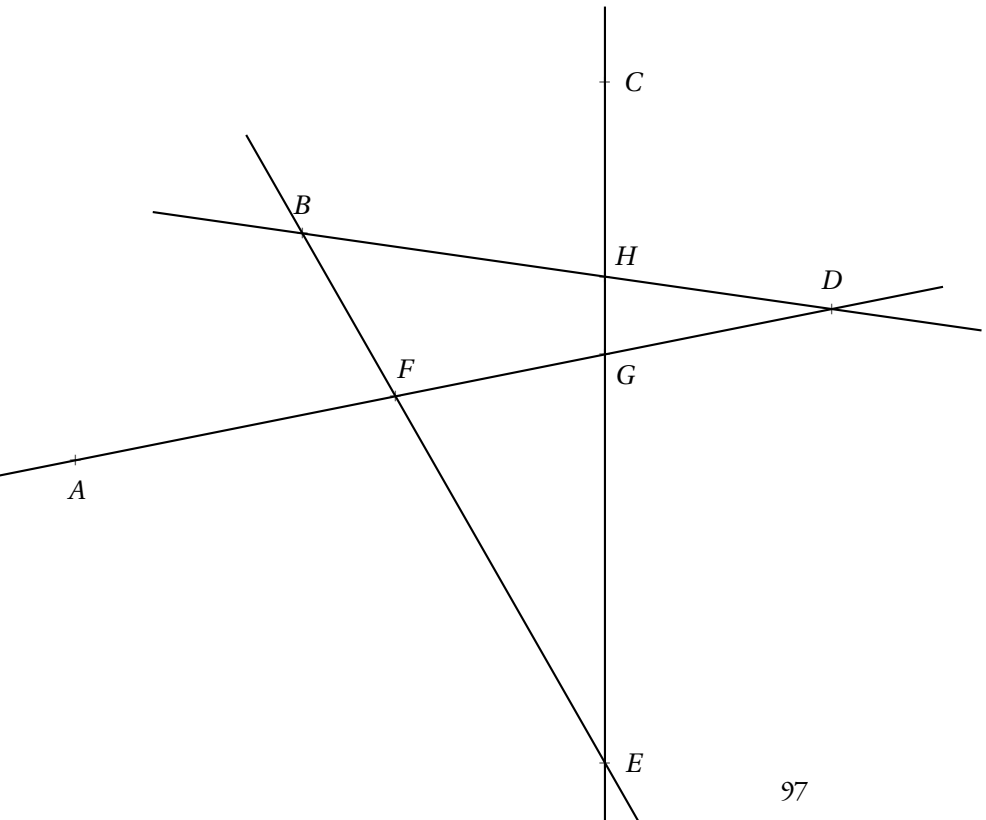
Segment, demi-droite, droite



Exercice n° 2

Correction

Appartient, n'appartient pas



$H \in [BD]$

$C \notin [HG]$

$C \in (HG)$

$C \notin [HG]$

$C \in [GH)$

$D \notin [FG]$

$D \in (AG)$

$E \in [BF)$

$E \notin [FB]$

$B \notin (AC)$

$D \notin (EC)$

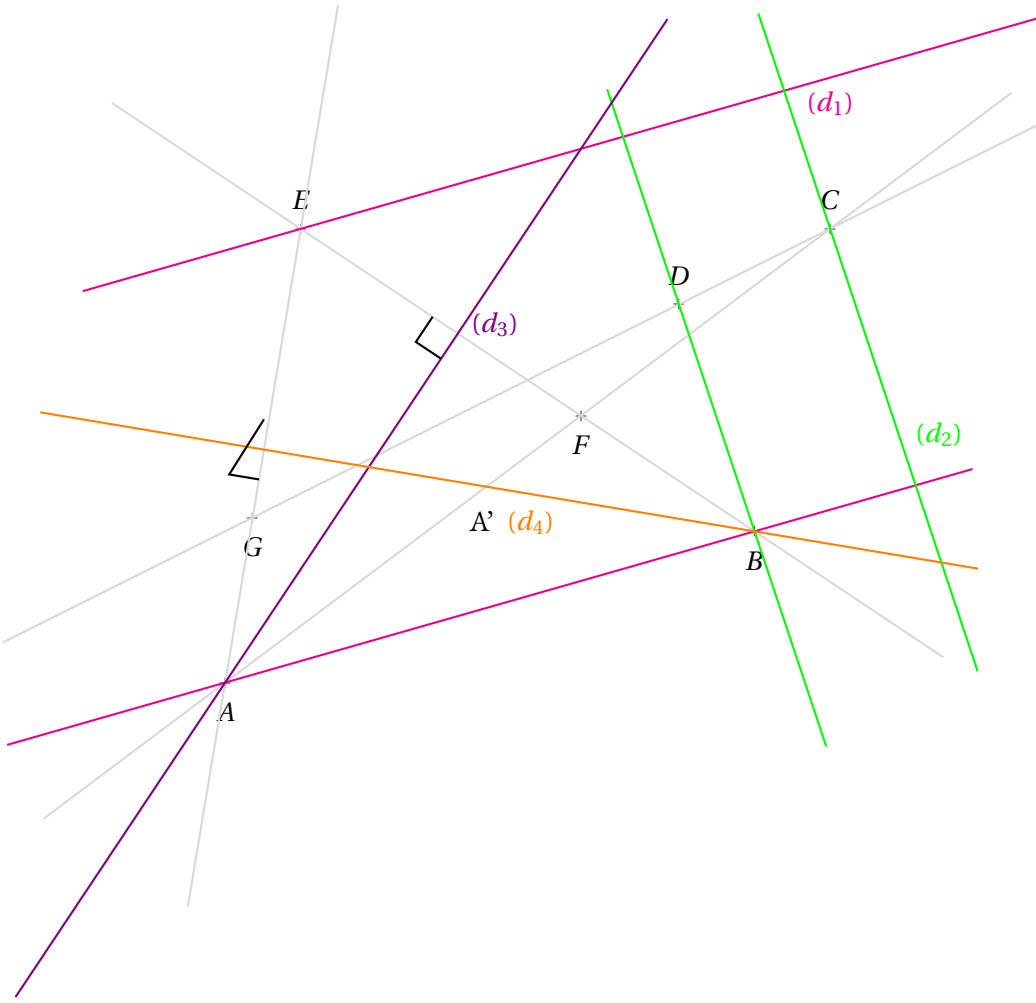
Exercice n° 3

Correction

Parallèles et perpendiculaires

Tracer les objets géométriques suivants :

- (AC) et (BE) sont sécantes en F ;
- (CD) et (EA) sont sécantes en G ;
- $(d_1)//(AB)$ et $E \in (d_1)$;
- $(d_2)//(BD)$ et $C \in (d_2)$;
- $(d_3) \perp (EB)$ et $A \in (d_3)$;
- $(d_4) \perp (EA)$ et $B \in (d_4)$. zc



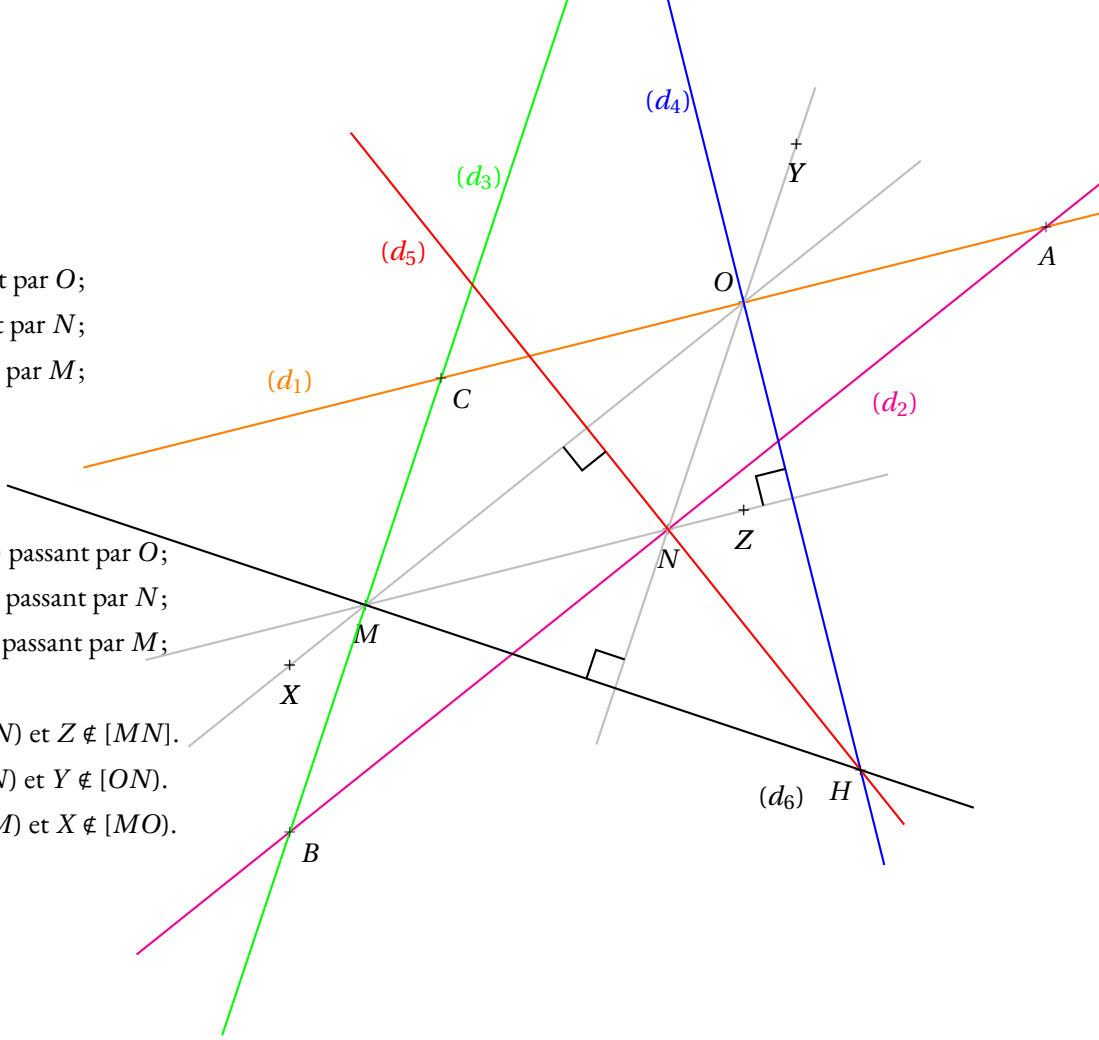
Exercice n° 4

Correction

Parallèles et perpendiculaires

Tracer les objects géométriques suivants :

— (d_1) est la parallèle à (MN) passant par O ;
— (d_2) est la parallèle à (MO) passant par N ;
— (d_3) est la parallèle à (ON) passant par M ;
— (d_1) et (d_2) sont sécantes en A ;
— (d_2) et (d_3) sont sécantes en B ;
— (d_3) et (d_1) sont sécantes en C ;
— (d_4) est la perpendiculaire à (MN) passant par O ;
— (d_5) est la perpendiculaire à (MO) passant par N ;
— (d_6) est la perpendiculaire à (ON) passant par M ;
— (d_4) et (d_5) sont sécantes en H ;
— Placer un point Z tel que $Z \in [MN)$ et $Z \notin [MN]$.
— Placer un point Y tel que $Y \in (ON)$ et $Y \notin [ON)$.
— Placer un point X tel que $X \in (OM)$ et $X \notin [MO)$.



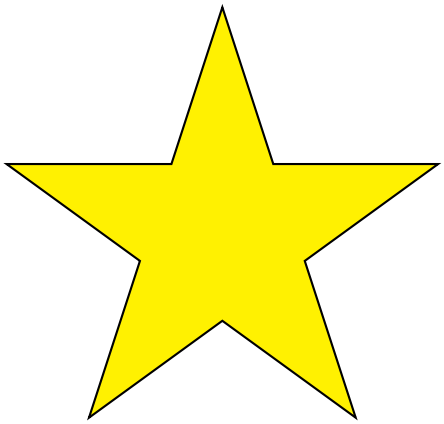
Belle figure

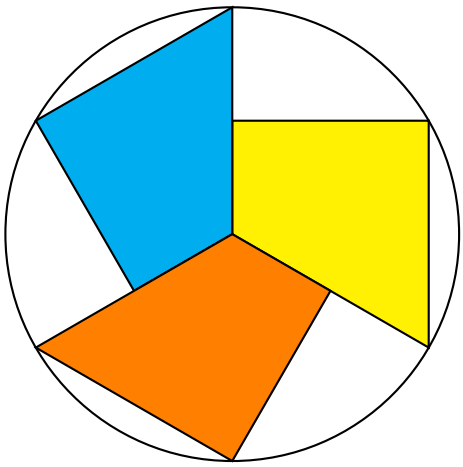
Reproduite et décrire

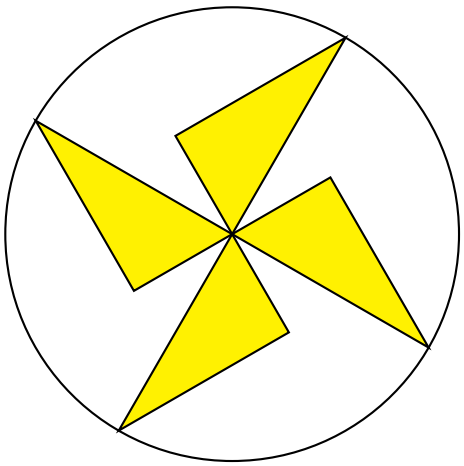
Sixième

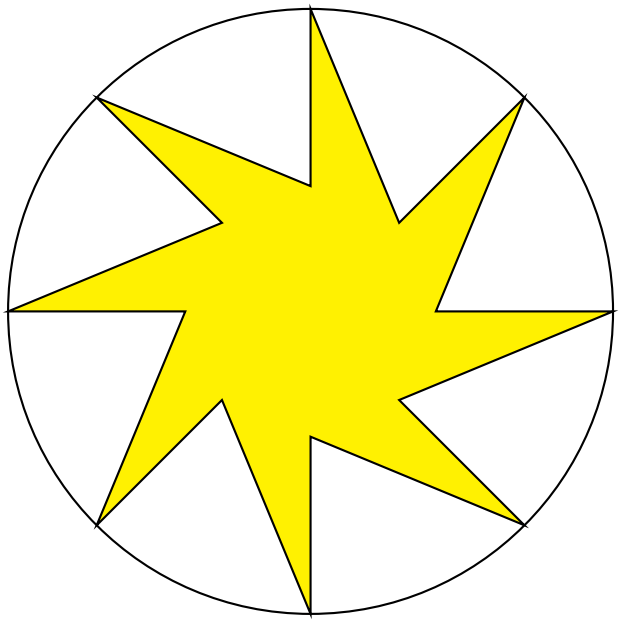
Dans cette activité, vous allez devoir analyser des figures géométriques pour pouvoir ensuite les reproduire.
Chacune des figures proposées a été construite à partir de points régulièrement positionnés sur un cercle. À partir de ces points, des segments ont été tracés, d'autres points ont été construits **uniquement** comme intersection de deux segments.
À vous de déterminer les protocoles de constructions qui ont permis de construire ces figures.
Il faudra ensuite écrire une consigne géométrique qui permet de construire la figure en partant des points de départ.

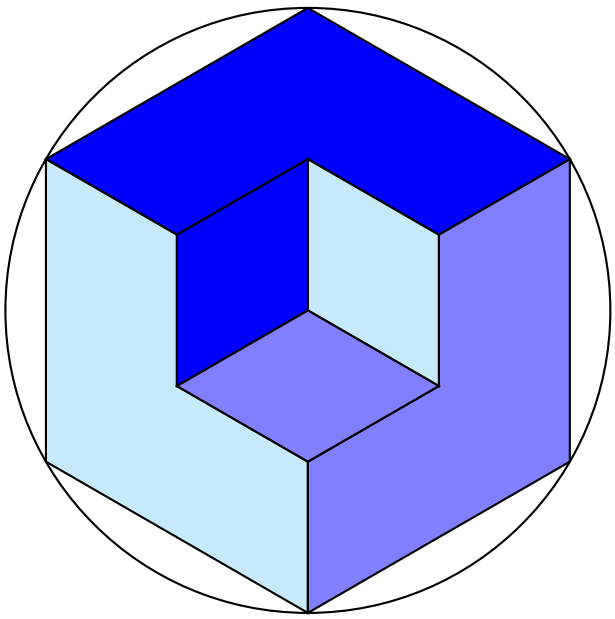
Voici les figures que vous aurez à étudier.



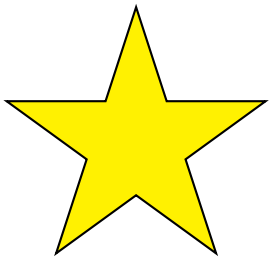








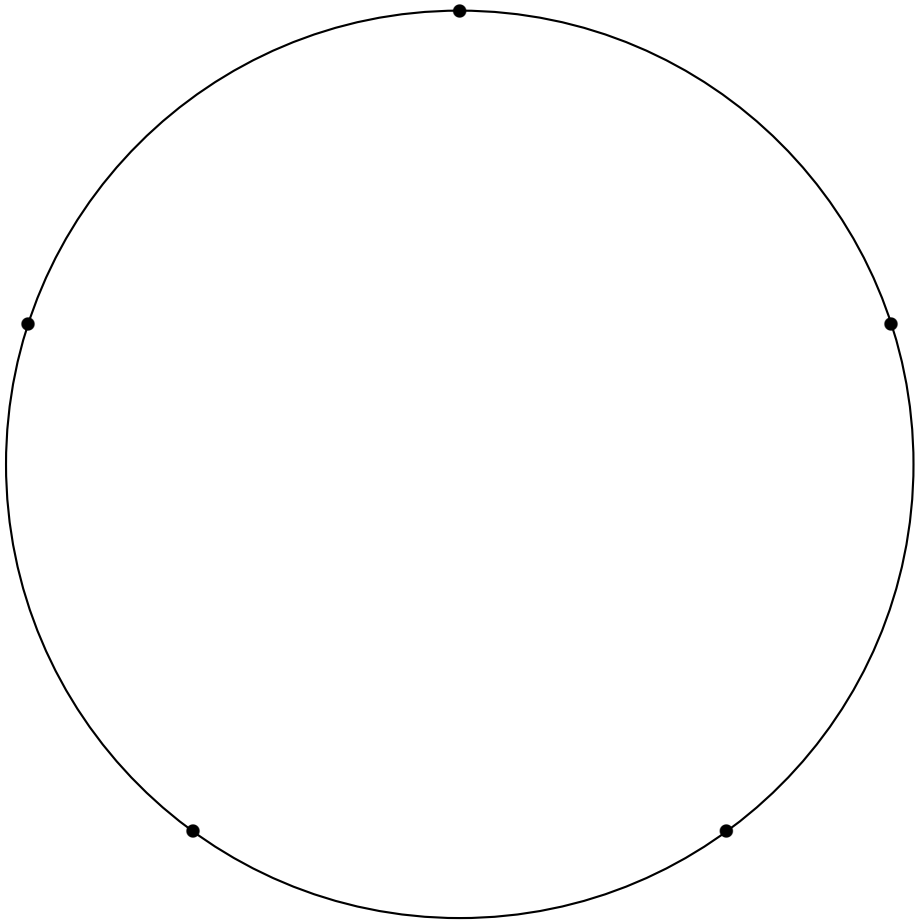
L'étoile de Shérif



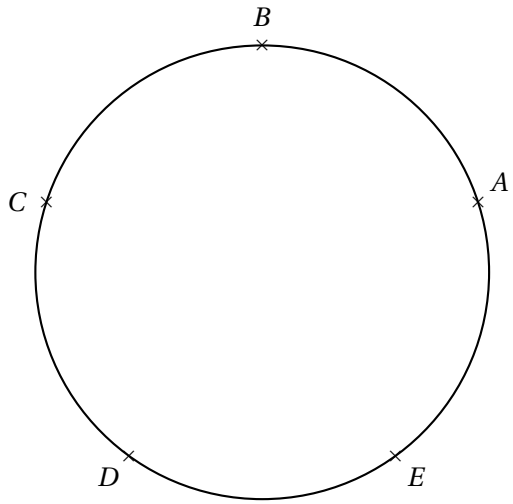
Vous devez reproduire la figure ci-contre en utilisant les points fournis ci-dessous. Vous ne pouvez utiliser que votre règle.
Chaque segment ne doit avoir pour extrémités que des points existants, plus précisément :

— Soit les points fournis au départ ;

— soit les points d'intersection construits au fur et à mesure.



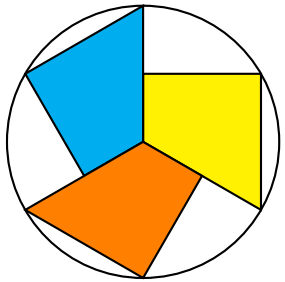
Voici la même situation où les points de départ ont été nommés.
Vous devez compléter la figure comme ci-après, en écrivant à chaque étape la consigne qui permet d'obtenir le résultat.
Vous pouvez donner les noms de votre choix aux points d'intersection dont vous avez besoin.



Écrivez ci-dessous les consignes qui permettent d'obtenir cette figure :

D'après Papier Crayon de l'Irem de Paris

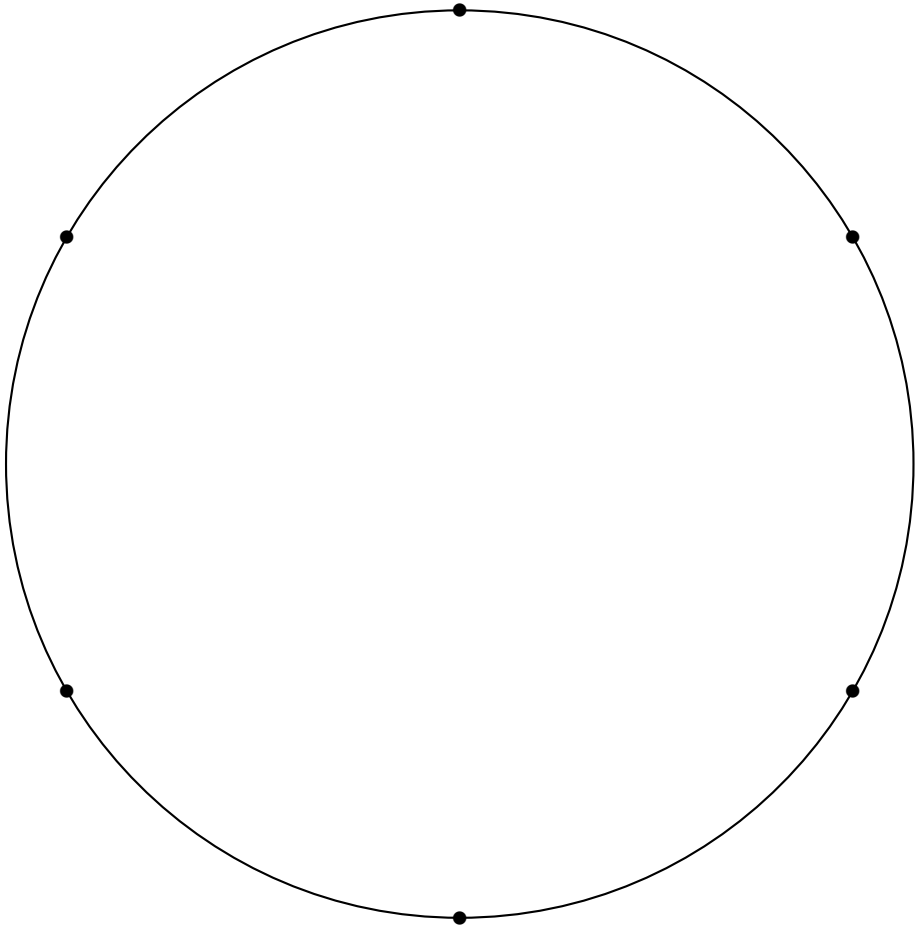
Casse-tête



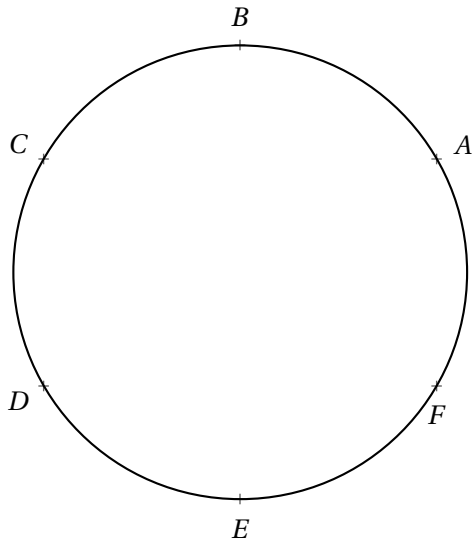
Vous devez reproduire la figure ci-contre en utilisant les points fournis ci-dessous. Vous ne pouvez utiliser que votre règle.
Chaque segment ne doit avoir pour extrémités que des points existants, plus précisément :

— Soit les points fournis au départ ;

— soit les points d'intersection construits au fur et à mesure.



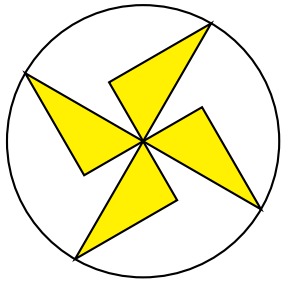
Voici la même situation où les points de départ ont été nommés.
Vous devez compléter la figure comme ci-après, en écrivant à chaque étape la consigne qui permet d'obtenir le résultat.
Vous pouvez donner les noms de votre choix aux points d'intersection dont vous avez besoin.



Écrivez ci-dessous les consignes qui permettent d'obtenir cette figure :

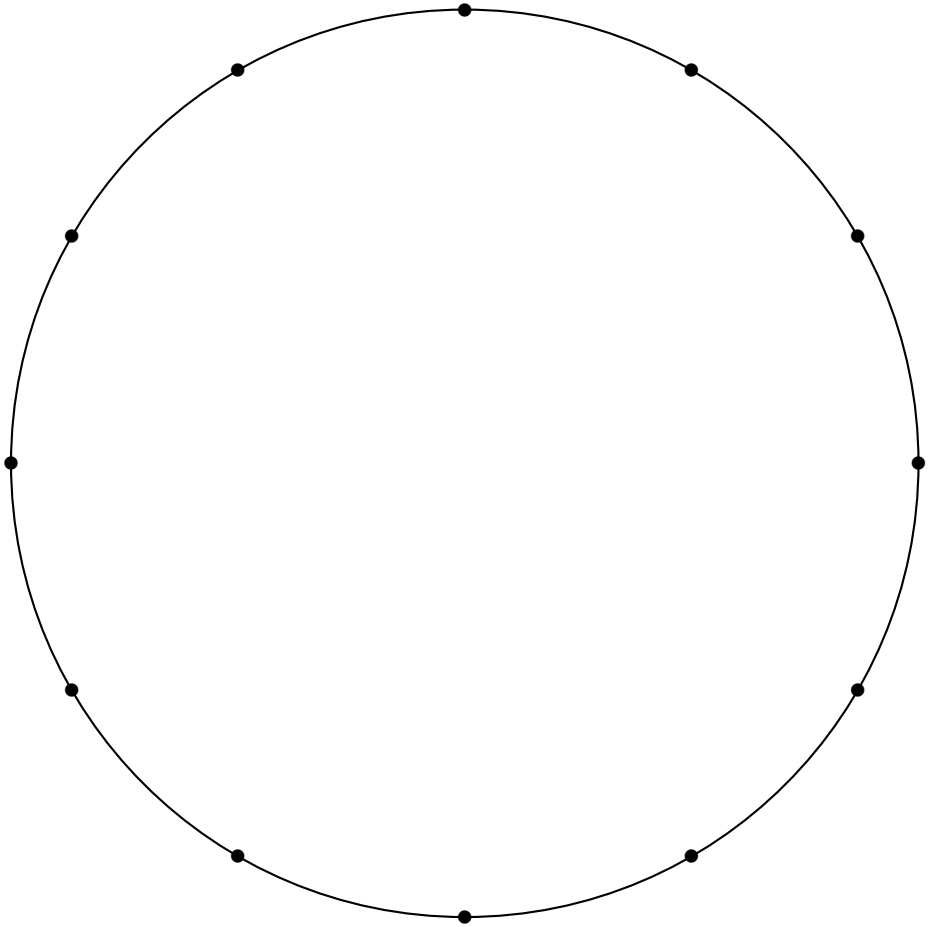
D'après Papier Crayon de l'Irem de Paris

Le moulin à vent

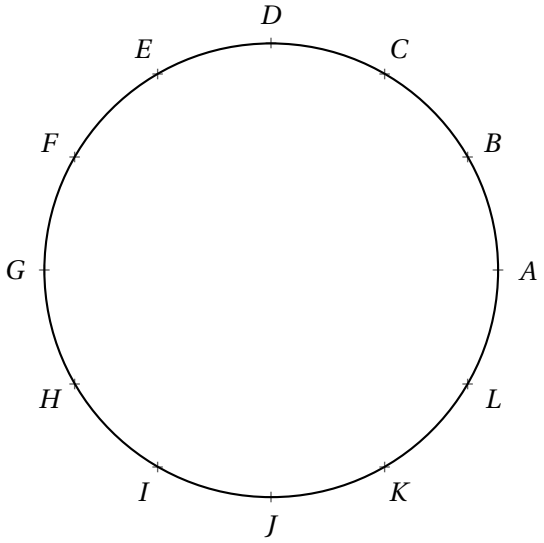


Vous devez reproduire la figure ci-contre en utilisant les points fournis ci-dessous. Vous ne pouvez utiliser que votre règle.
Chaque segment ne doit avoir pour extrémités que des points existants, plus précisément :

— Soit les points fournis au départ ;
— soit les points d'intersection construits au fur et à mesure.



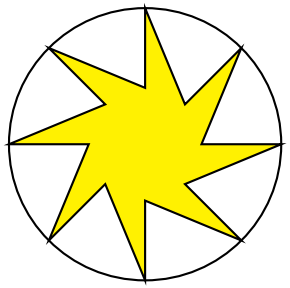
Voici la même situation où les points de départ ont été nommés.
Vous devez compléter la figure comme ci-après, en écrivant à chaque étape la consigne qui permet d'obtenir le résultat.
Vous pouvez donner les noms de votre choix aux points d'intersection dont vous avez besoin.



Écrivez ci-dessous les consignes qui permettent d'obtenir cette figure :

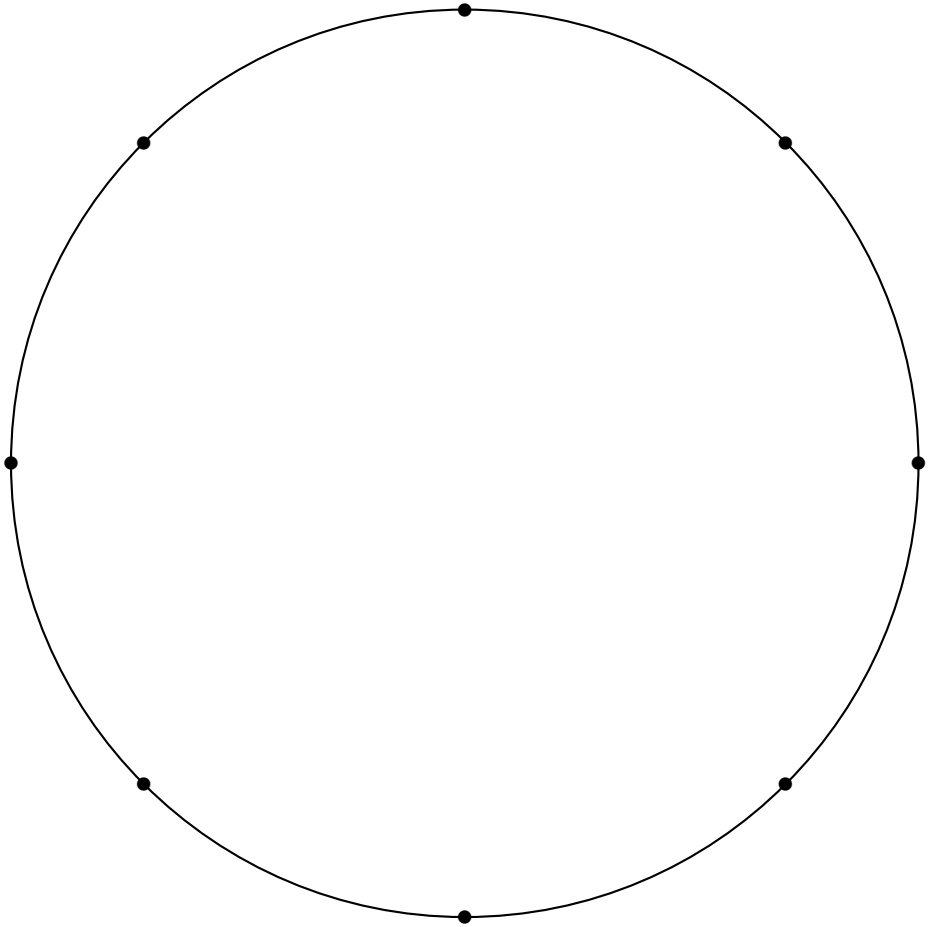
D'après Papier Crayon de l'Irem de Paris

L'octoile

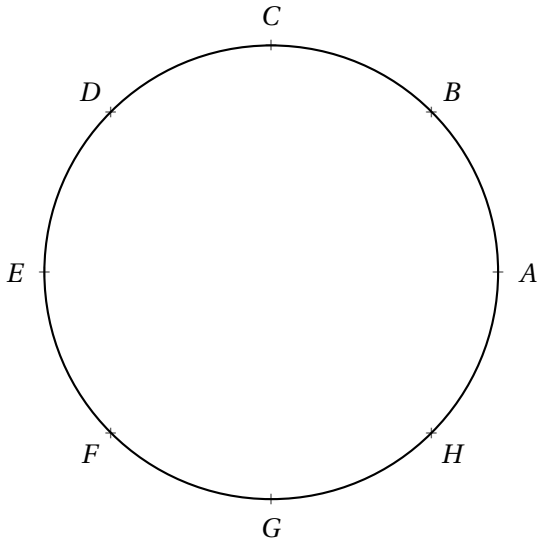


Vous devez reproduire la figure ci-contre en utilisant les points fournis ci-dessous. Vous ne pouvez utiliser que votre règle.
Chaque segment ne doit avoir pour extrémités que des points existants, plus précisément :

— Soit les points fournis au départ ;
— soit les points d'intersection construits au fur et à mesure.



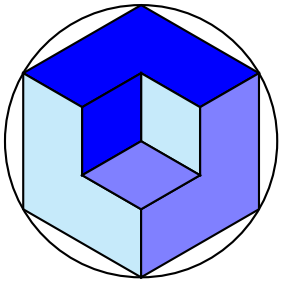
Voici la même situation où les points de départ ont été nommés.
Vous devez compléter la figure comme ci-après, en écrivant à chaque étape la consigne qui permet d'obtenir le résultat.
Vous pouvez donner les noms de votre choix aux points d'intersection dont vous avez besoin.



Écrivez ci-dessous les consignes qui permettent d'obtenir cette figure :

D'après Papier Crayon de l'Irem de Paris

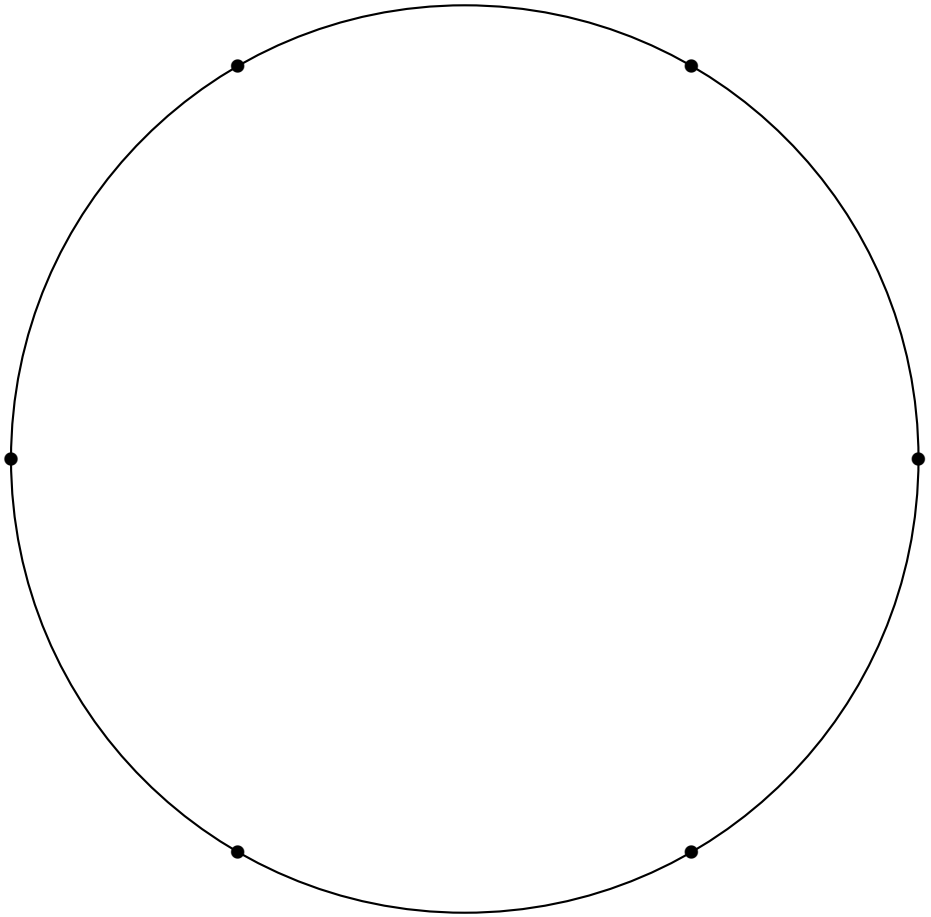
L'illusion cubique



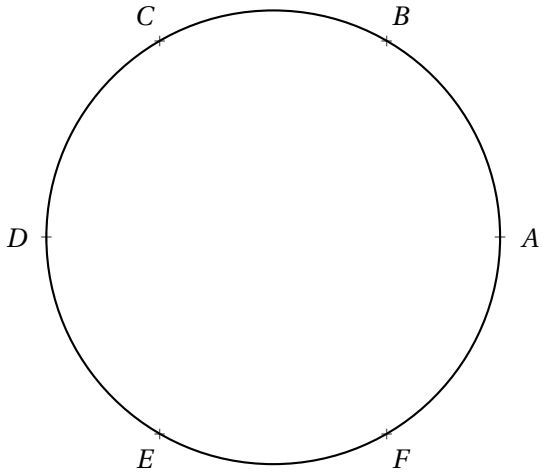
Vous devez reproduire la figure ci-contre en utilisant les points fournis ci-dessous. Vous ne pouvez utiliser que votre règle.
Chaque segment ne doit avoir pour extrémités que des points existants, plus précisément :

— Soit les points fournis au départ ;

— soit les points d'intersection construits au fur et à mesure.

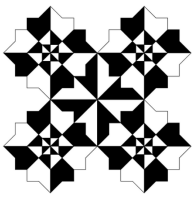


Voici la même situation où les points de départ ont été nommés.
Vous devez compléter la figure comme ci-après, en écrivant à chaque étape la consigne qui permet d'obtenir le résultat.
Vous pouvez donner les noms de votre choix aux points d'intersection dont vous avez besoin.



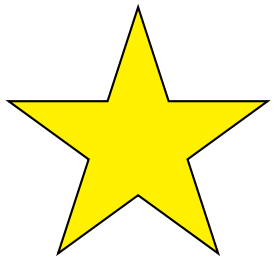
Écrivez ci-dessous les consignes qui permettent d'obtenir cette figure :

D'après Papier Crayon de l'Irem de Paris



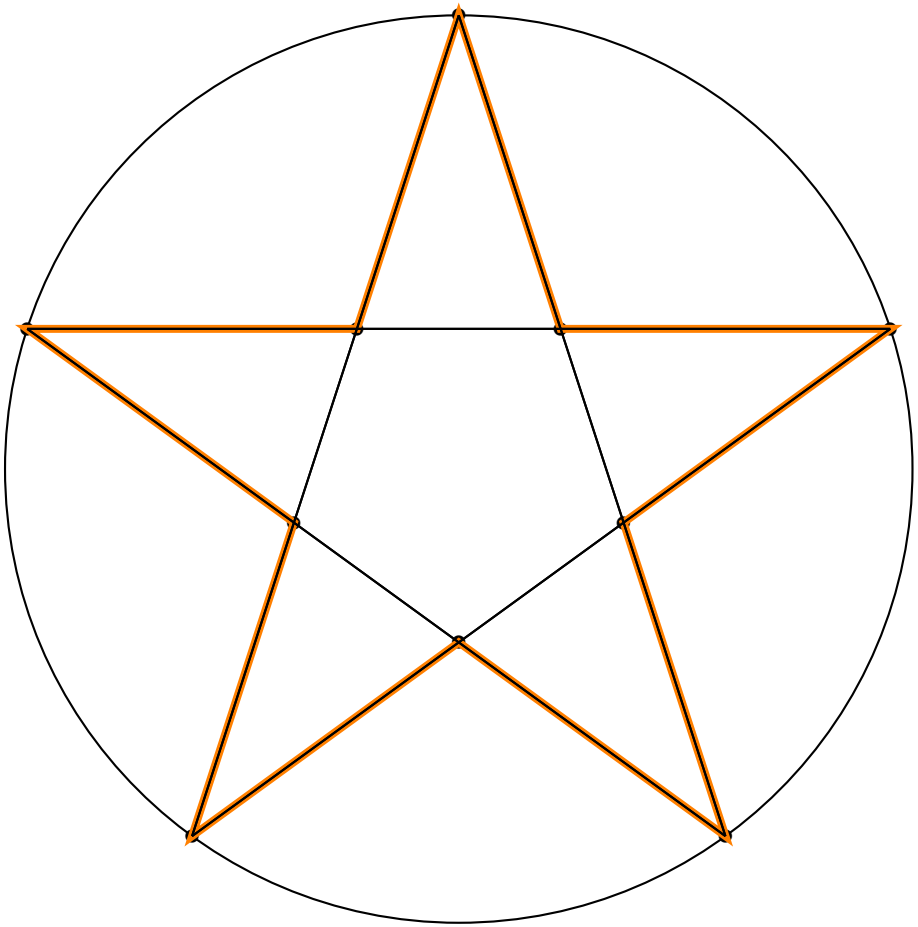
Belle figure

L'étoile de Shérif

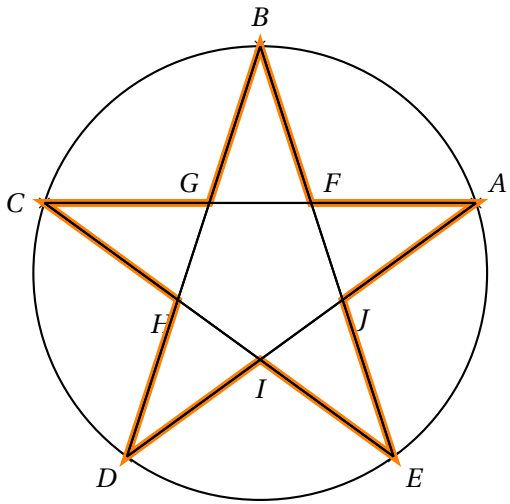


Vous devez reproduire la figure ci-contre en utilisant les points fournis ci-dessous. Vous ne pouvez utiliser que votre règle.
Chaque segment ne doit avoir pour extrémités que des points existants, plus précisément :

- Soit les points fournis au départ ;
- soit les points d'intersection construits au fur et à mesure.



Voici la même situation où les points de départ ont été nommés.
Vous devez compléter la figure comme ci-après, en écrivant à chaque étape la consigne qui permet d'obtenir le résultat.
Vous pouvez donner les noms de votre choix aux points d'intersection dont vous avez besoin.

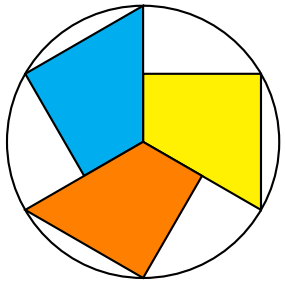


Écrivez ci-dessous les consignes qui permettent d'obtenir cette figure :

- Tracer $[AC]$;
- Tracer $[BD]$;
- Tracer $[CE]$;
- Tracer $[DA]$;
- F est le point d'intersection de (AC) et (BE) ;
- G est le point d'intersection de (AC) et (BD) ;
- H est le point d'intersection de (CE) et (BD) ;
- I est le point d'intersection de (AD) et (CE) ;
- J est le point d'intersection de (AD) et (BE) ;
- Tracer le polygone $AFBGCHDIEJ$

D'après Papier Crayon de l'Irem de Paris

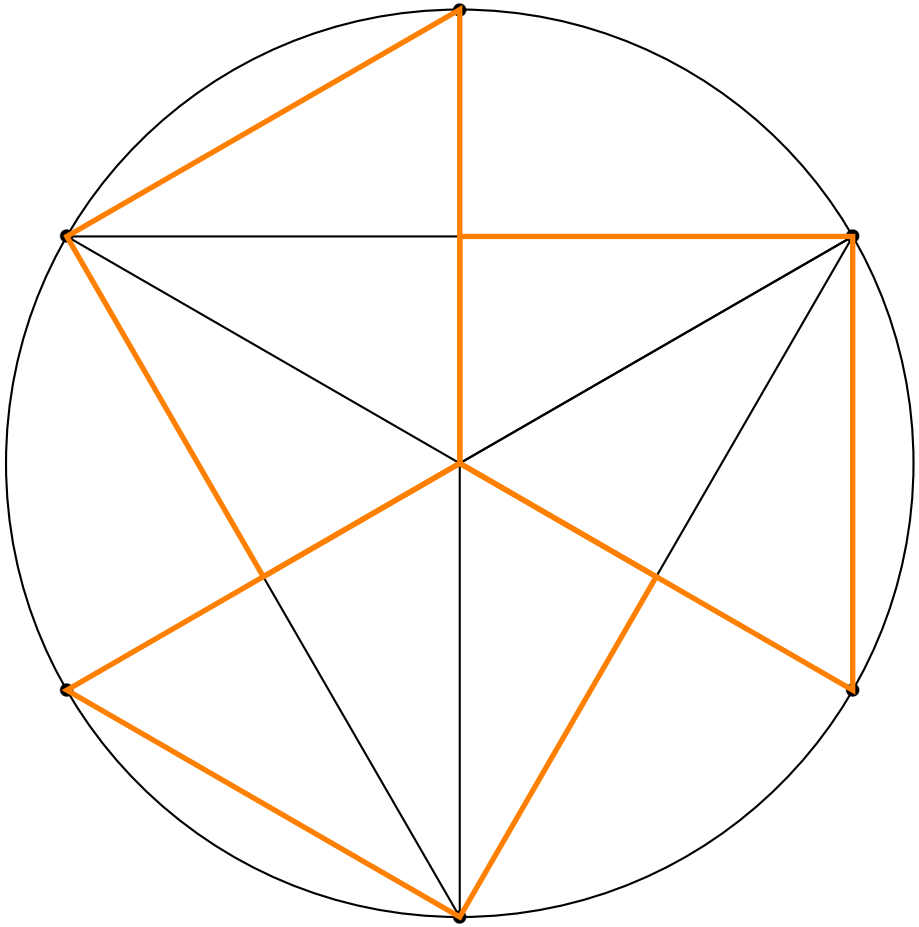
Casse-tête



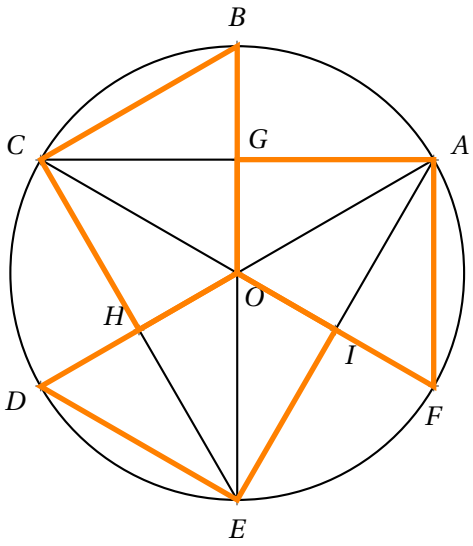
Vous devez reproduire la figure ci-contre en utilisant les points fournis ci-dessous. Vous ne pouvez utiliser que votre règle.
Chaque segment ne doit avoir pour extrémités que des points existants, plus précisément :

— Soit les points fournis au départ ;

— soit les points d'intersection construits au fur et à mesure.



Voici la même situation où les points de départ ont été nommés.
Vous devez compléter la figure comme ci-après, en écrivant à chaque étape la consigne qui permet d'obtenir le résultat.
Vous pouvez donner les noms de votre choix aux points d'intersection dont vous avez besoin.



Écrivez ci-dessous les consignes qui permettent d'obtenir cette figure :

— Tracer $[AD]$, $[BE]$ et $[CF]$;

— Placer O l'intersection de $[AD]$ et $[BE]$;

— Placer G l'intersection de $[AC]$ et $[BE]$;

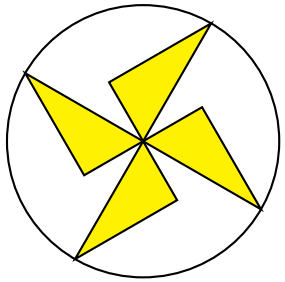
— Placer H l'intersection de $[CE]$ et $[DA]$;

— Placer I l'intersection de $[EA]$ et $[CF]$;

— Tracer les quadrilatères $FAGO$, $BCHO$ et $DEIO$.

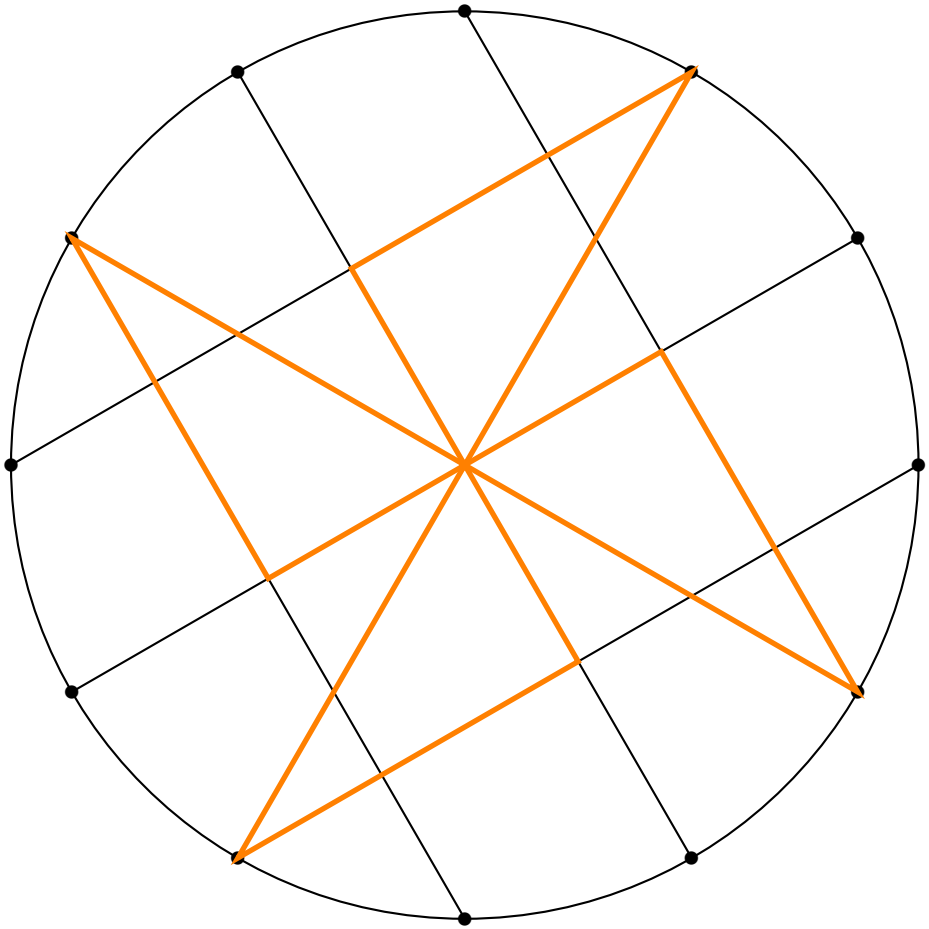
D'après Papier Crayon de l'Irem de Paris

Le moulin à vent

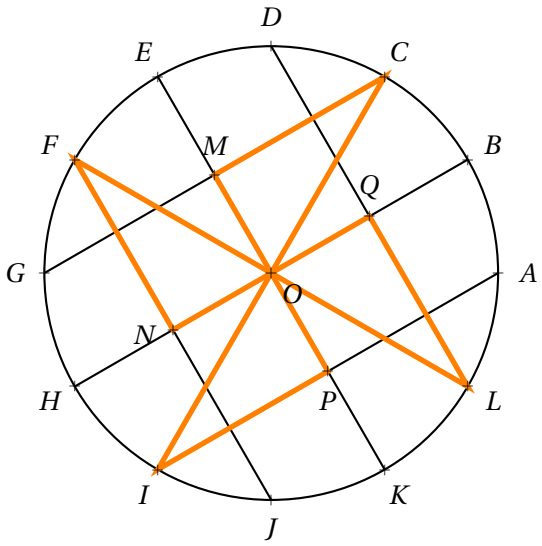


Vous devez reproduire la figure ci-contre en utilisant les points fournis ci-dessous. Vous ne pouvez utiliser que votre règle.
Chaque segment ne doit avoir pour extrémités que des points existants, plus précisément :

- Soit les points fournis au départ ;
- soit les points d'intersection construits au fur et à mesure.



Voici la même situation où les points de départ ont été nommés.
Vous devez compléter la figure comme ci-après, en écrivant à chaque étape la consigne qui permet d'obtenir le résultat.
Vous pouvez donner les noms de votre choix aux points d'intersection dont vous avez besoin.

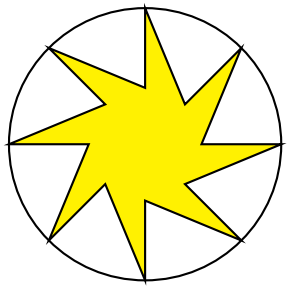


Écrivez ci-dessous les consignes qui permettent d'obtenir cette figure :

- Tracer $[AI]$, $[BH]$ et $[CG]$;
- Tracer $[FJ]$, $[EK]$ et $[DL]$;
- Placer O le point d'intersection de $[BH]$ et $[KE]$;
- Placer M le point d'intersection de $[CG]$ et $[EK]$;
- Placer N le point d'intersection de $[FJ]$ et $[BH]$;
- Placer P le point d'intersection de $[EK]$ et $[AI]$;
- Placer Q le point d'intersection de $[BH]$ et $[DL]$;
- Tracer les triangles OMC, OFN, OPI et OQL.

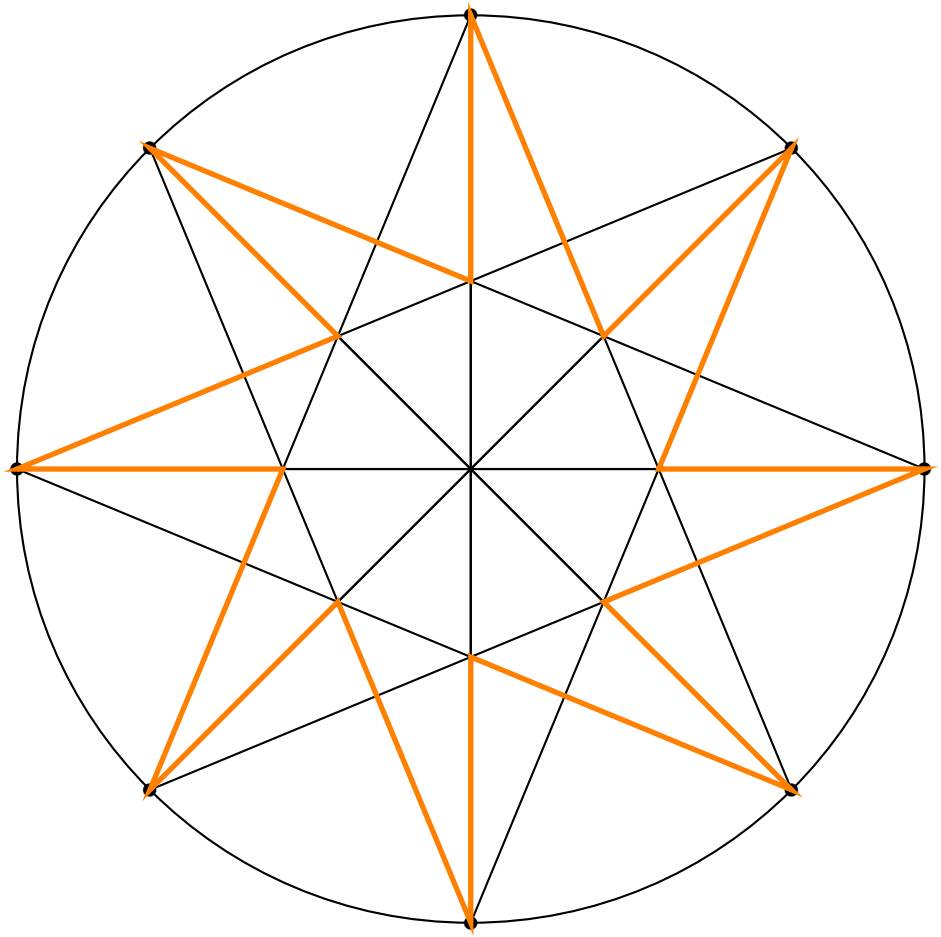
D'après Papier Crayon de l'Irem de Paris

L'octoile

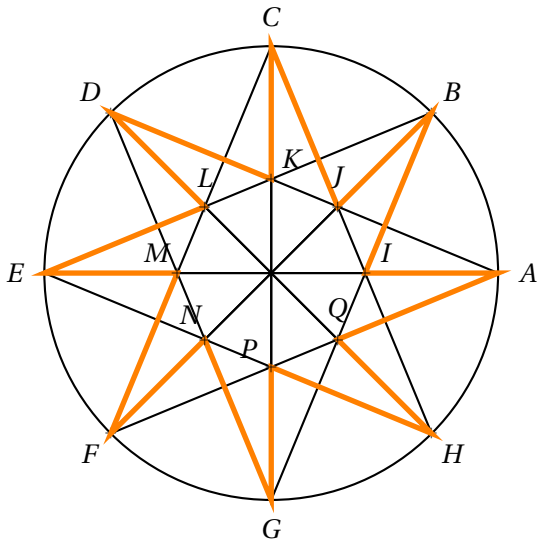


Vous devez reproduire la figure ci-contre en utilisant les points fournis ci-dessous. Vous ne pouvez utiliser que votre règle.
Chaque segment ne doit avoir pour extrémités que des points existants, plus précisément :

— Soit les points fournis au départ ;
— soit les points d'intersection construits au fur et à mesure.



Voici la même situation où les points de départ ont été nommés.
Vous devez compléter la figure comme ci-après, en écrivant à chaque étape la consigne qui permet d'obtenir le résultat.
Vous pouvez donner les noms de votre choix aux points d'intersection dont vous avez besoin.

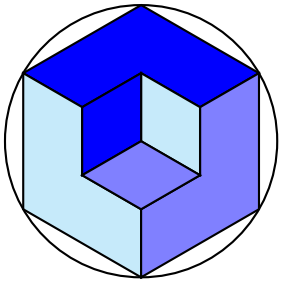


Écrivez ci-dessous les consignes qui permettent d'obtenir cette figure :

— Tracer $[AE]$, $[BF]$, $[CG]$, $[DH]$;
— Tracer $[AD]$, $[BE]$, $[CF]$, $[DG]$;
— Tracer $[EH]$, $[FA]$, $[GB]$, $[HC]$;
— Placer I le point d'intersection de $[AE]$ et $[CH]$;
— Placer J le point d'intersection de $[BF]$ et $[AD]$;
— Placer K le point d'intersection de $[CG]$ et $[BE]$;
— Placer L le point d'intersection de $[DH]$ et $[CF]$;
— Placer M le point d'intersection de $[EA]$ et $[CF]$;
— Placer N le point d'intersection de $[FB]$ et $[EH]$;
— Placer P le point d'intersection de $[EH]$ et $[CG]$;
— Placer Q le point d'intersection de $[DH]$ et $[FA]$;
— Tracer le polygone $AIBJCKDLEMFNGPHQ$.

D'après Papier Crayon de l'Irem de Paris

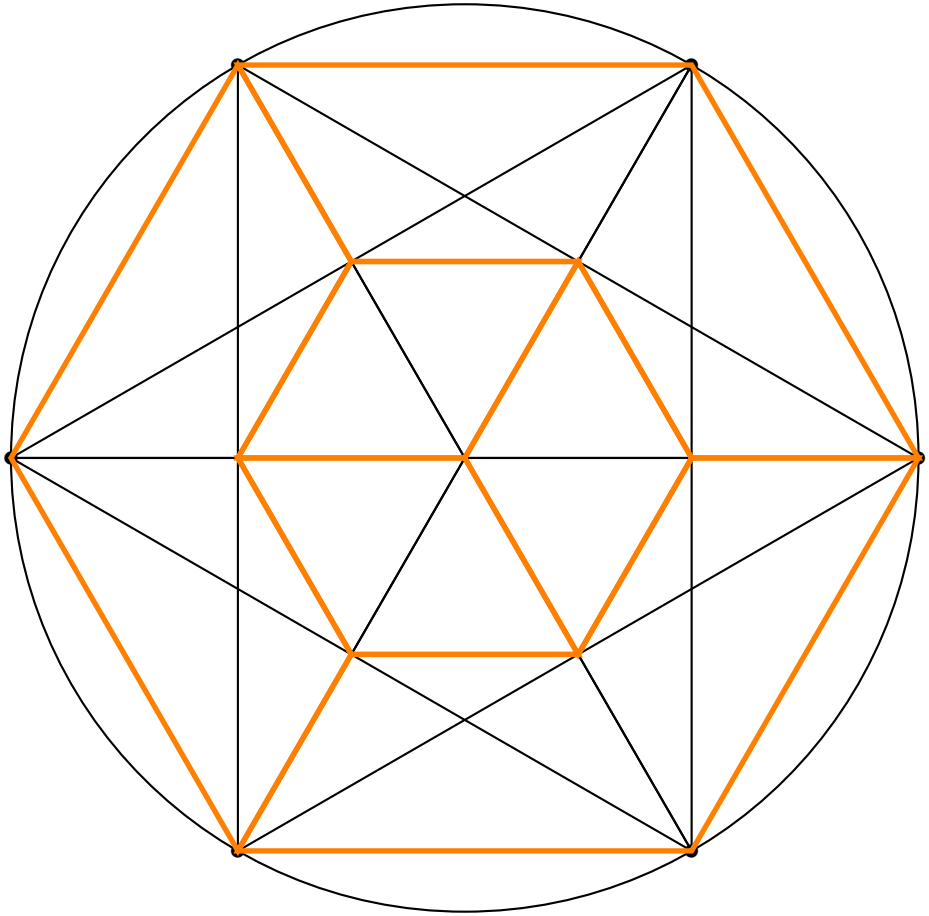
L'illusion cubique



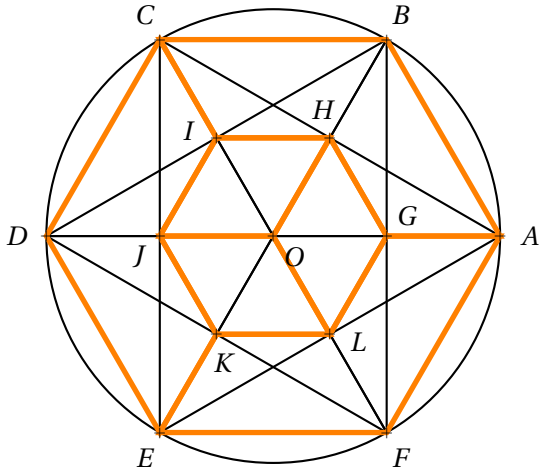
Vous devez reproduire la figure ci-contre en utilisant les points fournis ci-dessous. Vous ne pouvez utiliser que votre règle.
Chaque segment ne doit avoir pour extrémités que des points existants, plus précisément :

— Soit les points fournis au départ ;

— soit les points d'intersection construits au fur et à mesure.



Voici la même situation où les points de départ ont été nommés.
Vous devez compléter la figure comme ci-après, en écrivant à chaque étape la consigne qui permet d'obtenir le résultat.
Vous pouvez donner les noms de votre choix aux points d'intersection dont vous avez besoin.



Écrivez ci-dessous les consignes qui permettent d'obtenir cette figure :

— Placer G l'intersection de $[AD]$ et $[BF]$;

— Placer H l'intersection de $[BE]$ et $[AC]$;

— Placer I l'intersection de $[CF]$ et $[DB]$;

— Placer J l'intersection de $[AD]$ et $[CE]$;

— Placer K l'intersection de $[BE]$ et $[DF]$;

— Placer L l'intersection de $[CF]$ et $[AE]$;

— Tracer les hexagones $ABCIHG$, $AFEKLG$ et $CDEKJI$;

— Tracer les quadrilatères $OHIJ$, $OJKL$, $OLGH$.

D'après Papier Crayon de l'Irem de Paris

Évaluation

Sixième

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

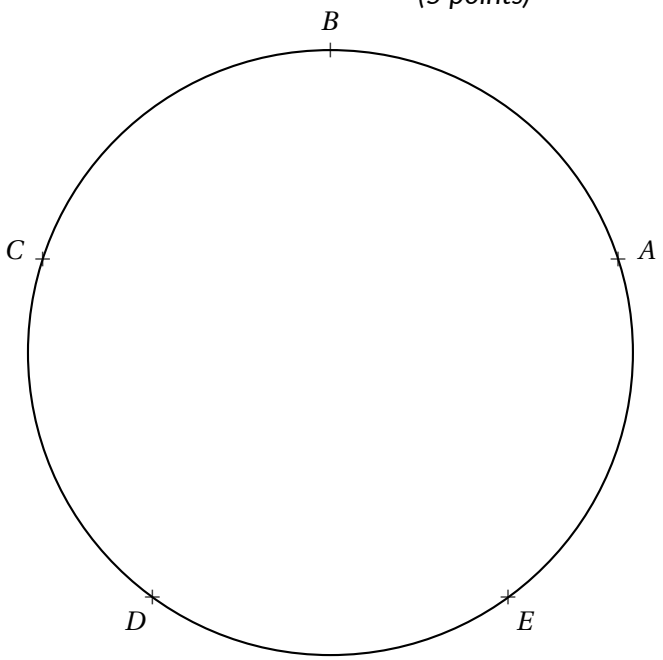
Savoirs faire, connaissances et compétences	**MI**	**MF**	**MS**	**TB**
Reconnaitre, nommer, décrire des figures simples				
Reproduire, représenter, construires des figures simples				

Exercice n° 1 : Construire une figure de géométrie

(5 points) ☘☘☘

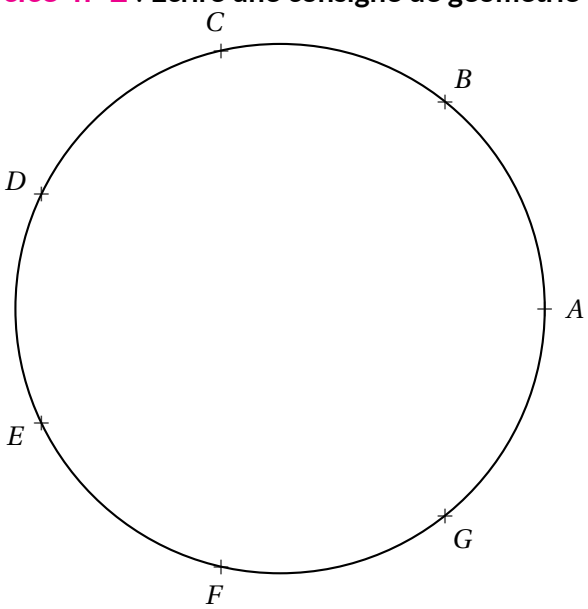
Effectuer sur la figure ci-contre les consignes suivantes :

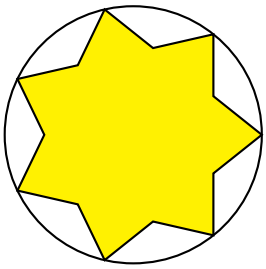
- Tracer $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DE]$ et $[EA]$;
- Placer F l'intersection de $[BE]$ et $[AC]$;
- Placer G l'intersection de $[AC]$ et $[BD]$;
- Placer H l'intersection de $[BD]$ et $[EC]$;
- Placer I l'intersection de $[EC]$ et $[DA]$;
- Placer J l'intersection de $[DA]$ et $[BE]$;
- Placer K l'intersection de $[AB]$ et $[DF)$;
- Placer L l'intersection de $[BC]$ et $[EG)$;
- Placer M l'intersection de $[CD]$ et $[AH)$;
- Placer N l'intersection de $[DE]$ et $[BI)$;
- Placer O l'intersection de $[EA]$ et $[CJ)$;
- Tracer le polygone $KLMNO$.



Exercice n° 2 : Écrire une consigne de géométrie

(5 points) ☘☘☘

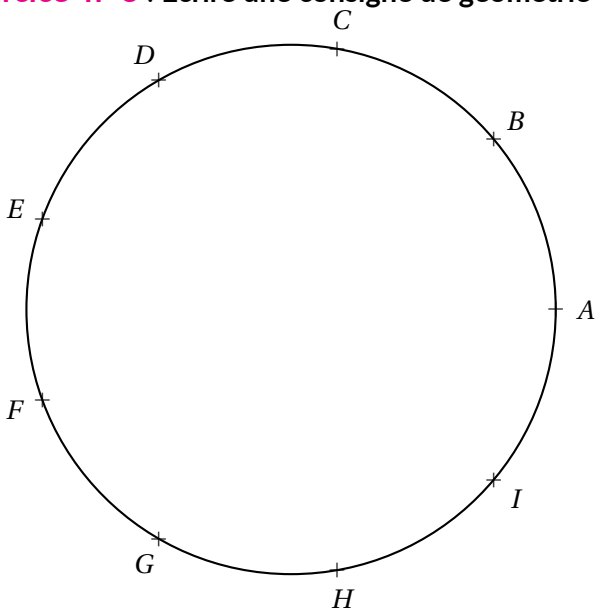


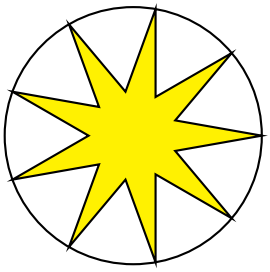


Construisez la figure ci-dessus dans le cercle ci-contre.
Vous ne pouvez utiliser que les points existants ou des points que vous avez créés par intersection de segment déjà tracés.
Indiquer ci-dessous la liste des consignes pour obtenir cette figure en partant des sept points donnés au départ.

Exercice n° 3 : Écrire une consigne de géométrie

(BONUS) ☘☘☘☘





Construisez la figure ci-dessus dans le cercle ci-contre.
Vous ne pouvez utiliser que les points existants ou des points que vous avez créés par intersection de segment déjà tracés.
Indiquer ci-dessous la liste des consignes pour obtenir cette figure en partant des sept points donnés au départ.

Évaluation—Correction

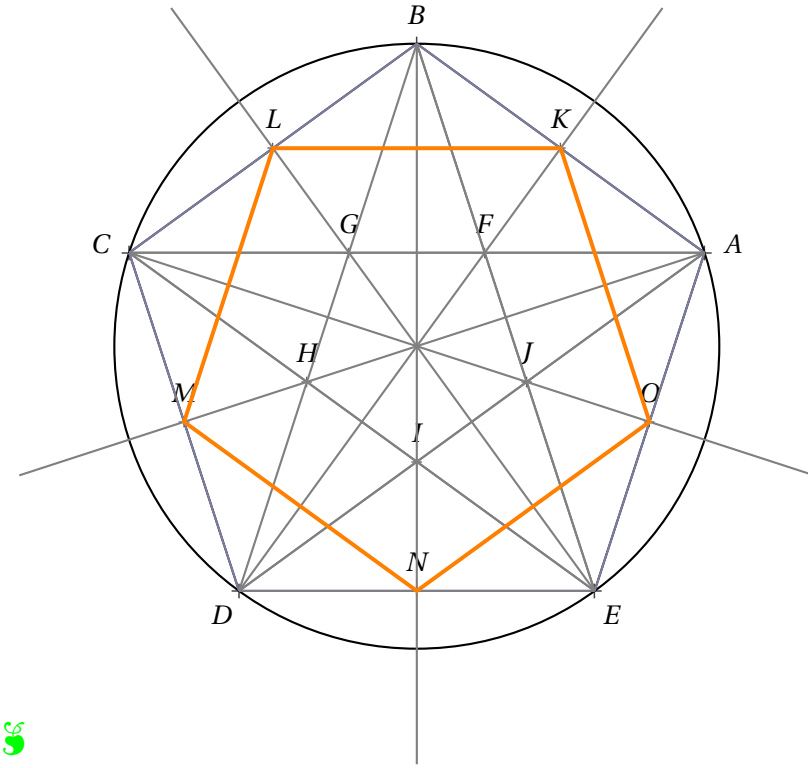
Exercice n° 1

Construire une figure de géométrie

Correction

Effectuer sur la figure ci-contre les consignes suivantes :

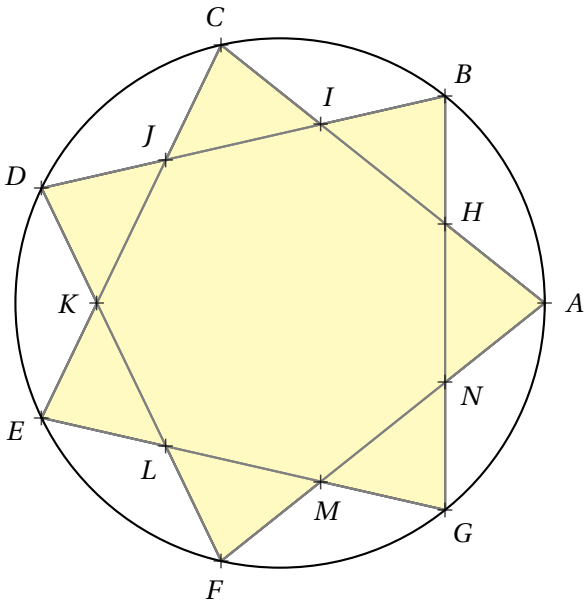
- Tracer $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DE]$ et $[EA]$;
- Placer F l'intersection de $[BE]$ et $[AC]$;
- Placer G l'intersection de $[AC]$ et $[BD]$;
- Placer H l'intersection de $[BD]$ et $[EC]$;
- Placer I l'intersection de $[EC]$ et $[DA]$;
- Placer J l'intersection de $[DA]$ et $[BE]$;
- Placer K l'intersection de $[AB]$ et $[DF]$;
- Placer L l'intersection de $[BC]$ et $[EG]$;
- Placer M l'intersection de $[CD]$ et $[AH]$;
- Placer N l'intersection de $[DE]$ et $[BI]$;
- Placer O l'intersection de $[EA]$ et $[CJ]$;
- Tracer le polygone $KLMNO$.



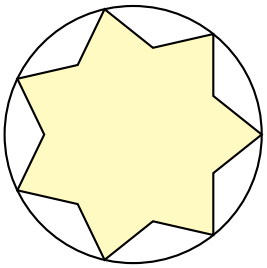
Exercice n° 2

Écrire une consigne de géométrie

Correction



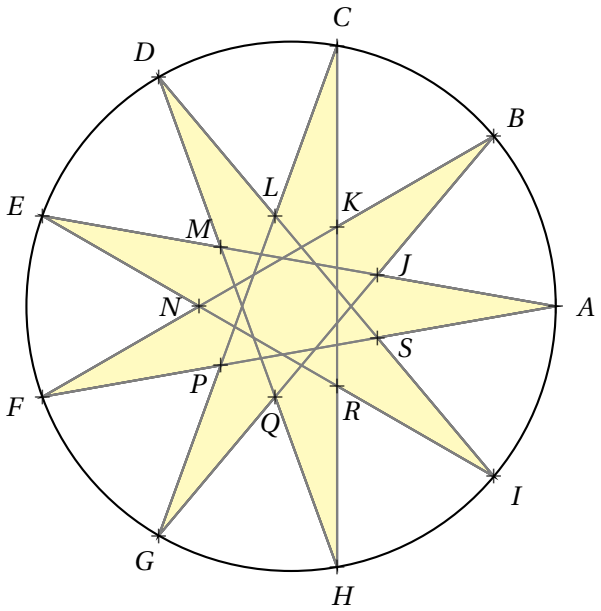
- Tracer $[AC]$, $[BD]$, $[CE]$, $[DF]$, $[EG]$ et $[GA]$;
- Placer I le point d'intersection de $[AC]$ et $[BD]$;
- Placer J le point d'intersection de $[BD]$ et $[CE]$;
- Placer K le point d'intersection de $[CE]$ et $[DF]$;
- Placer L le point d'intersection de $[DF]$ et $[EG]$;
- Placer M le point d'intersection de $[EG]$ et $[FA]$;
- Placer N le point d'intersection de $[FA]$ et $[GB]$;
- Tracer le polygone $AHBICJDKELFMGN$.



Construisez la figure ci-dessus dans le cercle ci-contre.
Vous ne pouvez utiliser que les points existants ou des points que vous avez créés par intersection de segment déjà tracés.
Indiquer ci-dessous la liste des consignes pour obtenir cette figure en partant des sept points donnés au départ.

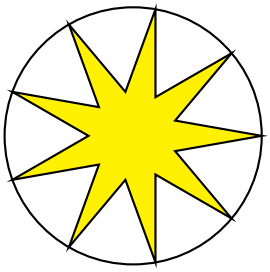
Exercice n° 3

Écrire une consigne de géométrie



Construisez la figure ci-dessus dans le cercle ci-contre.
Vous ne pouvez utiliser que les points existants ou des points que vous avez créés par intersection de segment déjà tracés.
Indiquer ci-dessous la liste des consignes pour obtenir cette figure en partant des sept points donnés au départ.

Correction



— J est le point d'intersection de $[EA]$ et $[BG]$;

— K est le point d'intersection de $[BF]$ et $[CH]$;

— L est le point d'intersection de $[DI]$ et $[CG]$;

— M est le point d'intersection de $[EA]$ et $[DH]$;

— N est le point d'intersection de $[FB]$ et $[EI]$;

— P est le point d'intersection de $[GC]$ et $[FA]$;

— Q est le point d'intersection de $[HD]$ et $[GB]$;

— R est le point d'intersection de $[IE]$ et $[HC]$;

— S est le point d'intersection de $[AF]$ et $[ID]$;

— Tracer le polygone $AJBKCLDMENFPGQHRIS$.

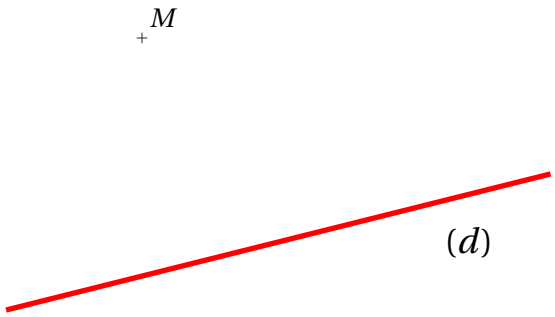
Outils

Tracer la parallèle à une droite passant par un point

Sixième

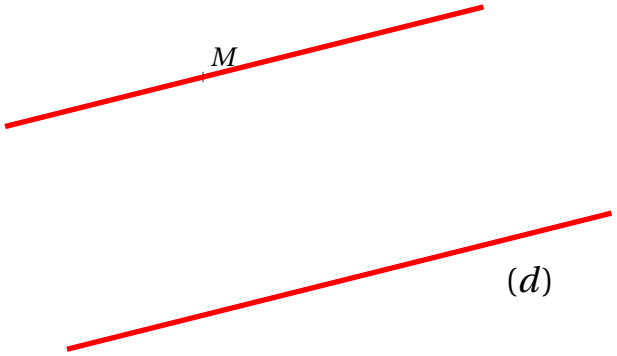
Objectif : Tracer la droite parallèle à (d) passant par M.

Situation initiale

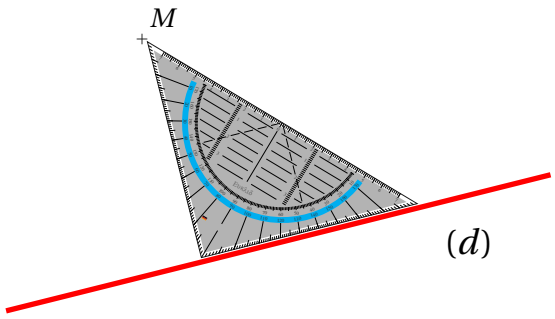


Une droite (d) et un point M

Situation finale

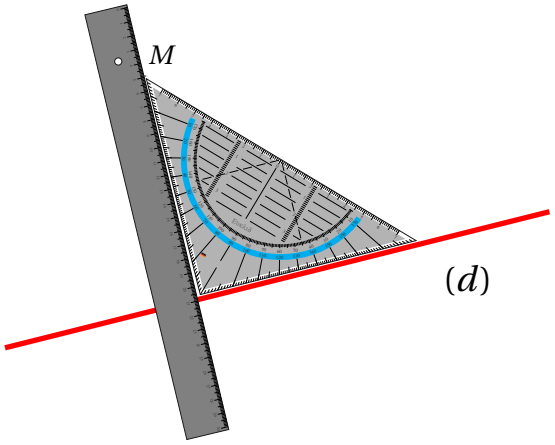


Étape n° 1



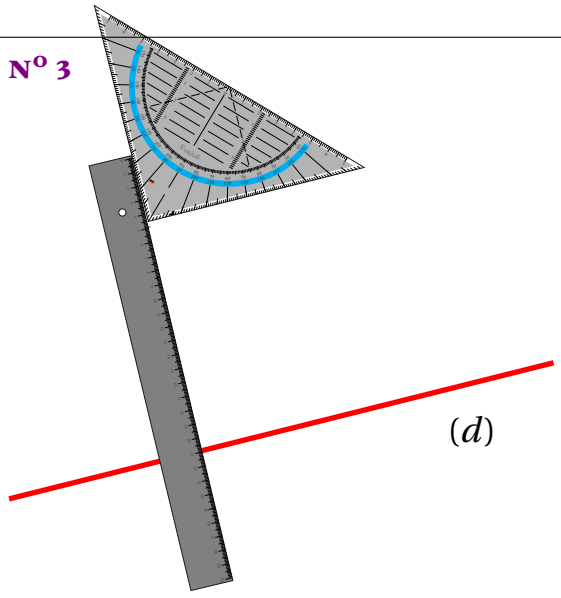
On place l'équerre sur la droite (d).

Étape n° 2



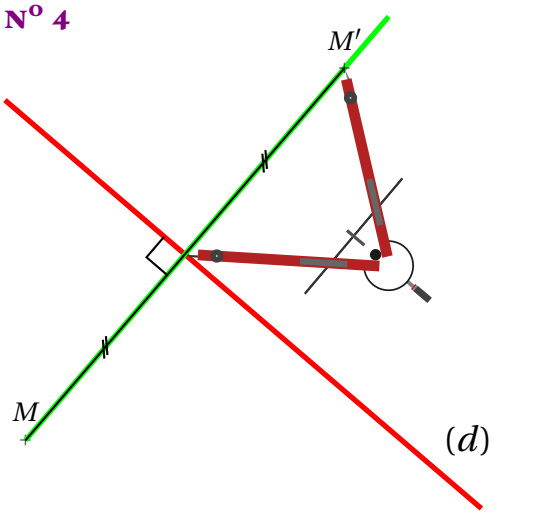
On prolonge la perpendiculaire à (d) passant par M.

Étape n° 3



On récupère la mesure du segment qui sépare M de l'axe.

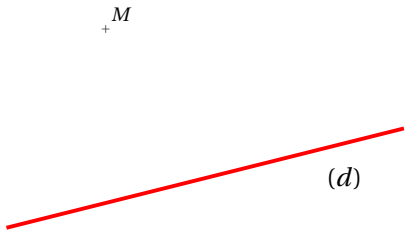
Étape n° 4



On reporte cette distance.

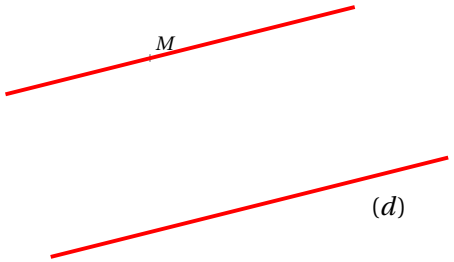
Objectif : Tracer la droite parallèle à (d) passant par M.

Situation initiale

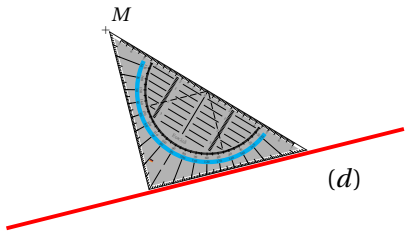


Une droite (*d*) et un point *M*

Situation finale

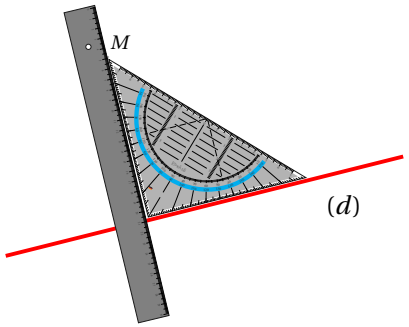


Étape n° 1



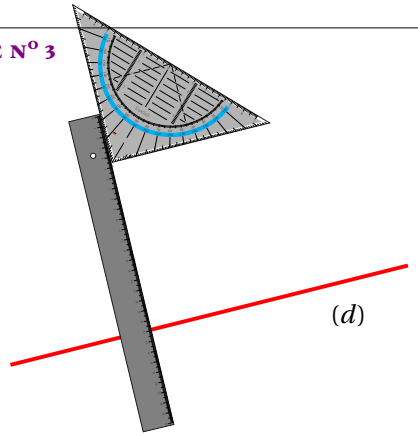
On place l'équerre sur la droite (d).

Étape n° 2



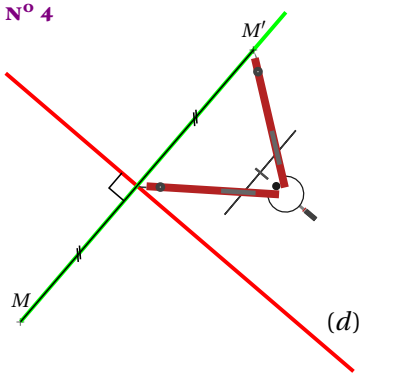
On prolonge la perpendiculaire à (*d*) passant par *M*.

Étape n° 3



On récupère la mesure du segment qui sépare *M* de l'axe.

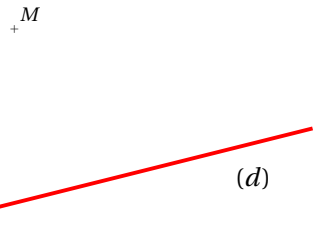
Étape n° 4



On reporte cette distance.

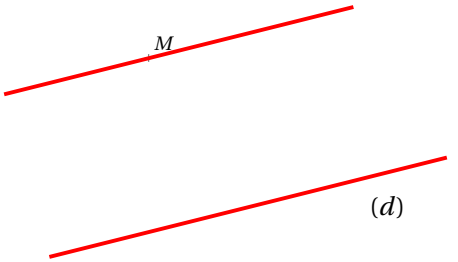
Objectif : Tracer la droite parallèle à (d) passant par M.

Situation initiale

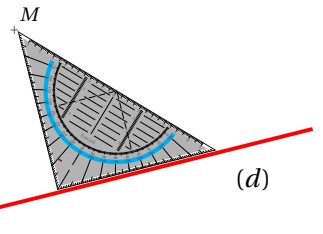


Une droite (*d*) et un point *M*

Situation finale

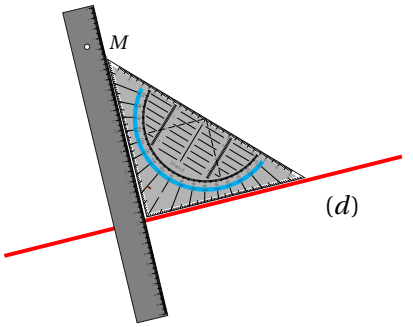


Étape n° 1



On place l'équerre sur la droite (d).

Étape n° 2

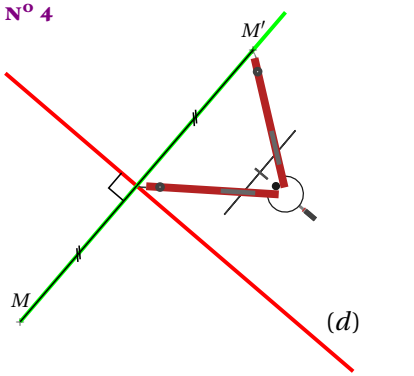


On prolonge la perpendiculaire à (*d*) passant par *M*.

Étape n° 3

On récupère la mesure du segment qui sépare *M* de l'axe.

Étape n° 4



On reporte cette distance.

Outils

Tracer la parallèle à une droite passant par un point — Correction

La correction

Des droites qui tournent : la parabole

Sixième

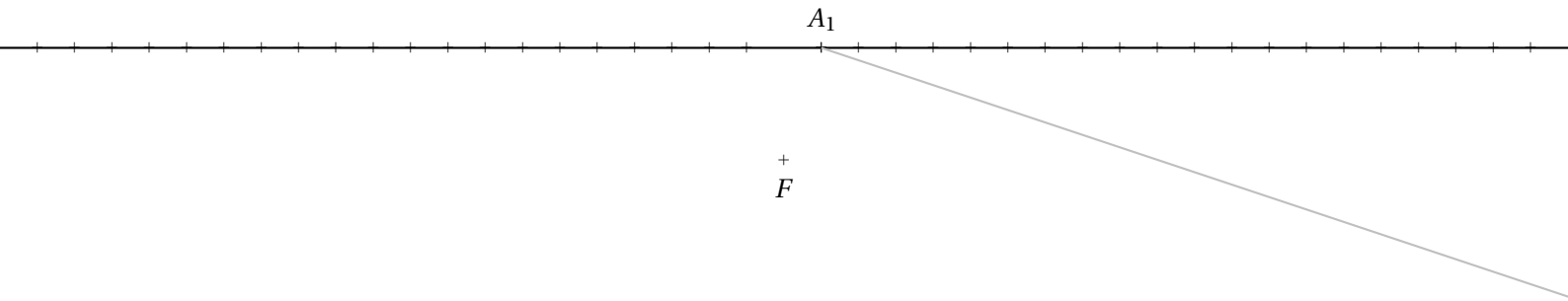
Matériel nécessaire : Règle, équerre. **Objectif :** Tracer des perpendiculaires.

Voici 40 points alignés sur une droite horizontale et un point situé juste en dessous.
Il faut tracer quarante demi-droites de la manière suivante :

— Placer la règle sur la droite formée par un des points et le foyer F, par exemple (A_1F) ;

— Tracer la demi-droite perpendiculaire à cette droite passant par le point, A_1, en « dessous » de la droite horizontale ;

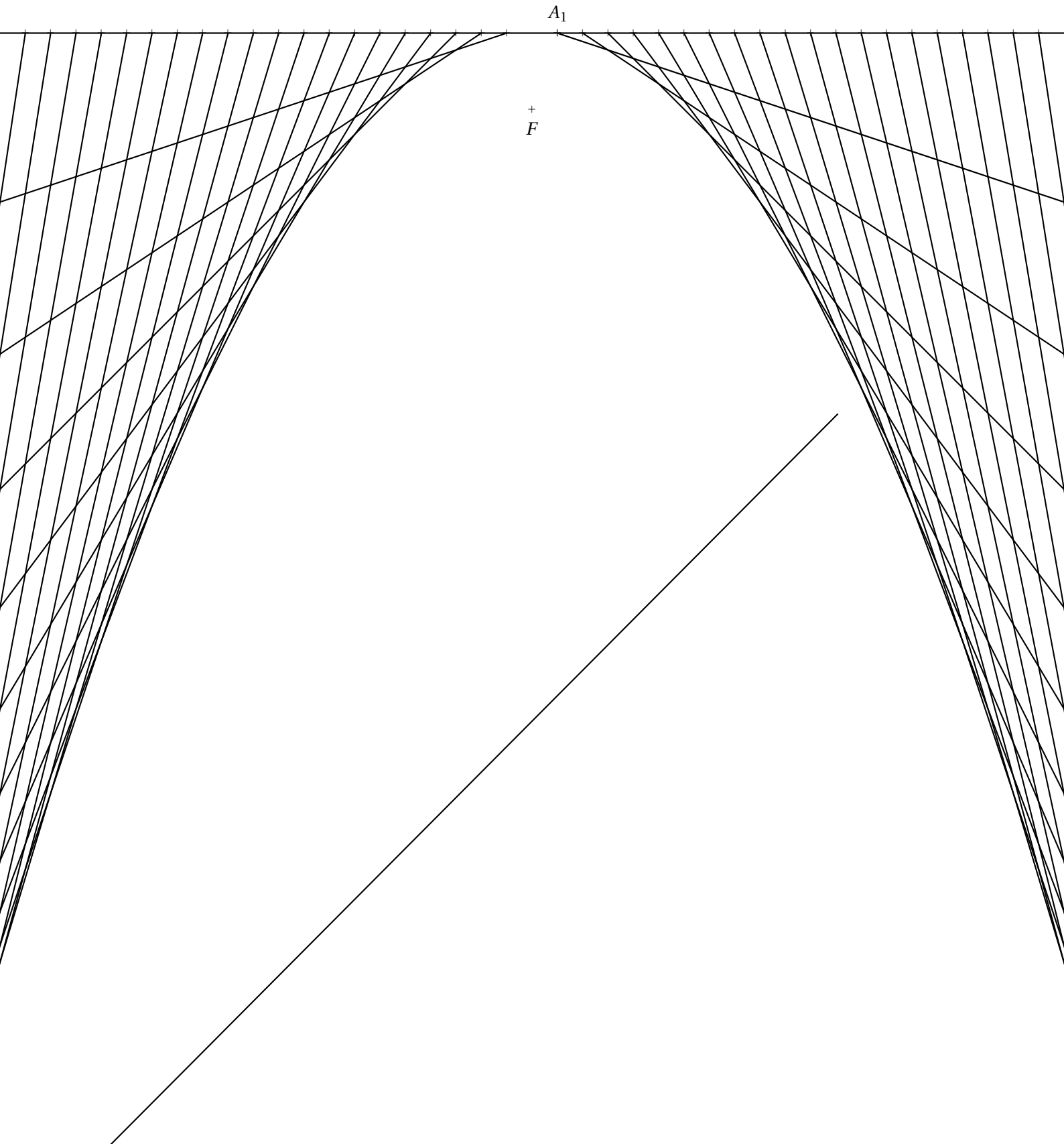
— Prolonger ces demi-droites jusqu'aux bords de la feuille.



Des droites qui tournent : la parabole — Correction

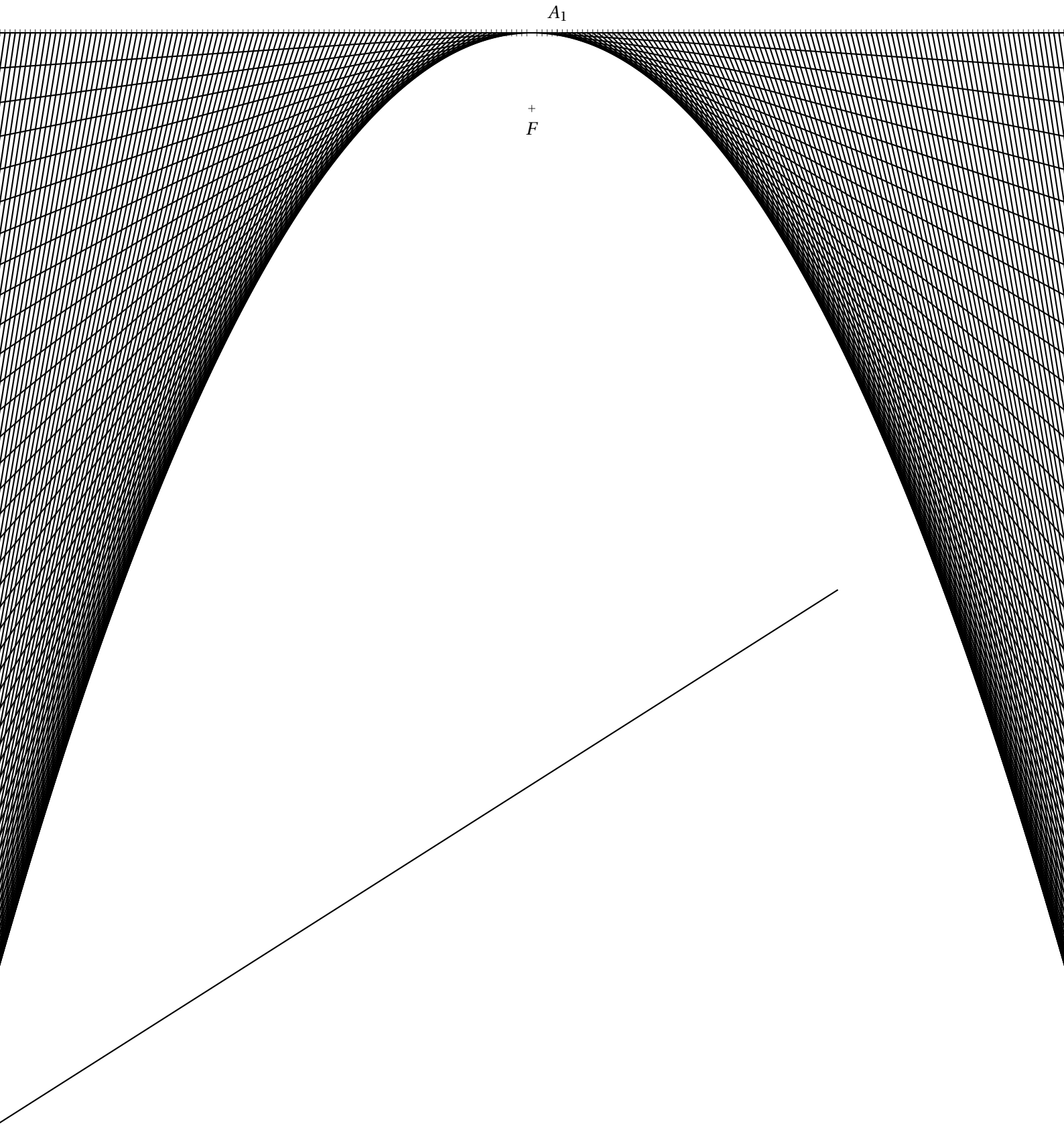
Voici 40 points alignés sur une droite horizontale et un point situé juste en dessous.
Il faut tracer quarante demi-droites de la manière suivante :

— Placer la règle sur la droite formée par un des points et le foyer F, par exemple (A_1F) ;
— Tracer la demi-droite perpendiculaire à cette droite passant par le point, A_1, en « dessous » de la droite horizontale ;
— Prolonger ces demi-droites jusqu'aux bords de la feuille.



Voici 40 points alignés sur une droite horizontale et un point situé juste en dessous.
Il faut tracer quarante demi-droites de la manière suivante :

— Placer la règle sur la droite formée par un des points et le foyer F, par exemple (A_1F) ;
— Tracer la demi-droite perpendiculaire à cette droite passant par le point, A_1, en « dessous » de la droite horizontale ;
— Prolonger ces demi-droites jusqu'aux bords de la feuille.



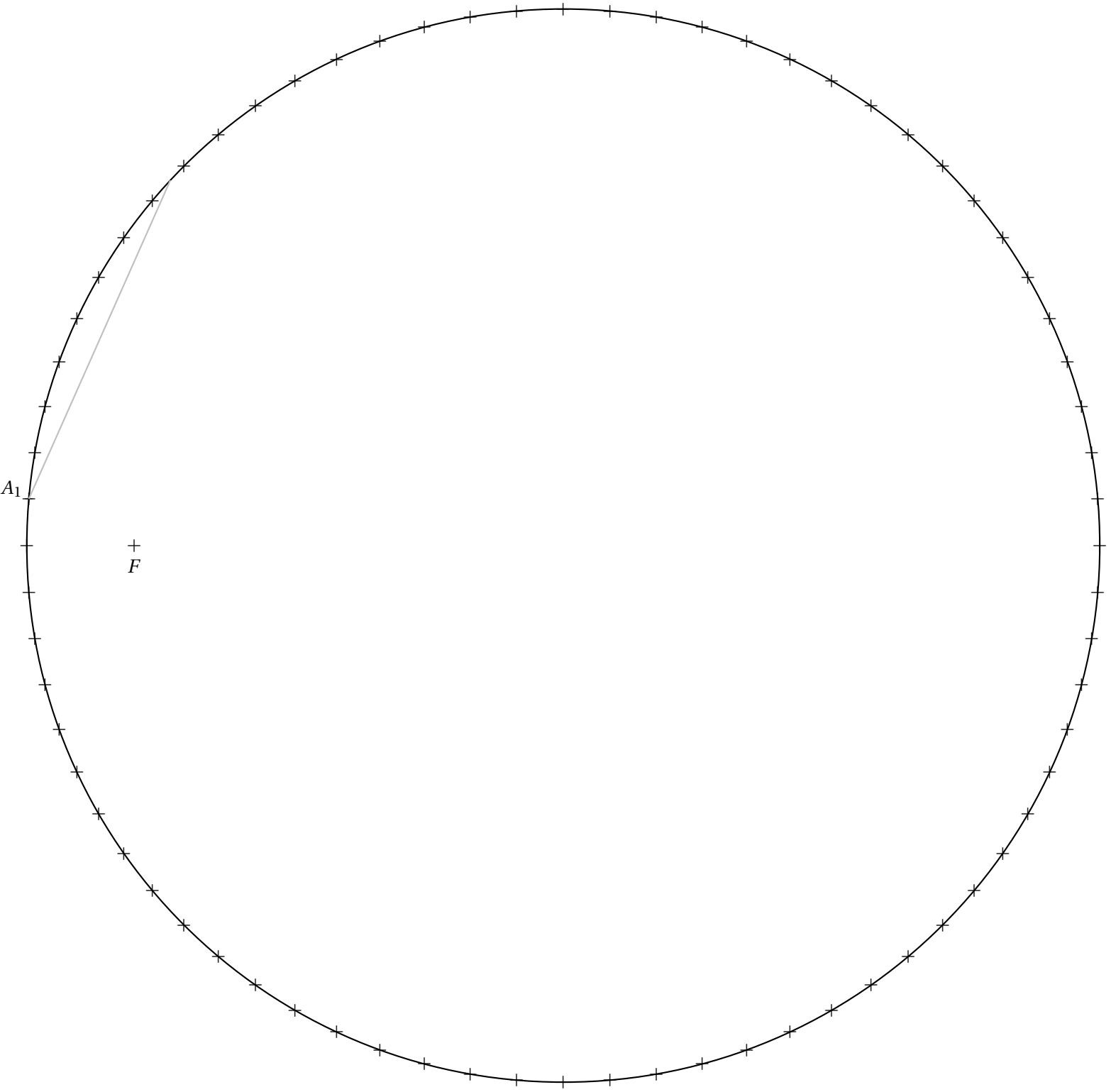
Des droites qui tournent : l'ellipse

Sixième

Matériel nécessaire : Règle, équerre. **Objectif :** Tracer des perpendiculaires.

Voici 70 points placés sur un cercle et un point à l'intérieur, le foyer F.
Il faut tracer 70 segments de la manière suivante :

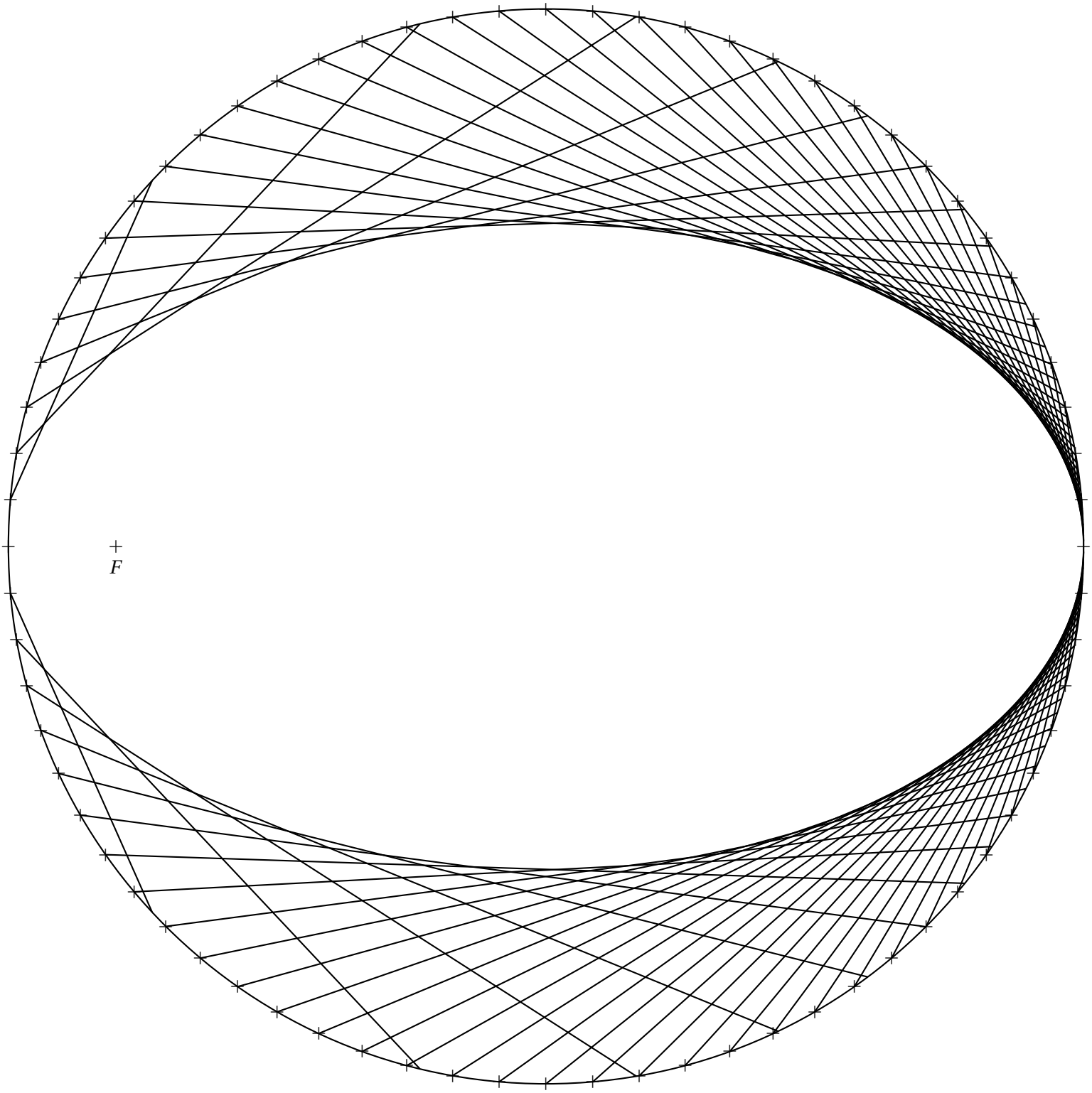
— Placer la règle sur la droite formée par un des points du cercle et le foyer F, par exemple (A_1F) ;
— Tracer la demi-droite perpendiculaire à cette droite passant par le point, A_1, en « dessous » de la droite horizontale ;
— Prolonger ces demi-droites jusqu'aux bords de la feuille.

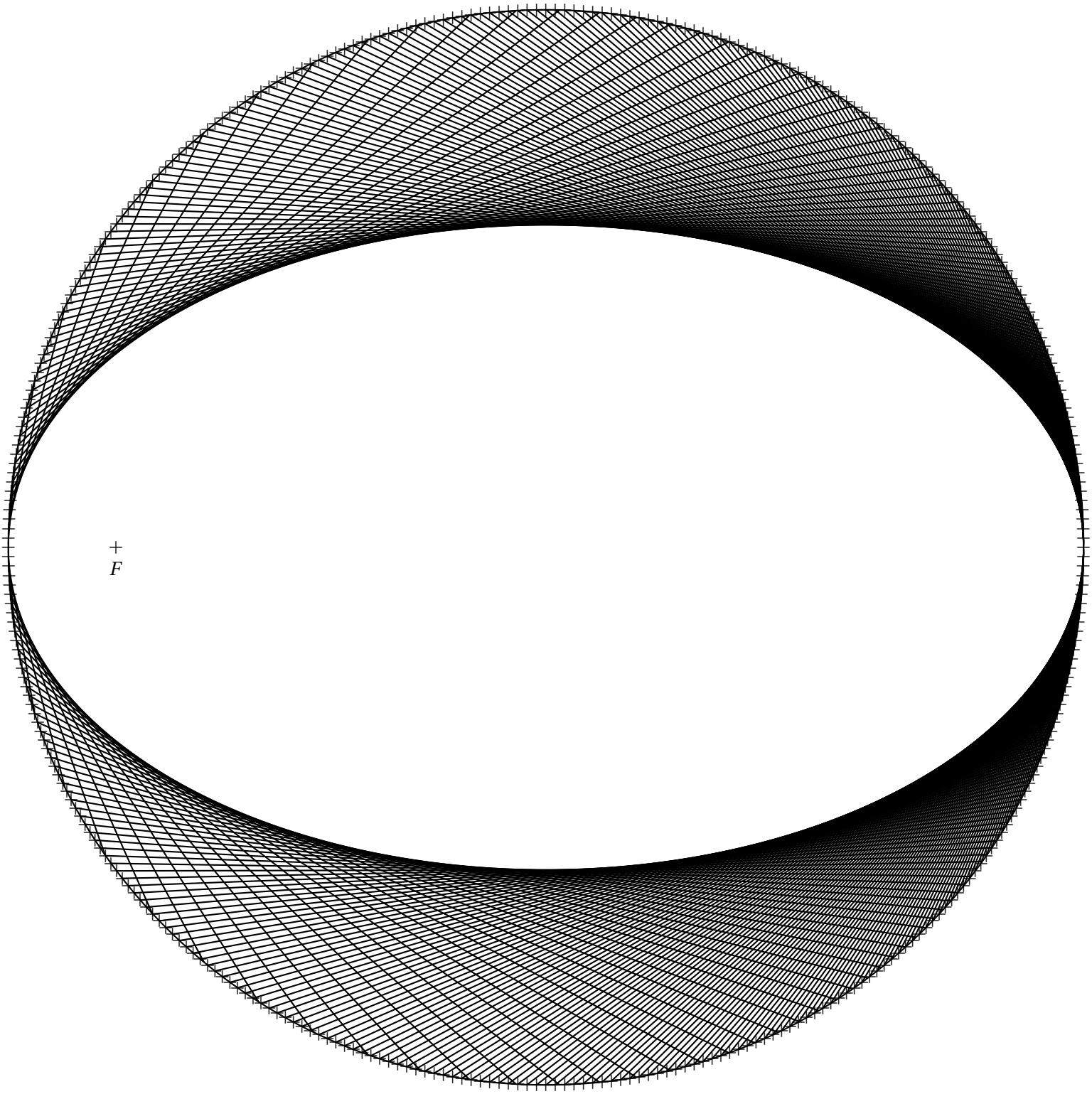


Des droites qui tournent : l'ellipse — Correction

Voici 70 points placés sur un cercle et un point à l'intérieur, le foyer F.
Il faut tracer 70 segments de la manière suivante :

— Placer la règle sur la droite formée par un des points du cercle et le foyer F, par exemple (A_1F) ;
— Tracer la demi-droite perpendiculaire à cette droite passant par le point, A_1, en « dessous » de la droite horizontale ;
— Prolonger ces demi-droites jusqu'aux bords de la feuille.




+
F

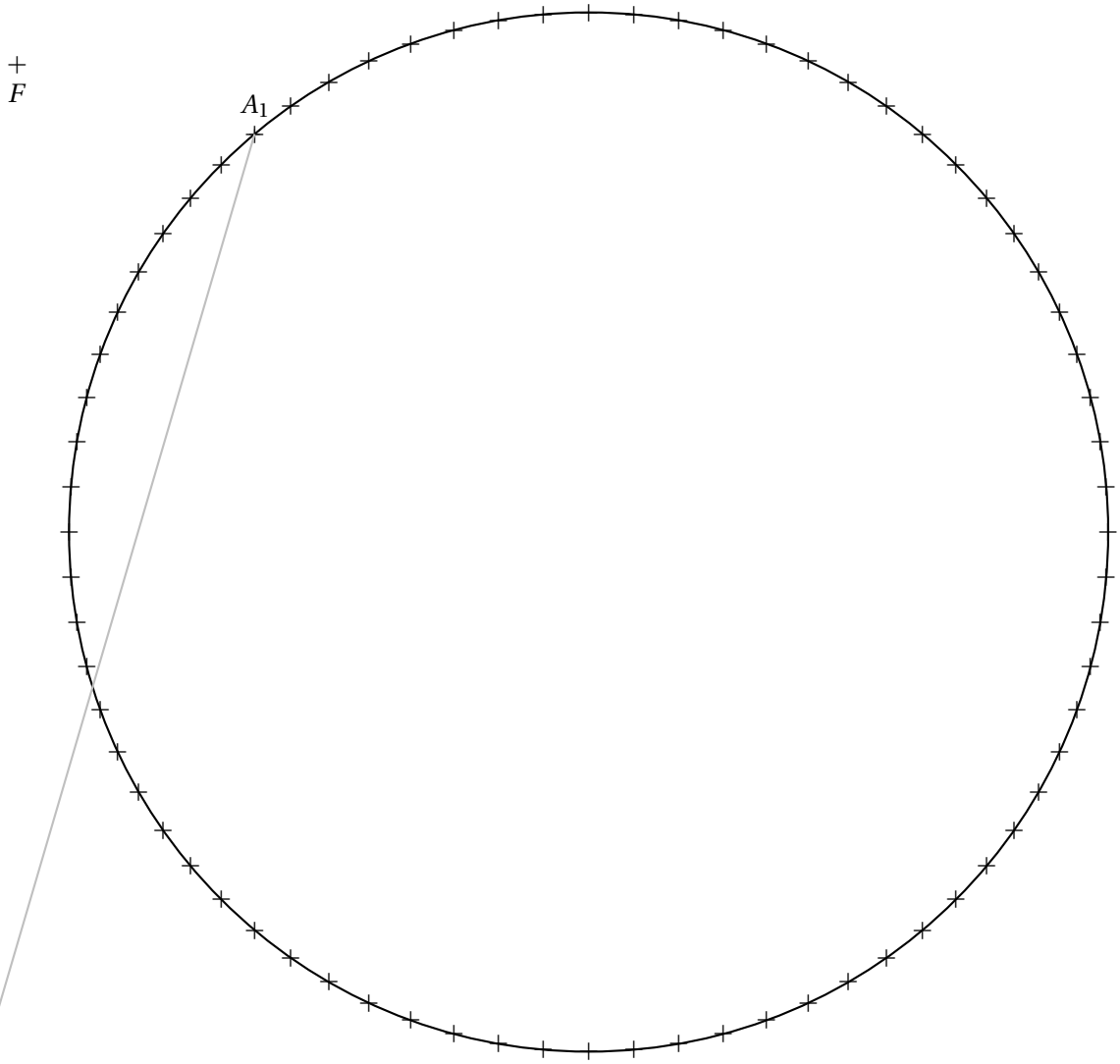
Des droites qui tournent : l'hyperbole

Sixième

Matériel nécessaire : Règle, équerre. **Objectif :** Tracer des perpendiculaires.

Voici 70 points placés sur un cercle et un point situé à l'extérieur, le foyer F.
Il faut tracer quarante demi-droites de la manière suivante :

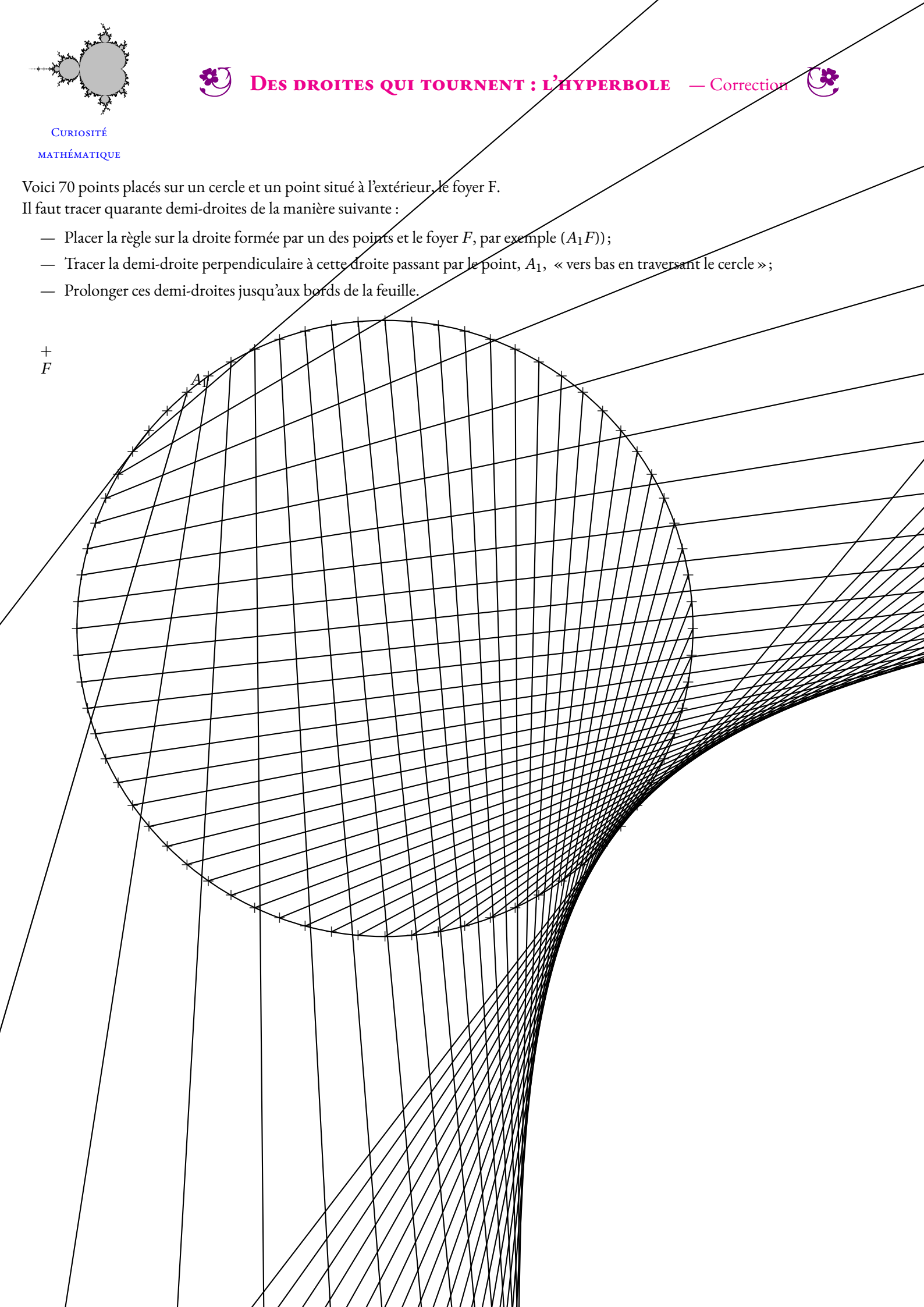
— Placer la règle sur la droite formée par un des points et le foyer F, par exemple (A_1F) ;
— Tracer la demi-droite perpendiculaire à cette droite passant par le point, A_1, « vers bas en traversant le cercle » ;
— Prolonger ces demi-droites jusqu'aux bords de la feuille.

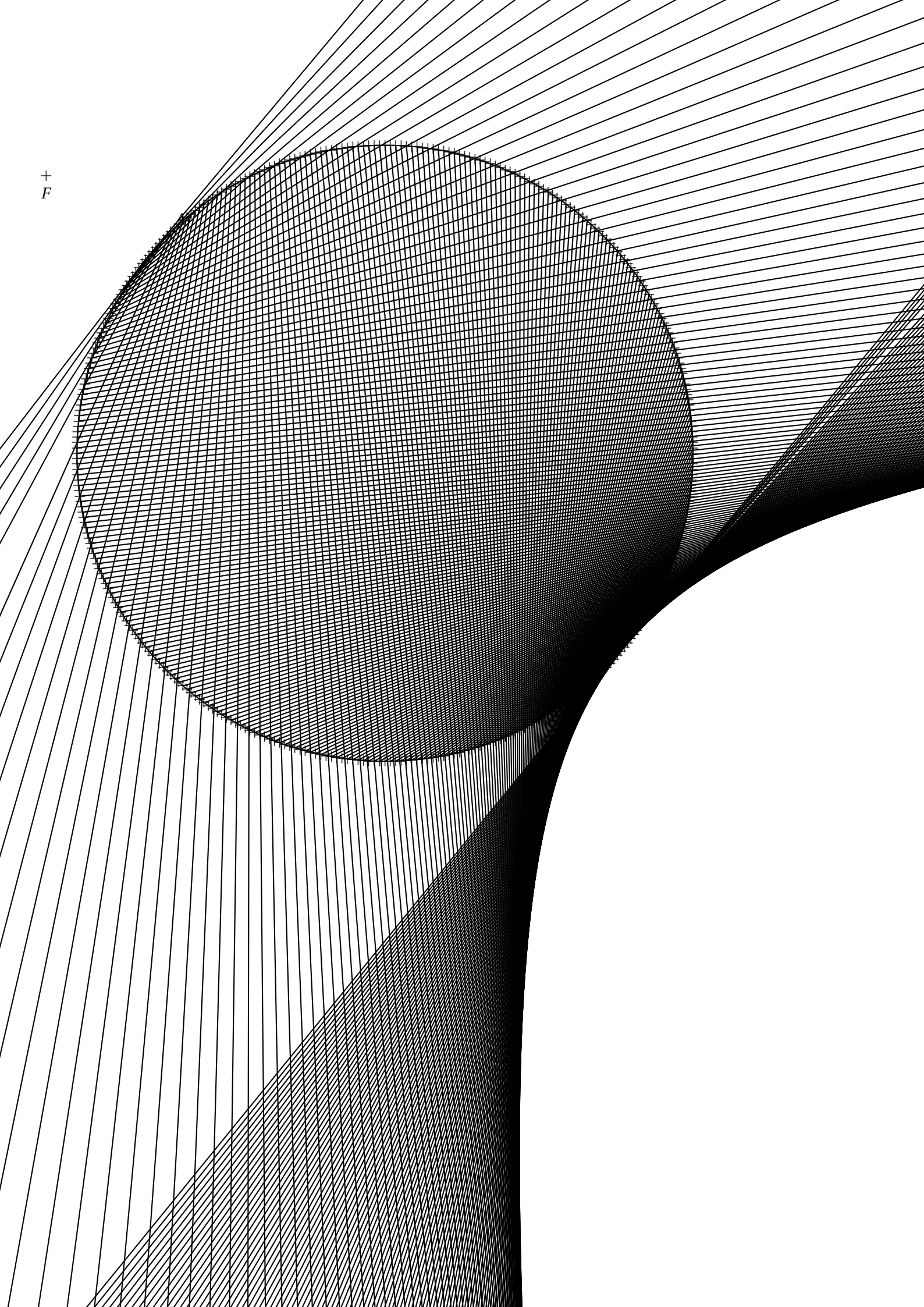


Des droites qui tournent : l'hyperbole — Correction

Voici 70 points placés sur un cercle et un point situé à l'extérieur, le foyer F.
Il faut tracer quarante demi-droites de la manière suivante :

— Placer la règle sur la droite formée par un des points et le foyer F, par exemple (A_1F) ;
— Tracer la demi-droite perpendiculaire à cette droite passant par le point, A_1, « vers bas en traversant le cercle » ;
— Prolonger ces demi-droites jusqu'aux bords de la feuille.




+
F

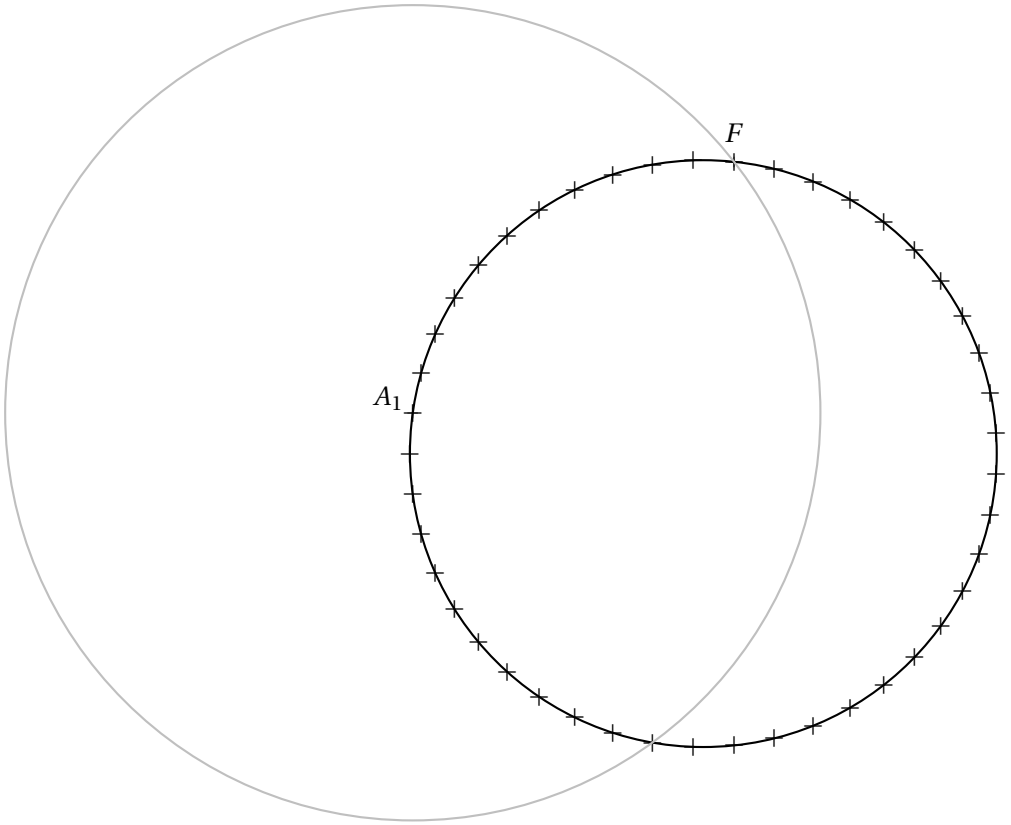
Des cercles qui tournent : la cardioïde

Sixième

Matériel nécessaire : Compas. **Objectif :** Tracer des cercles.

Voici 45 points placés sur un cercle dont un point fixe sur le cercle, le point de rebroussement F.
Il faut tracer 45 cercles de la manière suivante :

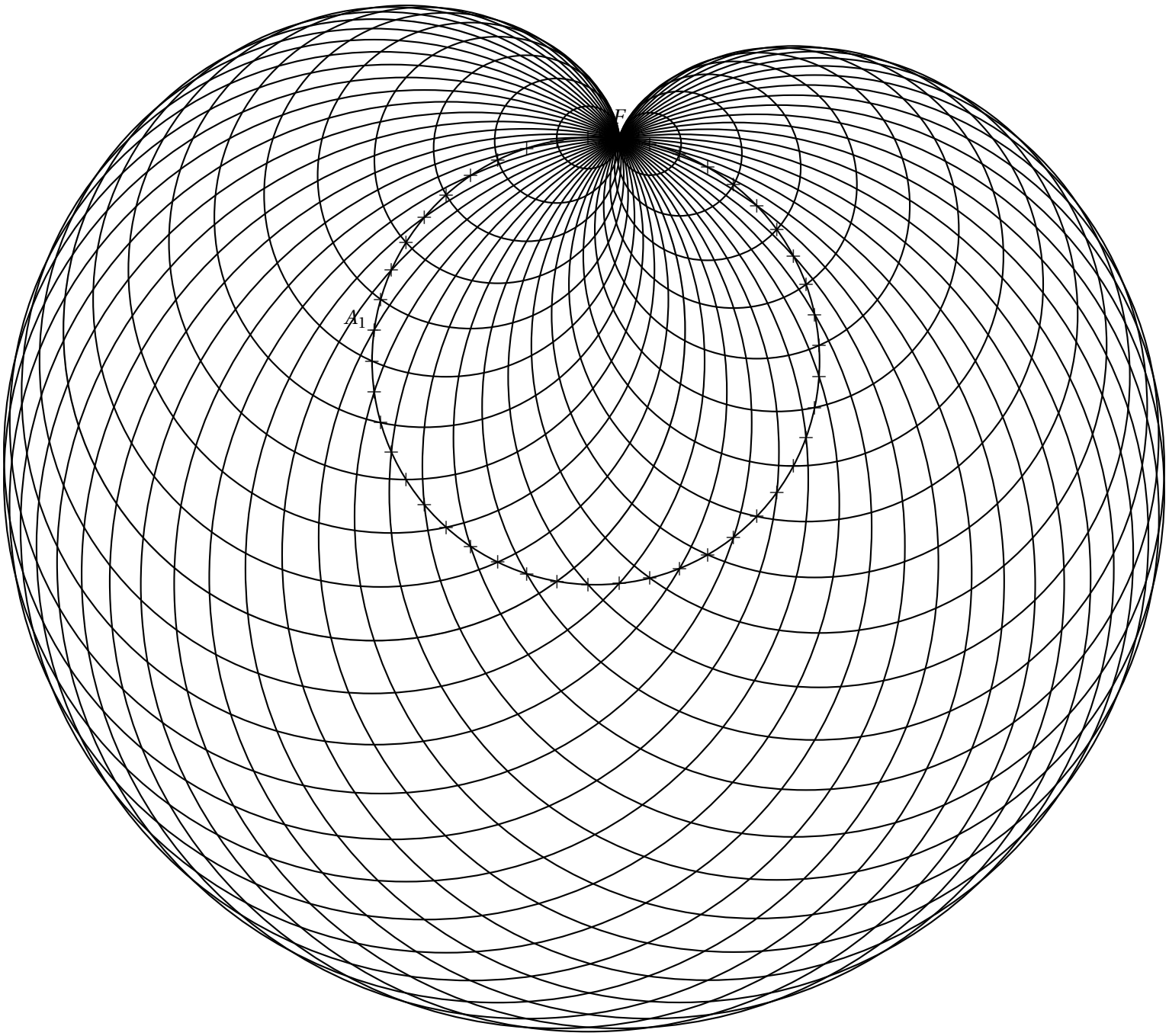
— Le centre d'un cercle est successivement chacun des points du cercle, sauf F, par exemple A_1 ;
— Chaque cercle passe par le point F, par exemple le cercle de centre A_1 passant par F.

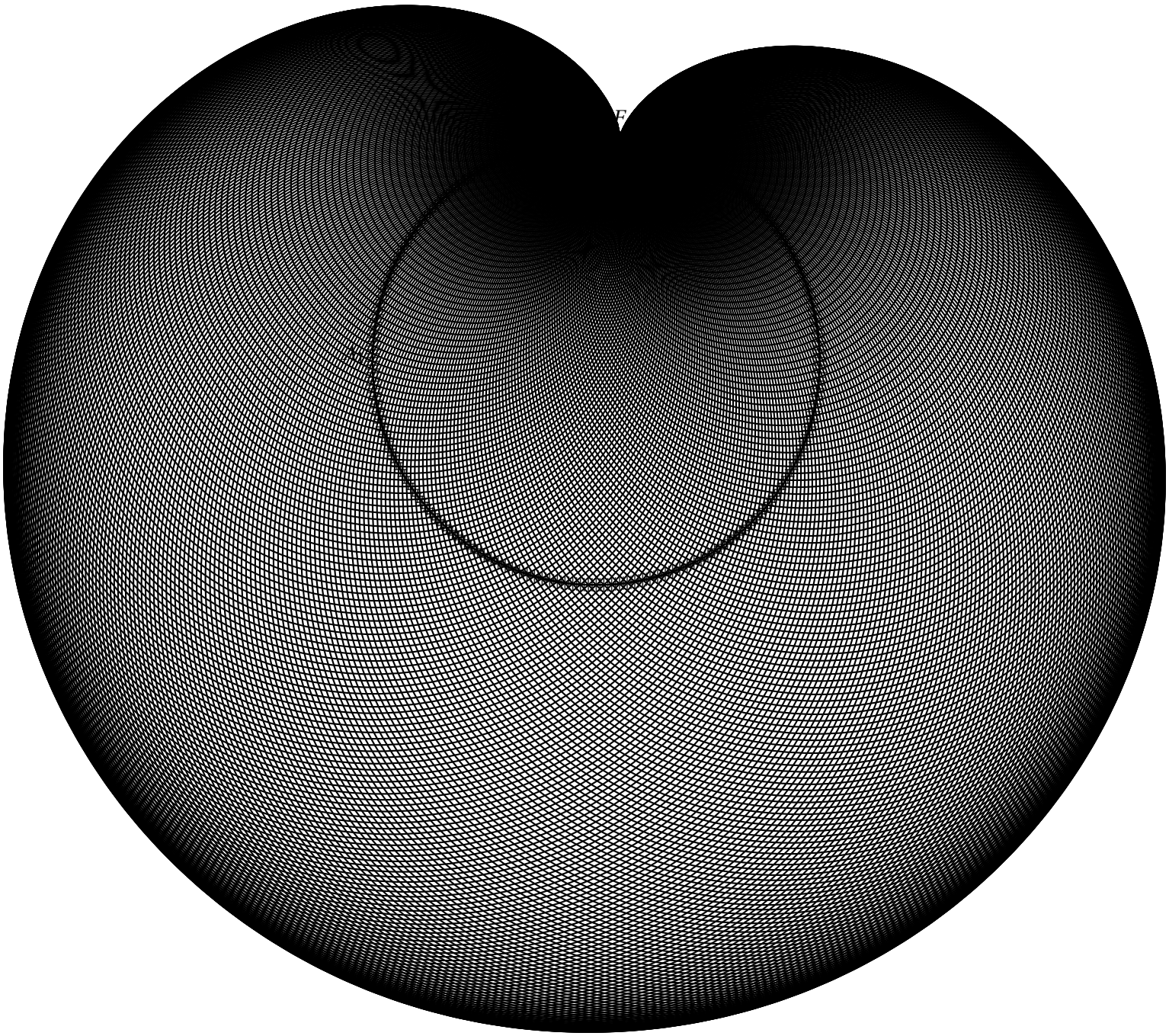


Des cercles qui tournent : la cardioïde — Correction

Voici 45 points placés sur un cercle dont un point fixe sur le cercle, le point de rebroussement F.
Il faut tracer 45 cercles de la manière suivante :

— Le centre d'un cercle est successivement chacun des points du cercle, sauf F, par exemple A_1 ;
— Chaque cercle passe par le point F, par exemple le cercle de centre A_1 passant par F.





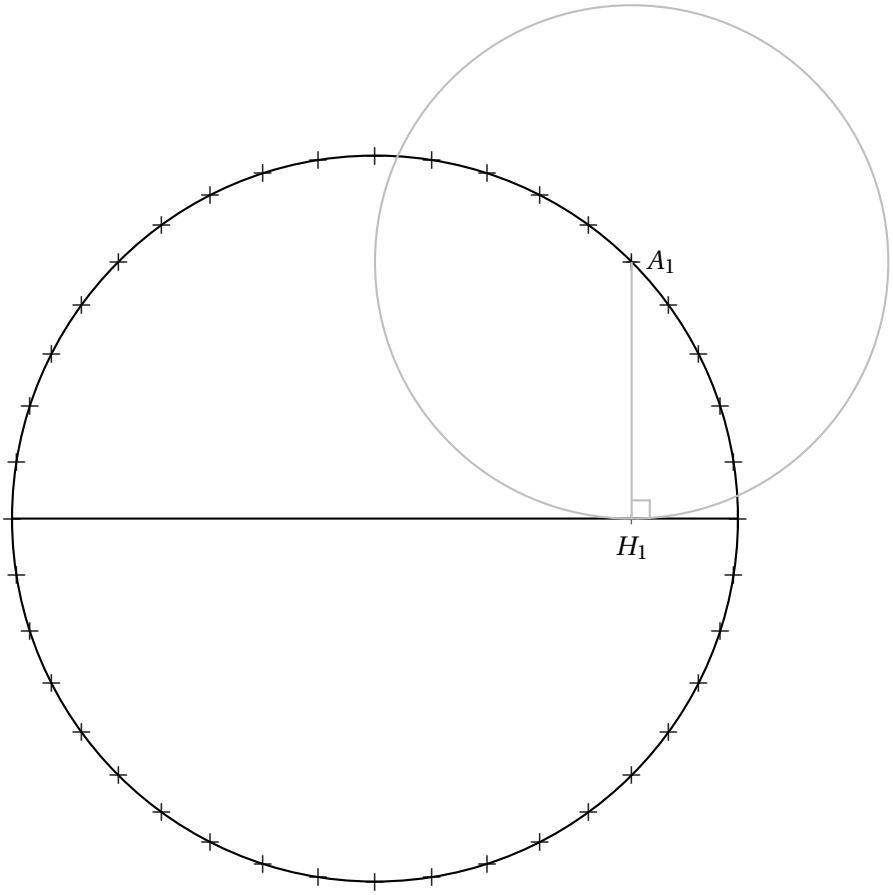
Des cercles qui tournent : la néphroïde

Sixième

Matériel nécessaire : Compas. **Objectif :** Tracer des cercles.

Voici 40 points placés sur un cercle dont un diamètre est tracé.
Il faut tracer 40 cercles de la manière suivante :

- Le centre d'un cercle est successivement chacun des points du cercle, par exemple A_1 ;
- Depuis chaque centre, comme A_1, on trace la droite perpendiculaire au diamètre passant par le centre A_1 ;
- Cette perpendiculaire coupe le diamètre en un point, dans notre exemple H_1 ;
- On trace le cercle de centre A_1 passant par H_1 ;
- Et on recommence...

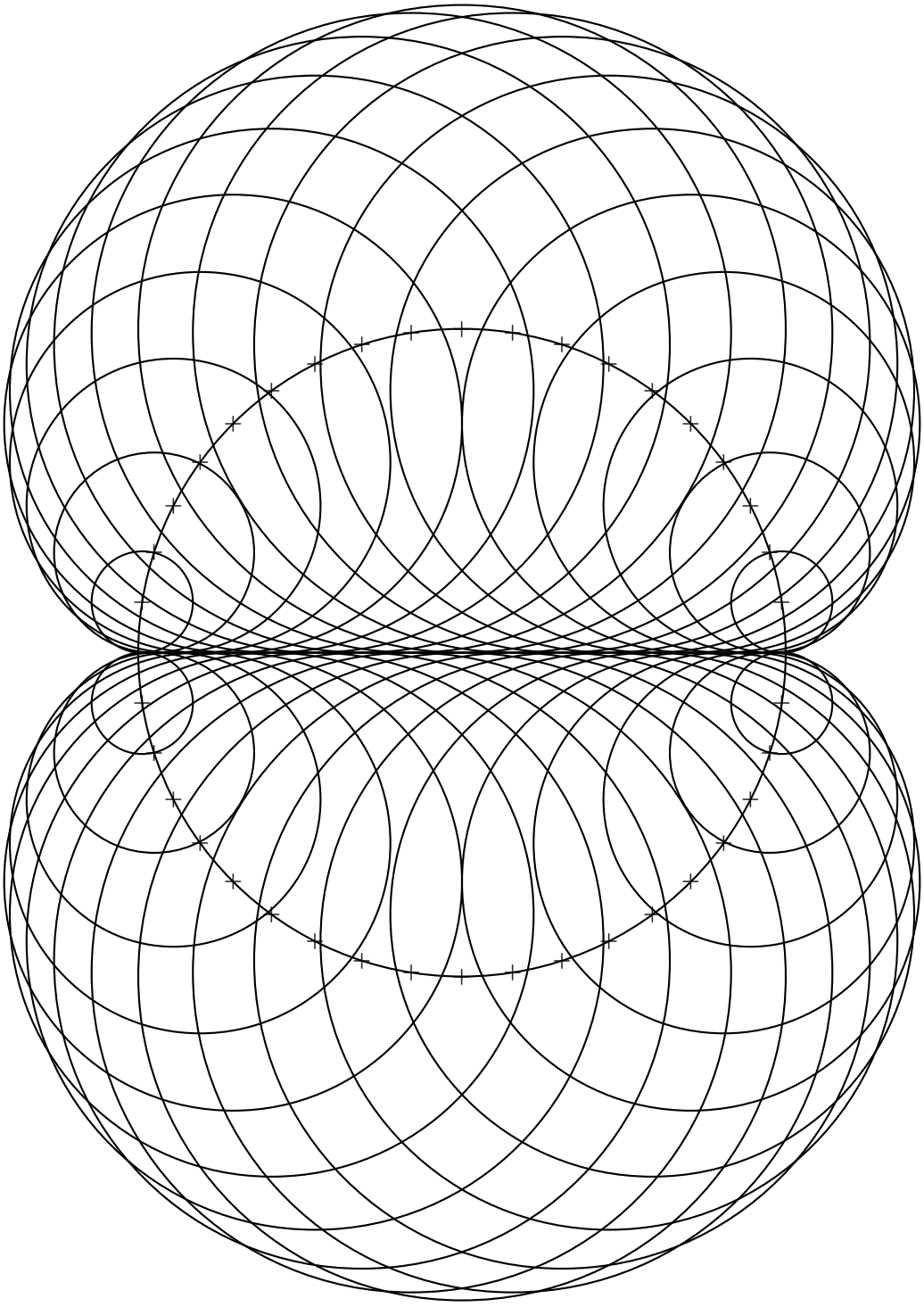


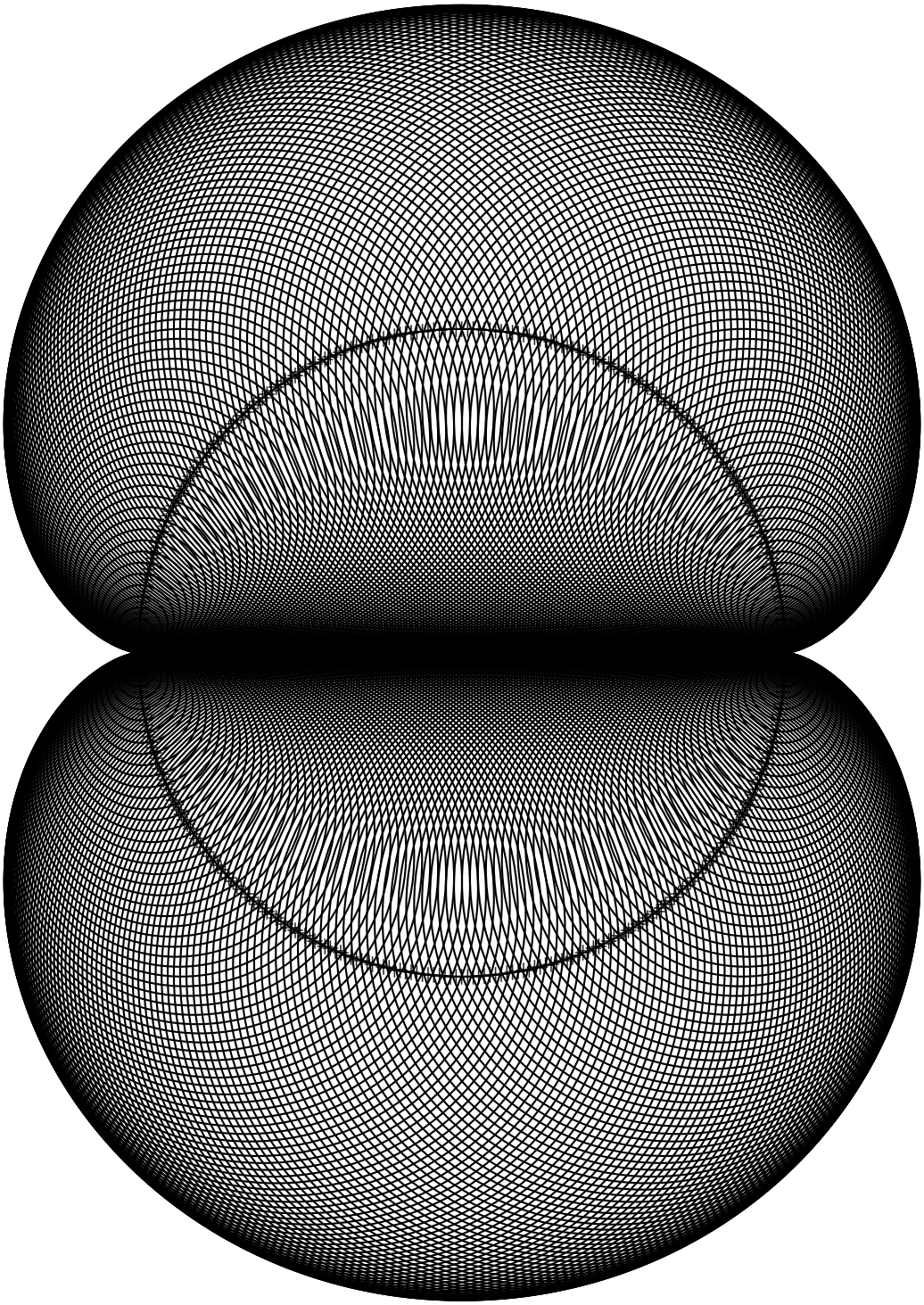
Des cercles qui tournent : la néphroïde — Correction

Matériel nécessaire : Compas. **Objectif :** Tracer des cercles.

Voici 40 points placés sur un cercle dont un diamètre est tracé.
Il faut tracer 40 cercles de la manière suivante :

- Le centre d'un cercle est successivement chacun des points du cercle, par exemple A_1 ;
- Depuis chaque centre, comme A_1, on trace la droite perpendiculaire au diamètre passant par le centre A_1 ;
- Cette perpendiculaire coupe le diamètre en un point, dans notre exemple H_1 ;
- On trace le cercle de centre A_1 passant par H_1 ;
- Et on recommence...



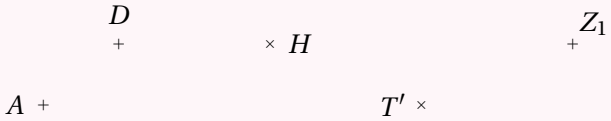


Premiers éléments de géométrie

Point, segment, droite, demi-droite

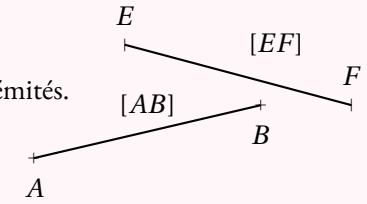
Point

Un **point** géométrique désigne un emplacement.
On le représente par une croix et on le nomme avec une lettre majuscule.



Segment

Un **segment** est la ligne la plus courte reliant deux points.
Ces deux points sont les **extrémités** du segment.
On note $[AB]$ le segment dont les points A et B sont les extrémités.
On note AB la longueur de ce segment.

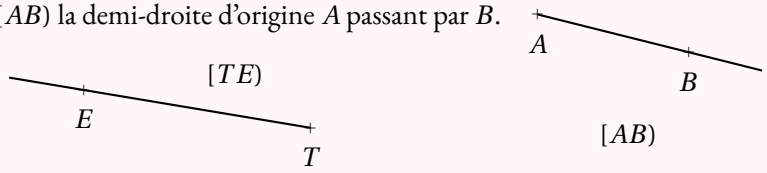


Droite

Une **droite** est constituée de tous les points alignés avec deux points.
On note (AB) la droite passant par les points A et B.
On note aussi (d) une droite quand on ne s'interesse pas à certains points particuliers.

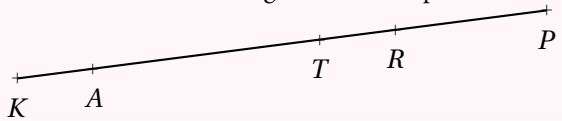
Demi-droite

Une **demi-droite** est une partie de droite limitée d'un seul côté son **origine** .
On note $[AB)$ la demi-droite d'origine A passant par B.



Points alignés

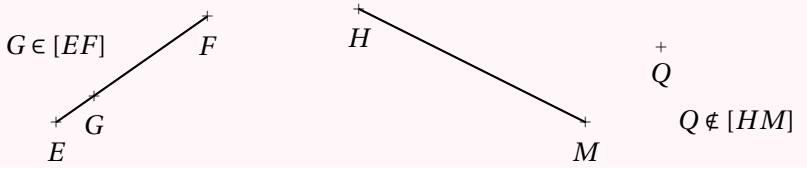
Trois points sont **alignés** si un se situe sur le segment formés par les deux autres.



Appartient, n'appartient pas

Quand un point se situe sur un segment, une droite ou une demi-droite, on dit qu'il **appartient à** un de ces objets géométriques. $A \in (CG)$ signifie que A **appartient** à la droite (CG).

Quand un point ne se situe pas sur un objet géométrique, on dit qu'il **n'appartient pas à** un de ces objets géométriques. $C \notin [TY]$ signifie que C **n'appartient pas** au segment $[TY]$.



Relations entre les droites

Deux droites qui se rencontrent ne le font qu'une fois, elles ont un **point d'intersection** . On dit que ces droites sont **sécantes** . (*Figure n° 2*)

Deux droites qui ne sont pas sécantes n'ont aucun point d'intersection. On dit qu'elles sont **parallèles** . Quand deux droites (d_1) et (d_2) sont parallèles on note $(d_1)//(d_2)$. (*Figure n° 1*)

Deux droites sécantes qui se rencontrent en formant quatre angles égaux sont **perpendiculaires** . On dit que ces angles sont **droits** . Quand deux droites (d) et (d') sont perpendiculaires on note $(d) \perp (d')$. (*Figure n° 3*)

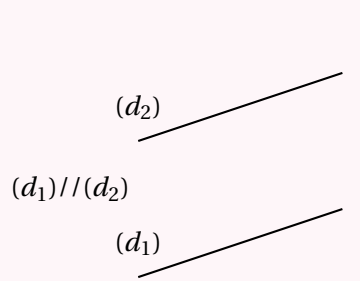


Figure n° 1

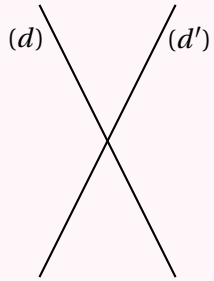


Figure n° 2

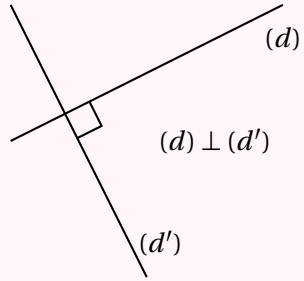


Figure n° 3

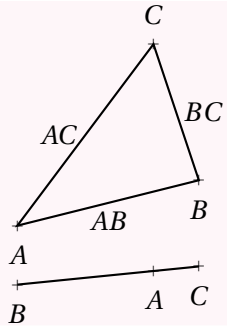
Inégalité triangulaire

Trois points A, B et C vérifient toujours la propriété suivante : la distance entre deux d'entre eux est supérieure ou égale à la somme des deux autres distances.

Cela modélise l'idée selon laquelle « le plus court chemin entre deux points est toujours la ligne droite ».

C'est à dire $AB + BC \geqslant AC$, $BA + AC \geqslant BC$ et $CA + AB \geqslant CB$.

S'il y a égalité, par exemple $AB + BC = AC$, cela signifie que $A \in [BC]$.

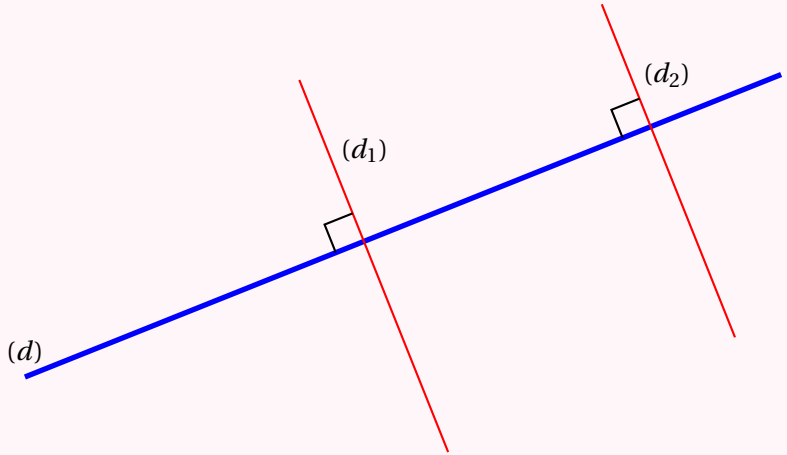


Premières propriétés géométriques

Parallèles et perpendiculaires

Propriété n° 1

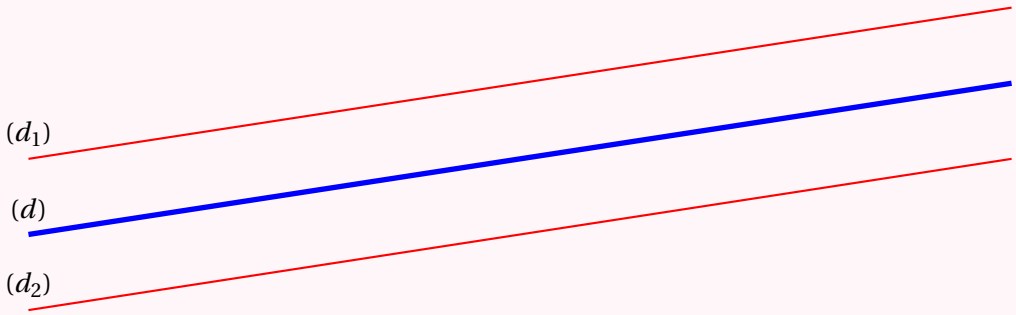
Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite **alors** elles sont parallèles.



Comme $(d_1) \perp (d)$ et $(d_2) \perp (d)$ alors $(d_1)//(d_2)$.

Propriété n° 2

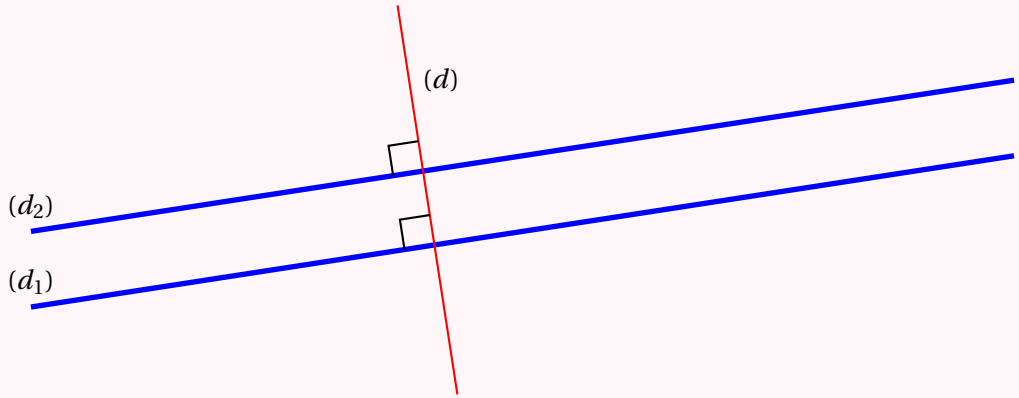
Si deux droites sont parallèles à une même droite **alors** elles sont parallèles.



Comme $(d_1)//(d)$ et $(d_2)//(d)$ alors $(d_1)//(d_2)$.

Propriété n° 3

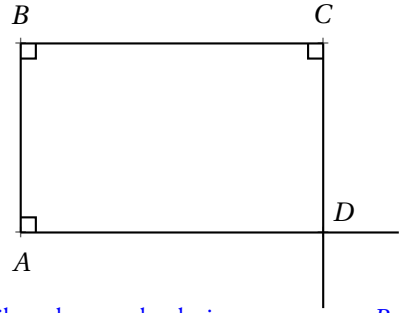
Si deux droites sont parallèles **alors** toute droite perpendiculaire à l'une des parallèles est perpendiculaire à l'autre parallèle.



Comme $(d) \perp (d_1)$ et que $(d_1)//(d_2)$ alors $(d) \perp (d_2)$.

Exemple important :

Montrons qu'un quadrilatère ayant trois angles droits est un rectangle.



Sur la figure ci-contre, on suppose que le quadrilatère $ABCD$ a trois angles droits, aux sommets A, B et C.

On veut démontrer qu'il y a un quatrième angle droit en D.

Comme il y a deux angles droits aux sommets B et C, les droites (AB) et (CD) sont l'une et l'autre perpendiculaire à la droite (BC).
Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles.
On en déduit que $(AB)//(CD)$.

La droite (AD) est perpendiculaire à la droite (AB) qui est parallèle à la droite (CD).
Si deux droites sont parallèles alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
On en conclut que $(AD) \perp (CD)$.

Finalement le quadrilatère $ABCD$ a quatre angles droits. Par définition c'est un rectangle !

Remarques et intentions pédagogiques

[1]L'ensemble $\mathbb{N}$ des entiers naturels forme un magma unifère pour l'addition. 0 est l'élément neutre. L'addition est associative, $a+(b+c)=(a+b)+c$ ce qui fait de $\mathbb{N}$ un monoïde. Ajoutons que c'est un monoïde commutatif.

[2]L'ensemble $\mathbb{N}$ des entiers naturels forme un magma unifère pour l'addition. 0 est l'élément neutre. L'addition est associative, $a+(b+c)=(a+b)+c$ ce qui fait de $\mathbb{N}$ un monoïde. Ajoutons que c'est un monoïde commutatif.

[3]Je préfère ne pas parler de droites distinctes, sans le dire aux élèves, je parle ici de droites strictement parallèle. Je n'aborde jamais le fait qu'une droite est parallèle à elle-même, ce qui est faux avec cette définition. Il faudra attendre la notion de coefficient directeur et de vecteur directeur pour généraliser cette notion. Par choix, au collège, les objets géométriques sont distincts les uns des autres... jusqu'à preuve du contraire !

Informations légales

- **Auteur :** Fabrice ARNAUD
- **Web :** pi.ac3j.fr
- **Mail :** contact@ac3j.fr

- **Dernière modification :** 12 novembre 2026 à 20:45

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.2141
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Resolute Raccoon (Le Raton Laveur résolu) 26.04 avec la distribution TeX Live 2025.20260124 et LuaTex 1.22.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !

Licence CC BY-NC-SA 4.0

Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
Adapter — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
Partage dans les Mêmes Conditions — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr

Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, **Cours.pdf**, a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 12 novembre 2026 à 20:45.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : **https://pi.ac3j.fr/mathematiques-college**