Chapitre III

Généralités sur les fonctions

Sommaire

Activité—Situation initiale Un programme de calcul pour les nombres premiers . . . **80**
Activité—Informatique Programmé pour calculer . . . **82**
I Définition, notation et vocabulaire : image et antécédent . . . **87**
II Tableau des images et représentation graphique . . . **88**
Fiche d'exercices—Approfondissement sur les équations . . . **90**
Devoir maison—Qu'avons-nous appris depuis la rentrée ? . . . **94**
Fiche d'exercices—Les fonctions : notation, image et antécédent . . . **96**
Évaluation—Calcul littéral, équation et vocabulaire des fonctions . . . **101**
Activité—Situation initiale Représenter graphiquement une fonction . . . **105**
Exercices . . . **109**
Pythagore — Fonctions — Vitesses — 1h . . . 113
Évaluation : Calcul littéral — Programme de calcul — Vitesse — Fonctions . . . **139**
Réactivation . . . **141**
Équations du premier degré . . . 141
Troisième — Fiche de synthèse : Généralités sur les fonctions . . . 153
III Annexes . . . **154**
1 Documents pratiques . . . 155

Un programme de calcul pour les nombres premiers

Troisième

Situation initiale

Voici un programme de calcul :

> — Choisir un nombre entier ;
> — Le multiplier par lui-même ;
> — Ajouter 41 ;
> — Soustraire le nombre de départ.

1. Montrer qu'en choisissant 3 comme nombre de départ on obtient 47.

2. Calculer les nombres obtenus par ce programme de calcul en choisissant successivement : 1, 5 et 10 comme nombre de départ.
Détailler les calculs.

3. On note x le nombre générique de départ. Écrire une expression $f(x)$ qui modélise ce programme de calcul.

4. En utilisant le mode **Tableau** de la calculatrice compléter le tableau ci-dessous :

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$f(x)$																

5. En détaillant le raisonnement, calculer les résultats obtenus en partant des nombres de départ -1, -2 puis -10.
On note ces résultats $f(-1)$, $f(-2)$ et $f(-3)$.

6. En utilisant le mode **Tableau** de la calculatrice compléter le tableau ci-dessous :

x	-16	-15	-14	-13	-12	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1
$f(x)$																

7. Indiquer les valeurs de $f(5)$ et $f(-4)$, puis de $f(10)$ et $f(-9)$.

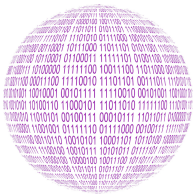
8. Pour quel(s) nombre(s) de départ ce programme permet d'obtenir 83 ? Même question pour 41 puis 40.

9. Montrer que $f(x)$ peut s'écrire sous la forme $x(x-1)+41)$.

10. Une conjecture affirme que cette fonction ne donne que des nombres premiers pour tous les nombres entiers relatifs.
En utilisant la calculatrice, calculer $f(40)$ et $f(41)$ et vérifier si cette conjecture est vraie.

Leonhard Euler (1707–1783), mathématicien suisse, a découvert cette fonction en 1772. Elle donne 40 nombres premiers pour les valeurs de n entières comprises entre 0 et 39.
En 1752, Christian Goldbach démontra qu'il n'existait aucun polynôme à coefficient entier permettant d'obtenir des nombres premiers pour tous les nombres entiers. Adrien-Marie Legendre au début du XIX^{e}siècle montra ce résultat avec des coefficients fractionnaires. En 2000, Jones, Sato, Wada et Wiens découvrirent un polynôme de degré 25 à 26 variables dont les images des nombres entiers positifs sont exactement les nombres premiers.

SITUATION INITIALE



Informatique

Programmé pour calculer

Troisième

Un Microbit a été remis à chaque groupe de la classe. Le Microbit a été programmé pour fonctionner de la manière suivante :

- Il affiche au départ un numéro de niveau sous la forme « Prog 1 » ;
- il attend ensuite la saisie d'un nombre entier compris entre -9 et 9 ;
- le nombre zéro est d'abord affiché, en appuyant sur la touche A le nombre est incrémenté d'une unité. Quand le nombre 9 est atteint, le nombre suivant est -9 ;
- quand le nombre souhaité est affiché, il faut appuyer sur B pour le valider ;
- le Microbit affiche alors un nombre qui est le résultat obtenu en utilisant le nombre choisi dans **un programme secret** que j'ai programmé ;
- vous pouvez faire autant d'essais que vous le souhaitez ;
- pour passer au niveau suivant il faut secouer le Microbit ;
- 8 niveaux ont été programmés ;
- **Vous devez manipuler le Microbit avec soin et précaution.**

En utilisant le Microbit conformément aux consignes ci-dessous, déterminer les différents programmes proposés.
Vous les décrirez sous forme d'un programme de calculs en français puis sous la forme d'une expression littérale.

Programme n° 1

Conjecture

- Choisir un nombre ;
-
-
-
- Afficher le résultat.

Programme n° 2

Conjecture

- Choisir un nombre ;
-
-
-
- Afficher le résultat.

Programme n° 3

Conjecture

- Choisir un nombre ;
-
-
-
- Afficher le résultat.

Programme n° 4

Conjecture

- Choisir un nombre ;
-
-
-
- Afficher le résultat.

Programme n° 5

Conjecture

- Choisir un nombre ;
-
-
-
- Afficher le résultat.

Programme n° 6

Conjecture

- Choisir un nombre ;
-
-
-
- Afficher le résultat.

Programme n° 7

Conjecture

- Choisir un nombre ;
-
-
-
- Afficher le résultat.

Programme n° 8

Conjecture

- Choisir un nombre ;
-
-
-
- Afficher le résultat.

Pour chacun des huit programmes ci-dessus, écrire une expression algébrique qui modélise ce programme.
Vous pourrez utilisez la lettre x pour désigner le nombre de choisi au départ.

	Expression		Expression		Expression		Expression
P1		P2		P3		P4	
P5		P6		P7		P8	

Tableaux des valeurs obtenues

Veuillez compléter en groupe les tableaux de valeurs ci-dessous pour chacun des programmes que vous aurez testés.

Programme nº 1

Nombre choisi	Résultat

Programme nº 2

Nombre choisi	Résultat

Programme nº 3

Nombre choisi	Résultat

Programme nº 4

Nombre choisi	Résultat

Programme nº 5

Nombre choisi	Résultat

Programme nº 6

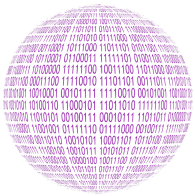
Nombre choisi	Résultat

Programme nº 7

Nombre choisi	Résultat

Programme nº 8

Nombre choisi	Résultat



Programmé pour calculer — Correction

☞ Intentions pédagogiques et éléments de correction : Microbit — Programmé pour calculer

L'idée de cette activité est d'illustrer la notion de fonction à l'aide d'un objet connecté programmable.
La présentation habituelle d'une fonction comme un moyen de formaliser la notion de programme de calcul est une approche très abstraite de cette notion. Il arrive souvent en classe de comparer une fonction à une touche programmable de la calculatrice qui ferait un calcul décidé à l'avance. Cela permet d'expliquer la notation f pour désigner une fonction, notation qui désigne un nouvel objet complexe.
L'usage d'un objet programmable comme le Microbit permet aux élèves de manipuler cette idée.
Le programme injecté dans le Microbit contient huit fonctions différentes de type linéaires, affines ou carrées. Le bouton A est prévu pour incrémenter de manière circulaire les nombres entiers de -9 à 9. Le bouton B valide un nombre et permet l'affichage de l'image par la fonction mystérieuse. Le capteur qui détecte les secousses permet le passage d'une fonction à une autre.
Chaque groupe de 3 ou 4 élèves dispose d'un Microbit programmé, d'une fiche tableaux de valeurs et d'une fiche individuelle de présentation.
L'objectif est de tester de nombreux nombres pour chaque fonction, de noter les images obtenues et d'en déduire une conjecture sur la fonction mystérieuse programmée. Le niveau de difficulté des fonctions est croissant.
Un fichier démonstration à utiliser en classe entière sur le site de Microbit permet de montrer les attentes pour cette activité.
L'idée est aussi de montrer plusieurs manières de définir une fonction : un programme de calcul, un algorithme, une expression littérale...

Programme n° 1

Conjecture

- Choisir un nombre;
- le multiplier par 3;
- Afficher le résultat.

Programme n° 2

Conjecture

- Choisir un nombre;
- le multiplier par -2;
- Afficher le résultat.

Programme n° 3

Conjecture

- Choisir un nombre;
- ajouter 7;
- Afficher le résultat.

Programme n° 4

Conjecture

- Choisir un nombre;
- enlever 5
- Afficher le résultat.

Programme n° 5

Conjecture

- Choisir un nombre;
- le multiplier par 5;
- ajouter 8;
- Afficher le résultat.

Programme n° 6

Conjecture

- Choisir un nombre;
- le multiplier par -7;
- enlever 10;
- Afficher le résultat.

Programme n° 7

Conjecture

- Choisir un nombre;
- multiplier le nombre par lui-même;
- ajouter 1;
- Afficher le résultat.

Programme n° 8

Conjecture

- Choisir un nombre;
- multiplier le nombre par lui-même;
- ajouter le nombre;
- Afficher le résultat.

Pour chacun des huit programmes ci-dessus, écrire une expression algébrique qui modélise ce programme.
Vous pourrez utilisez la lettre x pour désigner le nombre de choisi au départ.

	Expression		Expression		Expression		Expression
P1	$3x$	P2	$-2x$	P3	$x+7$	P4	$x-5$
P5	$5x+8$	P6	$-7x-10$	P7	x^2+1	P8	x^2+x

Tableaux des valeurs obtenues

Veuillez compléter en groupe les tableaux de valeurs ci-dessous pour chacun des programmes que vous aurez testés.

Programme nº 1

Nombre choisi	Résultat
-9	-27
-8	-24
-7	-21
-6	-18
-5	-15
-4	-12
-3	-9
-2	-6
-1	-3
0	0
1	3
2	6
3	9
4	12
5	15
6	18
7	21
8	24
9	27

Programme nº 2

Nombre choisi	Résultat
-9	18
-8	16
-7	14
-6	12
-5	10
-4	8
-3	6
-2	4
-1	2
0	0
1	-2
2	-4
3	-6
4	-8
5	-10
6	-12
7	-14
8	-16
9	-18

Programme nº 3

Nombre choisi	Résultat
-9	-2
-8	-1
-7	0
-6	1
-5	2
-4	3
-3	4
-2	5
-1	6
0	7
1	8
2	9
3	10
4	11
5	12
6	13
7	14
8	15
9	16

Programme nº 4

Nombre choisi	Résultat
-9	-14
-8	-13
-7	-12
-6	-11
-5	-10
-4	-9
-3	-8
-2	-7
-1	-6
0	-5
1	-4
2	-3
3	-2
4	-1
5	0
6	1
7	2
8	3
9	4

Programme nº 5

Nombre choisi	Résultat
-9	-37
-8	-32
-7	-27
-6	-22
-5	-17
-4	-12
-3	-7
-2	-2
-1	3
0	8
1	13
2	18
3	23
4	28
5	33
6	38
7	43
8	48
9	53

Programme nº 6

Nombre choisi	Résultat
-9	53
-8	46
-7	39
-6	32
-5	25
-4	18
-3	11
-2	4
-1	-3
0	-10
1	-17
2	-24
3	-31
4	-38
5	-45
6	-52
7	-59
8	-66
9	-73

Programme nº 7

Nombre choisi	Résultat
-9	82
-8	65
-7	50
-6	37
-5	26
-4	17
-3	10
-2	5
-1	2
0	1
1	2
2	5
3	10
4	17
5	26
6	37
7	50
8	65
9	82

Programme nº 8

Nombre choisi	Résultat
-9	72
-8	56
-7	42
-6	30
-5	20
-4	12
-3	6
-2	2
-1	0
0	0
1	2
2	6
3	12
4	20
5	30
6	42
7	56
8	72
9	90

I — Définition, notation et vocabulaire : image et antécédent

Définition 3.1 : Fonction

Une **fonction** est un programme de calcul permettant de définir un résultat unique à partir d'un nombre de départ.

On note souvent une fonction de la manière suivante :

$$f : x \to f(x)$$

Cela signifie que la fonction f fait correspondre au nombre de départ x le résultat unique $f(x)$.

Remarque :

On utilise souvent les lettres proches de f dans l'alphabet pour désigner une fonction : f, g, h...

Exemples :

$f : x \to f(x) = x^2 + x + 41$

$g : x \to g(x) = 5x - 9$

$h : x \to h(x) = \dfrac{1}{x^2+2}$

$k : x \to k(x) = 2019$

$l : x \to l(x) = x$

Définition 3.2 : Vocabulaire

Étant donnée une fonction $f : x \to f(x)$

Soit a un nombre quelconque alors on dit que le nombre :

- $f(a)$ est l'**image** du nombre a par la fonction f ;
- a a pour **image** $f(a)$ par la fonction f ;
- a est un **antécédent** du nombre $f(a)$ par la fonction f ;
- $f(a)$ a pour **antécédent** a par la fonction f.

Exemples :

En reprenant les fonctions de l'exemple précédent :

$f(10) = 10^2 + 10 + 41$ donc $f(10) = 151$
151 est l'image de 10 et 10 est un antécédent de 151 par la fonction f.

$g(-3) = 5 \times (-3) - 9$ donc $g(-3) = -15 - 9 = -24$
-24 est l'image de -3, -3 a pour image -24, -3 est un antécédent de -24 par g.

$h(1) = \dfrac{1}{1^2+2}$ donc $h(1) = \dfrac{1}{3}$
$\dfrac{1}{3}$ est l'image de 1 et 1 est un antécédent de $\dfrac{1}{3}$ par h.

$k(0) = 2019$, $k(5) = 2019$, $k(-10) = 2019$ ...
2019 est l'image de 0, 5, 10. 0, 5 et 10 sont des antécédents de 2019.
k est une **fonction constante** . 2019 est le seul nombre ayant des antécédents.

$l(1) = 1$, $l(-3) = -3$: on dit que l est la **fonction identique ou identité** .
1 a pour image 1, 1 est un antécédent de 1

Remarque importante :
Une fonction étant définie, on peut calculer les images de tous les nombres pour lesquels les calculs sont possibles. [1]
Une fonction étant définie, un nombre peut posséder un ou plusieurs antécédents. Il peut aussi n'en posséder aucun !

Méthode 3 . 1 : Recherche des antécédents d'un nombre par une fonction
Pour déterminer les antécédents d'un nombre par une fonction, il est souvent nécessaire de résoudre une équation.

Par exemple, posons $f : x \to f(x) = 3x + 5$ et cherchons le ou les antécédents de -4.
On cherche donc tous les nombres x solutions de l'équation :

$$f(x) = -4$$

$$3x + 5 = -4$$

$$3x + 5 - 5 = -4 - 5$$

$$3x = -9$$

$$x = \frac{-9}{3}$$

$$x = -3$$

Ainsi comme $f(-3) = -4$, -3 est l'unique antécédent de -4 par f.

II — Tableau des images et représentation graphique

Définition 3.3 : Tableau des images pour une fonction

f une fonction définie. On peut construire un **tableau des images** contenant une sélection de nombres et leurs images par la fonction f.

x	a	b	c
$f(x)$	$f(x)$	$f(b)$	$f(c)$

Remarque :

Certaines fonctions dont on ne connaît pas l'expression algébrique (le programme de calcul) ne sont connue que par un tableau des images. On a dans ce cas qu'une connaissance partielle de la fonction.

Exemples :
Voici trois fonctions :
$f : x \to f(x) = 2x - 4$ — $g : x \to g(x) = 6 - x$ — $h : x \to h(x) = x^2 + 2x - 3$

On peut utiliser la calculatrice pour tabuler ces fonctions. Il suffit d'utiliser le mode Table .
Voici ce que l'on obtient :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	-14	-12	-10	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$g(x)$	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$h(x)$	12	5	0	-3	-4	-3	0	5	12	21	32

Définition 3.4 : Représentation graphique d'une fonction

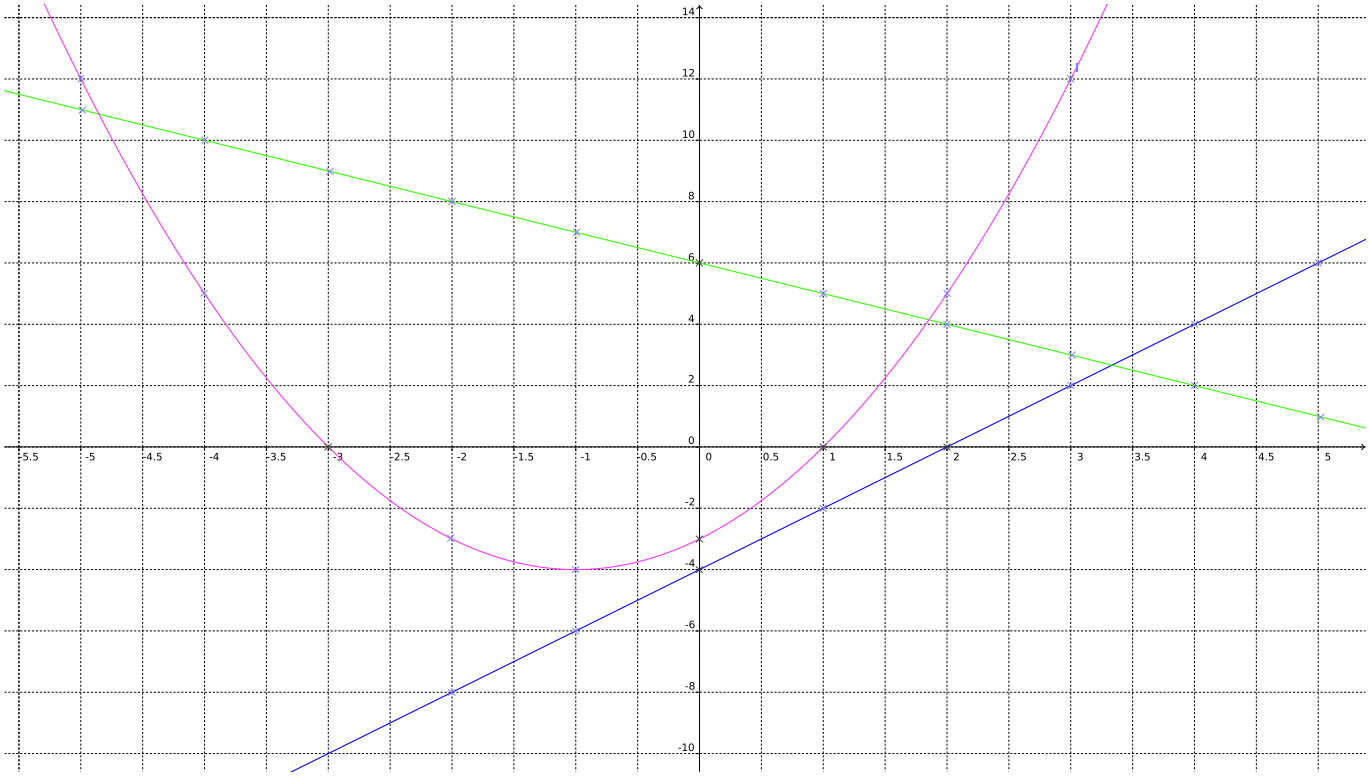
f une fonction définie. La **représentation graphique** de la fonction f dans un repère est l'ensemble des points dont les coordonnées sont $\big(x; f(x)\big)$ où x est un nombre quelconque.

Remarque :

Il faut veiller au vocabulaire et ne pas confondre la fonction f, le nombre $f(x)$ image de x par f et la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ qui est un objet géométrique.

Exemples :

Voici les représentations graphiques des fonctions tabulées ci-dessus :



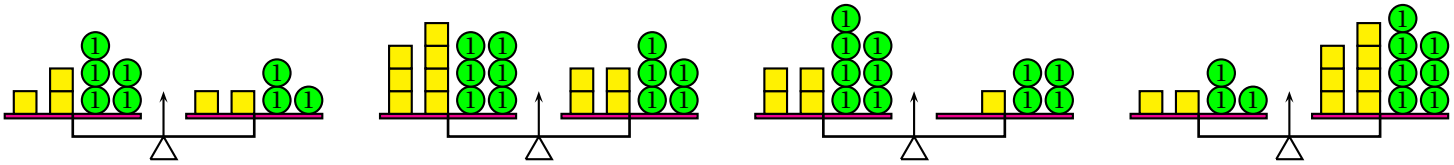
Fiche d'exercices

Approfondissement sur les équations

Troisième

Exercice n° 1 : Les balances

Pour chacune des balances suivantes, déterminer la masse du carré.
Modéliser ensuite chacune des balances par une équation, puis la résoudre en détaillant chaque étape.



Exercice n° 2 : Les balances

Résoudre chacune des équations suivantes puis vérifier la réponse en détaillant chaque étape :

$5x+7=3x+5$ $\quad$ $5x-7=3x-9$ $\quad$ $x-7=5-2x$ $\quad$ $8-2x=2x+5$

$7x-5=4x+3$ $\quad$ $4x-3=6x-9$ $\quad$ $4-6x=7-4x$ $\quad$ $7x-9=3x-1$

Exercice n° 3 : Solution ou pas

1. -3 est-il une solution de l'équation $5x+7=3x+1$?

2. $\dfrac{5}{3}$ est-il une solution de l'équation $7x-6=4x-1$?

3. 0 est-il une solution de $(7x+3)(2x-1)=3$?

4. -3 est-il une solution de $2x^2+5x=3$?

Exercice n° 4 : Un programme de calcul

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre ;
- Le multiplier par 3 ;
- Enlever 6 ;
- Multiplier le tout par 4 ;
- Ajouter 20 ;
- Enlever le double du nombre de départ.

1. Tester ce programme avec les nombre 2 puis -3 en détaillant chaque étape.

2. Écrire ce programme en partant d'un nombre générique x, on appellera $P(x)$ l'expression obtenue.

3. Développer et réduire $P(x)$.

4. Pour quel nombre de départ ce programme donne à 61.

5. Existe-t-il un nombre de départ pour lequel le résultat obtenu vaut exactement son double.

6. Existe-t-il un nombre de départ pour lequel le résultat obtenu vaut exactement son opposé.

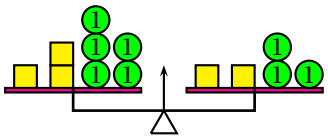
Fiche d'exercices—Correction

Exercice n° 1 : Les balances

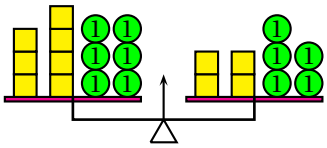
Correction

Équations du premier degré

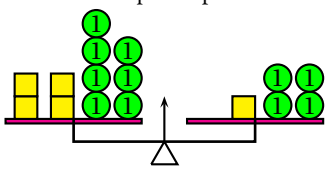
Pour chacune des balances suivantes, déterminer la masse du carré.
Modéliser ensuite chacune des balances par une équation, puis la résoudre en détaillant chaque étape.



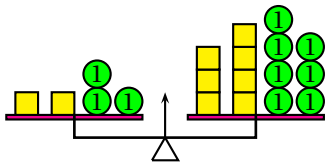
$$\begin{aligned}3x+5&=2x+3\\3x+5-5&=2x+3-5\\3x&=2x-2\\3x-2x&=2x-2-2x\\x&=-2\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}7x+6&=4x+5\\7x+6-6&=4x+5-6\\7x&=4x-1\\7x-4x&=4x-1-4x\\3x&=-1\\x&=-\frac{1}{3}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}4x+7&=x+4\\4x+7-7&=x+4-7\\4x&=x-3\\4x-x&=x-3-x\\3x&=-3\\x&=-\frac{3}{3}\\x&=-1\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}2x+3&=7x+7\\2x+3-3&=7x+7-3\\2x&=7x+4\\2x-7x&=7x+4-7x\\-5x&=-4\\x&=\frac{-4}{-5}\\x&=0,8\end{aligned}$$

Exercice n° 2 : Les balances

Correction

Équations du premier degré

Résoudre chacune des équations suivantes puis vérifier la réponse en détaillant chaque étape :

$$5x+7=3x+5$$

$$\begin{aligned}5x+7&=3x+5\\5x+7-7&=3x+5-7\\5x&=3x-2\\5x-3x&=3x-2-3x\\2x&=-2\\x&=-\frac{2}{2}\\x&=-1\end{aligned}$$

$$5x-7=3x-9$$

$$\begin{aligned}5x-7&=3x-9\\5x-7+7&=3x-9+7\\5x&=3x-2\\5x-3x&=3x-2-3x\\2x&=-2\\x&=-\frac{2}{2}\\x&=-1\end{aligned}$$

$$x-7=5-2x$$

$$\begin{aligned}x-7&=5-2x\\x-7+7&=5-2x+7\\x&=12-2x\\x+2x&=12-2x+2x\\3x&=12\\x&=\frac{12}{3}\\x&=4\end{aligned}$$

$$8-2x=2x+5$$

$$\begin{aligned}8-2x&=2x+5\\8-2x-8&=2x+5-8\\-2x&=2x-3\\-2x-2x&=2x-3-2x\\-4x&=-3\\x&=\frac{-3}{-4}\\x&=\frac{3}{4}\\x&=0,75\end{aligned}$$

$$7x-5=4x+3$$

$$\begin{aligned}7x-5&=4x+3\\7x-5+5&=4x+3+5\\7x&=4x+8\\7x-4x&=4x+8-4x\\3x&=8\\x&=\frac{8}{3}\end{aligned}$$

$$4x-3=6x-9$$

$$\begin{aligned}4x-3&=6x-9\\4x-3+3&=6x-9+3\\4x&=6x-6\\4x-6x&=6x-6-6x\\-2x&=-6\\x&=\frac{-6}{-2}\\x&=3\end{aligned}$$

$$4-6x=7-4x$$

$$\begin{aligned}4-6x&=7-4x\\4-6x-4&=7-4x-4\\-6x&=3-4x\\-6x+4x&=3-4x+4x\\-2x&=3\\x&=\frac{3}{-2}\\x&=-1,5\end{aligned}$$

$$7x-9=3x-1$$

$$\begin{aligned}7x-9&=3x-1\\7x-9+9&=3x-1+9\\7x&=3x+8\\7x-3x&=3x+8-3x\\4x&=8\\x&=\frac{8}{4}\\x&=2\end{aligned}$$

Exercice n° 3 : Solution ou pas

Correction

Équations du premier degré

1. -3 est-il une solution de l'équation $5x+7=3x+1$?

$5\times(-3)+7=-15+7=-8$ et $3\times(-3)+1=-9+1=-8$

Donc -3 est bien une solution de l'équation.

2. $\frac{5}{3}$ est-il une solution de l'équation $7x-6=4x-1$?

$$7\times\frac{5}{3}-6=\frac{35}{3}-6=\frac{35}{3}-\frac{6}{1}=\frac{35}{3}-\frac{6\times3}{1\times3}=\frac{35}{3}-\frac{18}{3}=\frac{17}{3}$$

$$4\times\frac{5}{3}-1=\frac{20}{3}-1=\frac{20}{3}-\frac{1}{1}=\frac{20}{3}-\frac{1\times3}{1\times3}=\frac{20}{3}-\frac{3}{3}=\frac{17}{3}$$

Donc $\frac{5}{3}$ est bien une solution de l'équation.

3. 0 est-il une solution de $(7x+3)(2x-1)=3$?

$(7\times0+3)(2\times0-1)=3\times(-1)=-3$. 0 n'est pas la solution de cette équation.

4. -3 est-il une solution de $2x^2+5x=3$?

$2\times(-3)^2+5\times(-3)=2\times9+(-15)=18-15=3$. -3 est une solution de cette équation.

Exercice n° 4 : Un programme de calcul

Correction

Équations du premier degré

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre ;
- Le multiplier par 3 ;
- Enlever 6 ;
- Multiplier le tout par 4 ;
- Ajouter 20 ;
- Enlever le double du nombre de départ.

1. Tester ce programme avec les nombre 2 puis -3 en détaillant chaque étape.

Pour 2 on obtient successivement : 2 ; $2\times3=6$; $6-6=0$; $4\times0=0$; $0+20=20$ puis $20-2\times2=20-12=8$.

Pour -3 on obtient successivement : -3 ; $(-3)\times3=-9$; $-9-6=-15$; $4\times(-15)=-60$; $-60+20=-40$ puis $-40-2\times(-3)=-40+6=-34$.

2. Écrire ce programme en partant d'un nombre générique x, on appellera $P(x)$ l'expression obtenue.

Avec le nombre générique on obtient successivement : x ; $3x$; $3x-6$; $4(3x-6)$; $4(3x-6)+20$ puis $4(3x-6)+20-2x$.

$P(x)=4(3x-6)+20-2x$

3. Développer et réduire $P(x)$.

$P(x)=4(3x-6)+20-2x$
$P(x)=12x-24+20-2x$

$P(x)=10x-4$

4. Pour quel nombre de départ ce programme donne à 61.

Il faut résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} 10x-4 &= 61 \\ 10x-4+4 &= 61+4 \\ 10x &= 65 \\ x &= \frac{65}{10} \\ x &= 6,5 \end{aligned}$$

Vérifions : en partant de $6,5$ on obtient successivement : $3 \times 6,5 = 19,5$; $19,5 - 6 = 13,5$; $13,5 \times 4 = 54$; $54 + 20 = 74$ puis $74 - 2 \times 6,5 = 75 - 13 = 61$

5. Existe-t-il un nombre de départ pour lequel le résultat obtenu vaut exactement son double.

Il faut résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} 10x-4 &= 2x \\ 10x-4+4 &= 2x+4 \\ 10x &= 2x+4 \\ 10x-2x &= 2x+4-2x \\ 8x &= 4 \\ x &= \frac{4}{8} \\ x &= \frac{1}{2} \\ x &= 0,5 \end{aligned}$$

Vérifions : en partant de $0,5$ on obtient successivement : $3 \times 0,5 = 1,5$; $0,5 - 6 = -5,5$; $-5,5 \times 4 = -22$; $-22 + 20 = 2$ puis $2 - 2 \times 0,5 = 2 - 1 = 1$
Or $2 \times 0,5 = 1$.

6. Existe-t-il un nombre de départ pour lequel le résultat obtenu vaut exactement son opposé.

Il faut résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} 10x-4 &= -x \\ 10x-4+4 &= -x+4 \\ 10x &= -x+4 \\ 10x+x &= -x+4+x \\ 11x &= 4 \\ x &= \frac{4}{11} \end{aligned}$$

Vérifions : en partant de $\frac{4}{11}$ on obtient successivement : $3 \times \frac{4}{11} = \frac{12}{11}$

$\frac{12}{11} - 6 = \frac{12}{11} - \frac{6}{1} = \frac{12}{11} - \frac{66}{11} = -\frac{54}{11}$

$-\frac{54}{11} \times 4 = -\frac{216}{11}$

$-\frac{216}{11} + 20 = -\frac{216}{11} + \frac{20}{1} = -\frac{216}{11} + \frac{220}{11} = \frac{4}{11}$

$\frac{4}{11} - 2 \times \frac{4}{11} = \frac{4}{11} - \frac{8}{11} = -\frac{4}{11}$

Devoir maison

Qu'avons-nous appris depuis la rentrée ?

Troisième

Exercice n° 1 : Connaître les nombres premiers, la notion de diviseur et de multiple

1. Simplifier en décomposant les numérateurs et dénominateurs puis calculer $A = \dfrac{4368}{3696} - \dfrac{12\,285}{10\,395}$

2. Nsimba, Bakadi et Kimia participent à une compétition de 6h de course à pied pour le Téléthon. Elle tournent autour d'un stade de 400 m. L'épreuve a débuté à 8h. Nsimba fait un tour en 120 s, Bakadi en 108 s et Kimia en 135 s.
À quelle heure, à la seconde près, vont-elles se retrouver exactement sur la ligne de départ ?

Pendant les 6h d'épreuve, combien de fois vont-elles se retrouver toutes les trois sur la même ligne ?

3. Un numismate souhaite se débarrasser de sa collection de pièces de monnaies : 1092 pièces française, 1638 pièces américaines et 1170 pièces indiennes. Il souhaite les vendre par lots, ayant tous la même répartition de pièces, sans qu'il n'en reste une seule.

Combien de lots peut-il faire au maximum ? Quelle est la répartition de pièces dans chaque lot ?

Exercice n° 2 : Développer et réduire une expressions algébrique

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$A(x) = 3(4x-3)+2(3x-1)$

$B(x) = 4x(5x-1)+2(3x+1)$

$C(x) = 3(1-2x)-3x(1-6x)$

$D(x) = -5x(1-2x)-x(1-x)$

$E(x) = 1-(1-x+x^2)+3(2x-1)$

$F(x) = 5x-5(2x-)-x^2+2x(1-x)$

Exercice n° 3 : Utiliser un programme de calcul et comprendre le vocabulaire et la notation au sujet des fonctions

Voici deux programmes de calcul :

Exercice n° 4 : Résoudre une équation du premier degré

☞ Devoir maison—Correction ☜

Fiche d'exercices

Les fonctions : notation, image et antécédent

Troisième

Exercice n° 1 : Deux fonctions affines

On pose $f : x \to 3x - 7$ et $g : x \to 10 - 6x$.

1. Calculer les images de 0, 5 et -5 par la fonction f.

2. Calculer $g(0)$, $g(-3)$ et $g(5)$.

3. Déterminer l'antécédent de 0 par f.

4. Résoudre $g(x) = 11$.

5. Existe-t-il un nombre ayant la même image par f et g ?

Exercice n° 2 : Deux programmes de calcul

Voici deux programmes de calcul :

Programme n° 1

- Choisir un nombre ;
- Ajouter 5 ;
- Multiplier le tout par 4 ;
- Enlever 12.

Programme n° 2

- Choisir un nombre ;
- Enlever 4 ;
- Multiplier le tout par 3 ;
- Ajouter 16
- Enlever le nombre de départ.

1. Tester ces deux programmes avec les nombres 0, 3 puis -4.

On note $P(x)$ la fonction qui à un nombre générique x associe le résultat du **Programme n° 1**.
On note $Q(x)$ la fonction qui à un nombre générique x associe le résultat du **Programme n° 2**.

2.a. Exprimer $P(x)$ et $Q(x)$ en fonction de x.

2.b. Développer et réduire $P(x)$ et $Q(x)$.

3. Calculer $P(-6)$ et $Q(-6)$.

4. Déterminer l'antécédent de 5 par la fonction P puis par la fonction Q.

5. Est-il vrai que pour tous les nombres de départ, l'un des programmes donne le double de l'autre ?

Exercice n° 3 : Avec des carrés

On pose $A(x) = x^2 - x - 6$ et $B(x) = x^2 + x - 12$

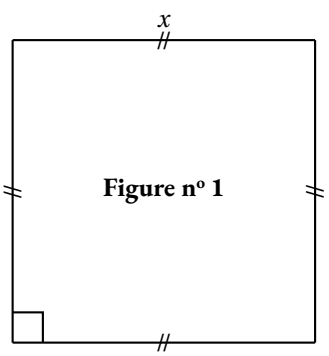
1. Calculer $A(0)$, $A(-2)$ et $A(3)$.

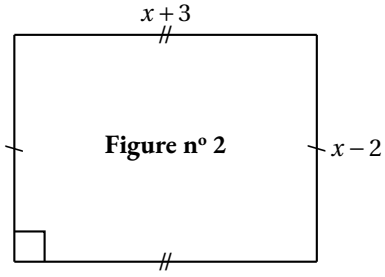
2. Calculer les images de -4, 3 et 5 par la fonction B.

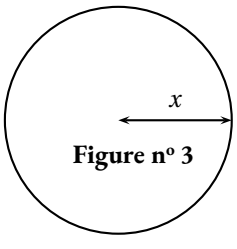
3. Déterminer, en utilisant les questions **1.** et **2.**, des antécédents de 0 par A puis par B.

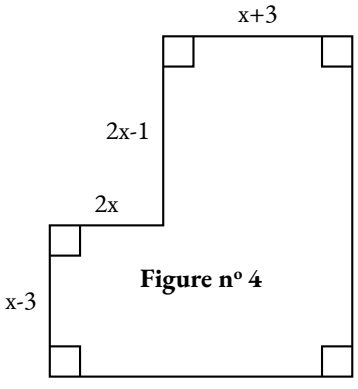
4. Quel nombre générique a la même image par la fonction A que par la fonction B.

Exercice n° 4 : Aires et périmètres









Pour chacune des figures, on note $P(x)$ et $A(x)$ les fonctions qui au nombre générique x associe respectivement, le périmètre du polygone et son aire.

1. Écrire l'expression de $P(x)$ et de $A(x)$ pour chacune des figures.

2. Pour quelle valeur de x, le périmètre de la **Figure n° 2** est égal au périmètre de la **Figure n° 4** ?

Fiche d'exercices—Correction

Exercice n° 1 : Deux fonctions affines

Correction

Images,Antécédents,Équation du premier degré

On pose $f : x \to 3x - 7$ et $g : x \to 10 - 6x$.

1. L'image de 0 par f est $f(0) = 3 \times 0 - 7 = -7$. $\boxed{f(0) = -7}$.

L'image de 5 par f est $f(5) = 3 \times 5 - 7 = 15 - 7 = 8$. $\boxed{f(5) = 8}$.

L'image de -5 par f est $f(-5) = 3 \times (-5) - 7 = -15 - 7 = -22$. $\boxed{f(-5) = -22}$

2. $g(0) = 10 - 6 \times 0 = 10$. $\boxed{g(0) = 10}$.

$g(-3) = 10 - 6 \times (-3) = 10 + 18 = 28$. $\boxed{g(-3) = 28}$.

$g(5) = 10 - 6 \times 5 = 10 - 30 = -20$. $\boxed{g(5) = -20}$.

3. Il faut résoudre l'équation suivante :

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 3x - 7 &= 0 \\ 3x - 7 + 7 &= 0 + 7 \\ 3x &= 7 \\ x &= \frac{7}{3} \end{aligned}$$

$\boxed{\frac{7}{3} \text{ est l'antécédent de } 0 \text{ par } f.}$

4. Il faut résoudre :

$$\begin{aligned} g(x) &= 11 \\ 10 - 6x &= 11 \\ 10 - 6x - 10 &= 11 - 10 \\ -6x &= 1 \\ x &= -\frac{1}{6} \end{aligned}$$

$\boxed{-\frac{1}{6} \text{ est l'antécédent de } 11 \text{ par la fonction } g.}$

5. Il faut résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ 3x - 7 &= 10 - 6x \\ 3x - 7 + 7 &= 10 - 6x + 7 \\ 3x &= 17 - 6x \\ 3x + 6x &= 17 - 6x + 6x \\ 9x &= 17 \\ x &= \frac{17}{9} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{Pour le nombre } \frac{17}{9}, \text{ les deux fonctions } f \text{ et } g \text{ donnent la même image, c'est à dire } f\left(\frac{17}{9}\right) = g\left(\frac{17}{9}\right).}$

Exercice n° 2 : Deux programmes de calcul

Correction

Programme de calcul,Fonctions,Équations du premier degré

Voici deux programmes de calcul :

Programme n° 1

- Choisir un nombre ;
- Ajouter 5 ;
- Multiplier le tout par 4 ;
- Enlever 12.

Programme n° 2

- Choisir un nombre ;
- Enlever 4 ;
- Multiplier le tout par 3 ;
- Ajouter 16
- Enlever le nombre de départ.

1. Programme n° 1 :

En partant du nombre 0, on obtient successivement : 0 ; $0+5=5$; $5\times 4=20$ puis $20-12=8$.
En partant du nombre 3, on obtient successivement : 3 ; $3+5=8$; $8\times 4=32$ puis $32-12=20$.
En partant du nombre -4, on obtient successivement : -4 ; $-4+5=1$; $1\times 4=4$ puis $4-12=-8$.

En partant du nombre 0, on obtient successivement : 0 ; $0-4=-4$; $3\times(-4)=-12$; $-12+16=4$ puis $4-0=4$.
En partant du nombre 3, on obtient successivement : 3 ; $3-4=-1$; $3\times(-1)=-3$; $-3+16=13$ puis $13-3=10$.
En partant du nombre -4, on obtient successivement : -4 ; $-4-4=-8$; $3\times(-8)=-24$; $-24+16=-8$ puis $-8-(-4)=-8+4=-4$.

On note $P(x)$ la fonction qui à un nombre générique x associe le résultat du **Programme n° 1**.
On note $Q(x)$ la fonction qui à un nombre générique x associe le résultat du **Programme n° 2**.

2.a. $P(x)=4(x+5)-12$ et $Q(x)=3(x-4)+16-x$

2.b. $P(x)=4(x+5)-12=4x+20-12=4x+8$ et $Q(x)=3(x-4)+16-x=3x-12+16-x=2x+4$.

3. $P(-6)=4\times(-6)+8=-24+8=-16$ et $Q(-6)=2\times(-6)+4=-12+4=-8$

$P(-6)=-16$ et $Q(-6)=-8$.

4. Il faut résoudre :

$$\begin{aligned} P(x)&=5\\ 4x+8&=5\\ 4x+8-8&=5-8\\ 4x&=-3\\ x&=-\frac{3}{8}\\ x&=-0,375 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q(x)&=5\\ 2x+4&=5\\ 2x+4-4&=5-4\\ 2x&=1\\ x&=\frac{1}{2}\\ x&=0,5 \end{aligned}$$

$-0,375$ est l'antécédent de 5 par P et $0,5$ est l'antécédent de 5 par Q.

5. On a vu ci-dessus que $P(3)=20$ et $Q(3)=10$ ainsi que $P(-4)=-8$ et $Q(-4)=-4$.
Il semble que P soit le double de Q.

Pour tous nombres génériques x on a $P(x)=4x+8$ et $Q(x)=2x+4$.
Il est assez évident que $4x+8=2(2x+4)$ c'est à dire que $P(x)=2Q(x)$.

La fonction P donne toujours le double de la fonction Q.

Exercice n° 3 : Avec des carrés — Correction

Fonctions,Images,Antécédent

On pose $A(x)=x^2-x-6$ et $B(x)=x^2+x-12$

1. $A(0)=0^2-0-6=6$. $A(-2)=(-2)^2-(-2)-6=4+2-6=0$ et $A(3)=3^2-3-6=9-9=0$.

$A(0=6,\ A(-2)=0$ et $A(3)=0$.

2. $B(-4)=(-4)^2+(-4)-12=16-4-12=0$, $B(3)=3^2+3-12=9+3-12=0$ et $B(5)=5^2+5-12=25+5-12=30-12=18$.

$B(-4)=0$, $B(3)=0$ et $B(5)=18$.

3. Des antécédents de 0 par A sont -2 et 3.

Des antécédents de 0 par B sont -4 et 3.

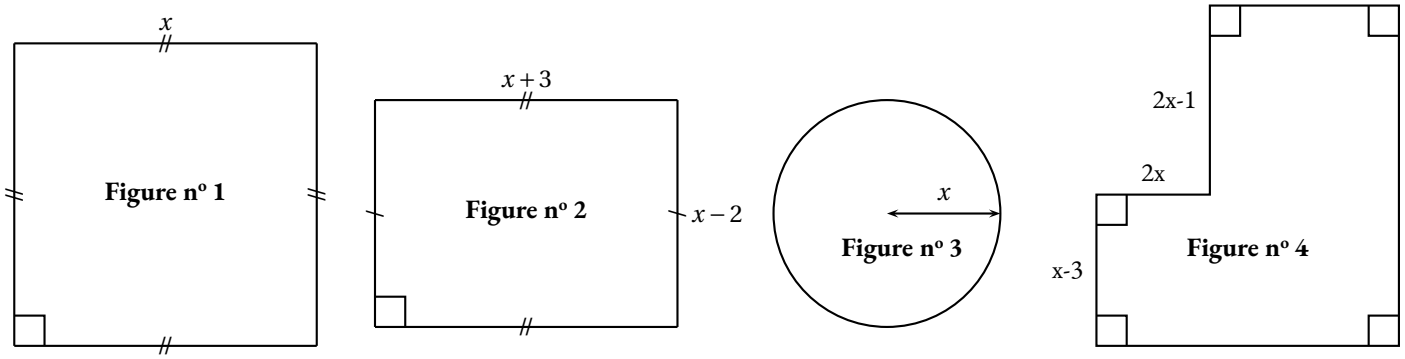
Ce sont les seuls antécédents de 0 *par ces deux fonctions, même si nous ne pouvons pas le prouver à ce stade.*

4. Il faut résoudre :

$$\begin{aligned}
A(x)&=B(x)\\
x^2-x-6&=x^2+x-12\\
x^2-x-6-x^2&=x^2+x-12-x^2\\
-x-6&=x-12\\
-x-6+6&=x-12+6\\
-x&=x-6\\
-x-x&=x-6-x\\
-2x&=-6\\
x&=\frac{-6}{-2}\\
x&=3
\end{aligned}$$

Exercice n° 4 : Aires et périmètres — Correction

Fonctions,Images,Antécédent



Pour chacune des figures, on note $P(x)$ et $A(x)$ les fonctions qui au nombre générique x associe respectivement, le périmètre du polygone et son aire.

1. Figure n° 1 :

$P(x)=4x$ et $Q(x)=x^2$.

Figure n° 2 :

$P(x)=x+3+x-2+x+3+x-2=4x+2$ et $A(x)=(x+3)(x-2)$.

Figure n° 3 :

$P(x)=2\pi x$ et $A(x)=\pi x^2$.

Figure n° 4 :

$P(x)=x-3+2x+2x-1+x+3+2x-1+x-3+x+3+2x=12x-2$

Au choix :

$A(x)=2x(x-3)+(x+3)(2x-1+x-3)=2x(x-3)+(x+3)(3x-4)$

$A(x)=(2x-1)(x+3)+(x-3)(2x+x+3)=(2x-1)(x+3)+(x-3)(3x+3)$

$A(x)=2x(x-2)+(x+3)(2x-1)+(x-3)(x+3)$

$A(x)=(x-3+2x-1)(2x+x+3)-2x(2x-1)=(3x-4)(3x+3)-2x(2x-1)$

2. Il faut résoudre :

$$
\begin{aligned}
4x+2 &= 12x-2 \\
4x+2-2 &= 12x-2-2 \\
4x &= 12x-4 \\
4x-12x &= 12x-4-12x \\
-8x &= -4 \\
x &= \frac{-4}{-8} \\
x &= \frac{1}{2} \\
x &= 0,5
\end{aligned}
$$

Pour $x = 0,5$ les deux périmètres sont égaux.

Évaluation

Troisième

La calculatrice est autorisée et même fortement recommandée !

Exercice n° 1

(*4 points*)

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$A(x) = 3(6x-4) - 5(2x+1)$

$B(x) = 4x(5x-3) - 2(4x+1)$

$C(x) = 1 - 4(2x-1) + 4x(1-x) + 2x^2$

$D(x) = 5x - (2x^2 - x - 1) - 3x(1-5x) + 3x$

Exercice n° 2

(*4 points*)

Résoudre chacune des équations suivantes :

(1) $5x + 7 = 3x + 4$

(2) $7x - 6 = 4x - 4$

(3) $5 - 6x = 4x - 8$

(4) $-7 + 8x = 6 - 5x$

Exercice n° 3

(*6 points*)

On note $f : x \to 4x - 7$ et $g(x) = x^2 + 4x - 5$

1. Calculer, en détaillant le raisonnement, les images de 0 ; -3 et 7 par la fonction f.

2. Calculer, en détaillant le raisonnement, $g(0)$, $g(-5)$ et $g(1)$.

3. Citer deux antécédents de 0 par g.

4. Déterminer, en détaillant le raisonnement, l'antécédent de -12 par f.

5. Peut-on trouver un nombre tel que son image par la fonction f soit exactement égale à son double ?

Exercice n° 4

(*6 points*)

Voici deux programmes de calcul :

Programme n° 1

- Choisir un nombre ;
- Enlever 4 ;
- Multiplier le tout par -3 ;
- Ajouter 5.

Programme n° 2

- Choisir un nombre ;
- Le multiplier par 2 ;
- Enlever 4 ;
- Multiplier par -2 ;
- Ajouter 9 ;
- Ajouter le nombre de départ.

1. Tester chacun des deux programmes, en détaillant les calculs, avec les trois nombres suivants : 0 ; -4 et 7.

2. Quelle conjecture peut-on faire ?

On note $P(x)$ la fonction qui à un nombre de départ, x, associe le résultat final du **Programme n° 1**.
On note $Q(x)$ la fonction qui à un nombre de départ, x, associe le résultat final du **Programme n° 2**.

3.a. Donner l'expression littérale de chacune des fonctions P et Q définies ci-dessus.
3.b. Développer et réduire $P(x)$ et $Q(x)$.
3.c. Que constate-t-on ?

4. Quel nombre faut-il choisir au départ pour obtenir 3 avec les deux programmes ?

5. Est-il possible de trouver un nombre de départ dont le résultat avec les deux programmes soit exactement égal à lui-même ?

Le symbole indique les questions les plus difficiles.

Évaluation—Correction

Exercice n° 1

Correction

Calcul littéral

4 points

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$A(x) = 3(6x-4) - 5(2x+1)$
$A(x) = 18x - 12 - 10x + 5$
$\boxed{A(x) = 8x - 7}$

$B(x) = 4x(5x-3) - 2(4x+1)$
$B(x) = 20x^2 - 12x - 8x - 2$
$\boxed{B(x) = 20x^2 - 20x - 2}$

$C(x) = 1 - 4(2x-1) + 4x(1-x) + 2x^2$
$C(x) = 1 - 8x + 4 + 4x - 4x^2 + 2x^2$
$\boxed{C(x) = -2x^2 - 4x + 5}$

$D(x) = 5x - (2x^2 - x - 1) - 3x(1-5x) + 3x$
$D(x) = 5x - 2x^2 + x + 1 - 3x + 15x^2 + 3x$
$\boxed{D(x) = 13x^2 + 6x + 1}$

Exercice n° 2

Correction

Équation du premier degré

4 points

Résoudre chacune des équations suivantes :

$$\begin{aligned} 5x+7 &= 3x+4 \\ 5x+7-7 &= 3x+4-7 \\ 5x &= 3x-3 \\ 5x-3x &= 3x+3-3x \\ 2x &= 3 \\ x &= \frac{3}{2} \\ x &= 1,5 \end{aligned}$$

$\boxed{x = \frac{3}{2} = 1,5}$

$$\begin{aligned} 5-6x &= 4x-8 \\ 5-6x-5 &= 4x-8-5 \\ -6x &= 4x-13 \\ -6x-4x &= 4x-13-4x \\ -10x &= -13 \\ x &= \frac{-13}{-10} \\ x &= \frac{13}{10} \\ x &= 1,3 \end{aligned}$$

$\boxed{x = \frac{13}{10} = 1,3}$

$$\begin{aligned} 7x-6 &= 4x-4 \\ 7x-6+6 &= 4x-4+6 \\ 7x &= 4x+2 \\ 7x-4x &= 4x+2-4x \\ 3x &= 2 \\ x &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$\boxed{x = \frac{2}{3}}$

$$\begin{aligned} -7+8x &= 6-5x \\ -7+8x+7 &= 6-5x+7 \\ 8x &= -5x+13 \\ 8x+5x &= -5x+13+5x \\ 13x &= 13 \\ x &= \frac{13}{13} \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$\boxed{x = \frac{13}{13} = 1}$

Exercice n° 3

Correction

Fonctions,Image,Antécédent

6 points

On note $f : x \to 4x - 7$ et $g(x) = x^2 + 4x - 5$

1. Il faut donc calculer $f(0)$, $f(-3)$ et $f(7)$.

$f(0) = 4 \times 0 - 7 = -7$

$f(-3) = 4 \times (-3) - 7 = -12 - 7 = -19$

$f(7) = 4 \times 7 - 7 = 28 - 7 = 21$

$f(0) = -7$, $f(-3) = -19$ et $f(7) = 21$.

2.

$g(0) = 0^2 + 4 \times 0 - 5 = -5$

$g(-5) = (-5)^2 + 4 \times (-5) - 5 = 25 - 20 - 5 = 0$

$g(1) = 1^2 + 4 \times 1 - 5 = 1 + 4 - 5 = 0$

$g(0) = -5$, $g(-5) = 0$ et $g(1) = 0$.

3. On a vu à la question **2.** que $g(-5) = 0$ et que $g(1) = 0$ donc -5 et -1 sont deux antécédents de 0.

4. Il faut résoudre :

$$\begin{aligned} f(x) &= -12 \\ 4x - 7 &= -12 \\ 4x - 7 + 7 &= -12 + 7 \\ 4x &= -5 \\ x &= -\frac{5}{4} \\ x &= -1,25 \end{aligned}$$

$-\frac{5}{4} = -1,25$ est l'antécédent unique de -12 par la fonction f.

5. Il faut résoudre :

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x \\ 4x - 7 &= 2x \\ 4x - 7 + 7 &= 2x + 7 \\ 4x &= 2x + 7 \\ 4x - 2x &= 2x + 7 - 2x \\ 2x &= 7 \\ x &= \frac{7}{2} \\ x &= 3,5 \end{aligned}$$

L'image de 3,5 vaut exactement le double de 3,5 par la fonction f.

Vérifions :
$f(-3,5) = 4 \times 3,5 - 7 = 14 - 7 = 7$ et on a bien $3,5 \times 2 = 7$. C'est bon !

Exercice n° 4

Correction

Fonctions, Image, Antécédent, Programme de calcul

6 points

Voici deux programmes de calcul :

Programme n° 1
- Choisir un nombre ;
- Enlever 4 ;
- Multiplier le tout par -3 ;
- Ajouter 5.

Programme n° 2
- Choisir un nombre ;
- Le multiplier par 2 ;
- Enlever 4 ;
- Multiplier par -2 ;
- Ajouter 9 ;
- Ajouter le nombre de départ.

1. Tester chacun des deux programmes, en détaillant les calculs, avec les trois nombres suivants : 0 ; -4 et 7.

2. Quelle conjecture peut-on faire ?

On note $P(x)$ la fonction qui à un nombre de départ, x, associe le résultat final du **Programme n° 1**.
On note $Q(x)$ la fonction qui à un nombre de départ, x, associe le résultat final du **Programme n° 2**.

3.a. Donner l'expression littérale de chacune des fonctions P et Q définies ci-dessus.
3.b. Développer et réduire $P(x)$ et $Q(x)$.
3.c. Que constate-t-on ?

4. Quel nombre faut-il choisir au départ pour obtenir 3 avec les deux programmes ?

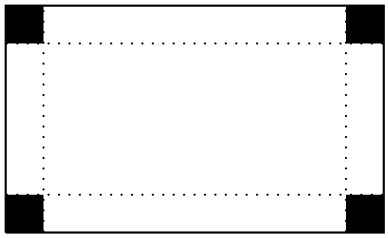
5. Est-il possible de trouver un nombre de départ dont le résultat avec les deux programmes soit exactement égal à lui-même ?

Représenter graphiquement une fonction

Troisième

Situation initiale

On décide de construire une boite parallélépipédique sans couvercle dans une feuille A4 ($210\,\text{mm} \times 297\,\text{mm}$) en enlevant le même carré aux quatre coins de la feuille.



Le but de cette activité est de trouver la mesure du carré optimale de telle manière que le volume du pavé droit soit le plus grand possible.

1. Choisir une mesure en millimètres pour le côté du carré.
Tracer ensuite les quatre carrés sur la feuille A4 fournie et construire le pavé droit correspondant.
Préciser les mesures de la longueur, la largeur et la hauteur de ce pavé puis calculer son volume en millimètres cubes.

2. On désigne par x la mesure du côté du carré en millimètres. Quelles sont les valeurs minimales et maximales possibles pour x ?

$f : x \to f(x)$ la fonction qui à une valeur de x en **centimètres** associe le volume du pavé en **centimètres cubes**.

3. Quelle est l'expression littérale de $f(x)$?

On admet dorénavant que $f : x \to 2x(297-2x)(210-2x)$

4. Programmer cette fonction à l'aide de votre calculatrice puis compléter le tableau suivant :

x	0	0,5	01	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5
$f(x)$												

x	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10	10,5	11
$f(x)$											

5. En utilisant le tableau ci-dessus, tracer la courbe représentative de la fonction f dans le repère fourni.

6. Compléter le tableau ci-dessous pour répondre à la question posée au départ.

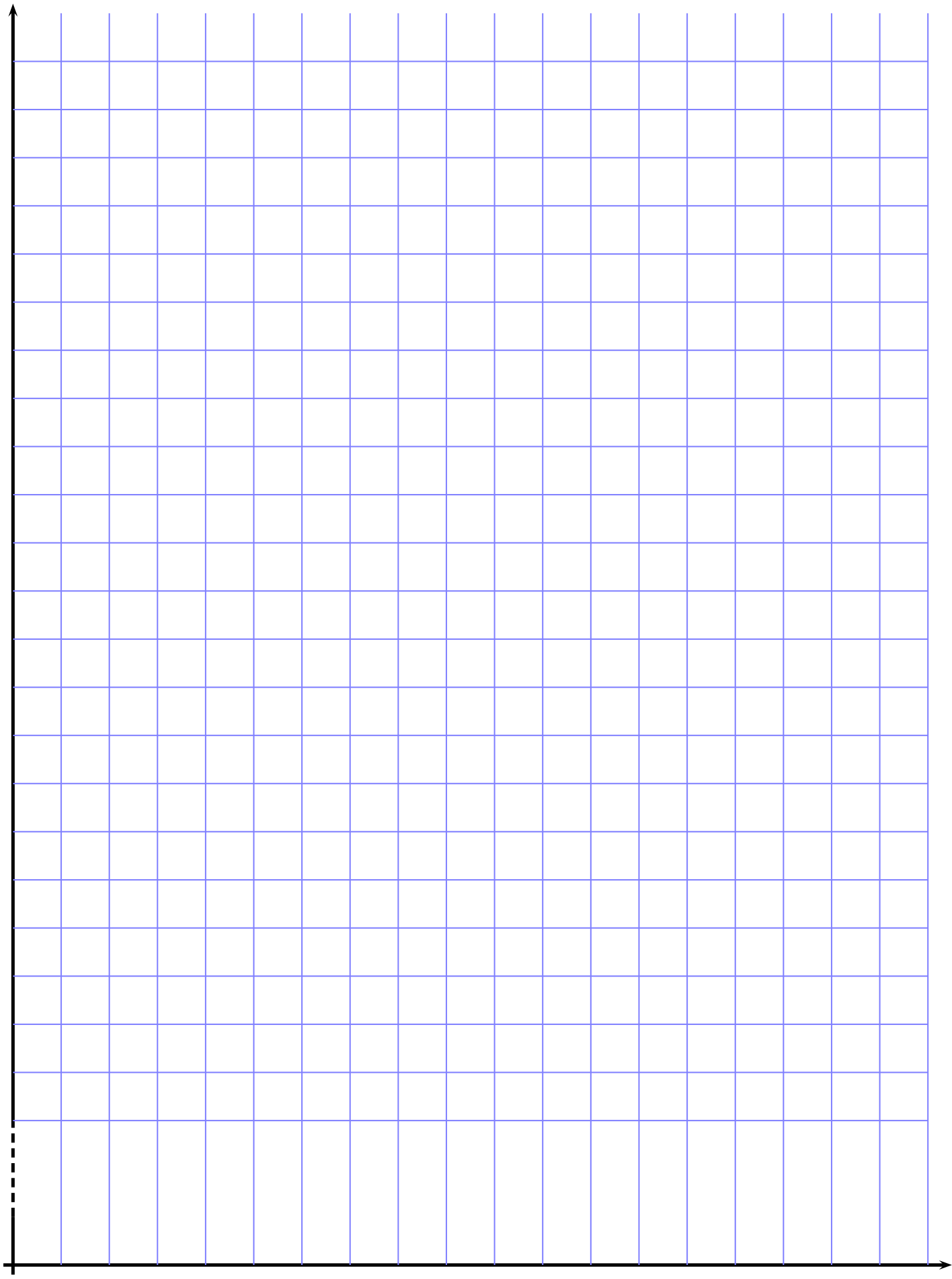
x	3,8	3,9	3,7	3,8	3,9	4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5
$f(x)$											

On a utilisé un tableur pour approcher de manière plus précise le maximum de cette fonction.

7. Quelle formule a été saisie dans la cellule **B2** puis recopiée vers la droite.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	x	4	4,01	4,02	4,03	4,04	4,05	4,06	4,07	4,08	4,09	4,1
2	f(x)	2256,80	2256,88	2256,94	2256,97	2256,99	2256,98	2256,95	2256,91	2256,84	2256,75	2256,64

8. On admet que le côté du carré permettant d'obtenir le volume maximal vaut exactement $x_{max} = \dfrac{169-\sqrt{7771}}{20}$ et que ce volume vaut alors exactement $f(x_{max} = 886,912 + \dfrac{7771\sqrt{7771}}{500}$.
Donner une valeur approchée au millième de centimètre près du côté du carré et au millième de centimètre cube près du volume de ce pavé dans le cas optimal.



Situation initiale

Question du jour n° 1 : Vitesse

Je suis parti de chez moi ce matin à $06h55$ et je suis arrivé au collège à $07h17$. Ce soir je suis parti à $17h12$ et je suis arrivé à $17h54$. J'habite à $28\ km$ du collège.
Quelle a été ma vitesse moyenne ce matin ? Quelle a été ma vitesse moyenne le soir ? Quelle a été ma vitesse moyenne sur l'aller-retour ? (On exprimera les vitesses arrondies au km/h près).

Question du jour n° 2 : Vitesse – Épisode 2

La Terre a un rayon d'environ $6\,371\ km$. Elle fait un tour sur elle-même en une journée. Quelle est sa vitesse de rotation exprimée en km/h ?
La Terre parcoure en un an, une orbite à peu près circulaire autour du soleil dont le rayon est environ $150\,000\,000\ km$. Quelle est la vitesse de rotation de la Terre autour du soleil exprimée en km/h ?1

Question du jour n° 3 : Vitesse – Épisode 3

Un cycliste vient de monter le col du Tourmalet. C'est une montée de $17\ km$ pour atteindre le sommet à $2\,215\ m$ d'altitude. Il est monté à la vitesse moyenne de $12\ km/h$ puis il est redescendu à $78\ km/h$.
Quelle est sa vitesse moyenne sur le trajet complet, montée puis descente ?

Question du jour n° 4 : Fonctions vocabulaire

On pose $f : x \to f(x) = x^2 - 2x + 8$
Calculer $f(0)$, $f(1)$, $f(3)$ et $f(-1)$

Question du jour n° 5 : Fonctions vocabulaire – Épisode 2

On pose $g : x \to g(x) = -5x + 3$
1. Calculer les images de 0, 1 et -3 par la fonction g.
2. Calculer les antécédents 0 par g.

Question du jour n° 6 : Fonctions vocabulaire – Épisode 3

On pose $h : x \to 7 - 3x^2$
Les affirmations suivantes sont-elles vraies :

- 7 est l'image de 0 par la fonction h ;
- 7 est un antécédent de 0 par la fonction h ;
- 0 a pour image 7 par la fonction h ;
- -2 et 2 sont les antécédents de -5 par la fonction h ;
- 4 a un seul antécédent par la fonction h.

Question du jour n° 7 : Équation du premier degré

Résoudre les quatre équations suivantes :

$$5x + 3 = 3x + 1$$
$$7x - 4 = 3x - 5$$
$$6 - 3x = 2x + 7$$
$$1 - 3x = -4 - 5x$$

Exercices

Exercice n° 3.1 : Résolution d'équations du premier degré

Résoudre chacune des équations suivantes en vérifiant à chaque fois votre solution :

(1) $5x+3=4x+7$

(2) $7x+4=5x+10$

(3) $8x-3=3x-5$

(4) $x-8=3x-4$

(5) $1-7x=2-3x$

(6) $5-3x=5x-3$

Exercice n° 3.2 : Calcul d'images et d'antécédents

On pose $f : x \to f(x) = 3x+4$ et $g : x \to g(x) = 1-5x$

1. Calculer $f(-3)$, $f(-1)$, $f(0)$ et $f(10)$.

2. Calculer les images de 2 et -3 par g.

3. Quel est l'antécédent de -5 par f ?

4. Quel est l'antécédent de 4 par g ?

5. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$

Exercice n° 3.3 : Programme de calcul et fonction

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre ;
- ajouter 6 ;
- multiplier par le nombre de départ ;
- enlever 5.

1. Vérifier qu'en prenant -2 comme nombre de départ, ce programme donne -13

2. En notant x le nombre de départ et g la fonction qui à x associe le résultat donné par le programme, déterminer l'expression de g.

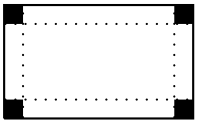
3. En utilisant la calculatrice, compléter le tableau suivant :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$g(x)$											

4. Quels sont les antécédents de -13 par g ?

5. Quelle conjecture pouvez-vous faire sur les antécédents de -15 par g ?

Exercice n° 3.4 : La boite parallélépipédique



On décide de construire une boite parallélépipédique sans couvercle dans une feuille A4 ($21\ cm \times 29{,}7\ cm$) en enlevant le même carré aux quatre coins de la feuille.

Le but de cette activité est de trouver la mesure du carré optimale de telle manière que le volume du pavé droit soit le plus grand possible.

1. Choisir une mesure pour le côté du carré puis dans une feuille A4 construire le pavé droit correspondant. Quel est le volume de ce pavé droit ?

2. Notons x la mesure du côté de ce carré en centimètre. Quelles sont les valeurs minimales et maximales de x ?

3. $f : x \to f(x)$ la fonction qui à une valeur de x en centimètre associe le volume du pavé en centimètre cube. Quelle est l'expression de $f(x)$?

4. Compléter à la calculatrice le tableau suivant :

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$f(x)$											

x	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10	10,5
$f(x)$											

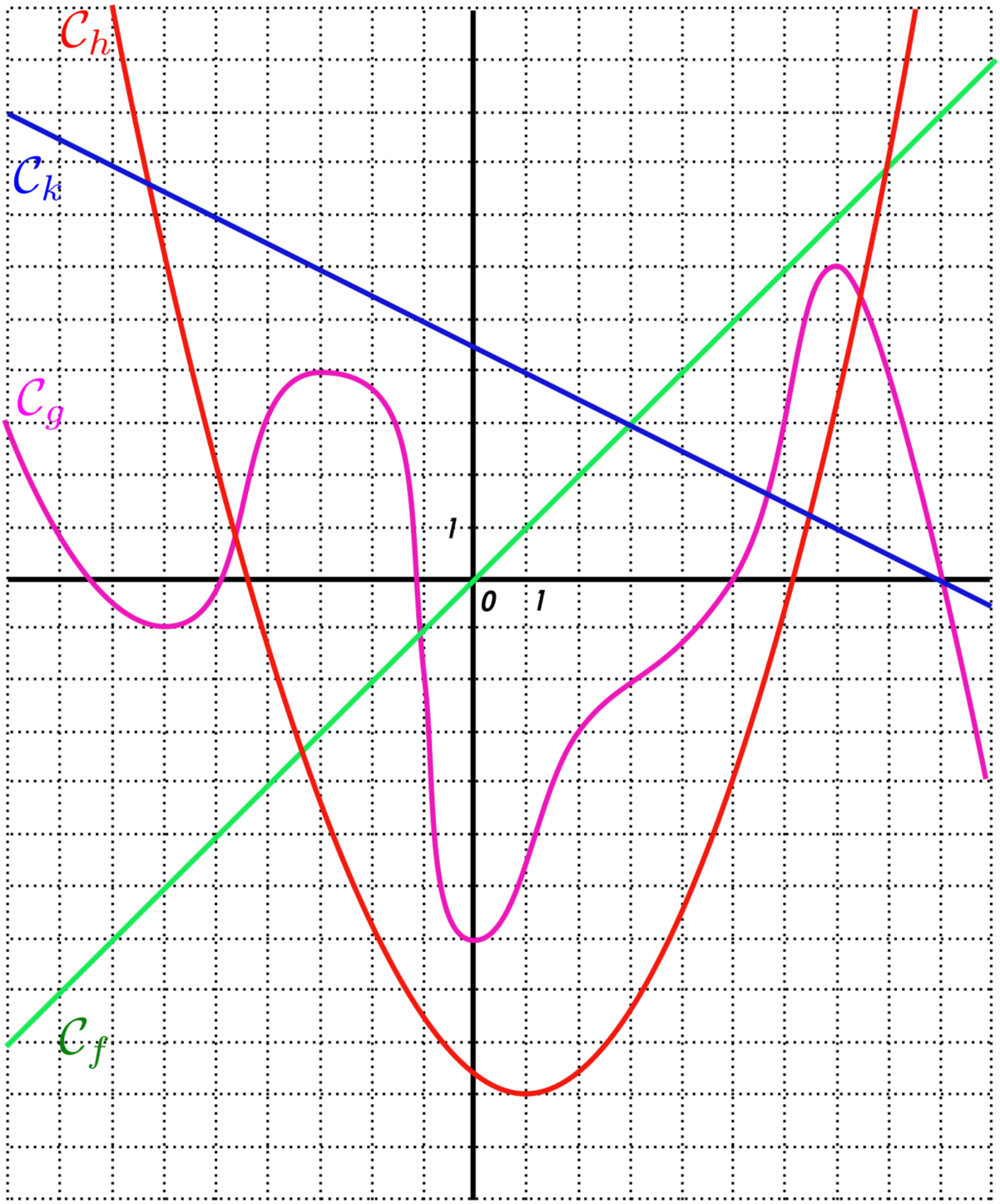
5. En utilisant le tableau ci-dessus, tracer la courbe représentative de la fonction f dans le repère fourni.

6. Compléter le tableau ci-dessous pour répondre à la question posée au départ.

x	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5
$f(x)$											

Exercice n° 3.5 : Lecture graphique

Sur le graphique ci-dessous se trouvent les représentations graphiques de quatre fonctions : f, g, h et k.



1. Lire sur le graphique : $f(-5)$, $f(0)$ et $f(3)$
2. Quelle pourrait être l'expression de f ?
3. Lire sur le graphique : $g(-3)$, $g(0)$ et $g(7)$
4. Quels sont les antécédents de O par g.
5. Lire sur la graphique : $h(-6)$, $h(1)$ et $h(8)$
6. Résoudre graphiquement l'équation : $f(x) = k(x)$
7. Quels sont les antécédents de 1 par g ?
8. Quels sont les antécédents de 7 par g ?
9. Résoudre graphiquement l'équation : $g(x) = h(x)$

Exercice n° 3.1 : Résolution d'équations du premier degré

Correction

$$5x+3=4x+7$$
$$5x+3-4x=4x+7-4x$$
$$x+3=7$$
$$x+3-3=7-3$$
$$\boxed{x=4}$$

$$8x-3=3x-5$$
$$8x-3+3=3x-5+3$$
$$8x=3x-2$$
$$8x-3x=3x-2-3x$$
$$5x=-2$$
$$\boxed{x=\frac{-2}{5}}$$

$$1-7x=2-3x$$
$$1-7x-1=2-3x-1$$
$$-7x=1-3x$$
$$-7x+3x=1-3x+3x$$
$$-4x=1$$
$$\boxed{x=\frac{-1}{4}}$$

$$7x+4=5x+10$$
$$7x+4-4=5x+10-4$$
$$7x=5x+6$$
$$7x-5x=5x+6-5x$$
$$2x=6$$
$$\boxed{x=\frac{6}{2}=3}$$

$$x-8=3x-4$$
$$x-8+8=3x-4+8$$
$$x=3x+4$$
$$x-3x=3x+4-3x$$
$$-2x=4$$
$$\boxed{x=\frac{4}{-2}=-2}$$

$$5-3x=5x-3$$
$$5-3x-5=5x-3-5$$
$$-3x=5x-8$$
$$-3x-5x=5x-8-5x$$
$$-8x=-8$$
$$\boxed{x=\frac{-8}{-8}=1}$$

Exercice n° 3.2 : Calcul d'images et d'antécédents

Correction

1. $f(-3)=3\times(-3)+4=-9+4=\boxed{-5}$, $f(-1)=3\times(-1)+4=-3+4=\boxed{1}$, $f(0)=3\times 0+4=\boxed{4}$ et $f(10)=3\times 10+4=\boxed{34}$.

2. $g(2)=1-5\times 2=1-10=\boxed{-9}$ et $g(-3)=1-5\times(-3)=1+15=\boxed{16}$

3. Il faut résoudre :

$$3x+4=-5$$
$$3x+4-4=-4-4$$
$$3x=-8$$
$$\boxed{x=\frac{-8}{3}}$$

$-\frac{8}{3}$ est l'antécédent de -5 par f

4. Il faut résoudre :

$$1-5x=4$$
$$1-5x-1=4-1$$
$$-5x=3$$
$$x=-\frac{3}{5}$$

$-\frac{3}{5}$ est l'antécédent de 4 par g

5. Il faut résoudre

$$3x+4=1-5x$$
$$3x+4-4=1-5x-4$$
$$3x=-3-5x$$
$$3x+5x=-3-5x+5x$$
$$8x=-3$$
$$x=-\frac{3}{8}$$

Pour $x=-\frac{3}{8}$ les fonctions f et g ont la même image.

Exercice n° 3.3 : Programme de calcul et fonction

Correction

1. Pour -2 on obtient successivement : $-2+6=4$ puis $4\times(-2)=-8$ et enfin $-8-5=$ -13

2. Prenons x un nombre de départ on obtient successivement : $x+6$ puis $x(x+6)$ et enfin $x(x+6)-5$

3.

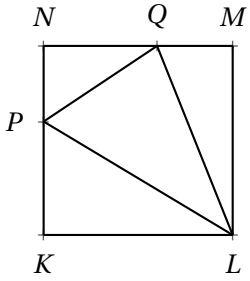
x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$g(x)$	-10	-13	-14	-13	-10	-5	2	11	22	35	55

4. D'après le tableau les antécédents de -13 sont -4 et -2.

5. Il semble que la valeur minimale de la fonction g soit -14. -15 n'a donc pas d'antécédent.

Évaluation de mathématiques

Exercice 1



Cette figure n'est pas réalisée en vraies grandeurs !

$KLMN$ est un carré de côté 5 cm

$P \in [KN]$ tel que $KP = 3\ cm$
$Q \in [NM]$ tel que $QM = 2\ cm$

1. Calculer en justifiant votre raisonnement les longueurs QP, PL et LQ

2. Le triangle PLQ est-il rectangle ?
Justifier votre réponse par un raisonnement détaillé.

Exercice 2

On pose $f : x \to 3x - 7$, $g : x \to -5x + 3$ et $h : x \to x^2 + x - 6$

1. Calculer les images de 6 et -3 par la fonction f.

2. Calculer $g(0)$ et $g(-5)$.

3. Déterminer l'antécédent de 10 par la fonction f.

4. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$

5. Compléter le tableau suivant à la calculatrice :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$h(x)$							

6. Quels sont les antécédents de 0 par la fonction h.

Exercice 3

Le record du monde de marathon masculin est détenu par le kenyan Eliud Kipchoge. Il a parcouru $42,195\ km$ en $2\ h\ 1\ min\ 39\ s$.

1. Calculer la vitesse moyenne en kilomètre heure d'Eliud Kipchoge. Arrondir au mètre près.

Le record du monde de marathon féminin est détenu par la kenyane Brigid Kosgei. Elle a parcouru $42,195\ km$ à la vitesse de $18,884\ km/h$.

2. Combien de temps Brigid Kosgei a-t-elle mis pour courir ce marathon ? Arrondir à la seconde près.

3. Imaginons que ces deux coureurs aient fait ces temps records sur le même marathon.
Quelle distance séparerait ces deux coureurs à l'arrivée ?

Correction

Exercice 1

1. Comme $KLMN$ est un carré, les triangles NPQ, QML et PKL sont rectangles respectivement en N, M et K.

Dans le triangle NPQ rectangle en N, d'après **le théorème de Pythagore** :

$$NQ^2 + NP^2 = QP^2$$
$$3^2 + 2^2 = QP^2$$
$$QP^2 = 9 + 4$$
$$QP^2 = 13$$
$$QP = \sqrt{13}$$

Dans le triangle QLM rectangle en M, d'après **le théorème de Pythagore** :

$$MQ^2 + ML^2 = QL^2$$
$$2^2 + 5^2 = QL^2$$
$$QL^2 = 4 + 25$$
$$QL^2 = 29$$
$$QL = \sqrt{29}$$

Dans le triangle PKL rectangle en K, d'après **le théorème de Pythagore** :

$$KL^2 + KP^2 = PL^2$$
$$5^2 + 3^2 = PL^2$$
$$PL^2 = 25 + 9$$
$$PL^2 = 34$$
$$PL = \sqrt{34}$$

2. Comparons $QP^2 + QL^2$ et PL^2

$$QP^2 + QL^2 = (\sqrt{13})^2 + (\sqrt{29})^2$$
$$QP^2 + QL^2 = 13 + 29$$
$$QP^2 + QL^2 = 42$$

$$Pl^2 = (\sqrt{34})^2$$
$$PL^2 = 34$$

Comme $QP^2 + QL^2 \neq PL^2$ d'après **la contraposée du théorème de Pythagore**, le triangle PQL n'est pas rectangle.

Exercice 2

1. $f(6) = 3 \times 6 - 7 = 18 - 7 = 11$ et $f(-3) = 3 \times (-3) - 7 = -9 - 7 = -16$
2. $g(0) = -5 \times 0 + 3 = 3$ et $g(-5) = -5 \times (-5) + 3 = 25 + 3 = 28$
3. Il faut résoudre : $f(x) = 10$

$$3x - 7 = 10$$
$$3x - 7 + 7 = 10 + 7$$
$$3x = 17$$
$$x = \frac{17}{3}$$

4. Résolvons $f(x) = g(x)$

$$3x - 7 = -5x + 3$$
$$3x - 7 + 7 = -5x + 3 + 7$$
$$3x = -5x + 10$$
$$3x + 5x = -5x + 5x + 10$$
$$8x = 10$$
$$x = \frac{10}{8}$$
$$x = 1,25$$

5.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$h(x)$	0	-4	-6	1	-4	0	6

6. -3 et 2 sont les antécédents de 0 par h

Exercice 3

1. $2\ h\ 1\ min\ 39\ s = 2 \times 3600\ s + 1 \times 60\ s + 39\ s = 7299\ s$

Temps	$7299\ s$	$3600\ s$
Distance	$42,195\ km$	$\frac{42,195\ km \times 3600\ s}{7299\ s} \approx 20,811\ km$

Il court à $20,811\ km/h$.

2.

Temps	$\frac{3600\ s \times 42,195\ km}{18,884\ km} \approx 8044\ s$	$3600\ s$
Distance	$42,195\ km$	$18,884\ km$

$8044\ s = 60 \times 134 \times 60\ s + 4\ s = 134\ min\ 4\ s = 2\ h\ 14\ min\ 4\ s$.

3. Le premiers court le marathon en $7299\ s$, la seconde en $8044\ s$.
L'écart entre les deux coureurs est $8044\ s - 7299\ s = 745\ s$.
Calculons la distance parcourue par le premier coureur en $745\ s$.

Temps	$7299\ s$	$745\ s$
Distance	$42,195\ km$	$\frac{745\ s \times 42,195\ km}{7299\ s} \approx 4,306\ km$

L'écart entre les deux est $4306\ m$.

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Évaluation de mathématiques

On pose $f(x) = (3x-1)(-2x-3) + (-5+2x)(1-3x)$

1. Développer et réduire $f(x)$

2. Développer et réduire $g(x) = (3x-1)(-4x+2)$

On pose $h(x) = -12x^2 + 10x - 2$.

3. Calculer $h(0)$, $h(-1)$ et $h(3)$

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Évaluation de mathématiques

On pose $f(x) = (5x-1)(-4x-3) + (-5+2x)(1-5x)$

1. Développer et réduire $f(x)$

2. Développer et réduire $g(x) = (5x-1)(-6x-4)$

On pose $h(x) = -30x^2 - 14x + 4$.

3. Calculer $h(0)$, $h(-1)$ et $h(3)$

Évaluation sur les équations

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Résoudre chacune des équations suivantes :

$$5x + 9 = 3x + 5$$

$$6x - 7 = 3x + 5$$

$$7x - 3 = 4x - 9$$

$$5 - 6x = 3 - 3x$$

$$4x + 7 - 8x - 1 = 2x + 3 - 12x + 4$$

Évaluation sur les équations — Correction

Résoudre chacune des équations suivantes :

$$\begin{aligned} 5x+9 &= 3x+5 \\ 5x+9-9 &= 3x+5-9 \\ 5x &= 3x-4 \\ 5x-3x &= 3x-4-3x \\ 2x &= -4 \\ x &= \frac{-4}{2} \\ x &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6x-7 &= 3x+5 \\ 6x-7+7 &= 3x+5+7 \\ 6x &= 3x+12 \\ 6x-3x &= 3x+12-3x \\ 3x &= 12 \\ x &= \frac{12}{3} \\ x &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7x-3 &= 4x-9 \\ 7x-3+3 &= 4x-9+3 \\ 7x &= 4x-6 \\ 7x-4x &= 4x-6-4x \\ 3x &= -6 \\ x &= \frac{-6}{3} \\ x &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5-6x &= 3-3x \\ 5-6x-5 &= 3-3x-5 \\ -6x &= -3x-2 \\ -6x+3x &= -3x-2+3x \\ -3x &= -2 \\ x &= \frac{-2}{-3} \\ x &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4x+7-8x-1 &= 2x+3-12x+4 \\ -4x+6 &= -10x+7 \\ -4x+6-6 &= -10x+7-6 \\ -4x &= -10x+1 \\ -4x+10x &= -10x+1+10x \\ 6x &= 1 \\ x &= \frac{1}{6} \end{aligned}$$

Évaluation sur les équations

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Résoudre chacune des équations suivantes :

$$6x + 10 = 4x + 6$$

$$5x - 7 = 2x + 5$$

$$8x - 3 = 5x - 12$$

$$5 - 7x = 3 - 4x$$

$$3x + 7 - 5x - 1 = 3x + 3 - 8x + 4$$

Évaluation sur les équations — **Correction**

Résoudre chacune des équations suivantes :

$$\begin{aligned} 6x+10 &= 4x+6 \\ 6x+10-10 &= 4x+6-10 \\ 6x &= 4x-4 \\ 6x-4x &= 4x-4-4x \\ 2x &= -4 \\ x &= \frac{-4}{2} \\ x &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5x-7 &= 2x+5 \\ 5x-7+7 &= 2x+5+7 \\ 5x &= 2x+12 \\ 5x-2x &= 2x+12-2x \\ 3x &= 12 \\ x &= \frac{12}{3} \\ x &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8x-3 &= 5x-12 \\ 8x-3+3 &= 5x-12+3 \\ 8x &= 5x-9 \\ 8x-5x &= 5x-9-5x \\ 3x &= -9 \\ x &= \frac{-9}{3} \\ x &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5-7x &= 3-4x \\ 5-7x-5 &= 3-4x-5 \\ -7x &= -4x-2 \\ -7x+4x &= -4x-2+4x \\ -3x &= -2 \\ x &= \frac{-2}{-3} \\ x &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x+7-5x-1 &= 3x+3-8x+4 \\ -2x+6 &= -5x+7 \\ -2x+6-6 &= -5x+7-6 \\ -2x &= -5x+1 \\ -2x+5x &= -5x+1+5x \\ 3x &= 1 \\ x &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Évaluation sur les équations

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Résoudre chacune des équations suivantes :

$$6x + 11 = 4x + 5$$

$$7x - 9 = 4x + 5$$

$$11x - 3 = 5x - 9$$

$$9 - 5x = 7 - 3x$$

$$5x + 7 - 8x - 1 = 2x + 3 - 15x + 4$$

Évaluation sur les équations — Correction

Résoudre chacune des équations suivantes :

$$\begin{aligned} 6x+11 &= 4x+5 \\ 6x+11-11 &= 4x+5-11 \\ 6x &= 4x-6 \\ 6x-4x &= 4x-6-4x \\ 2x &= -6 \\ x &= \frac{-6}{2} \\ x &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7x-9 &= 4x+5 \\ 7x-9+9 &= 4x+5+9 \\ 7x &= 4x+14 \\ 7x-4x &= 4x+14-4x \\ 3x &= 14 \\ x &= \frac{14}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 11x-3 &= 5x-9 \\ 11x-3+3 &= 5x-9+3 \\ 11x &= 5x-6 \\ 11x-5x &= 5x-6-5x \\ 6x &= -6 \\ x &= \frac{-6}{6} \\ x &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9-5x &= 7-3x \\ 9-5x-9 &= 7-3x-9 \\ -5x &= -3x-2 \\ -5x+3x &= -3x-2+3x \\ -2x &= -2 \\ x &= \frac{-2}{-2} \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5x+7-8x-1 &= 2x+3-15x+4 \\ -3x+6 &= -13x+7 \\ -3x+6-6 &= -13x+7-6 \\ -3x &= -13x+1 \\ -3x+13x &= -13x+1+13x \\ 10x &= 1 \\ x &= \frac{1}{10} \\ x &= 0,1 \end{aligned}$$

Évaluation sur les équations

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Résoudre chacune des équations suivantes :

$$8x + 12 = 6x + 8$$

$$7x - 7 = 4x + 15$$

$$9x - 3 = 6x - 15$$

$$5 - 9x = 6 - 3x$$

$$8x + 7 - 2x - 1 = 3x + 3 - 21x + 4$$

Évaluation sur les équations — Correction

Résoudre chacune des équations suivantes :

$$8x+12=6x+8$$

$$\begin{aligned} 8x+12 &= 6x+8 \\ 8x+12-12 &= 6x+8-12 \\ 8x &= 6x-4 \\ 8x-6x &= 6x-4-6x \\ 2x &= -4 \\ x &= \frac{-4}{2} \\ x &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7x-7 &= 4x+15 \\ 7x-7+7 &= 4x+15+7 \\ 7x &= 4x+22 \\ 7x-4x &= 4x+22-4x \\ 3x &= 22 \\ x &= \frac{22}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9x-3 &= 6x-15 \\ 9x-3+3 &= 6x-15+3 \\ 9x &= 6x-12 \\ 9x-6x &= 6x-12-6x \\ 3x &= -12 \\ x &= \frac{-12}{3} \\ x &= -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5-9x &= 6-3x \\ 5-9x-5 &= 6-3x-5 \\ -9x &= -3x+1 \\ -9x+3x &= -3x+1+3x \\ -6x &= 1 \\ x &= \frac{1}{-6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8x+7-2x-1 &= 3x+3-21x+4 \\ 6x+6 &= -18x+7 \\ 6x+6-6 &= -18x+7-6 \\ 6x &= -18x+1 \\ 6x+18x &= -18x+1+18x \\ 24x &= 1 \\ x &= \frac{1}{24} \end{aligned}$$

Évaluation

Exercice n° 1 : On pose $f : x \to 3x - 5$ et $g : x \to 7 - 4x$

1. Calculer les images de 0 et -7 par la fonction f.
2. Calculer $g(-3)$ et $g(3)$.
3. Calculer un antécédent de 10 par f puis un antécédent de -5 par g.
4. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.

Exercice n° 2 : Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre ;
- Le multiplier par 2 ;
- Enlever 15 au résultat précédent ;
- Multiplier le tout par le nombre de départ ;
- Ajouter 7 au résultat précédent.

1. Montrer qu'en prenant -3 comme nombre de départ on obtient 70ă.

2. En posant x pour le nombre de départ donner l'expression de ce programme de calcul. On notera $P(x)$ cette expression.

3. Compléter à la calculatrice le tableau suivant :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$P(x)$									

4. On pose $Q(x) = (2x - 1)(x - 7)$.
Développer $P(x)$ et $Q(x)$ et démontrer que $P(x) = Q(x)$.

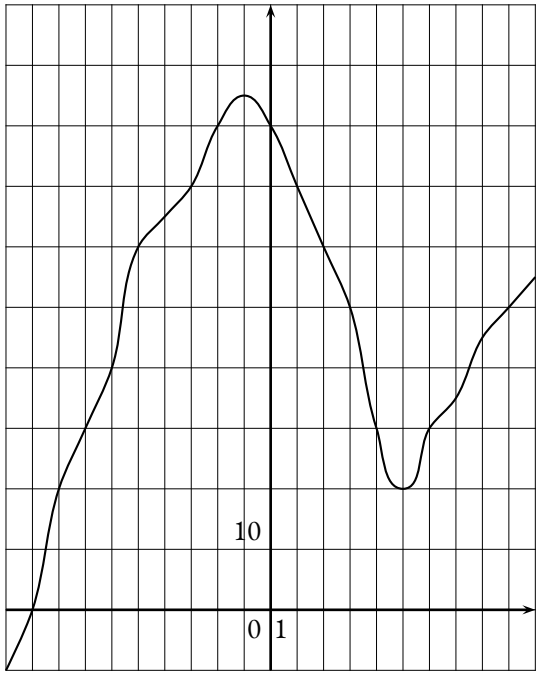
5. Démontrer par le calcul que 7 est un antécédent de 0 pour la fonction P.

Exercice n° 3

Dans cette exercice vous justifierez vos réponses en positionnant les points correspondants sur le graphique.

La courbe représente une fonction h.

1. Quelle sont les images de -7 et 8 ;
2. Quels sont les antécédents de 60 ;
3. Combien 40 a-t-il d'antécédents ;
4. Combien 90 a-t-il d'antécédent.



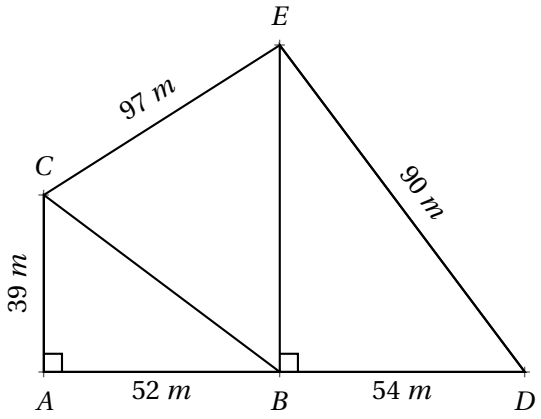
Exercice n° 4

Sur la figure ci-après nous savons que :

— ABC est un triangle rectangle en A ;

— BDE est un triangle rectangle en B.

1. Calculer la valeur exacte de BC.
2. Calculer la valeur exacte de BE.
3. Le triangle BCE est-il rectangle ?



Évaluation — Correction

Exercice n° 1

1. L'image de 0 consiste à calculer $f(0)$, c'est à dire remplacer x par 0 dans l'expression.
$f(0) = 3 \times 0 - 5$ donc $\boxed{f(0) = -5}$. $f(-7) = 3 \times (-7) - 5$ donc $f(-7) = -21 - 5$ soit $\boxed{f(-7) = -26}$

2. $g(-3) = 7 - 4 \times (-3)$ donc $g(-3) = 7 + 12$ et $\boxed{g(-3) = 19}$. $g(3) = 7 - 4 \times 3$ donc $g(3) = 7 - 12$ et $\boxed{g(3) = -5}$

3. Pour calculer un antécédent de 10 par f il faut résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} f(x) &= 10 \\ 3x - 5 &= 10 \\ 3x - 5 + 5 &= 10 + 5 \\ 3x &= 15 \\ x &= \frac{15}{3} \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Vérifions : $f(5) = 3 \times 5 - 5 = 15 - 5 = 10$ donc $\boxed{5 \text{ est l'antécédent de } 10}$

Pour calculer un antécédent de -5 par g il faut résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} g(x) &= -5 \\ 7 - 4x &= -5 \\ 7 - 4x - 7 &= -5 - 7 \\ -4x &= -12 \\ x &= \frac{-12}{-4} \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Nous avions trouver cette valeur à la question **2.**.

4. Résolvons l'équation :

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ 3x - 5 &= 7 - 4x \\ 3x - 5 + 5 &= 7 - 4x + 5 \\ 3x &= 12 - 4x \\ 3x + 4x &= 12 - 4x + 4x \\ 7x &= 12 \\ x &= \frac{12}{7} \end{aligned}$$

$\boxed{\frac{12}{7} \text{ est la solution de l'équation } f(x) = g(x)}$

Exercice n° 2

1. En prenant -3 comme nombre de départ on obtient successivement :
-3 puis $2 \times (-3) = -6$ et $-6 - 15 = -21$ et $(-3) \times (-21) = 63$ et finalement $63 + 7 = 70$.

En prenant -3 comme nombre de départ on obtient bien 70.

2. x le nombre de départ. En suivant le programme de calcul on obtient successivement :
$2 \times x = 2x$ puis $2x - 15$ et $x(2x - 15)$ et finalement $x(2x - 15) + 7$.

L'expression cherchée est $x(2x - 15) + 7$.

3. On utilise le mode tableau de la calculatrice :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$P(x)$	99	70	45	24	7	-6	-15	-20	-21

4. Développons $P(x)$.
$P(x) = x(2x - 15) + 7$

$P(x) = 2x^2 - 15x + 7$

Développons $Q(x)$.
$Q(x) = (2x - 1)(x - 7)$
$Q(x) = 2x^2 - 14x - x + 7$

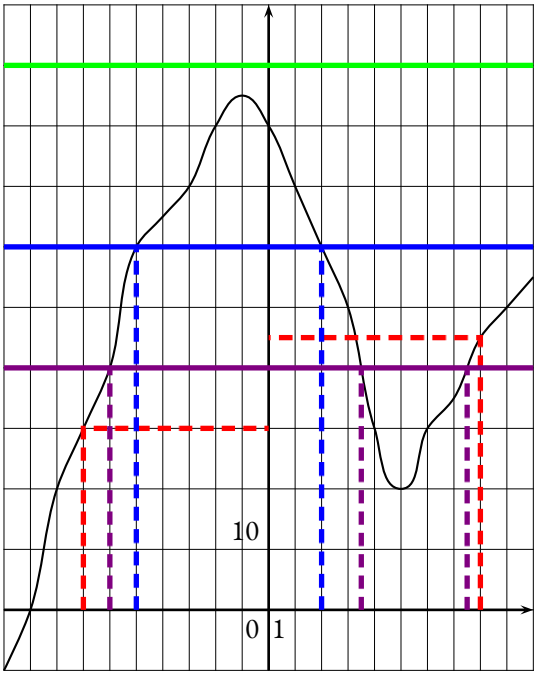
$Q(x) = 2x^2 - 15x + 7$

On constate que pour tous nombres x on a $Q(x) = P(x)$.

5. Il faut calculer $P(7)$.
$P(7) = 7 \times (2 \times 7 - 15) + 7$ donc $P(7) = 7 \times (14 - 15) + 7$ et $P(7) = 7 \times (-1) + 7$ d'où $P(7) = 0$.

On constate que 7 est un antécédent de 0 par la fonction P.

Exercice n° 3



1. L'image de -7 est 30.

L'image de 8 est 45.

2. Les antécédents de 60 sont -5 et 2.

3. 40 a trois antécédents

4. 90 n'a aucun antécédent.

Exercice n° 4

1. Dans le triangle ABC rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$
$$52^2 + 39^2 = BC^2$$
$$2\,704 + 1\,521 = BC^2$$
$$BC^2 = 4\,225$$
$$BC = \sqrt{4\,225}$$
$$BC = 65$$

$\boxed{BC = 65\ cm}$

2. Dans le triangle EBD rectangle en B,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BD^2 + BE^2 = DE^2$$
$$54^2 + BE^2 = 90^2$$
$$2\,916 + BE^2 = 8\,100$$
$$BE^2 = 8\,100 - 2\,916$$
$$BE^2 = 5\,184$$
$$BE = \sqrt{5\,184}$$
$$BE = 72$$

$\boxed{BE = 72\ cm}$

3. Comme CE est le plus long côté, comparons $BC^2 + BE^2$ et CE^2 :

$BC^2 + BE^2$	CE^2
$65^2 + 72^2$	97^2
$4\,225 + 5\,184$	
$9\,409$	$9\,409$

Comme $BC^2 + BE^2 = CE^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle } BCE \text{ est rectangle en } B}$.

Évaluation

Exercice n° 1 :

8 points

On pose $f(x) = 6x - 7$ et $g(x) = x^2 - x - 6$.

1. Calculer les images de 0, -2 et 3 par la fonction f.

2. En résolvant une équation, déterminer l'antécédent de 8 par f.

3. Calculer $g(0)$, $g(3)$ et $g(-1)$.

4. Compléter le tableau suivant à la calculatrice :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$g(x)$											

5. Quels sont les antécédents de 0 par g ?

Exercice n° 2 :

6 points

Résoudre sur votre copie chacune des équations suivantes :

(1) $6x + 3 = 4x + 9$

(2) $7x - 8 = 4x - 7$

(3) $1 - 6x = 4 - 11x$

(4) $5x - 3 + 2x - 1 = 1 - 7x - 3x - 9$

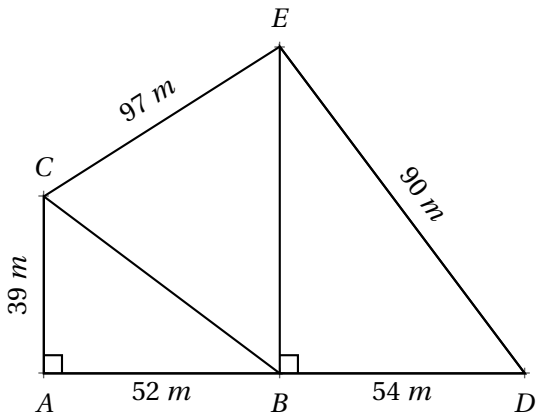
Exercice n° 3 :

6 points

Sur la figure ci-après nous savons que :

- ABC est un triangle rectangle en A ;
- BDE est un triangle rectangle en B.

1. Calculer la valeur exacte de BC.
2. Calculer la valeur exacte de BE.
3. Le triangle BCE est-il rectangle ?



Évaluation — Correction

Exercice n° 1 : Calcul d'image et d'antécédent Correction

Généralités sur les fonctions

On pose $f(x) = 6x - 7$ et $g(x) = x^2 - x - 6$.

1. $f(0) = 6 \times 0 - 7$ donc $\boxed{f(0) = -7}$.

$f(-2) = 6 \times (-2) - 7 = -12 - 7$ donc $\boxed{f(-2) = -19}$.

$f(3) = 6 \times 3 - 7 = 18 - 7$ donc $\boxed{f(3) = 11}$

2. Il faut résoudre l'équation $g(x) = 8$.

$$\begin{aligned} 6x - 7 &= 8 \\ 6x - 7 + 7 &= 8 + 7 \\ 6x &= 15 \\ x &= \frac{15}{6} \\ x &= \frac{5}{2} \\ x &= 2,5 \end{aligned}$$

$\boxed{\frac{5}{3} \text{ est l'antécédent de 8 par la fonction } f}$

3. $g(0) = 0^2 - 0 - 6$ donc $\boxed{g(0) = -6}$.

$g(3) = 3^2 - 3 - 6 = 9 - 3 - 6$ donc $\boxed{g(3) = 0}$.

$g(-1) = (-1)^2 - (-1) - 6 = 1 + 1 - 6$ donc $\boxed{g(-1) = -4}$.

4. Compléter le tableau suivant à la calculatrice :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$g(x)$	24	14	6	0	-4	-6	-6	-4	0	6	14

5. Quels sont les antécédents de 0 par g ?

$\boxed{\text{On voit dans le tableau que les antécédents de 0 par } g \text{ sont } -2 \text{ et } -3}$

Exercice n° 2 : Équation du premier degré Correction

Résolution des équations du premier degré

Résoudre sur votre copie chacune des équations suivantes :

$$
\begin{aligned}
6x+3 &= 4x+9 \\
6x+3-3 &= 4x+9-3 \\
6x &= 4x+6 \\
6x-4x &= 4x+6-4x \\
2x &= 6 \\
x &= \frac{6}{2} \\
x &= 3
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
7x-8 &= 4x-7 \\
7x-8+8 &= 4x-7+8 \\
7x &= 4x+1 \\
7x-4x &= 4x+1-4x \\
3x &= 1 \\
x &= \frac{1}{3}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
1-6x &= 4-11x \\
1-6x-1 &= 4-11x-1 \\
-6x &= 3-11x \\
-6x+11x &= 3-11x+11x \\
5x &= 3 \\
x &= \frac{3}{5} \\
x &= 0,6
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
5x-3+2x-1 &= 1-7x-3x-9 \\
7x-4 &= -8-10x \\
7x-4+4 &= -8-10x+4 \\
7x &= -4-10x \\
7x+10x &= -4-10x+10x \\
17x &= -14 \\
x &= -\frac{14}{7}
\end{aligned}
$$

Théorème de Pythagore et sa réciproque

1. Calculer la valeur exacte de BC.

Dans le triangle ABC rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$
$$52^2 + 39^2 = BC^2$$
$$2\,704 + 1\,521 = BC^2$$
$$BC^2 = 4\,225$$
$$BC = \sqrt{4\,225}$$
$$BC = 65$$

$BC = 65\,\text{m}$

2. Calculer la valeur exacte de BE.

Dans le triangle BDE rectangle en B,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BD^2 + BE^2 = DE^2$$
$$54^2 + BE^2 = 90^2$$
$$2\,916 + BE^2 = 8\,100$$
$$BE^2 = 8\,100 - 2\,916$$
$$BE^2 = 5\,184$$
$$BE^2 = \sqrt{5\,184}$$
$$BE = 72$$

$BE = 72\,\text{m}$

3. Le triangle BCE est-il rectangle ?
Comparons $BC^2 + BE^2$ et CE^2 :

$BC^2 + BE^2$	CE^2
$65^2 + 72^2$	97^2
$4\,255 + 5\,184$	
$9\,409$	$9\,409$

Comme $BC^2 + BE^2 = CE^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** le triangle BCE est rectangle en B.

Évaluation

Exercice n° 1 :

4 points

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$A = 7(5x-1)+3(2x-1)$

$B = -6(3x-1)+2x(3x-1)$

$C = 7-7x(2x-1)-4(3x+1)+2x^2$

Exercice n° 2 :

6 points

On pose $f(x) = 6x-7$ et $g(x) = x^2-x-6$.

1 Calculer les images de 0, -2 et 3 par la fonction f.
2. En résolvant une équation, déterminer l'antécédent de 8 par f.
3. Calculer $g(0)$, $g(3)$ et $g(-1)$.
4. Compléter le tableau suivant à la calculatrice :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$g(x)$											

5. En observant le tableau, indiquer quels sont les antécédents de 0 par g ?

Exercice n° 3 :

4 points

Résoudre sur votre copie chacune des équations suivantes :

(1) $6x+3 = 4x+9$

(2) $7x-8 = 4x-7$

(3) $1-6x = 4-11x$

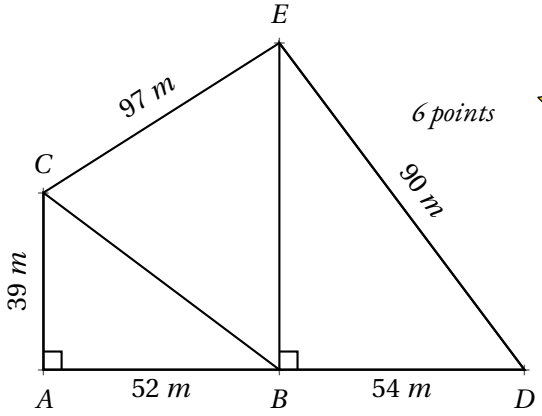
(4) $5(3x+1) = 7(1-5x)$

Exercice n° 4 :

6 points

Sur la figure ci-après nous savons que :

- ABC est un triangle rectangle en A;
- BDE est un triangle rectangle en B.



1. Calculer la valeur exacte de BC.
2. Calculer la valeur exacte de BE.
3. Le triangle BCE est-il rectangle ?

Évaluation — Correction

Exercice n° 1 : Développer et réduire une expression Correction

Calcul littéral

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$A = 7(5x-1)+3(2x-1)$
$A = 35x-7+6x-3$

$\boxed{A = 41x-10}$

$B = -6(3x-1)+2x(3x-1)$
$B = -18x+6+6x^2-2x$

$\boxed{B = 6x^2-20x+6}$

$C = 7-7x(2x-1)-4(3x+1)+2x^2$
$C = 7-14x^2+7-12x-4+2x^2$

$\boxed{C = -12x^2-12x+10}$

Exercice n° 2 : Calcul d'image et d'antécédent Correction

Généralités sur les fonctions

On pose $f(x) = 6x-7$ et $g(x) = x^2-x-6$.

1. $f(0) = 6\times 0-7 = -7$; $f(-2) = 6\times(-2)-7 = -12-7 = -19$ et $f(3) = 6\times 3-7 = 18-7 = 11$

2. Résolvons : $f(x) = 8$

$$\begin{aligned} f(x) &= 8 \\ 6x-7 &= 8 \\ 6x-7+7 &= 8+7 \\ 6x &= 15 \\ x &= \frac{15}{6} \\ x &= \frac{5}{2} \\ x &= 2,5 \end{aligned}$$

$\boxed{2,5 \text{ est l'antécédent de } 8 \text{ par la fonction } f.}$

3. $g(0) = 0^2-0-6 = -6$; $g(3) = 3^2-3-6 = 9-3-6 = 0$ et $g(-1) = (-1)^2-(-1)-6 = 1+1-6 = -4$.

4. Compléter le tableau suivant à la calculatrice :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$g(x)$	24	14	6	0	-4	-6	-6	-4	0	6	14

5. -2 et 3 sont les antécédents de 0 par g.

Exercice n° 3 : Équation du premier degré CORRECTION

Résolution des équations du premier degré

$$\begin{aligned} 6x+3 &= 4x+9 \\ 6x+3-3 &= 4x+9-3 \\ 6x &= 4x+6 \\ 6x-4x &= 4x+6-4x \\ 2x &= 6 \\ x &= \frac{6}{2} \\ x &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7x-8 &= 4x-7 \\ 7x-8+8 &= 4x-7+8 \\ 7x &= 4x+1 \\ 7x-4x &= 4x+1-4x \\ 3x &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1-6x &= 4-11x \\ 1-6x-1 &= 4-11x-1 \\ -6x &= 3-11x \\ -6x+11x &= 3-11x+11x \\ 5x &= 3 \\ x &= \frac{3}{5} \\ x &= 0,6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5(3x+1) &= 7(1-5x) \\ 15x+5 &= 7-35x \\ 15x+5-5 &= 7-35x-5 \\ 15x &= 2-35x \\ 15x+35x &= 2-35x+35x \\ 50x &= 2 \\ x &= \frac{2}{50} \\ x &= \frac{1}{25} \\ x &= 0,04 \end{aligned}$$

Exercice n° 4 : Théorème de Pythagore CORRECTION

Théorème de Pythagore et sa réciproque

1. Calculer la valeur exacte de BC.

Dans le triangle ABC rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\begin{aligned} AB^2+AC^2 &= BC^2 \\ 52^2+39^2 &= BC^2 \\ 2\,704+1\,521 &= BC^2 \\ BC^2 &= 4\,225 \\ BC &= \sqrt{4\,225} \\ BC &= 65 \end{aligned}$$

$BC = 65\,\text{m}$

2. Calculer la valeur exacte de BE.

Dans le triangle BDE rectangle en B,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\begin{aligned} BD^2+BE^2 &= DE^2 \\ 54^2+BE^2 &= 90^2 \\ 2\,916+BE^2 &= 8\,100 \\ BE^2 &= 8\,100-2\,916 \end{aligned}$$

$$BE^2 = 5\,184$$
$$BE^2 = \sqrt{5\,184}$$
$$BE = 72$$

$\boxed{BE = 72\,\text{m}}$

3. Le triangle BCE est-il rectangle ?
Comparons $BC^2 + BE^2$ et CE^2 :

$BC^2 + BE^2$	CE^2
$65^2 + 72^2$	97^2
$4\,255 + 5\,184$	
$9\,409$	$9\,409$

Comme $BC^2 + BE^2 = CE^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle } BCE \text{ est rectangle en } B}$.

Évaluation

Troisième

☞ Évaluation — Correction ☜

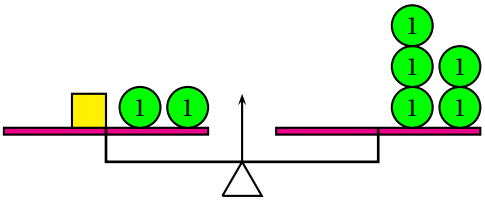
Réactivation — Équations : résolution et problèmes

Exercice n° 1 : Les balances

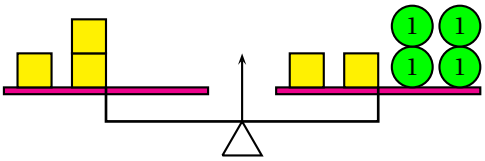
Voici des « balances Roberval »dont les deux plateaux sont en équilibre. Un cercle représente une masse unité. Un carré a une masse inconnue.
Pour chaque situation, vous devez déterminer la masse d'un carré jaune.

Dans certains cas, le carré peut avoir une masse négative...

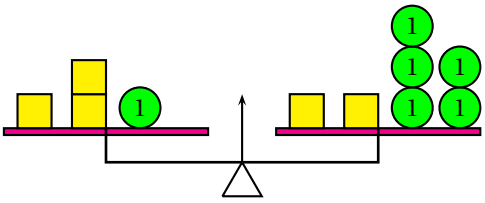
1.



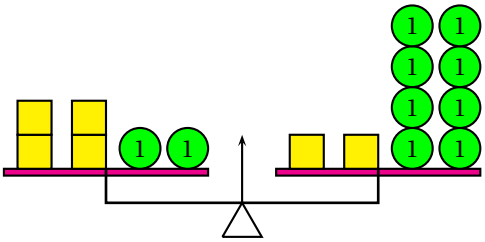
2.



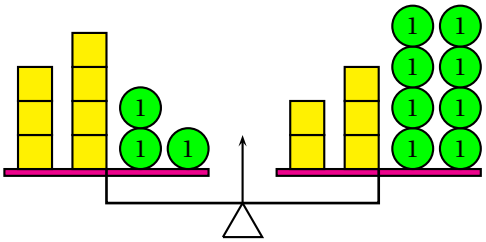
3.



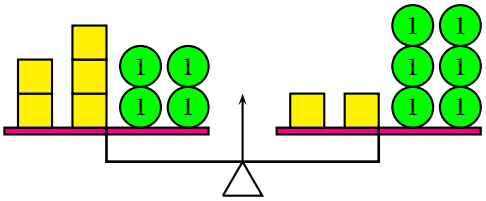
4.



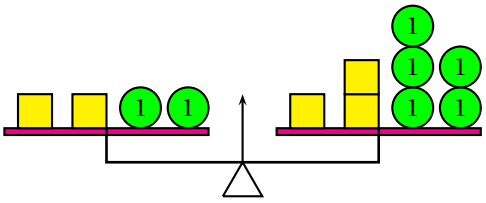
5.



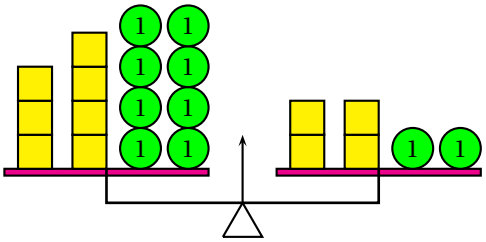
6.



7.



8.



Exercice n° 2 : Des balances aux équation

Reprendre l'exercice n° 1 en modélisant chaque situation par une équation.
On choisira la lettre x pour désigner la masse du carré.
Résoudre ensuite chacune de ces équations et vérifier votre réponse.
Par exemple pour la situation **1.**

$$x+2=5$$
$$x+2-2=5-2$$
$$x=3$$

Et on a bien le plateau n° 1 qui porte $2+3=5$ comme le plateau n° 2.

Exercice n° 3 : Vérifier si un nombre est une solution d'une équation

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ?

Affirmation n° 1 : -3 est une solution de l'équation : $3x+1=2x-1$

Affirmation n° 2 : -1 est une solution de l'équation : $5x-7=3x-9$

Affirmation n° 3 : 2 est une solution de l'équation : $5(3x+1)=3(2x-1)$

Affirmation n° 4 : $\frac{5}{3}$ est une solution de l'équation : $6x-7=3x-2$

Affirmation n° 5 : $\frac{3}{4}$ est une solution de l'équation : $5x-8=2x-4$

Affirmation n° 6 : -3 est une solution de l'équation : $3x^2-21=2x^2+4x$

Exercice n° 4 : Résoudre des équations du premier degré

Résoudre chacune des équations suivantes :

(1) $5x+3=3x+9$

(2) $3x-2=x+11$

(3) $7x-8=10x-7$

(4) $7-2x=9-5x$

(5) $-3x-9=-1+7x$

(6) $10x-1=1-3x$

(7) $9x-5=8-7x$

(8) $4+8x=1-4x$

Exercice n° 5 : Problème et équation

Deux élèves ont chacun une calculatrice. Ils affichent le même nombre sur leurs calculatrices.
Juliette multiplie le nombre par 3 puis ajoute 4 au résultat obtenu. Clément multiplie le nombre affiché par 2 puis ajoute 7 au résultat obtenu.
Quand ils ont terminé, ils constatent que leurs calculatrices affichent les mêmes nombres.

1. En notant x le nombre de départ, exprimer à l'aide de x les calculs effectués par Juliette.
2. Exprimer en utilisant la lettre x les calculs effectués par Clément.
3. En résolvant une équation qui utilise les expressions des questions **1.** et **2.**, trouver quel était le nombre affiché au départ sur les deux calculatrices.
4. Vérifier le résultat obtenu en reprenant les étapes de l'énoncé.

Exercice n° 6 : Problème et équation — Épisode 2

Deux élèves ont chacun une calculatrice. Ils affichent le même nombre sur leurs calculatrices.
Alice multiplie le nombre par 6 puis ajoute 7 au résultat obtenu. Adrien multiplie le nombre par 2 puis ajoute 10.
Quand ils ont terminé, ils constatent que leurs calculatrices affichent les mêmes nombres.

Quel était le nombre affiché au départ ?

Exercice n° 7 : Problème et équation — Épisode 3

Je pense à un nombre. Son double augmenté de 16 est égal à son triple diminué de 21.

Quel est ce nombre ?

Exercice n° 8 : Problème et équation — Épisode 4

Trois personnes se partagent un héritage de 1 900 €.
La seconde personne reçoit 70 € de plus que la première.
La troisième personne reçoit le double de la part de la première moins 150 €.

Calculer la part de chaque personne.

Exercice n° 9 : Problème et équation — Épisode 5

a. Trouver trois nombres entiers consécutifs dont la somme est 129.

b. Trouver cinq nombres entiers consécutifs dont la somme est 455.

c. Trouver trois nombres entiers pairs consécutifs dont la somme est 144.

d. Trouver trois nombres entiers impairs consécutifs dont la somme est 633.

Deux nombres entiers sont consécutifs « s'ils se suivent » comme 10 *et* 11 *ou* 101 *et* 102.

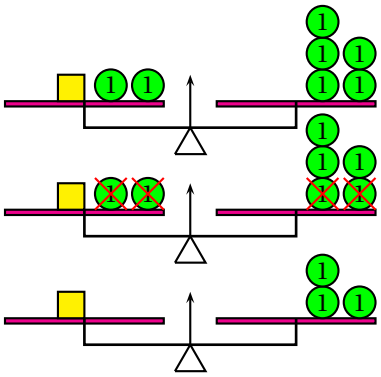
Exercice n° 10 : Trop difficile !!

Un père a 42 ans. Il a trois enfants qui ont respectivement 4 ans, 9 ans et 11 ans.
Dans combien d'années l'âge du père sera exactement égal à la somme des âges de ses trois enfants ?

Exercice n° 1 et 2 : Les balances

Correction

1.

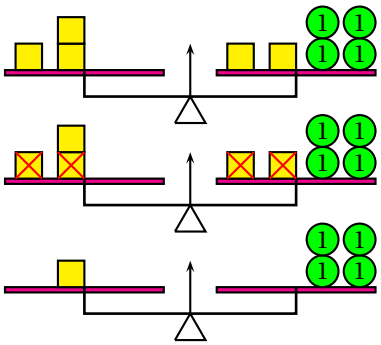


$x+2=5$

$x+2-2=5-2$

$x=3$

2.

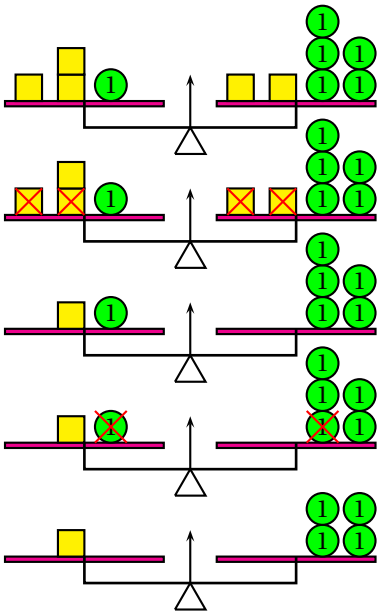


$3x=2x+4$

$3x-2x=2x+4-2x$

$x=4$

3.



$3x+1=2x+5$

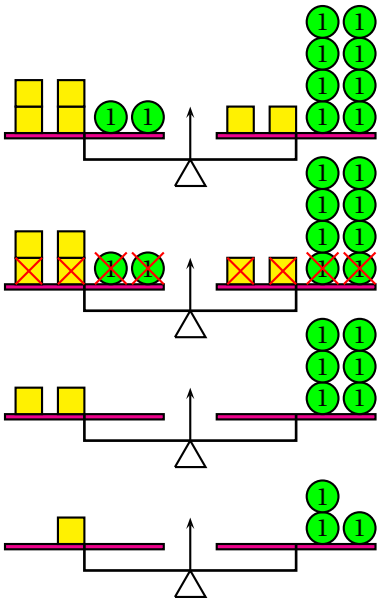
$3x+1-2x=2x+5-2x$

$x+1=5$

$x+1-1=5-1$

$x=4$

4.



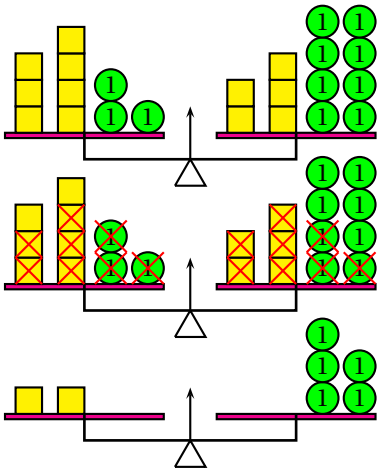
$$4x+2=2x+8$$

$$4x+2-2x-2=2x+8-2x-2$$

$$2x=6$$

$$x=3$$

5.



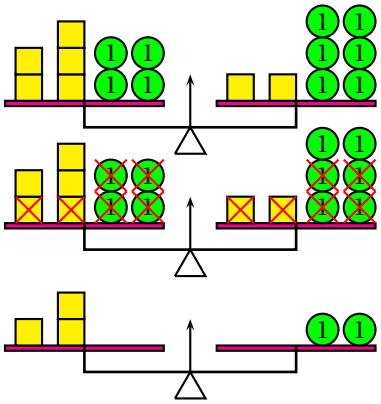
$$7x+3=5x+8$$

$$7x+3-5x-3=5x+8-5x-3$$

$$2x=5$$

$$x=2,5$$

6.



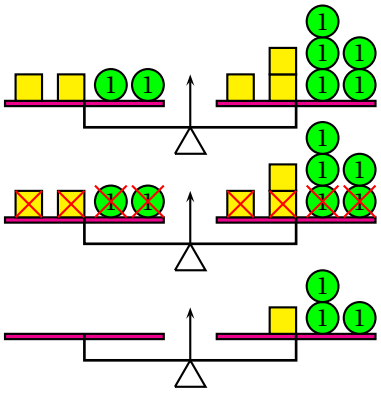
$$5x+4=2x+6$$

$$5x+4-2x-4=2x+6-2x-4$$

$$3x=2$$

$$x=\frac{2}{3}$$

7.



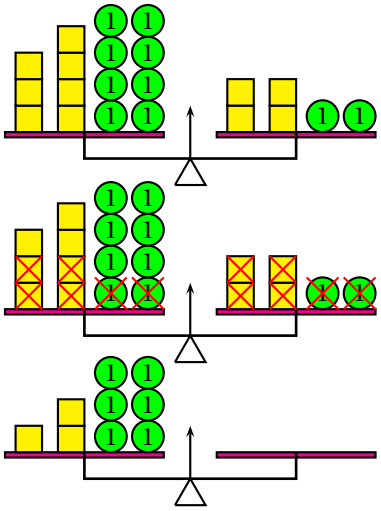
$$2x+2=3x+5$$

$$2x+2-2x-2=3x+5-2x-2$$

$$0=x+3$$

$$x=-3$$

8.



$$7x+8=4x+2$$

$$7x+8-4x-2=4x+2-4x-2$$

$$3x+6=0$$

$$3x=-6$$

$$x=-2$$

Exercice n° 3 : Vérifier si un nombre est une solution d'une équation Correction

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ?

Affirmation n° 1 : -3 est une solution de l'équation : $3x+1=2x-1$

Pour $x=-3$,
$3x+1=3\times(-3)+1=-9+1=-8$
$2x-1=2\times(-3)-1=-6-1=-7$

-3 n'est pas une solution de l'équation

Affirmation n° 2 : -1 est une solution de l'équation : $5x-7=3x-9$

Pour $x=-1$,
$5x-7=5\times(-1)-7=-5-7=-12$
$3x-9=3\times(-1)-9=-3-9=-12$

-1 est une solution de l'équation.

Affirmation n° 3 : 2 est une solution de l'équation : $5(3x+1)=3(2x-1)$

Pour $x=2$,
$5(3x+1)=5(3\times2+1)=5(6+1)=5\times7=35$
$3(2x-1)=3(2\times2-1)=3(4-1)=3\times3=9$

2 n'est pas une solution de l'équation ;

Affirmation n° 4 : $\frac{5}{3}$ est une solution de l'équation : $6x-7=3x-2$

Pour $x=\frac{5}{3}$,

$6x-7=6\times\frac{5}{3}-7=\frac{30}{3}-7=10-7=3$

$3x-2=3\times\frac{5}{3}-2=5-2=3$

$\frac{5}{3}$ est une solution de l'équation.

Affirmation n° 5 : $\frac{3}{4}$ est une solution de l'équation : $5x-8=2x-4$

Pour $x = \dfrac{3}{4}$,

$$5x - 8 = 5 \times \frac{3}{4} - 8 = \frac{15}{4} - \frac{32}{4} = -\frac{17}{4}$$

$$2x - 4 = 2 \times \frac{3}{4} - 4 = \frac{6}{4} - \frac{24}{4} = -\frac{18}{4}$$

$\dfrac{3}{4}$ n'est pas une solution de l'équation.

Affirmation n° 6 : -3 est une solution de l'équation : $3x^2 - 21 = 2x^2 + 4x$

Pour $x = -3$,
$3x^2 - 21 = 3 \times 3 \times (-3)^2 - 21 = 3 \times 9 - 21 = 27 - 21 = 6$
$2x^2 + 4x = 2 \times (-3)^2 + 4 \times (-3) = 2 \times 9 - 12 = 18 - 12 = 6$

-3 est une solution de l'équation.

Exercice n° 4 : Résoudre des équations du premier degré

Correction

Résoudre chacune des équations suivantes :

$$\begin{aligned} 5x + 3 &= 3x + 9 \\ 5x + 3 - 3x &= 3x + 9 - 3x \\ 2x + 3 &= 9 \\ 2x + 3 - 3 &= 9 - 3 \\ 2x &= 6 \\ x &= \frac{6}{2} \\ x &= 3 \end{aligned}$$

3 est la solution de l'équation.

$$\begin{aligned} 7x - 8 &= 10x - 7 \\ 7x - 8 - 10x &= 10x - 7 - 10x \\ -3x - 8 &= -7 \\ -3x - 8 + 8 &= -7 + 8 \\ -3x &= 1 \\ x &= -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$-\dfrac{1}{3}$ est la solution de l'équation.

$$\begin{aligned} 3x - 2 &= x + 11 \\ 3x - 2 - x &= x + 11 - x \\ 2x - 2 &= 11 \\ 2x - 2 + 2 &= 11 + 2 \\ 2x &= 13 \\ x &= \frac{13}{2} \\ x &= 6,5 \end{aligned}$$

6,5 est la solution de l'équation.

$$\begin{aligned} 7 - 2x &= 9 - 5x \\ 7 - 2x + 5x &= 9 - 5x + 5x \\ 7 + 3x &= 9 \\ 7 + 3x - 7 &= 9 - 7 \\ 3x &= 2 \\ x &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$\dfrac{2}{3}$ est la solution de l'équation.

$$
\begin{aligned}
-3x-9 &= -1+7x \\
-3x-9-7x &= -1+7x-7x \\
-10x-9 &= -1 \\
-10x-9+9 &= -1+9 \\
-10x &= 8 \\
x &= -\frac{8}{10} \\
x &= -0,8
\end{aligned}
$$

$-0,8$ est la solution de l'équation.

$$
\begin{aligned}
9x-5 &= 8-7x \\
9x-5+7x &= 8-7x+7x \\
16x-5 &= 8 \\
16x-5+5 &= 8+5 \\
16x &= 13 \\
x &= \frac{13}{16}
\end{aligned}
$$

$\frac{13}{16}$ est la solution de l'équation.

$$
\begin{aligned}
10x-1 &= 1-3x \\
10x-1+3x &= 1-3x+3x \\
13x-1 &= 1 \\
13x-1+1 &= 1+1 \\
13x &= 2 \\
x &= \frac{2}{13}
\end{aligned}
$$

$\frac{2}{13}$ est la solution de l'équation.

$$
\begin{aligned}
4+8x &= 1-4x \\
4+8x+4x &= 1-4x+4x \\
4+12x &= 1 \\
4+12x-4 &= 1-4 \\
12x &= -3 \\
x &= -\frac{3}{12} \\
x &= -0,25
\end{aligned}
$$

Exercice n° 5 : Problème et équation

Correction

1. Juliette effectue $3 \times x = 3x$ puis $3x + 4$.
2. Clément effectue $2x$ puis $2x + 7$.
3. Il faut résoudre :

$$\begin{aligned} 3x + 4 &= 2x + 7 \\ 3x + 4 - 4 &= 2x + 7 - 4 \\ 3x &= 2x + 3 \\ 3x - 2x &= 2x + 3 - 2x \\ x &= 3 \end{aligned}$$

4. Vérifions :
Juliette a effectué : $3 \times 3 = 9$ puis $9 + 4 = 13$
Clément a effectué : $2 \times 3 = 6$ puis $6 + 7 = 13$
Il s'agit bien de la réponse au problème !

Exercice n° 6 : Problème et équation — Épisode 2

Correction

Notons z le nombre affiché sur la calculatrice.
Alice effectue $6z$ puis $6z + 7$.
Adrien effectue $2z$ puis $2z + 10$
Il faut donc résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} 6z + 7 &= 2z + 10 \\ 6z + 7 - 7 &= 2z + 10 - 7 \\ 6z &= 2z + 3 \\ 6z - 2z &= 2z + 3 - 2z \\ 4z &= 3 \\ z &= \frac{3}{4} \\ z &= 0,75 \end{aligned}$$

Vérifions :
Alice effectue $6 \times 0,75 = 4,5$ puis $4,5 + 7 = 11,5$.
Adrien effectue $2 \times 0,75 = 1,5$ puis $1,5 + 10 = 11,5$.
Il s'agit donc bien du nombre cherché !

Exercice n° 7 : Problème et équation — Épisode 3

Correction

Notons x le nombre auquel je pense.
Son double est $2x$. On augmente de 16 soit $2x+16$.
Son triple est $3x$. On diminue de 21 soit $3x-21$
Il faut donc résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} 2x+16 &= 3x-21 \\ 2x+16-3x &= 3x-21-3x \\ -x+16 &= -21 \\ -x+16-16 &= -21-16 \\ -x &= -37 \\ x &= 37 \end{aligned}$$

Vérifions ce résultat :
$37 \times 2 = 74$ puis $74+16=90$
$37 \times 3 = 111$ puis $111-21=90$
Il s'agit bien du nombre cherché !

Exercice n° 8 : Problème et équation — Épisode 4

Correction

Notons x le montant de l'héritage reçu par la première personne en euros.
La seconde personne reçoit donc $x+70$ euros.
La troisième personne reçoit $2x-150$ euros.
Finalement en faisant la somme des trois parts on arrive à l'équation :

$$\begin{aligned} x+x+70+2x-150 &= 1\,900 \\ 4x-80 &= 1\,900 \\ 4x-80+80 &= 1\,900+80 \\ 4x &= 1\,980 \\ x &= \frac{1\,980}{4} \\ x &= 495 \end{aligned}$$

Vérifions :
La première personne reçoit 495 €.
La seconde reçoit 495 € +70 € = 565 €.
La troisième reçoit 2×495 € -150 = 990 € -150 € 840 €.
La somme des trois héritages est : 495 € +565 € +840 € = 1 900.
Il s'agit bien de la réponse attendue !

Exercice n° 9 : **Problème et équation — Épisode 5** Correction

a. Notons a le premier nombre entier cherché.
$a+1$ et $a+2$ sont les deux autres entiers consécutifs.
Il faut donc résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} a+a+1+a+2 &= 129 \\ 3a+3 &= 129 \\ 3a+3-3 &= 129-3 \\ 3a &= 126 \\ a &= \frac{126}{3} \\ a &= 42 \end{aligned}$$

Le premier nombre est 42, le second 43 et le troisièmes 44.
On a bien $42+43+44=129$!

b. Notons b le premier nombre entier cherché.
$b+1$, $b+2$, $b+3$ et $b+4$ sont les quatre autres entiers consécutifs.
Il faut donc résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} b+b+1+b+2+b+3+b+4 &= 455 \\ 5b+10 &= 455 \\ 5b+10-10 &= 455-10 \\ 5b &= 445 \\ b &= \frac{445}{5} \\ b &= 89 \end{aligned}$$

Le premier nombre est 89, le second 90, le troisièmes 91, le quatrième 92 et le cinquième 93.
On a bien $89+90+91+92+93=455$!

c. Notons c le premier nombre entier pair cherché.
Le suivant est $c+2$ et le dernier $c+4$.
Il faut donc résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} c+c+2+c+4 &= 144 \\ 3c+6 &= 144 \\ 3c+6-6 &= 144-6 \\ 3c &= 138 \\ c &= \frac{138}{3} \\ c &= 46 \end{aligned}$$

Le premier nombre est 46, le second 48 et le troisièmes 30.
On a bien $46+48+50=144$!

d. Notons d le premier nombre entier impair cherché.
$d+2$ est le suivant et $d+4$ le dernier.
Il faut donc résoudre l'équation :

$$
\begin{aligned}
d+d+2+d+4 &= 633\\
3d+6 &= 633\\
3d+6-6 &= 633-6\\
3d &= 627\\
d &= \frac{627}{3}\\
d &= 209
\end{aligned}
$$

Le premier nombre est 209, le second 211 et le troisièmes 213.
On a bien $209+211+213=633$!

Exercice n° 10 : Trop difficile !! Correction

Notons n le nombre d'années que l'on cherche.
Dans n années le père aura $42+n$ ans.
Le benjamin aura $4+n$ ans, le cadet $9+n$ ans et l'aîné $11+n$ ans.
Il faut résoudre l'équation :

$$
\begin{aligned}
4+n+9+n+11+n &= 42+n\\
3n+24 &= 42+n\\
3n+24-24 &= 42+n-24\\
3n &= 18+n\\
3n-n &= 18-n\\
2n &= 18\\
n &= 9
\end{aligned}
$$

Dans 9 ans le père aura 51 ans, le benjamin 13 ans, le cadet 18 ans et l'aîné 20 ans.
On constate que $13+18+20=51$.
Cet événement aura bien lieu dans 9 ans !

Généralités sur les fonctions

Définition et vocabulaire

Une **fonction** est un programme de calcul qui à un nombre de départ associe un unique résultat.
On note $f : x \to f(x)$ la fonction f qui à un nombre de départ x associe $f(x)$.
On dit que :

- $f(x)$ est l'**image** du nombre x par la fonction f ;
- x a pour **image** le nombre $f(x)$ par la fonction f ;
- x est un **antécédent** de $f(x)$ par la fonction f ;
- $f(x)$ a pour **antécédent** x par la fonction f.

Exemple :

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre ;
- ajouter 1 ;
- multiplier par le nombre de départ ;
- enlever 23 ;
- écrire le résultat.

On note x le nombre de départ.
On obtient successivement :

- x ;
- $x+1$;
- $x(x+1)$;
- $x(x+1)-23$.

f la fonction correspondante :

$$f : x \to f(x) = x(x+1) - 23$$

En prenant $x = 5$ au départ, on obtient $5 \times (5+1) - 23 = 5 \times 6 - 23 = 30 - 23 = 7$.

On note $f(5) = 7$.

On dit que :

- 7 est l'image de 5 par la fonction f ;
- 5 a pour image 7 par la fonction f ;
- 5 est un antécédent de 7 par la fonction f ;
- 7 a pour antécédent 5 par la fonction f.

Remarque :
Un nombre peut posséder plusieurs antécédents par une fonction.
Par exemple, $f(-6) = (-6) \times ((-6)+1) - 23 = (-6) \times (-5) - 23 = 30 - 23 = 7$.
5 et -6 sont deux antécédents de 7 par la fonction f.

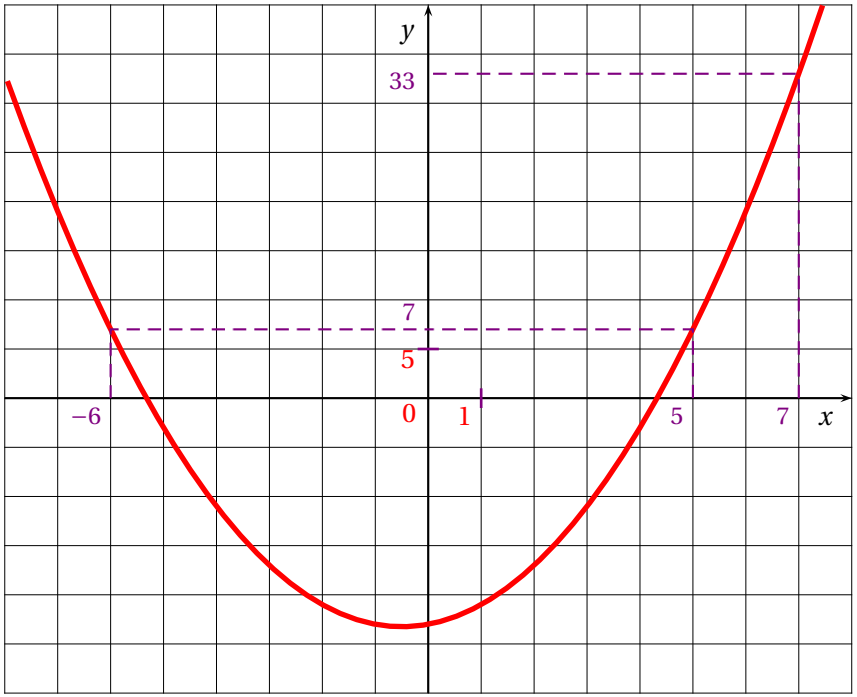
On représente souvent une fonction par un tableau contenant certaines de ses valeurs.

x	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
f(x)	19	7	-3	-11	-17	-21	-23	-23	-21	-17	-11	-3	7	19	33

On voit par exemple que 33 est l'image de 7, que -1 et 0 sont deux antécédents de -23.

Représentation graphique d'une fonction

La représentation graphique de la fonction f est la figure de géométrie constituée de tous les points de coordonnées $(x; f(x))$ où x est un nombre quelconque.

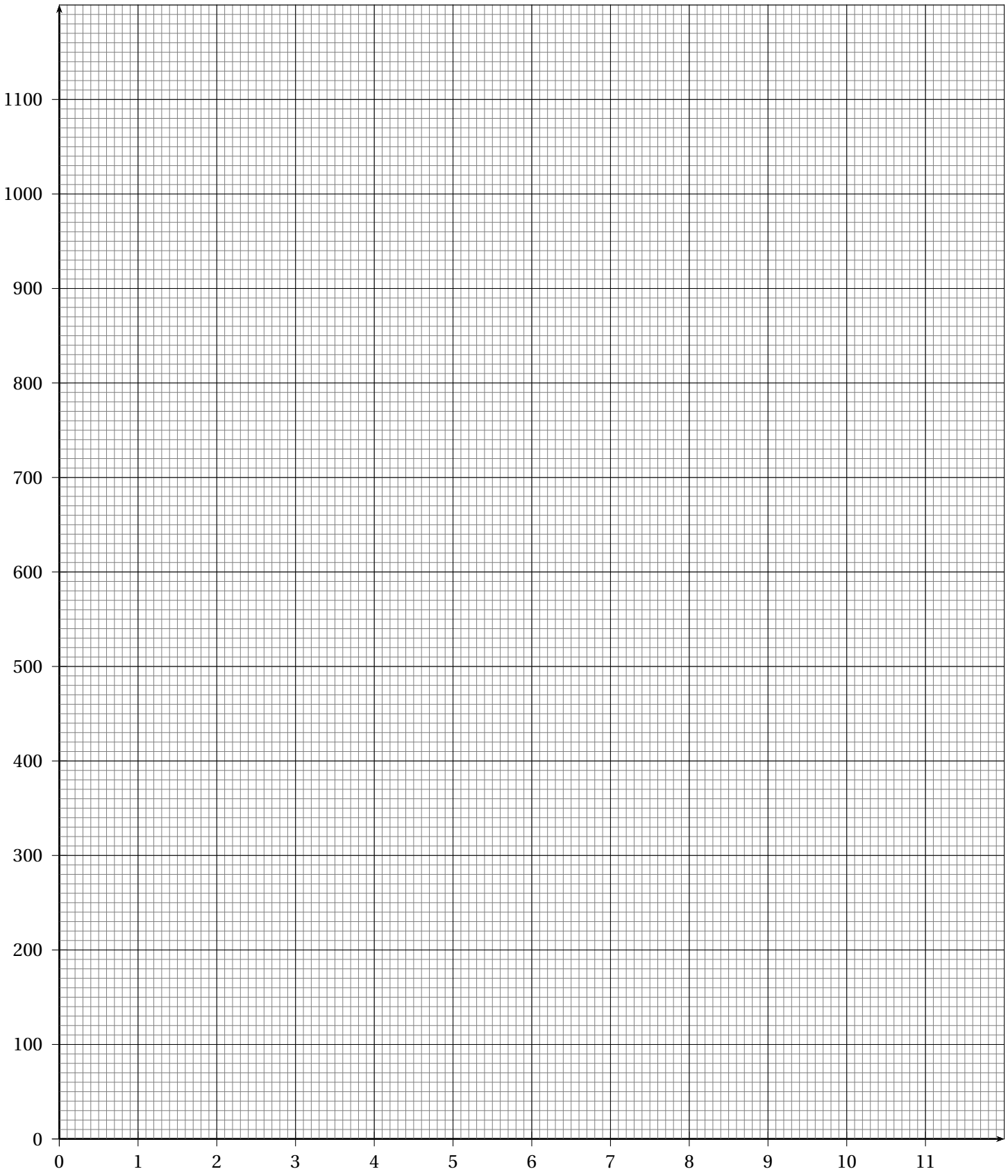


Remarque :
Une fonction peut-être définie sous plusieurs formes :

- Un programme de calcul ;
- Une expression littérale ;
- Un tableau de valeurs ;
- Une représentation graphique.

III — Annexes

1 Documents pratiques



Informations légales

— **Auteur :** Fabrice ARNAUD
— **Web :** pi.ac3j.fr
— **Mail :** contact@ac3j.fr
— **Dernière modification :** 27 octobre 2026 à 10:01

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.2141
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Resolute Raccoon (Le Raton Laveur résolu) 26.04 avec la distribution TeX Live 2025.20260124 et LuaTex 1.22.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !

Licence CC BY-NC-SA 4.0

Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
Adapter — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
Partage dans les Mêmes Conditions — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr

Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, **Cours.pdf**, a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 27 octobre 2026 à 10:01.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : **https://pi.ac3j.fr/mathematiques-college**