Situation initiale : **Apprendre une nouvelle langue : Algèbre LV3**

Première partie : le langage algébrique

On a l'habitude d'utiliser une lettre pour désigner un nombre quelconque.
Ainsi la phrase « la somme d'un nombre et de 5 »peut se traduire en langage algébrique en $x+5$

1. En notant x le nombre quelconque, traduire les phrases suivantes en langage algébrique :

A. « Le produit d'un nombre et de 7. »
B. « La différence de 10 et d'un nombre. »
C. « Le quotient d'un nombre par 10. »
D. « Le triple du nombre. »
E. « La somme du triple du nombre et du double du nombre. »
F. « Le produit du nombre par le nombre. »
G. « La somme du triple du nombre et de 10. »
H. « Le produit de 5 par la somme du nombre et de 7. »
I. « Le produit du nombre par la différence du nombre et de 11. »
J. « Le produit de la somme du nombre et de 5 par la somme du nombre et de 7. »

2. Traduire en langue française et en vous inspirant de l'exercice précédent les expressions suivantes :

$A = 3x+1$
$B = 1-2x$
$C = 1+x$
$D = 5(3x+1)$
$E = x^2+1$
$F = 2x(x+1)$
$G = x^2+2x+1$
$H = (x+3)(x-3)$

Deuxième partie : Réduire une expression algébrique

On peut souvent remplacer une succession d'ordres mathématiques par une phrase plus simple.
Par exemple la phrase « Ajouter 3 à un nombre puis ajouter 7. »se simplifie en « Ajouter 10 à un nombre. »
1. Faire une phrase plus simple pour chacune des phrases suivantes :

A. « Ajouter 3 à un nombre puis ajouter le nombre et enlever 5. »
B. « Ajouter un nombre à 10, multiplier le tout par 7 et enlever 35. »
C. « Ajouter un nombre à lui-même, multiplier le tout par 7 et enlever 10. »
D. « Ajouter le carré d'un nombre à un nombre et enlever 5. »

2. Reprendre chacune des phrases suivantes et écrire une expression algébrique où x désigne le nombre quelconque.
Faire de même avec vos phrases simplifiées.

Troisième partie : La grammaire algébrique

On veut comparer les expressions algébriques : $2x+3$ et $5x$ ainsi que $2x^2+3x$ et $5x^2$
1. Exprimer en français les quatre expressions algébriques précédentes.
2. Tester chacune des expressions précédentes en prenant les nombres 2 et 5 puis deux autres nombre de votre choix.
3. Que pouvez-vous dire de $2x+3$ et $5x$? Et de $2x^2+3x$ et $5x^2$?

Quatrième partie : Premiers pas en langue algébrique

Réduire au maximum chacune des expressions algébriques suivantes :

$A = x+x$
$B = x-x$
$C = x \times x$
$D = x+3+x+5$
$E = 2x-1+3x-3$
$F = 3x-1+x-2+2x-1$
$G = 2x^2+2x+x+3x^2-5x$
$H = 3x^2+3x+1+6-4x-2x^2$
$I = 5 \times 3x+6 \times 10$
$J = 5(3x+9)$

Apprendre une nouvelle langue : Algèbre LV3 – Correction

Première partie : le langage algébrique

1. En notant x le nombre quelconque, traduire les phrases suivantes en langage algébrique :

A. « Le produit d'un nombre et de 7. » : $7 \times x = 7x$

B. « La différence de 10 et d'un nombre. » : $10 - x$

C. « Le quotient d'un nombre par 10. » : $\frac{x}{10}$

D. « Le triple du nombre. » : $3x$

E. « La somme du triple du nombre et du double du nombre. » : $3x + 2x$

F. « Le produit du nombre par le nombre. » : $3x \times x$

G. « La somme du triple du nombre et de 10. » : $3x + 10$

H. « Le produit de 5 par la somme du nombre et de 7. » : $5 \times (x + 7) = 5(x + 7)$

I. « Le produit du nombre par la différence du nombre et de 11. » : $x \times (x - 11) = x(x - 11)$

J. « Le produit de la somme du nombre et de 5 par la somme du nombre et de 7. » : $(x + 5) \times (x + 7) = (x + 5)(x + 7)$

2. Traduire en langue française et en vous inspirant de l'exercice précédent les expressions suivantes :

$A = 3x + 1$: La somme du triple du nombre et de un

$B = 1 - 2x$: La différence de un et du double du nombre

$C = 1 + x$: La somme de un et du nombre

$D = 5(3x + 1)$: Le produit de cinq et de la somme du triple du nombre et de un

$E = x^2 + 1$: La somme du carré du nombre et de un

$F = 2x(x + 1)$: Le produit du double du nombre et de la somme du nombre et de un

$G = x^2 + 2x + 1$: La somme du carré du nombre, du double du nombre et de un

$H = (x + 3)(x - 3)$: Le produit de la somme du nombre et de trois par la différence du nombre et de trois

Deuxième partie : Réduire une expression algébrique

1. Faire une phrase plus simple pour chacune des phrases suivantes :

A. « Ajouter 3 à un nombre puis ajouter le nombre et enlever 5. »

A. Enlever 2 au double d'un nombre.

B. « Ajouter un nombre à 10, multiplier le tout par 7 et enlever 35. »

B. Multiplier un nombre par 7 et ajouter 35.

C. « Ajouter un nombre à lui-même, multiplier le tout par 7 et enlever 10. »

C. Multiplier un nombre par 14 et enlever 10.

D. « Ajouter le carré d'un nombre à un nombre et enlever 5. »

D. On ne peut pas simplifier cette phrase !

2. Reprendre chacune des phrases suivantes et écrire une expression algébrique où x désigne le nombre quelconque.

A. $3 + x + x - 5 = 2x - 2$

B. $(x + 10) \times 7 - 35 = 7x + 70 - 35$ soit $7x - 35$

C. $(x + x) \times 7 - 10 = 2x \times 7 - 10$ soit $14x - 10$

D. $x^2 + x - 5$

Troisième partie : La grammaire algébrique

On veut comparer les expressions algébriques : $2x + 3$ et $5x$ ainsi que $2x^2 + 3x$ et $5x^2$

1. Exprimer en français les quatre expressions algébriques précédentes.

$2x + 3$: La somme de 3 et du double du nombre.

$5x$: Multiplier un nombre par 5.

$2x^2 + 3x$: La somme du double du carré d'un nombre et du triple d'un nombre.

$5x^2$: Le produit de 5 par le carré d'un nombre.

2. Tester chacune des expressions précédentes en prenant les nombres 2 et 5 puis deux autres nombre de votre choix.
Pour $x = 2$,
$2x + 3 = 2 \times 2 + 3 = 4 + 3 = 7$
$5x = 5 \times 2 = 10$
$2x^2 + 3x = 2 \times 2^2 + 3 \times 2 = 2 \times 4 + 6 = 8 + 6 = 14$
$5x^2 = 5 \times 2^2 = 5 \times 4 = 20$

3. Que pouvez-vous dire de $2x + 3$ et $5x$? Et de $2x^2 + 3x$ et $5x^2$?
On constate qu'en général $2x + 3 \neq 5x$ on ne peut donc pas ajouter 3 et $2x$.
On constate aussi que $2x^2 + 3x \neq 5x^2$ on ne peut donc pas ajouter $2x^2$ et $3x$.

Quatrième partie : Premiers pas en langue algébrique

Réduire au maximum chacune des expressions algébriques suivantes :
$A = x + x =$ $2x$
$B = x - x =$ 0
$C = x \times x =$ x^2
$D = x + 3 + x + 5 =$ $2x + 8$
$E = 2x - 1 + 3x - 3 =$ $5x - 4$
$F = 3x - 1 + x - 2 + 2x - 1 =$ $6x - 4$
$G = 2x^2 + 2x + x + 3x^2 - 5x$ $5x^2 - 2x$
$H = 3x^2 + 3x + 1 + 6 - 4x - 2x^2 =$ $x^2 - x + 7$
$I = 5 \times 3x + 6 \times 10 =$ $15x + 60$
$J = 5(3x + 9) =$ $15x + 45$

Situation initiale : **Un programme de calcul surprenant**

Première partie :
Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre entier positif inférieur à 100 ;
- Enlever 36 ;
- Multiplier le tout par 5 ;
- Ajouter 173 ;
- Multiplier le tout par 4 ;
- Ajouter 31 ;
- Multiplier à nouveau le tout par 5 ;
- Ajouter le nombre entier choisi au départ ;
- Enlever 15 ;
- Écrire le résultat.

1. Tester ce programme avec quatre nombres entiers différents.

2. Quelle conjecture pouvez-vous faire.

Deuxième partie : Travail de traduction

On note x le nombre de départ

Nous allons traduire et simplifier chaque étape :

Phrases en français	Expressions algébriques
Choisir un nombre entier	x
Enlever 36	$x-36$
Multiplier le tout par 5	$5(x-36)=5\times x-5\times 36=5x-180$
Ajouter 173	
Multiplier le tout 4	
Ajouter 31	
Multiplier à nouveau le tout 5	
Ajouter le nombre entier choisi au départ	
Enlever 15	
Écrire le résultat	

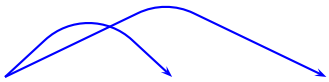
Troisième partie : Explications

Expliquez pourquoi le résultat précédent démontre votre conjecture.

I — La distributivité

Propriété 8.1 : La distributivité Admise

a, b et k sont des nombres quelconques



$$k \times (a+b) = k \times a + k \times b$$

Produit de deux facteurs — Somme de deux termes



Développer

Factoriser

Remarque :

La **distributivité** est une propriété qui lie l'addition et la multiplication. On dit que la multiplication est distributive par rapport à l'addition. Cela revient à dire que « le produit d'une somme est égal à la somme des produits ».

Z La somme, le symbole +, est une somme algébrique. a et b sont des nombres relatifs positifs ou négatifs.

Exemples numériques :

Développer

On se sert souvent de la distributivité pour effectuer du calcul mental.

$13 \times 11 = 13 \times (10+1) = 13 \times 10 + 13 \times 1 = 130 + 13 = 143$

$77 \times 99 = 77 \times (100-1) = 77 \times 100 - 77 \times 1 = 7\,700 - 77 = 7\,623$

Factoriser

$14 \times 13 - 14 \times 3 = 14 \times (13-3) = 14 \times 10 = 140$

$87 \times 23 + 87 \times 49 + 87 \times 28 = 87 \times (23+49+28) = 87 \times 100 = 8\,700$

Même si ces deux exemples sont un peu « caricaturaux », ils illustrent assez bien le principe de la factorisation !

II — Le calcul littéral

Le **calcul numérique** consiste à utiliser les règles des opérations arithmétiques (addition, soustraction, multiplication et division) pour obtenir un résultat final sous forme d'un nombre.

Le **calcul littéral** consiste à utiliser des lettres pour désigner des nombres dans une expression algébrique. L'objectif est de modifier une expression algébrique littérale pour obtenir une expression équivalente. Pour cela il faut respecter des règles de calcul issues de la propriété de distributivité.

Exemples :
Les « formules »de calcul de périmètres ou d'aires sont des expressions littérales :

Le périmètre du cercle de rayon r est donné par l'expression : $2\pi r$
Dans cette expression le symbole de multiplication est sous-entendu : $2\pi r = 2 \times \pi \times r$
Le cercle

III — Réduction des expressions littérales

IV — Annexes

1 Exercices

Exercice n° 8.20 : Substituer une lettre par un nombre

Voici quatre expressions algébriques littérales :

$$A = 5x + 9$$

$$B = 1 - 7x + 3 + 8x$$

$$C = 5(2x - 1)$$

$$D = 3x^2 - 2x + 1$$

Calculer la valeur numérique exacte de chacune de ces expressions en remplaçant x par la valeur proposée. (Il y a donc 16 calculs numériques à effectuer !)

1. $x = 0$ **2.** $x = 3$ **3.** $x = -2$ **4.** $x = \frac{2}{3}$

Exercice n° 8.21 : Réduire une expression littérale

Réduire chacune des expressions littérales suivantes :

$A = x + x$
$B = x - x$
$C = x \times x$
$D = 2x + 3 + 4x + 5$
$E = -2x + 7 - 3x - 8 - x + 6$
$F = 1 - 7x - 8 + 11x - 2 + 4x - 3$
$G = 2x^2 + 2x - 3 + 4x^2 - 3x + 1$
$H = 3x^2 + 1 - 3x + 5 - 3x^2 + 7x$
$I = 1 - 7x + x^2 + x + 1 - 3x + 8x^2 - 11$

Exercice n° 8.22 : Réduire une expression littérale

Développer et réduire chacune des expressions littérales ci-dessous :

$A = 7(2x + 2)$
$B = 5(1 - 4x)$
$C = 3(-2x - 3)$
$D = -4(5x - 2)$
$E = -5(-6x - 7)$
$F = 2x(1 - x)$
$G = 3(4x + 1) + 5(3x - 4)$
$H = 2x(3x + 1) + 3(1 + 3x)$
$I = -3(1 - x) - 4(2 + x)$
$J = -2x(3x - 1) - 3(3x + 2)$

Exercice n° 8.10 : **Substituer une lettre par un nombre** Correction

Voici quatre expressions algébriques littérales :

$$A = 5x + 9$$

$$B = 1 - 7x + 3 + 8x$$

$$C = 5(2x - 1)$$

$$D = 3x^2 - 2x + 1$$

Calculer la valeur numérique exacte de chacune de ces expressions en remplaçant x par la valeur proposée. (Il y a donc 16 calculs numériques à effectuer !)

1. Pour $x = 0$
$A = 5 \times 0 + 9 = 0 + 9 = \boxed{9}$
$B = 1 - 7 \times 0 + 3 + 8 \times 0 = 1 + 3 = \boxed{4}$
$C = 5(2 \times 0 - 1) = 5(0 - 1) = 5(-1) = \boxed{-5}$
$D = 3 \times 0^2 - 2 \times 0 + 1 = 0 - 0 + 1 = \boxed{1}$

2. $x = 3$
$A = 5 \times 3 + 9 = 15 + 9 = \boxed{24}$
$B = 1 - 7 \times 3 + 3 + 8 \times 3 = 1 - 21 + 3 + 24 = \boxed{7}$
$C = 5(2 \times 3 - 1) = 5(6 - 1) = 5 \times 5 = \boxed{25}$
$D = 3 \times 3^2 - 2 \times 3 + 1 = 3 \times 9 - 6 + 1 = 27 - 5 = \boxed{22}$

3. $x = -2$
$A = 5 \times (-2) + 9 = -10 + 9 = \boxed{-1}$
$B = 1 - 7 \times (-2) + 3 + 8 \times (-2) = 1 + 14 + 3 - 16 = \boxed{2}$
$C = 5(2 \times (-2) - 1) = 5(-4 - 1) = 5 \times (-5) = \boxed{-25}$
$D = 3 \times (-2)^2 - 2 \times (-2) + 1 = 3 \times 4 + 4 + 1 = 12 + 5 = \boxed{17}$

4. $x = \dfrac{2}{3}$

$$A = 5 \times \frac{2}{3} + 9 = \frac{10}{3} + 9 = \frac{10}{3} + \frac{27}{3} = \boxed{\frac{37}{3}}$$

$$B = 1 - 7 \times \frac{2}{3} + 3 + 8 \times \frac{2}{3} = 1 - \frac{14}{3} + 3 + \frac{16}{3} = 4 + \frac{2}{3} = \frac{12}{3} + \frac{2}{3} = \boxed{\frac{14}{3}}$$

$$C = 5(2 \times \frac{2}{3} - 1) = 5\left(\frac{4}{3} - 1\right) = 5\left(\frac{4}{3} - \frac{3}{3}\right) = 5 \times \frac{1}{3} = \boxed{\frac{5}{3}}$$

$$D = 3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 2 \times \frac{2}{3} + 1 = 3 \times \frac{4}{9} - \frac{4}{3} + 1 = \frac{12}{9} - \frac{12}{9} + 1 = \boxed{1}$$

Exercice n° 8.11 : **Réduire une expression littérale** Correction

Réduire chacune des expressions littérales suivantes :
$A = x + x = \boxed{2x}$
$B = x - x = \boxed{0}$
$C = x \times x = \boxed{x^2}$
$D = 2x + 3 + 4x + 5 = \boxed{6x + 8}$
$E = -2x + 7 - 3x - 8 - x + 6 = \boxed{-6x + 5}$

$F = 1 - 7x - 8 + 11x - 2 + 4x - 3 = \boxed{8x - 12}$

$G = 2x^2 + 2x - 3 + 4x^2 - 3x + 1 = \boxed{6x^2 - x - 2}$

$H = 3x^2 + 1 - 3x + 5 - 3x^2 + 7x = \boxed{-4x + 6}$

$I = 1 - 7x + x^2 + x + 1 - 3x + 8x^2 - 11 = \boxed{9x^2 - 9x - 9}$

Exercice n° 8.12 : Réduire une expression littérale

Correction

Développer et réduire chacune des expressions littérales ci-dessous :

$A = 7(2x + 2) = \boxed{14x + 14}$

$B = 5(1 - 4x) = \boxed{5 - 20x}$

$C = 3(-2x - 3) = \boxed{-6x - 9}$

$D = -4(5x - 2) = \boxed{-20x + 8}$

$E = -5(-6x - 7) = \boxed{30x + 35}$

$F = 2x(1 - x) = \boxed{2x - 2x^2}$

$G = 3(4x + 1) + 5(3x - 4) = 12x + 3 + 15x - 20 = \boxed{27x - 17}$

$H = 2x(3x + 1) + 3(1 + 3x) = 6x^2 + 2x + 3 + 9x = \boxed{6x^2 + 11x + 3}$

$I = -3(1 - x) - 4(2 + x) = -3 + 3x - 8 - 4x = \boxed{-x - 11}$

$J = -2x(3x - 1) - 3(3x + 2) = -6x^2 + 3x - 9x - 6 = \boxed{-6x^2 - 6x - 6}$

Interrogation de mathématiques

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$A = 7(2x-1)+3(5x+2)$

$B = 3x(3x+1)+2x(5x+3)$

$C = -5x(1-2x)+2(3-5x)$

$D = 2x+x^2-3(2x-1)+3x(1-2x)$

$D = (3x+1)(5x-1)$

$E = (7-3x)(2-5x)$

$F = (3x-1)(2x+1)+(3x-1)(5x+2)$

$G = 3(5x-1)+(3x-1)(5x+4)+x^2-1$

Interrogation de mathématiques

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$A = 3(5x-1)+2(6x+2)$

$B = 4x(2x+1)+2x(6x+3)$

$C = -4x(1-2x)+3(3-5x)$

$D = 3x+x^2-3(3x-1)+3x(1-3x)$

$D = (3x+1)(6x-1)$

$E = (7-3x)(2-6x)$

$F = (2x-1)(3x+1)+(2x-1)(4x+2)$

$G = 3(6x-1)+(3x-1)(4x+5)+x^2-1$

Interrogation de mathématiques

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$A = 3(4x-1)+3(5x+2)$

$B = 2x(3x+1)+3x(5x+3)$

$C = -6x(1-2x)+3(3-5x)$

$D = 3x+x^2-3(3x-1)+3x(1-2x)$

$D = (3x+1)(6x-1)$

$E = (7-4x)(2-5x)$

$F = (4x-1)(2x+1)+(2x-1)(5x+2)$

$G = 3(4x-1)+(2x-1)(5x+4)+x^2-1$

Interrogation de mathématiques

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$A = 4(5x-1)+2(6x+2)$

$B = 3x(2x+1)+2x(6x+3)$

$C = -3x(1-3x)+3(3-5x)$

$D = 5x+x^2-3(5x-1)+3x(1-3x)$

$D = (2x+1)(3x-1)$

$E = (7-5x)(2-6x)$

$F = (3x-1)(3x+1)+(5x-1)(4x+2)$

$G = 3(7x-1)+(4x-1)(4x+5)+x^2-1$

Interrogation de mathématiques

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$A = 5x - 3 + 7x + 9$

$B = 8x - 9 - 7x - 3 - 4x + 1$

$C = 5x^2 - 3x + 9 - 3x^2 + 8x - 4$

$D = 5x + 2y - 5t + 1 - 3x + 8y - 6x$

$D = 3(2x + 1) + 2(4x + 3)$

$E = 4(4x - 1) - 3(5x - 3)$

$F = 2x(3x - 1) + 3(4x + 2)$

$G = 3x^2 - 3(2x - 1) + 2x(1 - x)$

Interrogation de mathématiques

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$A = 7x - 4 + 9x + 9$

$B = 10x - 9 - 8x - 8 - 4x + 1$

$C = 7x^2 - 3x + 8 - 3x^2 + 3x - 4$

$D = 6x + 3y - 7t + 1 - 3x + 8y - 6x$

$D = 4(2x + 1) + 3(4x + 3)$

$E = 3(4x - 1) - 4(5x - 3)$

$F = 3x(3x - 1) + 2(4x + 2)$

$G = 2x^2 - 3(3x - 1) + 3x(1 - x)$

Interrogation de mathématiques

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$A = 4x - 3 + 7x + 7$

$B = 5x - 9 - 7x - 5 - 4x + 1$

$C = 6x^2 - 4x + 8 - 3x^2 + 8x - 4$

$D = 3x + 5y - 7t + 1 - 3x + 8y - 6x$

$D = 5(2x + 1) + 3(4x + 3)$

$E = 4(5x - 1) - 4(5x - 3)$

$F = 2x(4x - 1) + 3(5x + 2)$

$G = 5x^2 - 4(2x - 1) + 2x(1 - x)$

Interrogation de mathématiques

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$A = 7x - 5 + 5x + 9$

$B = 5x - 7 - 7x - 3 - 5x + 1$

$C = 6x^2 - 6x + 9 - 3x^2 + 8x - 4$

$D = 7x + 3y - 9t + 1 - 3x + 8y - 6x$

$D = 5(3x + 1) + 3(3x + 3)$

$E = 2(5x - 1) - 4(5x - 3)$

$F = 4x(3x - 2) + 3(5x + 2)$

$G = 5x^2 - 2(4x - 1) + 3x(1 - x)$

Préparation à l'évaluation de calcul littéral

Exercice n° 1 : Développer et réduire les expressions suivantes :

$A = 5x - 3 + 7x - 1 + 2x - 10$

$B = 6x - 7x^2 - 9x - 10 + x^2 + 7$

$C = 6(2x - 1) + 3(6x + 2)$

$D = -5(1 - 3x) - 2(3x + 1)$

$E = 2x(3x - 1) - 4(5x + 1)$

$F = (3x^2 - 5x + 1) - (5x^2 + 7x - 10)$

$G = 5x^2 - 3(2x + 1) + 6x - 3x(4x - 1)$

$H = 7x(6x - 1) - (-3x^2 + 10 - 8x) + 5(2x - 1) + (5x^2 - x - 1)$

Exercice n° 2 : Voici un programme de calcul

- Choisir un nombre ;
- ajouter 2 ;
- multiplier le tout par le nombre de départ ;
- enlever le carré du nombre de départ.

1. En prenant 3 comme nombre de départ, vérifier que l'on obtient 6.
2. Tester ce programme avec les nombres -3 et 5.
3. Quelle conjecture pouvez-vous faire ?
4. En notant x le nombre de départ, déterminer une expression algébrique équivalente aux étapes de ce programme.
5. Développer l'expression obtenue à la question **4.** puis démontrer votre conjecture.

Exercice n° 3 : Voici un programme de calcul

- Choisir un nombre ;
- le multiplier par -4 ;
- ajouter 7 ;
- multiplier le tout par -3 ;
- ajouter 21 ;
- enlever le double du nombre de départ.

1. En prenant 5 comme nombre de départ, vérifier que l'on obtient 50.
2. Tester ce programme avec les nombres -3 puis 7.
3. Quelle conjecture pouvez-vous faire ?
4. En notant x le nombre de départ, déterminer une expression algébrique équivalente aux étapes de ce programme.
5. Développer l'expression obtenue à la question **4.** puis démontrer votre conjecture.

Préparation à l'évaluation de calcul littéral

Exercice n° 1 : Développer et réduire

Correction

Calcul littéral

$A = 5x - 3 + 7x - 1 + 2x - 10$

$\boxed{A = 14x - 14}$

$B = 6x - 7x^2 - 9x - 10 + x^2 + 7$

$\boxed{B = -6x^2 - 3x - 3}$

$C = 6(2x - 1) + 3(6x + 2)$
$C = 12x - 6 + 18x + 6$

$\boxed{C = 30x}$

$D = -5(1 - 3x) - 2(3x + 1)$
$D = -5 + 15x - 6x - 2$

$\boxed{D = 9x - 7}$

$E = 2x(3x - 1) - 4(5x + 1)$
$E = 6x^2 - 2x - 20x - 4$

$\boxed{E = 6x^2 - 22x - 4}$

$F = (3x^2 - 5x + 1) - (5x^2 + 7x - 10)$
$F = 3x^2 - 5x + 1 - 5x^2 - 7x + 10$

$\boxed{F = -2x^2 - 12x + 11}$

$G = 5x^2 - 3(2x + 1) + 6x - 3x(4x - 1)$
$G = 5x^2 - 6x - 3 + 6x - 12x^2 + 3x$

$\boxed{G = -7x^2 + 3x - 3}$

$H = 7x(6x - 1) - (-3x^2 + 10 - 8x) + 5(2x - 1) + (5x^2 - x - 1)$
$H = 42x^2 - 7x + 3x^2 - 10 + 8x + 10x - 5 + 5x^2 - x - 1$

$\boxed{H = 50x^2 + 10x - 11}$

Exercice n° 2 : Voici un programme de calcul

Correction

Calcul littéral

1. En prenant 3 comme nombre de départ, on obtient successivement :

3 puis $3 + 2 = 5$ et $5 \times 3 = 15$ enfin $15 - 3^2 = 15 - 9 = 6$

2. En prenant -3 comme nombre de départ, on obtient successivement :

-3 puis $-3 + 2 = -1$ et $-1 \times (-3) = 3$ enfin $3 - (-3)^2 = 3 - 9 = -6$

En prenant 5 comme nombre de départ, on obtient successivement :

5 puis $5 + 2 = 7$ et $7 \times 5 = 35$ enfin $35 - 5^2 = 35 - 25 = 10$

Tester ce programme avec les nombres -3 et 5.

3. Quelle conjecture pouvez-vous faire ?

4. En notant x le nombre de départ, déterminer une expression algébrique équivalente aux étapes de ce programme.

5. Développer l'expression obtenue à la question **4.** puis démontrer votre conjecture.

Exercice n° 3 : Voici un programme de calcul



- Choisir un nombre ;
- le multiplier par -4 ;
- ajouter 7 ;
- multiplier le tout par -3 ;
- ajouter 21 ;
- enlever le double du nombre de départ.

1. En prenant 5 comme nombre de départ, vérifier que l'on obtient 50.

2. Tester ce programme avec les nombres -3 puis 7.

3. Quelle conjecture pouvez-vous faire ?

4. En notant x le nombre de départ, déterminer une expression algébrique équivalente aux étapes de ce programme.

5. Développer l'expression obtenue à la question **4.** puis démontrer votre conjecture.

Évaluation de calcul littéral

1er avril 2022

Exercice n° 1 : Développer et réduire les expressions suivantes :

$A = 9x - 6 + 3x - 4 + 3x - 10$

$B = 9x - 9x^2 - 8x - 10 + x^2 + 7$

$C = 6(3x - 1) + 5(6x + 2)$

$D = -4(1 - 3x) - 3(3x + 1)$

$E = 3x(2x - 1) - 4(6x + 1)$

$F = (5x^2 - 7x + 1) - (2x^2 + 9x - 10)$

$G = 10x^2 - 3(3x + 1) + 5x - 4x(4x - 1)$

$H = 2x(3x - 1) - (-4x^2 + 10 - 8x) + 4(2x - 1) + (6x^2 - x - 1)$

$$I = \frac{8\sqrt{2}}{9801} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(4k)!(1103 + 26390k)}{(k!)^4 \times 396^{4k}} \times \left(\int_0^{+\infty} e^{-t^2} dt \right)^2 \quad (***)$$

(***) $I=1$, mais il n'est pas impossible que cette question ait un rapport avec la date du jour…

Exercice n° 2 : Voici un programme de calcul

- Choisir un nombre ;
- ajouter 3 ;
- multiplier le tout par le nombre de départ ;
- enlever le carré du nombre de départ.

1. En prenant 5 comme nombre de départ, vérifier que l'on obtient 15.
2. Tester ce programme avec les nombres 2 et -10.
3. Quelle conjecture pouvez-vous faire ?
4. En notant x le nombre de départ, déterminer une expression algébrique équivalente aux étapes de ce programme.
5. Développer l'expression obtenue à la question **4.** puis démontrer votre conjecture.

Exercice n° 3 : Voici un programme de calcul

- Choisir un nombre ;
- le multiplier par 2 ;
- enlever 3 ;
- multiplier le tout par 4 ;
- ajouter 12 ;
- ajouter le double du nombre de départ.

1. En prenant 6 comme nombre de départ, vérifier que l'on obtient 60.
2. Tester ce programme avec les nombres 4 puis -2.
3. Quelle conjecture pouvez-vous faire ?
4. En notant x le nombre de départ, déterminer une expression algébrique équivalente aux étapes de ce programme.
5. Développer l'expression obtenue à la question **4.** puis démontrer votre conjecture.

Évaluation de calcul littéral

1er avril 2022

Exercice n° 1 : Développer et réduire les expressions suivantes :

$A = 9x - 8 + 2x - 4 + 3x - 10$

$B = 9x - 10x^2 - 9x - 10 + x^2 + 7$

$C = 6(3x - 2) + 5(5x + 2)$

$D = -4(1 - 2x) - 3(3x + 1)$

$E = 4x(2x - 1) - 4(6x + 1)$

$F = (6x^2 - 8x + 1) - (2x^2 + 9x - 10)$

$G = 10x^2 - 3(2x + 1) + 5x - 4x(4x - 1)$

$H = 2x(4x - 1) - (-4x^2 + 10 - 8x) + 4(3x - 1) + (6x^2 - x - 1)$

$$I = \frac{8\sqrt{2}}{9801} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(4k)!(1103 + 26390k)}{(k!)^4 \times 396^{4k}} \times \left(\int_0^{+\infty} e^{-t^2} dt \right)^2 \quad (***)$$

(***) $I=1$, mais il n'est pas impossible que cette question ait un rapport avec la date du jour…

Exercice n° 2 : Voici un programme de calcul

- Choisir un nombre ;
- ajouter 3 ;
- multiplier le tout par le nombre de départ ;
- enlever le carré du nombre de départ.

1. En prenant 4 comme nombre de départ, vérifier que l'on obtient 12.
2. Tester ce programme avec les nombres 3 et -10.
3. Quelle conjecture pouvez-vous faire ?
4. En notant x le nombre de départ, déterminer une expression algébrique équivalente aux étapes de ce programme.
5. Développer l'expression obtenue à la question **4.** puis démontrer votre conjecture.

Exercice n° 3 : Voici un programme de calcul

- Choisir un nombre ;
- le multiplier par 2 ;
- enlever 3 ;
- multiplier le tout par 4 ;
- ajouter 12 ;
- ajouter le double du nombre de départ.

1. En prenant 7 comme nombre de départ, vérifier que l'on obtient 70.
2. Tester ce programme avec les nombres 5 puis -2.
3. Quelle conjecture pouvez-vous faire ?
4. En notant x le nombre de départ, déterminer une expression algébrique équivalente aux étapes de ce programme.
5. Développer l'expression obtenue à la question **4.** puis démontrer votre conjecture.

Remarques et intentions pédagogiques

[24]Je me restreins au cas des fractions, c'est-à-dire avec un numérateur et dénominateur entier. Avec des quotients et a, b et k des réels quelconques non nul cette propriété reste bien sûr vraie !

[25]L'identification précédente entre $\frac{5}{3}$ et $\frac{45}{27}$ repose sur l'intégrité de l'anneau des nombres rationnels.

En effet comme $27 \times \frac{5}{3} = 45$ et $27 \times \frac{45}{27} = 45$ on peut écrire $27 \times \frac{5}{3} - 27 \times \frac{45}{27} = 0$

Ainsi $27\left(\frac{5}{3} - \frac{45}{27}\right) = 0$ ce qui pour des raisons d'intégrité oblige $\frac{5}{3} = \frac{45}{27}$.

On utilise l'intégrité de l'anneau des rationnels dans la plupart des démonstrations de ce chapitre.
Il paraît bien difficile de parler de cela à des collégiens !

[26]Je me restreins au cas des fractions, c'est-à-dire avec un numérateur et dénominateur entier. Avec des quotients et a, b et k des réels quelconques non nul cette propriété reste bien sûr vraie !

[27]L'identification précédente entre $\frac{5}{3}$ et $\frac{45}{27}$ repose sur l'intégrité de l'anneau des nombres rationnels.

En effet comme $27 \times \frac{5}{3} = 45$ et $27 \times \frac{45}{27} = 45$ on peut écrire $27 \times \frac{5}{3} - 27 \times \frac{45}{27} = 0$

Ainsi $27\left(\frac{5}{3} - \frac{45}{27}\right) = 0$ ce qui pour des raisons d'intégrité oblige $\frac{5}{3} = \frac{45}{27}$.

On utilise l'intégrité de l'anneau des rationnels dans la plupart des démonstrations de ce chapitre.
Il paraît bien difficile de parler de cela à des collégiens !

[1] **Activité — Parallèles et longueurs**

Mes intentions sont claires

Évaluation

Quatrième

Exercice n° 1

(*14 points*)

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$A = 3(4x+7)$

$B = 5x(3x-3)$

$C = -6(2x+3)$

$D = -3x(-5x+8)$

$E = 3(4x+7)+5(5x+3)$

$F = -7(3x-7)-5(-6x-7)$

$G = 3x(5x-1)+5(1-2x)$

$H = 5x(-1+3x)-4(5x+1)$

$I = 7(1-3x)+4x(-3-7x)$

$J = 3(2x+9)+2x^2+2x+1$

$K = 3x^2-5x(3x+1)-6x+1$

$L = -5x(1-3x)+x^2-x-3$

$M = 3x(4x-3)-6(5x+1)-5(5-2x)$

$N = x^2-3(5x-1)+2x^2-3x(3x-1)+7$

Exercice n° 2

(*6 points*)

Voici deux programmes de calcul :

Programme A
— Choisir un nombre ;
— Le multiplier par 2 ;
— Ajouter 8 ;
— Multiplier le tout par 5.

Programme B
— Choisir un nombre ;
— Ajouter 7
— Multiplier le tout par 10
— Enlever 30.

1. Tester chacun des deux programmes avec le nombre -6 en détaillant les calculs.

2. Sans aucun détail, à la calculatrice, tester ces deux programmes avec le nombre 5.

3. Quelle conjecture peut-on faire ?

4. Démontrer cette conjecture.

Évaluation—Correction

Exercice n° 1

Correction

Développer et réduire

14 points

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$A = 3(4x+7)$

$A = 12x+21$

$B = 5x(3x-3)$

$B = 15x^2-15x$

$C = -6(2x+3)$

$C = -12x-18$

$D = -3x(-5x+8)$

$D = 15x^2-24x$

$E = 3(4x+7)+5(5x+3)$

$E = 12x+21+25x+15$

$E = 37x+36$

$F = -7(3x-7)-5(-6x-7)$

$F = -21x+49+30x+35$

$F = 9x+84$

$G = 3x(5x-1)+5(1-2x)$

$G = 15x^2-3x+5-10x$

$G = 15x^2-13x+5$

$H = 5x(-1+3x)-4(5x+1)$

$H = -5x+15x^2-20x-4$

$H = 15x^2-25x-4$

$I = 7(1-3x)+4x(-3-7x)$

$I = 7-21x-12x-28x^2$

$I = -28x^2-34x+7$

$J = 3(2x+9)+2x^2+2x+1$

$J = 6x+27+2x^2+2x+1$

$J = 2x^2+8x+28$

$K = 3x^2-5x(3x+1)-6x+1$

$K = 3x^2-15x^2-5x-6x+1$

$K = -12x^2-1x+1$

$L = -5x(1-3x)+x^2-x-3$

$L = -5x+15x^2+x^2-x-3$

$L = 16x^2-6x-3$

$M = 3x(4x-3)-6(5x+1)-5(5-2x)$

$M = 12x^2-9x-30x-6-25+10x$

$M = 12x^2-29x-31$

$N = x^2-3(5x-1)+2x^2-3x(3x-1)+7$

$N = x^2-15x+3+2x^2-9x^2+3x+7$

$N = -6x^2+18x+7$

Exercice n° 2

Correction

Développer et réduire

6 points

1. Tester chacun des deux programmes avec le nombre -6 en détaillant les calculs.

Pour le **Programme A** avec -6, on obtient successivement : $-6\times 2 = -12$ puis $-12+8 = -4$ et $-4\times 5 = -20$

Pour le **Programme B** avec -6, on obtient successivement : $-6+7 = 1$ puis $1\times 10 = 10$ et $10-30 = -20$

2. Sans aucun détail, à la calculatrice, tester ces deux programmes avec le nombre 5.

Pour le **Programme A** avec -6, on obtient successivement : $5\times 2 = 10$ puis $10+8 = 18$ et $18\times 5 = 90$

Pour le **Programme B** avec -6, on obtient successivement : $5+7 = 12$ puis $12\times 10 = 120$ et $120-30 = 90$

3. Quelle conjecture peut-on faire ?

Il semble que ces deux programmes donnent le même résultat quand on prend le même nombre de départ.

4. Démontrer cette conjecture.

Notons x le nombre de départ pour chacun des programmes.

Programme A

- Choisir un nombre : x ;
- Le multiplier par 2 : $2x$;
- Ajouter 8 : $2x+8$;
- Multiplier le tout par 5. : $5(2x+8)$.

Programme B

- Choisir un nombre : x ;
- Ajouter 7 : $x+7$;
- Multiplier le tout par 10 : $10(x+7)$;
- Enlever 30. : $10(x+7)-30$.

On obtient deux expressions littérales :

$A = 5(2x+8) = 10x+40$

$B = 10(x+7)-30 = 10x+70-30 = 10x+40$

Cela confirme la conjecture, pour tous les nombres x les deux programmes donnent $10x+40$.

Évaluation

Quatrième

Exercice n° 1

(*14 points*)

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$A = 4(3x+7)$

$B = 3x(5x-3)$

$C = -5(3x+1)$

$D = -4x(-5x+7)$

$E = 3(5x+7)+5(5x+4)$

$F = -7(3x-8)-5(-6x-8)$

$G = 4x(5x-2)+4(1-2x)$

$H = 4x(-1+3x)-5(5x+1)$

$I = 7(1-4x)+3x(-3-7x)$

$J = 2(3x+9)+2x^2+2x+1$

$K = 4x^2-5x(3x+1)-7x+1$

$L = -5x(1-2x)+x^2-x-2$

$M = 4x(3x-3)-6(5x+1)-5(5-2x)$

$N = x^2-3(6x-1)+3x^2-3x(3x-1)+7$

Exercice n° 2

(*6 points*)

Voici deux programmes de calcul :

Programme A

- Choisir un nombre ;
- Le multiplier par 2 ;
- Ajouter 9 ;
- Multiplier le tout par 5.

Programme B

- Choisir un nombre ;
- Ajouter 7
- Multiplier le tout par 10
- Enlever 25.

1. Tester chacun des deux programmes avec le nombre -6 en détaillant les calculs.

2. Sans aucun détail, à la calculatrice, tester ces deux programmes avec le nombre 5.

3. Quelle conjecture peut-on faire ?

4. Démontrer cette conjecture.

Évaluation—Correction

Exercice n° 1

Correction

Développer et réduire

14 points

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$A = 4(3x+7)$

$\boxed{A = 12x+28}$

$B = 3x(5x-3)$

$\boxed{B = 15x^2-9x}$

$C = -5(3x+1)$

$\boxed{C = -15x-5}$

$D = -4x(-5x+7)$

$\boxed{D = 20x^2-28x}$

$E = 3(5x+7)+5(5x+4)$

$E = 15x+21+25x+20$

$\boxed{E = 40x+41}$

$F = -7(3x-8)-5(-6x-8)$

$F = -21x+56+30x+40$

$\boxed{F = 9x+96}$

$G = 4x(5x-2)+4(1-2x)$

$G = 20x^2-8x+4-8x$

$\boxed{G = 20x^2-16x+4}$

$H = 4x(-1+3x)-5(5x+1)$

$H = -4x+12x^2-25x-5$

$\boxed{H = -12x^2-29x-5}$

$I = 7(1-4x)+4x(-3-7x)$

$I = 7-28x-12x-28x^2$

$\boxed{I = -28x^2-40x+7}$

$J = 2(3x+9)+2x^2+2x+1$

$J = 6x+18+2x^2+2x+1$

$\boxed{J = 2x^2+8x+19}$

$K = 4x^2-5x(3x+1)-7x+1$

$K = 4x^2-15x^2-5x-7x+1$

$\boxed{K = -11x^2-12x+1}$

$L = -5x(1-2x)+x^2-x-2$

$L = -5x+10x^2+x^2-x-2$

$\boxed{L = 11x^2-6x-2}$

$M = 4x(3x-3)-6(5x+1)-5(5-2x)$

$M = 12x^2-12x-30x-6-25+10x$

$\boxed{M = 12x^2-32x-31}$

$N = x^2-3(6x-1)+3x^2-3x(3x-1)+7$

$N = x^2-18x+3+3x^2-9x^2+3x+7$

$\boxed{N = -5x^2+21x+10}$

Exercice n° 2

Correction

Développer et réduire

6 points

1. Tester chacun des deux programmes avec le nombre -6 en détaillant les calculs.

Pour le **Programme A** avec -6, on obtient successivement : $-6 \times 2 = -12$ puis $-12+9 = -3$ et $-3 \times 5 = -15$

Pour le **Programme B** avec -6, on obtient successivement : $-6+7 = 1$ puis $1 \times 10 = 10$ et $10-25 = -15$

2. Sans aucun détail, à la calculatrice, tester ces deux programmes avec le nombre 5.

Pour le **Programme A** avec -6, on obtient successivement : $5 \times 2 = 10$ puis $10+9 = 19$ et $19 \times 5 = 95$

Pour le **Programme B** avec -6, on obtient successivement : $5+7 = 12$ puis $12 \times 10 = 120$ et $120-25 = 95$

3. Quelle conjecture peut-on faire ?

Il semble que ces deux programmes donnent le même résultat quand on prend le même nombre de départ.

4. Démontrer cette conjecture.

Notons x le nombre de départ pour chacun des programmes.

Programme A

- Choisir un nombre : x ;
- Le multiplier par 2 : $2x$;
- Ajouter 9 : $2x+9$;
- Multiplier le tout par 5. : $5(2x+9)$.

Programme B

- Choisir un nombre : x ;
- Ajouter 7 : $x+7$;
- Multiplier le tout par 10 : $10(x+7)$;
- Enlever 25. : $10(x+7)-25$.

On obtient deux expressions littérales :

$A = 5(2x+9) = 10x+45$

$B = 10(x+7)-25 = 10x+70-25 = 10x+45$

Cela confirme la conjecture, pour tous les nombres x les deux programmes donnent $10x+45$.

Évaluation commune de mathématiques

Mercredi 8 avril 2026

Quatrième

Exercice n° 1

(10 points)

Pour chacune des affirmations indiquer si elle est vraie ou fausse en **justifiant soigneusement la réponse**.

Affirmation n° 1 : Un triangle KYT tel que $KY = 15\,\text{dm}$, $KT = 39\,\text{dm}$ et $TY = 36\,\text{dm}$ est rectangle.

Affirmation n° 2 : Un article à 76 € bénéficiant d'une réduction de 15% coûte 64,60 €.

Affirmation n° 3 : $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{20}{21}$

Affirmation n° 4 : L'écriture scientifique de 0,000 031 41 est $3,141 \times 10^{-8}$.

Affirmation n° 5 : Pour $x = -3$, $x^2 - 3x + 1 = 1$

Affirmation n° 6 : La formule saisie dans la cellule **L4** est **=L4-7**

	K	L
1	Choisir un nombre	7
2	Ajouter 7	14
3	Multiplier par 7	98
4	Enlever 7	91
5	Ajouter le nombre de départ	98

Exercice n° 2

(12 points)

Voici deux programmes de calcul :

Programme A

- Choisir un nombre ;
- Le multiplier par 6 ;
- Enlever 10 ;
- Multiplier le tout par 3 ;
- Ajouter 50.

Programme B

- Choisir un nombre ;
- Ajouter 5
- Multiplier le tout par 9
- Enlever 35 ;
- Multiplier le tout par 2.

1. Tester chacun des deux programmes avec le nombre -2 en détaillant les calculs.

2.a. Sans justifier la réponse, écrire le résultat de chacun des deux programmes en prenant 7 pour le nombre de départ.

2.b. Quelle conjecture peut-on faire ?

3. En utilisant la lettre x pour désigner le nombre de départ, exprimer chaque programme sous forme d'une expression littérale.

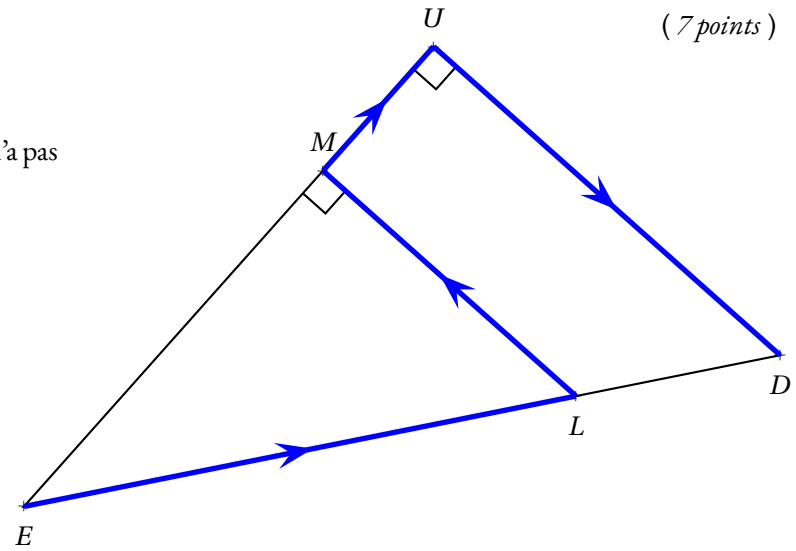
4. Démontrer la conjecture en développant les expressions obtenues.

Exercice n° 3

(7 points)

La figure ci-contre modélise le parcours du cross du collège, elle n'a pas été tracée en vraie grandeur.
On sait que :

- EUD est rectangle en U ;
- EML est rectangle en M ;
- $EM = 760\,\text{m}$, $EL = 950\,\text{m}$;
- $UD = 684\,\text{m}$.



1. Démontrer, en justifiant la réponse, que $ML = 570\,\text{m}$.

2. Que peut-on dire des droites (ML) et (UD). Justifier la réponse.

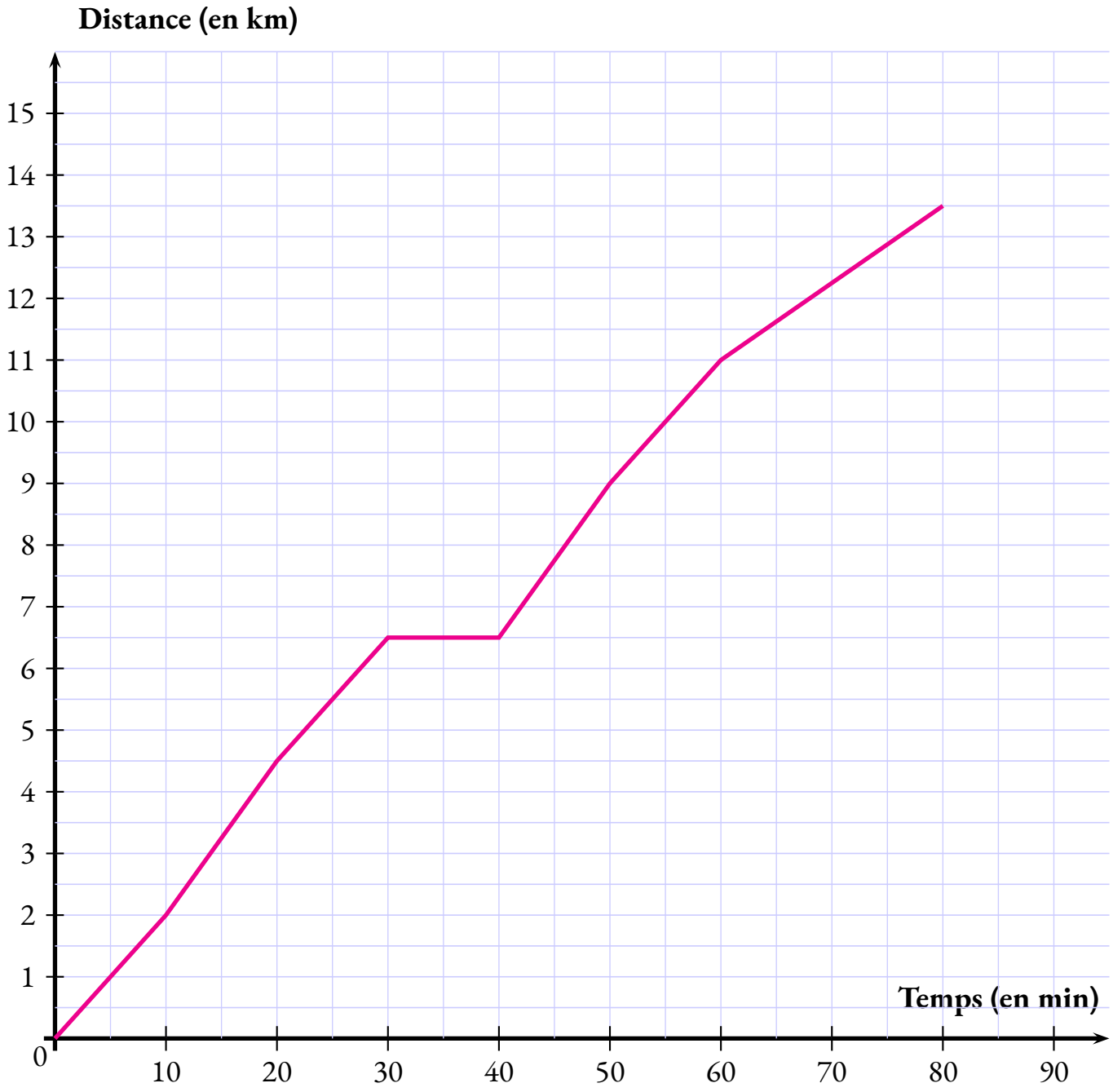
Le parcours du cross commence au point E et passe par les points L, M et U, dans cet ordre. L'arrivée est fixée au point D.

3. Calculer la distance totale du parcours en mètres en détaillant les étapes.

Exercice n° 4

(10 points)

À l'approche d'une course organisée par son collège, Malo s'entraîne sur un parcours de 13,5 km.
Le courbe ci-dessous représente la distance parcourue par Malo (en kilomètres) en fonction du temps écoulés (en minutes).



1. Le temps et la distance parcourue par Malo sont-ils proportionnels ?

2. Quelle distance Malo a-t-il parcourue au bout de 20 minutes ? *Aucune justification n'est attendue.*

3. Combien de temps a-t-il mis pour faire les neuf premiers kilomètres ? *Aucune justification n'est attendue.*

4. Quelle est la vitesse moyenne de Malo lors de cette course ? Exprimer le résultat au dixième de kilomètres par heure près.

Louise et Hillal ont couru sur le même parcours de 13,5 km. Louise à une vitesse régulière de 12 km/h et Hillal à une vitesse régulière de 10 km/h.

5.a. Sachant que Louise et Hillal sont partis en même temps, qui a été le premier à franchir la ligne d'arrivée ?
Aucune justification n'est attendue.

5.b. Quelle distance sépare Louise et Hillal lorsque le premier des deux franchit la ligne d'arrivée ?

Exercice n° 5

(11 points)

Un couple et leurs deux enfants Thomas et Anaïs préparent leur séjour au ski du 20 au 27 février.
Il réservent un studio pour 4 personnes pour la semaine.
Pendant 6 jours, Anaïs et ses parents font du ski et Thomas du snowboard. Ils doivent tous louer leur matériel.
Ils prévoient **une dépense de 500 €** pour la nourriture et les sorties de la semaine.

Tarif des locations

	06/02 - 13/02	**13/02 - 20/02**	**20/02 - 27/02**	**27/02 - 05/03**
Studio 4 personnes 29 m^2	870 €	1 020 €	1 020 €	1 020 €
T2 6 personnes 36 m^2	1 050 €	1 250 €	1 250 €	1 250 €
T3 8 personnes 58 m^2	1 300 €	1 550 €	1 550 €	1 550 €

Location du matériel de ski

Adulte : Skis, casque, chaussures : 17 € par jour.

Enfant : Skis, casque, chaussures : 10 € par jour.

Enfant : Snowboard, casque, chaussures : 19 € par jour.

Forfaits de ski : Formule 1

Le forfait adulte : 187,50 € pour 6 jours.

Le forfait enfant : 162,50 € pour 6 jours.

Forfaits de ski : Formule 2

Achat oligatoire de la carte famille : 120 €

L'achat de la carte famille donne droit aux prix préférentiels suivants :
Le forfait adulte : 25 € par jour.

Le forfait enfant : 20 € par jour.

1. Déterminer pour cette famille, la formule la plus intéressante pour l'achat des forfaits pour six jours.

2. Déterminer alors le budget total à prévoir pour leur séjour au ski.

Évaluation commune de mathématiques—Correction

Exercice n° 1 — Correction

Pythagore — 12 points

Affirmation n° 1 : Comme KT est le plus long côté du triangle KTY, comparons $YK^2 + YT^2$ et KT^2 :

$YK^2 + YT^2$	KT^2
$15^2 + 36^2$	39^2
$225 + 1296$	
1521	1521

Comme $YK^2 + YT^2 = KT^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle YKT est rectangle en Y.

Affirmation n° 1 : Vraie

Affirmation n° 2 : On peut calculer $76 € \times \frac{15}{100} = 11,40 €$. Il s'agit de la réduction. Le prix réduit vaut $76 € - 11,40 € = 64,60 €$.

On pouvait aussi représenter les grandeurs proportionnelles dans un tableau :

Prix initial	76€	100€
Prix réduit	$\frac{85 € \times 76 €}{100 €} = 64,60 €$	85€

Affirmation n° 2 : Vraie

Affirmation n° 3 : $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2}{3} + \frac{10}{21} = \frac{2 \times 7}{3 \times 7} + \frac{10}{21} = \frac{14}{21} + \frac{10}{21} = \frac{24}{21} = \frac{8}{7}$.

Affirmation n° 3 : Fausse

Affirmation n° 4 : $0,000\,031\,41 = 3,141 \times 10^{-5}$.

Affirmation n° 4 : Fausse.

Affirmation n° 5 : Pour $x = -3$, $x^2 - 3x + 1 = (-3)^2 - 3 \times (-3) + 1 = 9 + 9 + 1 = 19$.

Affirmation n° 5 : Fausse.

Affirmation n° 6 : La formule saisie dans **L3** est **=L2 * 7**.

Affirmation n° 6 : Fausse.

Exercice n° 2 — Correction

Programme de calcul, Développer et réduire — y points

1. En partant du nombre -2 avec le **Programme A** on obtient successivement :
-2 puis $-2 \times 6 = -12$, $-12 - 10 = -22$, $-22 \times 3 = -66$ et enfin $-66 + 50 = -16$.

En partant du nombre -2 avec le **Programme B** on obtient succesivement :
-2 puis $-2 + 5 = 3$, $3 \times 9 = 27$, $27 - 35 = -8$ et enfin $-8 \times 2 = -16$.

En partant de -2 avec le **Programme A** et le **Programme B**, on obtient -16.

2.a. Cette question utilise la calculatrice. Voici les calculs pour mémoire.
En partant du nombre 7 avec le **Programme A** on obtient successivement :
7 puis $7 \times 6 = 42$, $42 - 10 = 32$, $32 \times 3 = 96$ et enfin $96 + 50 = -146$.

En partant du nombre 7 avec le **Programme B** on obtient succesivement :
7 puis $7 + 5 = 12$, $12 \times 9 = 108$, $108 - 35 = 73$ et enfin $73 \times 2 = 146$.

En partant de 7 avec le **Programme A** et le **Programme B**, on obtient 146.

2.b. On peut faire la conjecture que pour le même nombre de départ, ces deux programmes semblent donner le même résultat.

3. En partant du nombre générique x :

Le **Programme A** donne : x puis $6x$, $6x-10$, $3(6x-10)$ et enfin $A = 3(6x-10)+50$

Le **Programme B** donne : x puis $x+5$, $9(x+5)$, $9(x+5)-35$ et enfin $B = 2(9(x+5)-35)$

4. Développons et réduisons ces expressions :

$A = 3(6x-10)+50$

$A = 18x-30+50$

$A = 18x+20$

$B = 2(9(x+5)-35)$
$B = 2(9x+45-35)$
$B = 2(9x+10)$
$B = 18x+20$

On constate que pour tous les nombres x, les expressions sont les mêmes, ce qui démontre la conjecture.

Exercice n° 3 — Correction

Théorème de Pythagore,Théorème de Thalès

z points

1. Dans le triangle MLE rectangle en M,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$ML^2 + ME^2 = LE^2$$
$$ML^2 + 760^2 = 950^2$$
$$ML^2 + 577\,600 = 902\,500$$
$$ML^2 = 902\,500 - 577\,600$$
$$ML^2 = 324\,900$$
$$ML = \sqrt{324\,900}$$
$$ML = 570$$

ML mesure bien 570 m.

2. EML et EUD sont rectangles, les droites (ML) et (UD) sont donc perpendiculaires à la droite (EU).
Or on sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles.**

Les droites (ML) et (UD) sont parallèles.

3. Il faut effectuer la somme $EL + LM + MU + UD = 950\,\text{m} + 570\,\text{m} + MU + 684\,\text{m}$. Il faut calculer MU.

Dans le triangle EDU, $L \in [ED]$ et $M \in [EU]$.
Les droites (ML) et (UD) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{EM}{EU} = \frac{EL}{ED} = \frac{ML}{UD}$$
$$\frac{760\,\text{m}}{EU} = \frac{950\,\text{m}}{ED} = \frac{570\,\text{m}}{684\,\text{m}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$EU = \dfrac{760\,\text{m} \times 684\,\text{m}}{570\,\text{m}}$ d'où $EU = 912\,\text{m}$

Or $MU = EU - EM = 912\,\text{m} - 760\,\text{m} = 152\,\text{m}$. Finalement le parcours mesure $950\,\text{m} + 570\,\text{m} + 152\,\text{m} + 684\,\text{m} = 2356\,\text{m}$.

Exercice n° 4 — Correction

Représentation graphique,proportionnalité,vitesse

w points

1. Clairement, la représentation graphique de ces deux grandeurs n'est pas une droite passant par l'origine.
On peut aussi remarquer que en 10 min il parcourt 2 km alors qu'en 20 min il en parcourt 4,5 km.

Le temps et la distance ne sont pas proportionnels.

2. Au bout de 20 min il a parcouru 4,5 km.

3. Il a mit 50 min pour parcourir 9 km.

4. Malo a parcouru les 13,5 km en 80 min. Pour calculer la vitesse moyenne, on utilise le fait que la durée et la distance sont des grandeurs proportionnelles.

Distance	13,5 km	$\frac{60\,\text{min} \times 13{,}5\,\text{km}}{80\,\text{min}} = 10{,}125\,\text{km}$
Durée	80 min	1 h = 60 min

Au dixième près, sa vitesse moyenne est de 10,1 km/h.

5.a. Clairement, Louise est plus rapide, elle passe la ligne d'arrivée en premier.

5.b. Calculons le temps de Louise.

Distance	12 km	13,5 km
Durée	1 h=60 min=3600 s	$\frac{3600\,\text{s} \times 13{,}5\,\text{km}}{12\,\text{km}} = 4050\,\text{s}$

Louise a parcouru 13,5 km en 4050 s.

Calculons la distance parcourue par Hillal en 4050 s.

Distance	10 km	$\frac{4050\,\text{s} \times 10\,\text{km}}{3600\,\text{s}} = 11{,}25\,\text{km}$
Durée	1 h=60 min=3600 s	4050 s

Hillal a parcouru 11,25 km quand Louise franchit la ligne d'arrivée, il lui reste $13{,}5\,\text{km} - 11{,}25\,\text{km} = 2{,}25\,\text{km}$.

Exercice n° 5

Correction

Le ski

v points

1. Cette famille est constituée de deux adultes et deux enfants.

Avec la **Formule 1**, le coût des forfaits s'élève à $2 \times 187{,}50\,€ + 2 \times 162{,}50\,€ = 700\,€$.

Avec la **Formule 2**, le coût des forfaits s'élève à $120\,€ + 6(2 \times 25\,€ + 2 \times 20\,€) = 120\,€ + 6 \times 90\,€ = 120\,€ + 540\,€ = 660\,€$.

Le meilleur prix pour les forfaits est la **Formule 2** : 660 €.

2. Il faut prévoir, le logement, les forfaits, le matériel et la nourriture.

Le logement

Le studio pour 4 personnes coûte 1020 € entre le 20 et 27 février.

Le matériel

Il faut louer pour six jours, des skis pour deux adultes, des skis pour un enfant et un snowboard pour un enfant.
Le coût total est de : $6(2 \times 17\,€ + 10\,€ + 19\,€) = 6 \times 63\,€ = 378\,€$.

Les forfaits

On a vu que la **Formule 2** était la moins chère pour 660 €.

La nourriture

On ajoute 500 € pour la nourriture.

Le budget pour la semaine est de $1020\,€ + 378\,€ + 660\,€ + 500\,€ = 2558\,€$

Barème

Exercice 1		**10 points**
Affirmation 1	**Vraie** — YKT rectangle en Y	2 points
Affirmation 2	**Vraie** — 64,60 €	2 points
Affirmation 3	**Fausse** — $\frac{24}{21} = \frac{8}{7}$	2 point
Affirmation 4	**Fausse** — $3,141 \times 10^{-5}$	1 point
Affirmation 5	**Fausse** — 19	2 point
Affirmation 6	**Fausse** — **=L2*7**	1 point
Exercice 2		**12 points**
1.	16 avec les deux programmes (détail)	1+1 point
2.a.	146 avec les deux programmes (sec)	1+1 point
2.b.	Même résultat	1 point
3.	$A = 3(6x - 10) + 50$ et $B = 2(9(x + 5) - 35)$	2+2 point
4.	$A = B = 18x + 20$	3 point
Exercice 3		**7 points**
1.	Pythagore, $ML = 570$ m (fourni)	2 point
2.	Perpendiculaire même droite	1 point
3.	Thalès ou Pythagore — 2356 m	4 point
Exercice 4		**10 points**
1.	Non proportionnels, justification	1 point
2.	4,5 km en 20 min	1 point
3.	9 km en 50 min	1 point
4.	10,1 km/h	3 point
5.a.	Louise est la première	1 point
5.b.	4050 s d'écart soit 2,25 km	3 point
Exercice 5		**11 points**
1.	Formule 2 pour 660 €	F1 2 points + F2 3 points + 1 point Conclusion
2.	1020 € + 378 € + 660 € + 500 € = 2558 €	3 points matériel + 2 points le reste

Évaluation

Quatrième

NOM : **PRÉNOM :** **CLASSE :**

Développer et réduire chacune des expressions suivantes en détaillant vos calculs :

$A = 5x^2 + 6x + 3x^2 + 3 + 3x + 7x + 4 + 9x + 2$

$B = -3x - 2 - 6x^2 + x - x^2 - x - 1 - x^2 + 3x - 7$

$C = 5(2x + 3)$

$D = 3x(4 - 5x)$

$E = -6(3x - 5)$

$F = 4(5x - 3) + 3x(1 - x)$

$G = -3(1 - 2x) - 3x(4x - 5)$

$H = 5x(1 - x) - 3(2x + 1) - 4x(5 - 3x)$

$I = x(x + 1) - x(1 - x) + 4(x + 2)$

$J = 3 - 3(5x + 1) + 4x - 4x(3x - 4) + 2x^2 - 1 + 4(3x - 2)$

Évaluation — Correction

$A = 5x^2 + 6x + 3x^2 + 3 + 3x + 7x + 4 + 9x + 2$

$\boxed{A = 8x^2 + 25x + 9}$

$B = -3x - 2 - 6x^2 + x - x^2 - x - 1 - x^2 + 3x - 7$

$\boxed{B = -8x^2 - 10}$

$C = 5(2x + 3)$

$\boxed{C = 10x + 15}$

$D = 3x(4 - 5x)$

$\boxed{D = 12x - 15x^2}$

$E = -6(3x - 5)$

$\boxed{E = -18x + 30}$

$F = 4(5x - 3) + 3x(1 - x)$

$F = 20x - 12 + 3x - 3x^2$

$\boxed{F = -3x^2 + 23x - 12}$

$G = -3(1 - 2x) - 3x(4x - 5)$

$G = -3 + 6x - 12x^2 + 15x$

$\boxed{G = -12x^2 + 21x - 3}$

$H = 5x(1 - x) - 3(2x + 1) - 4x(5 - 3x)$

$H = 5x - 5x^2 - 6x - 3 - 20x + 12x^2$

$\boxed{H = 7x^2 - 21x - 3}$

$I = x(x + 1) - x(1 - x) + 4(x + 2)$

$I = x^2 + x - x + x^2 + 4x + 2$

$\boxed{I = 2x^2 + 4x + 2}$

$J = 3 - 3(5x + 1) + 4x - 4x(3x - 4) + 2x^2 - 1 + 4(3x - 2)$

$J = 3 - 15x - 3 + 4x - 12x^2 + 16x + 2x^2 - 1 + 12x - 8$

$\boxed{J = -10x^2 + 17x - 9}$

Évaluation

Quatrième

NOM : **PRÉNOM :** **CLASSE :**

Développer et réduire chacune des expressions suivantes en détaillant vos calculs :

$A = 6x^2 + 3x + 2x^2 + 3 + 3x + 7x + 4 + 9x + 2$

$B = -4x - 2 - 6x^2 + x - x^2 - x - 5 - x^2 + 4x - 7$

$C = 5(3x + 2)$

$D = 5x(4 - 3x)$

$E = -5(3x - 6)$

$F = 3(5x - 4) + 4x(1 - x)$

$G = -4(1 - 2x) - 2x(4x - 5)$

$H = 4x(1 - x) - 3(3x + 1) - 4x(6 - 3x)$

$I = x(x + 2) - x(2 - x) + 4(x + 1)$

$J = 3 - 3(4x + 1) + 3x - 3x(3x - 4) + 2x^2 - 1 + 3(3x - 2)$

Évaluation — Correction

$A = 6x^2 + 3x + 2x^2 + 3 + 3x + 7x + 4 + 9x + 2$

$A = 8x^2 + 22x + 9$

$B = -4x - 2 - 6x^2 + x - x^2 - x - 5 - x^2 + 4x - 7$

$B = -8x^2 - 14$

$C = 5(3x + 2)$

$C = 15x + 10$

$D = 5x(4 - 3x)$

$D = 20x - 15x^2$

$E = -5(3x - 6)$

$E = -15x + 30$

$F = 3(5x - 4) + 4x(1 - x)$

$F = 15x - 12 + 4x - 4x^2$

$F = -4x^2 + 19x - 12$

$G = -4(1 - 2x) - 2x(4x - 5)$

$G = -4 + 8x - 8x^2 + 10x$

$G = -8x^2 + 18x - 4$

$H = 4x(1 - x) - 3(3x + 1) - 4x(6 - 3x)$

$H = 4x - 4x^2 - 9x - 3 - 24x + 12x^2$

$H = 8x^2 - 29x - 3$

$I = x(x + 2) - x(2 - x) + 4(x + 1)$

$I = x^2 + 2x - 2x + x^2 + 4x + 4$

$I = 2x^2 + 4x + 4$

$J = 3 - 3(4x + 1) + 3x - 3x(3x - 4) + 2x^2 - 1 + 3(3x - 2)$

$J = 3 - 12x - 3 + 3x - 9x^2 + 12x + 2x^2 - 1 + 9x - 6$

$J = -7x^2 + 12x - 4$

Évaluation

Quatrième

NOM : **PRÉNOM :** **CLASSE :**

Développer et réduire chacune des expressions suivantes en détaillant vos calculs :

$A = 7x^2 + 6x + 2x^2 + 3 + 3x + 7x + 8 + 9x + 2$

$B = -3x - 3 - 7x^2 + x - x^2 - x - 1 - x^2 + 3x - 7$

$C = 6(3x + 2)$

$D = 4x(3 - 5x)$

$E = -7(3x - 4)$

$F = 3(5x - 4) + 2x(3 - x)$

$G = -3(1 - 3x) - 3x(4x - 4)$

$H = 4x(1 - x) - 3(2x + 3) - 4x(6 - 3x)$

$I = x(x + 3) - x(3 - x) + 4(x + 3)$

$J = 3 - 3(6x + 1) + 5x - 4x(3x - 4) + 3x^2 - 1 + 4(3x - 2)$

Évaluation — Correction

$A = 7x^2 + 6x + 2x^2 + 3 + 3x + 7x + 8 + 9x + 2$

$\boxed{A = 9x^2 + 25x + 13}$

$B = -3x - 3 - 7x^2 + x - x^2 - x - 1 - x^2 + 3x - 7$

$\boxed{B = -9x^2 - 11}$

$C = 6(3x + 2)$

$\boxed{C = 18x + 12}$

$D = 4x(3 - 5x)$

$\boxed{D = 12x - 20x^2}$

$E = -7(3x - 4)$

$\boxed{E = -21x + 28}$

$F = 3(5x - 4) + 2x(3 - x)$

$F = 15x - 12 + 6x - 2x^2$

$\boxed{F = -2x^2 + 21x - 12}$

$G = -3(1 - 3x) - 3x(4x - 4)$

$G = -3 + 9x - 12x^2 + 12x$

$\boxed{G = -12x^2 + 21x + 3}$

$H = 4x(1 - x) - 3(2x + 3) - 4x(6 - 3x)$

$H = 4x - 4x^2 - 6x - 9 - 24x + 12x^2$

$\boxed{H = 8x^2 - 26x - 9}$

$I = x(x + 3) - x(3 - x) + 4(x + 3)$

$I = x^2 + 3x - 3x + x^2 + 4x + 12$

$\boxed{I = 2x^2 + 4x + 12}$

$J = 3 - 3(6x + 1) + 5x - 4x(3x - 4) + 3x^2 - 1 + 4(3x - 2)$

$J = 3 - 18x - 3 + 5x - 12x^2 + 16x + 3x^2 - 1 + 12x - 8$

$\boxed{J = -9x^2 + 15x - 6}$

Chapitre IX

Les équations du premier degré

Sommaire

Activité — Situation initiale : Une histoire de balance 398
I Équations et solutions 400
II Résolution des équations du premier degré 402
III Résolution des problèmes du premier degré 405
IV Annexes 407
Fiche d'exercices : — Mise en équation de problèmes 413
Préparation de l'évaluation—Pavé droit — Équation du premier degré — Problème 423
Évaluation commune de mathématiques—Pavé droit — Équation du premier degré — Problème 426
Évaluation — Résolution d'équation 438
Évaluation — Résolution d'équation 440

Informations légales

- **Auteur :** Fabrice ARNAUD
- **Web :** pi.ac3j.fr
- **Mail :** contact@ac3j.fr
- **Dernière modification :** 12 novembre 2026 à 20:42

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.2141
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Resolute Raccoon (Le Raton Laveur résolu) 26.04 avec la distribution TeX Live 2025.20260124 et LuaTex 1.22.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !

Licence CC BY-NC-SA 4.0



Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
Adapter — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.

Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.

Partage dans les Mêmes Conditions — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.

Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr

Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, , a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 12 novembre 2026 à 20:42.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article :