Chapitre VIII

La proportionnalité

Sommaire

Activité — Situation initiale : Le puzzle de Brousseau 204
Activité — Situation initiale : Le rectangle de Fibonacci 207
Préparation de l'évaluation—Proportionnalité — Pourcentages — Vitesse 209
Évaluation—Proportionnalité — Pourcentages — Vitesse 211

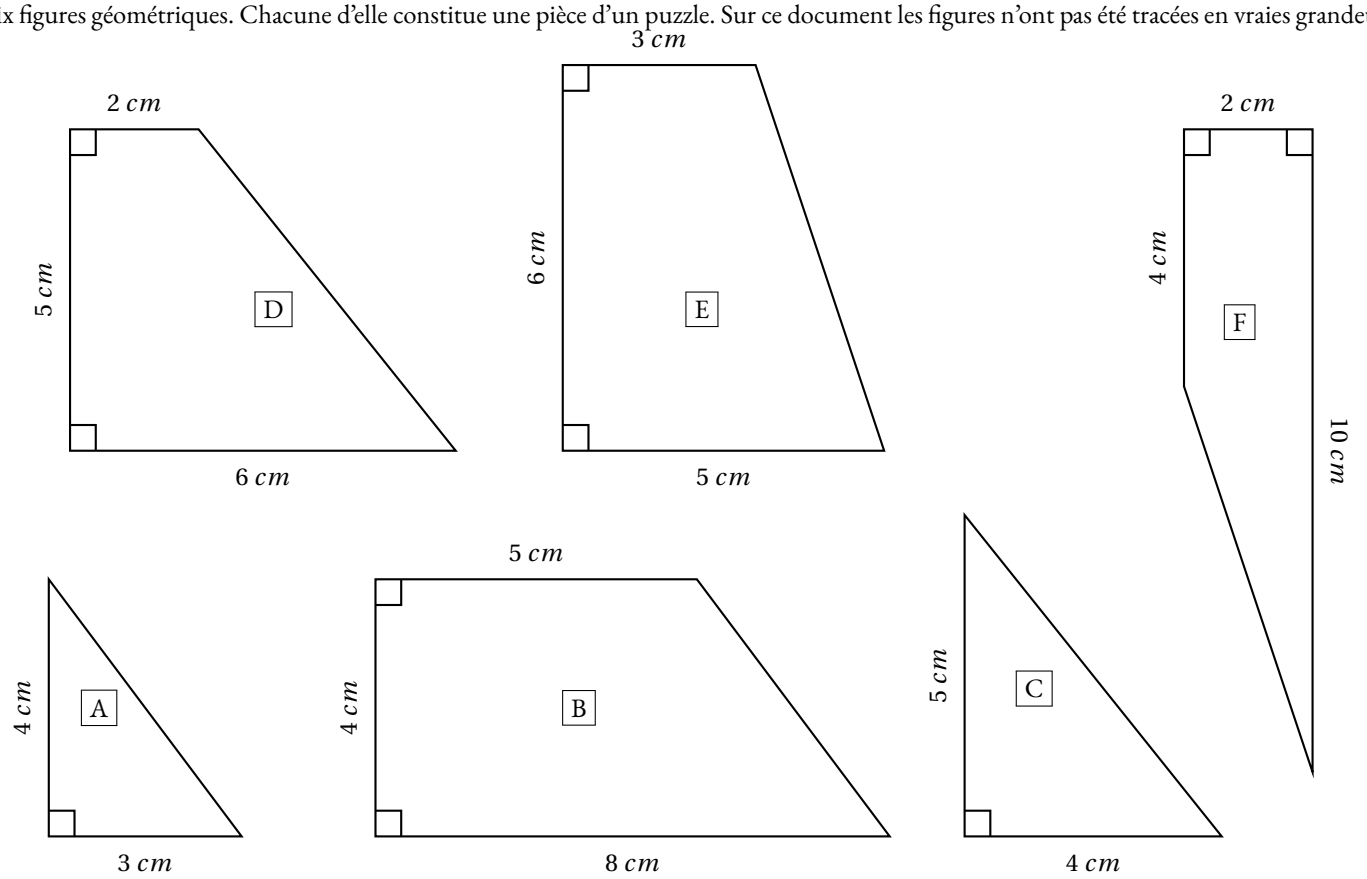
Situation Initiale

Le puzzle de Brousseau

Cinquième

Première partie : construction du puzzle

Voici six figures géométriques. Chacune d'elle constitue une pièce d'un puzzle. Sur ce document les figures n'ont pas été tracées en vraies grandeurs.



1. Construire ces figures **en vraies grandeurs**, vous pouvez ensuite les découper.

2. Assemblez ces pièces pour former un carré parfait.

Deuxième partie : Un autre puzzle

On veut modifier ce puzzle pour qu'il soit plus grand.

1. On souhaite que le côté qui mesure ☐ sur le modèle original fasse ☐ sur l'agrandissement.

Modifier les autres mesures pour agrandir toutes les pièces.

Écrire ces nouvelles mesures dans le tableau.

2. Construire ces nouvelles pièces agrandies, les découper et tenter de reconstruire le puzzle.

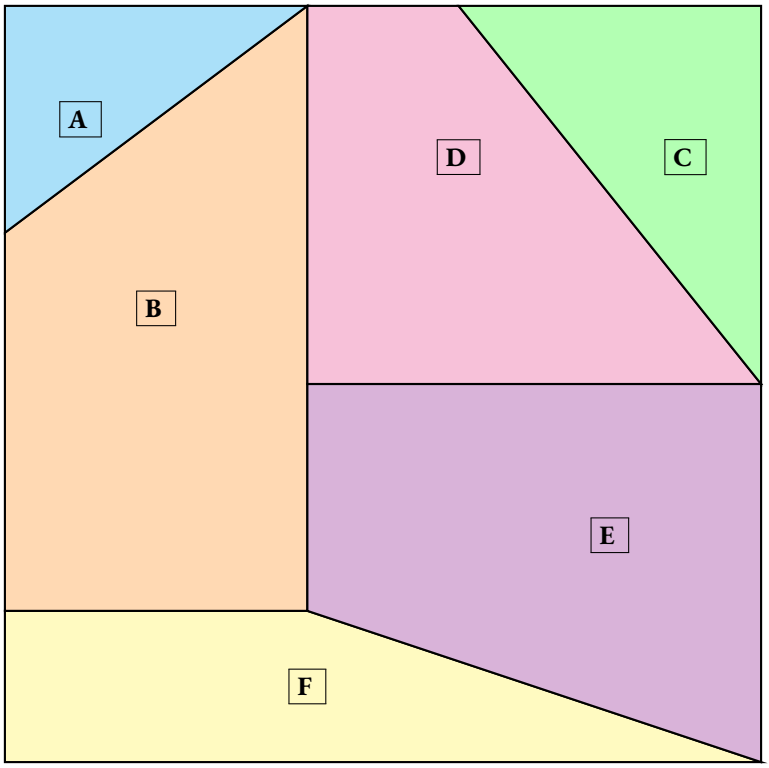
Troisième partie : Un dernier puzzle

Cette fois-ci, on souhaite que le côté qui mesure 6 cm sur le modèle original fasse 7 cm sur l'agrandissement.
Modifier les autres mesures pour agrandir toutes les pièces puis écrire ces mesures dans le tableau.
Construire enfin ce nouveau puzzle et tenter de le reconstruire.

Original	Deuxième partie	Troisième partie
2 cm		
3 cm		
4 cm		
5 cm		
6 cm		
8 cm		
10 cm		

Le puzzle de Brousseau — Correction

Première partie



Deuxième partie

La valeur écrite en gras correspond à celle que l'on fournit aux élèves. Il y a plusieurs niveaux de difficultés en fonction des démarches possibles et du coefficient multiplicateur choisi.

Coefficient multiplicateur : 1,5

Original	Deuxième partie
2 cm	**3 cm**
3 cm	4,5 cm
4 cm	6 cm
5 cm	7,5 cm
6 cm	9 cm
8 cm	12 cm
10 cm	15 cm

Coefficient multiplicateur : 1,2

Original	Deuxième partie
2 cm	2,4 cm
3 cm	3,6 cm
4 cm	4,8 cm
5 cm	**6 cm**
6 cm	7,2 cm
8 cm	9,6 cm
10 cm	12 cm

Coefficient multiplicateur : 1,6

Original	Deuxième partie
2 cm	3,2 cm
3 cm	4,8 cm
4 cm	**6,4 cm**
5 cm	8 cm
6 cm	9,6 cm
8 cm	12,8 cm
10 cm	16 cm

Coefficient multiplicateur : 1,25

Original	Deuxième partie
2 cm	2,5 cm
3 cm	3,75 cm
4 cm	5 cm
5 cm	6,25 cm
6 cm	7,5 cm
8 cm	10 cm
10 cm	12,5 cm

Coefficient multiplicateur : 1,8

Original	Deuxième partie
2 cm	3,6 cm
3 cm	5,4 cm
4 cm	7,2 cm
5 cm	9 cm
6 cm	10,8 cm
8 cm	14,4 cm
10 cm	18 cm

Coefficient multiplicateur : 1,3

Original	Deuxième partie
2 cm	2,6 cm
3 cm	3,9 cm
4 cm	5,2 cm
5 cm	6,5 cm
6 cm	7,8 cm
8 cm	10,4 cm
10 cm	13 cm

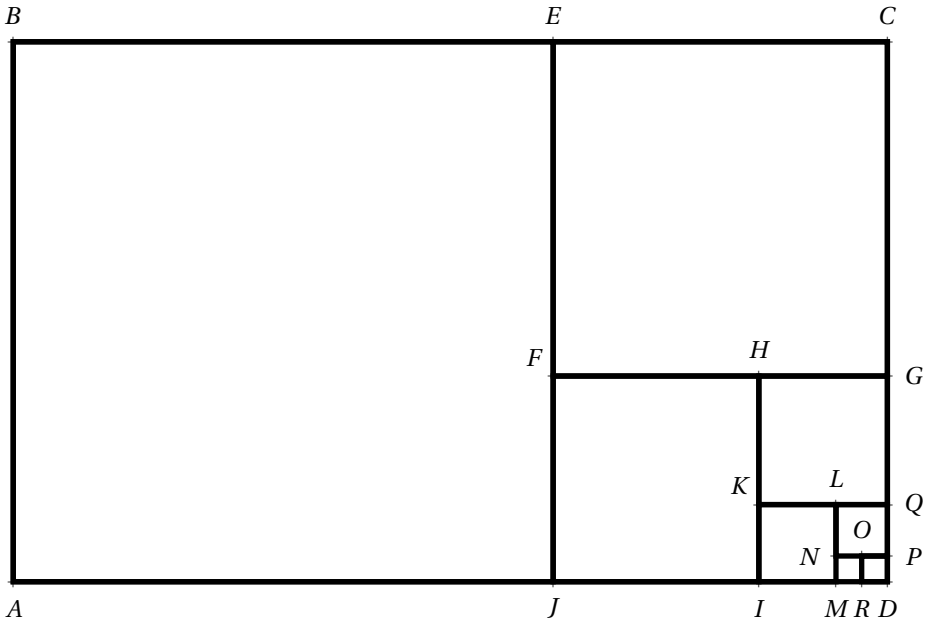
Troisième partie

Original	Troisième partie
2 cm	7 cm ÷*3* ≈2,33 cm
3 cm	3,5 cm
4 cm	≈4,67 cm
5 cm	≈5,83 cm
6 cm	7 cm
8 cm	≈9,33 cm
10 cm	≈11,67 cm

Le rectangle de Fibonacci

Cinquième

Situation Initiale



Sur la figure ci-contre :

- $ABCD$ est un rectangle ;
- $AB = 21\,\text{cm}$ et $BC = 34\,\text{cm}$;
- $ABEJ$ et $ECGF$ sont des carrés ;
- $IJFH$ et $KHGQ$ sont des carrés ;
- $MIKL$ et $NLQP$ sont des carrés ;
- $MNOR$ et $ROPD$ sont des carrés.

Cette figure n'a pas été tracées en vraies grandeurs !

1.a. En utilisant les informations fournies, compléter le tableau suivant :

Carré	$ABEJ$	$ECGF$	$IJFH$	$KHGQ$	$MIKL$	$NLQP$	$MNOR$	$ROPD$
Côté en cm								
Périmètre en cm								
Aire en cm^2								

1.b Peut-on dire que le périmètre d'un carré est proportionel à la mesure de son côté ? Justifier la réponse.

1.c. Peut-on dire que l'aire d'un carré est proportionnelle à la mesure de son côté ? Justifier la réponse.

2.a On agrandit le rectangle $ABCD$ de telle manière que la longueur $BC = 51\,\text{cm}$. Compléter le tableau ci-dessous.

Carré	$ABEJ$	$ECGF$	$IJFH$	$KHGQ$	$MIKL$	$NLQP$	$MNOR$	$ROPD$
Côté original en cm								
Côté agrandi en cm								

2.b. Compléter le tableau ci-dessous :

Carré	$ABEJ$	$ECGF$	$IJFH$	$KHGQ$	$MIKL$	$NLQP$	$MNOR$	$ROPD$
Périmètre original en cm								
Périmètre agrandi en cm								

Les périmètres originaux et les périmètres agrandis sont-ils proportionnels ? Justifier la réponse.

2.c. Compléter le tableau ci-dessous :

Carré	$ABEJ$	$ECGF$	$IJFH$	$KHGQ$	$MIKL$	$NLQP$	$MNOR$	$ROPD$
Aire originale en cm^2								
Aire agrandie en cm^2								

Les aires originales et les aires agrandies sont-elles proportionnelles ? Justifier la réponse.

Le rectangle de Fibonacci — Correction

1.a. En utilisant les informations fournies, compléter le tableau suivant :

Carré	$ABEJ$	$ECGF$	$IJFH$	$KHGQ$	$MIKL$	$NLQP$	$MNOR$	$ROPD$
Côté en cm	21 cm	13 cm	8 cm	5 cm	3 cm	2 cm	1 cm	1 cm
Périmètre en cm	84 cm	52 cm	32 cm	20 cm	12 cm	8 cm	4 cm	4 cm
Aire en cm^2	441 cm^2	169 cm^2	64 cm^2	25 cm^2	9 cm^2	4 cm^2	1 cm^2	1 cm^2

1.b Peut-on dire que le périmètre d'un carré est proportionel à la mesure de son côté ? Justifier la réponse.

Il y a un coefficient multiplicateur unique qui permet de passer de la longueur du côté d'un carré à son périmètre, il suffit de multiplier par 4. Par conséquent, le périmètre est 4 fois plus grand que la mesure du côté et ses grandeurs sont proportionnelles.

1.c. Peut-on dire que l'aire d'un carré est proportionnelle à la mesure de son côté ? Justifier la réponse.

On remarque d'un carré de côté 8 cm a une aire de 64 cm^2 et que un carré de côté 13 cm a une aire de 169 cm^2.
Or 8 cm + 13 cm = 21 cm et l'aire d'un carré de côté 21 cm vaut 441 cm^2.
On constate que 64 cm^2 + 169 cm^2 = 233 cm^2 ≠ 441 cm^2, l'aire et le côté ne sont pas proportionnels.

On peut aussi comparer les quotients : $\frac{441\,cm^2}{21\,cm} = 21\,cm$ et $\frac{169\,cm^2}{13\,cm} = 13\,cm$

2.a On agrandit le rectangle $ABCD$ de telle manière que la longueur $BC = 51$ cm. Compléter le tableau ci-dessous.

Carré	$ABEJ$	$ECGF$	$IJFH$	$KHGQ$	$MIKL$	$NLQP$	$MNOR$	$ROPD$
Côté original en cm	21 cm	13 cm	8 cm	5 cm	3 cm	2 cm	1 cm	1 cm
Côté agrandi en cm	31,5 cm	19,5 cm	12 cm	7,5 cm	4,5 cm	3 cm	1,5 cm	1,5 cm

2.b. Compléter le tableau ci-dessous :

Carré	$ABEJ$	$ECGF$	$IJFH$	$KHGQ$	$MIKL$	$NLQP$	$MNOR$	$ROPD$
Périmètre original en cm	84 cm	52 cm	32 cm	20 cm	12 cm	8 cm	4 cm	4 cm
Périmètre agrandi en cm	126 cm	78 cm	48 cm	30 cm	18 cm	12 cm	6 cm	6 cm

Les périmètres originaux et les périmètres agrandis sont-ils proportionnels ? Justifier la réponse.

2.c. Compléter le tableau ci-dessous :

Carré	$ABEJ$	$ECGF$	$IJFH$	$KHGQ$	$MIKL$	$NLQP$	$MNOR$	$ROPD$
Aire originale en cm^2	441 cm^2	169 cm^2	64 cm^2	25 cm^2	9 cm^2	4 cm^2	1 cm^2	1 cm^2
Aire agrandie en cm^2	992,25 cm^2	380,25 cm^2	144 cm^2	56,25 cm^2	20,25 cm^2	9 cm^2	2,25 cm^2	2,25 cm^2

Les aires originales et les aires agrandies sont-elles proportionnelles ? Justifier la réponse.

Préparation de l'évaluation

Cinquième

Exercice n° 1 : Proportionnel ou pas

Pour chacune des situations ci-dessous, indiquer si les grandeurs sont proportionnelles ou pas, en justifiant la réponse.
Quand les grandeurs sont proportionnelles, calculer le coefficient multiplicateur.

Distance parcourue	50 km	120 km	200 km	320 km	450 km	800 km
Consommation d'essence	3,5 L	8,4 L	14 L	22,4 L	31,5 L	56 L

Prix initial	26 €	60 €	95 €	120 €	150 €	180 €
Prix après réduction	18,20 €	42 €	66,50 €	84 €	105 €	125 €

Périmètre du carré	20 cm	32 cm	40 cm	60 cm	80 cm	100 cm
Aire du carré	25 cm^2	64 cm^2	100 cm^2	225 cm^2	400 cm^2	625 cm^2

Exercice n° 2 : Quelle boutique choisir ?

Je viens de trouver ma tenue idéale pour fêter mon anniversaire :

- Une paire de chaussure Antilope de chez Abidas à 135 € ;
- Un pantalon Tango à 78 € ;
- Un tee-shirt Laposte à 56 €.

Tout cela me semble bien trop cher et je suis à la recherche de réduction sur le web.
Je viens de trouver trois propositions :

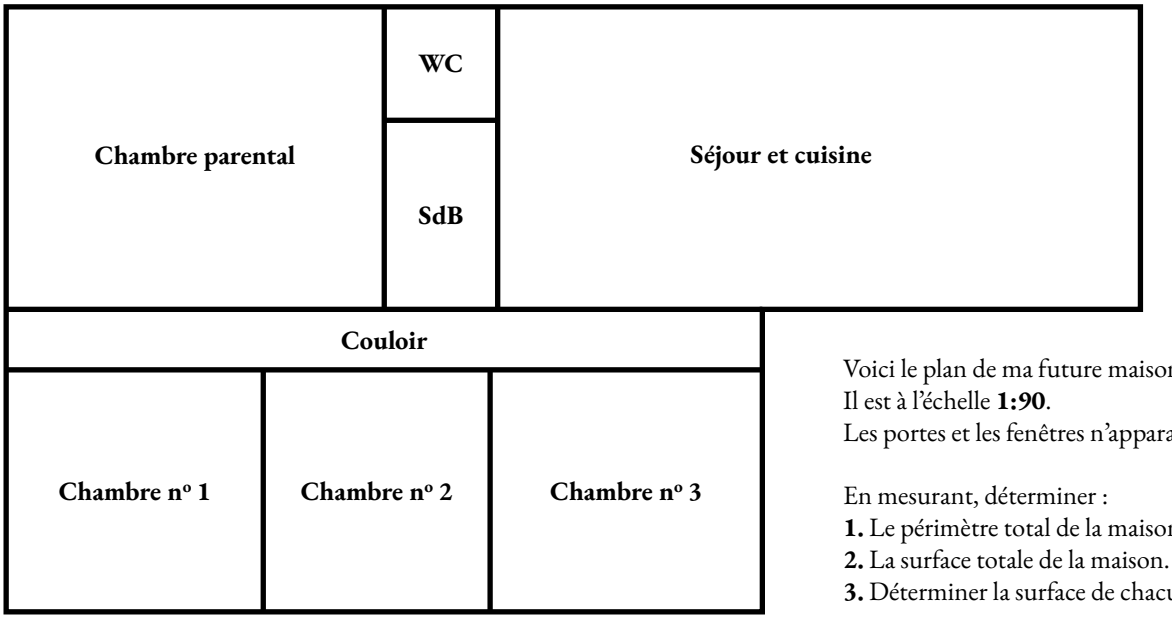
Mama Zone
-15 % sur les chaussures
-25 % sur les pantalons
-40 % sur les tee-shirt

Zalounda
-30 % sur tout

Chi Ine
-20 % sur tout
-10 % supplémentaires sur votre panier avec le code NIGAUD

Calculer le montant de mes achats pour chacun des vendeurs ci-dessus. Que me conseillez-vous ?

Exercice n° 3 : Ma maison en construction



Voici le plan de ma future maison.
Il est à l'échelle **1:90**.
Les portes et les fenêtres n'apparaissent pas pour l'instant.

En mesurant, déterminer :
1. Le périmètre total de la maison.
2. La surface totale de la maison.
3. Déterminer la surface de chacune des chambres.

☞ Préparation de l'évaluation—Correction ☜

Correction

Évaluation

Cinquième

Exercice n° 1

(*4 points*)

Pour chacune des deux situations ci-dessous, on sait que les grandeurs sont proportionnelles.
Compléter le tableau en indiquant les calculs effectués sur la copie.

Distance parcourue	30 km	60 km	105 km	120 km		369 km
Temps		40 min			2 h	

Prix initial	60 €	30 €		100 €	150 €	327 €
Prix après réduction	51 €		102 €			

Exercice n° 2

(*4 points*)

Pour chacune des situations ci-dessous, indiquer si les grandeurs sont proportionnelles ou pas, en justifiant la réponse.
Quand les grandeurs sont proportionnelles, calculer le coefficient multiplicateur.

Distance parcourue	50 km	120 km	200 km	320 km	450 km	800 km
Consommation d'essence	3 L	7,2 L	12 L	19,2 L	27 L	48 L

Prix initial	26 €	60 €	95 €	120 €	150 €	180 €
Prix après réduction	20,80 €	48 €	76 €	96 €	120 €	145 €

Exercice n° 3

(*8 points*)

Je viens de trouver ma tenue idéale pour fêter mon anniversaire :
— Une paire de chaussure Stan Bis de chez Aribas à 125 €;
— Un jean Tiezel à 98 €;
— Un tee-shirt Fred Puris à 53 €.
Tout cela me semble bien trop cher et je suis à la recherche de réduction sur le web. Je viens de trouver trois propositions :

T'es Mou
-30 % sur les chaussures
-40 % sur les pantalons
-35 % sur les tee-shirt

Le petit coin
-35 % sur tout

C'est la zone
-25 % sur tout
-13 % supplémentaires sur votre panier avec le code PIGEON

Calculer le montant de mes achats pour chacun des vendeurs ci-dessus. Que me conseillez-vous ?
Évidemment, j'ai reçu le code PIGEON sur mon téléphone !

Exercice n° 4

(*4 points + 2 points*)

Ce matin, Monsieur ARNAUD, vendeur de calculatrices depuis 30 ans place du Capitole, décide de réduire les prix sur tout le magasin.

-20 % sur tout !

Devant l'afluence extraordinaire, en fin de journée, il change d'avis. Discrétement, il remonte les prix réduits de 20 %.

Tester cette drôle d'expérience avec un calculatrice à 19 €et une autre à 79 €.

Que ce serait-il passé si M. ARNAUD avait commencé par augmenter les prix de 20 % puis de les diminuer de 20 %.
Refaire le test avec les deux prix précédents.

BONUS : Finalement, quel réduction en pourcentage a-t'il accordé en tentant de manipuler les prix ?

Évaluation—Correction

Exercice n° 1

Correction

Proportionnalité

4 points

Pour chacune des deux situations ci-dessous, on sait que les grandeurs sont proportionnelles.
Compléter le tableau en indiquant les calculs effectués sur la copie.

Distance parcourue	30 km	60 km	105 km	150 km	180 km	369 km
Temps	20 min	40 min	70 min = 1 h 10 min	100 min=1 h 40 min	2 h	246 min=4 h 06 min

On peut par exemple constater que $60 \times \dfrac{40}{60} = 40$ soit un coefficient de proportionnalité de $\dfrac{40}{60} = \dfrac{2}{3}$

Prix initial	60 €	30 €	120 €	100 €	150 €	327 €
Prix après réduction	51 €	25,50 €	102 €	85 €	127,50 €	277,95 €

On a $60 \times \dfrac{51}{60} = 51$ soit $\dfrac{51}{60} = 0,85$, une réduction de 15 %

Exercice n° 2

Correction

Proportionnalité

4 points

Pour chacune des situations ci-dessous, indiquer si les grandeurs sont proportionnelles ou pas, en justifiant la réponse.
Quand les grandeurs sont proportionnelles, calculer le coefficient multiplicateur.

Distance parcourue	50 km	120 km	200 km	320 km	450 km	800 km
Consommation d'essence	3 L	7,2 L	12 L	19,2 L	27 L	48 L

On remarque que $50 \times 0,06 = 3$, que $120 \times 0,06 = 7,2$, que $200 \times 0,06 = 12$, que $320 \times 0,06 = 19,2$....

Ces grandeurs sont bien proportionnelles.

Prix initial	26 €	60 €	95 €	120 €	150 €	180 €
Prix après réduction	20,80 €	48 €	76 €	96 €	120 €	145 €

On remarque que $3 \times 60 = 180$ alors que $3 \times 48 = 144 \neq 145$.

Ces grandeurs ne sont pas proportionnelles.

Exercice n° 3

Correction

Proportionnalité

8 points

T'es Mou

Le prix des chaussures est réduit de 30 % soit $125\,€ \times \dfrac{30}{100} = 125\,€ \times 0,30 = 37,50\,€$.

Le prix payé est donc de $125\,€ - 37,50\,€ = 87,50\,€$.

Le prix du pantalon est réduit de 40 % soit $98\,€ \times \dfrac{40}{100} = 98\,€ \times 0,40 = 39,20\,€$.

Le prix payé est donc de $98\,€ - 39,20\,€ = 58,80\,€$.

Le prix du tee shirt est réduit de 35 % soit $53\,€ \times \dfrac{35}{100} = 53\,€ \times 0,35 = 18,55\,€$.

Le prix payé est donc de $53\,€ - 18,55\,€ = 34,45\,€$.

Finalement chez **T'es Mou**, le montant total de mes achats serait de $87,50\,€ + 58,80\,€ + 34,45\,€ = 180,75\,€$.

Le petit coin

Il y a 35 % sur tout. On peut faire la somme des prix des articles : $125\,€ + 98\,€ + 53\,€ = 276\,€$.

Puis $276\,€ \times \dfrac{35}{100} = 276\,€ \times 0,35 = 96,60\,€$.

Le prix payé chez **Le ptit coin** est de $276\,€ - 96,60\,€ = 179,40\,€$.

C'est la zone

Il y a 25 % de réduction sur tout soit $276 € \times \frac{25}{100} = 276 € \times 0,25 = 69 €$.

Le prix est ainsi de $276 € - 69 € = 207 €$.

On a 10 % de réduction supplémentaire avec le code : $207 € \times \frac{10}{100} = 276 € \times 0,10 = 27,60 €$.

Le prix final est de $207 € - 27,60 € = 186,30 €$.

Il vaut mieux choisir l'offre du **petit coin**, elle est la moins chère.

Exercice n° 4

Correction

Échelle

4 points + 2 points

Retirons 20 % à 19 €. $19 € \times \frac{20}{100} = 19 € \times 0,20 = 3,80 €$. Donc $19 € - 3,80 € = 15,20 €$.

Ajoutons 20 % à 15,20 €. $15,20 € \times \frac{20}{100} = 15,20 € \times 0,20 = 3,04 €$. Donc $15,20 € + 3,04 € = 18,24 €$.

On constate que le prix ne revient pas au départ !

Retirons 20 % à 79 €. $79 € \times \frac{20}{100} = 79 € \times 0,20 = 15,80 €$. Donc $79 € - 15,80 € = 63,20 €$.

Ajoutons 20 % à 63,20 €. $63,20 € \times \frac{20}{100} = 63,20 € \times 0,20 = 12,64 €$. Donc $63,20 € + 12,64 € = 75,84 €$.

On constate que le prix ne revient pas au départ !

Si on fait les mêmes opérations dans l'autre sens :

Ajoutons 20 % à 19 €. $19 € \times \frac{20}{100} = 19 € \times 0,20 = 3,80 €$. Donc $19 € + 3,80 € = 22,80 €$.

Retirons 20 % à 22,80 €. $22,80 € \times \frac{20}{100} = 22,80 € \times 0,20 = 4,56 €$. Donc $22,80 € - 4,56 € = 18,24 €$.

On constate que cela revient au même que l'expérience précédente.

Ajoutons 20 % à 79 €. $79 € \times \frac{20}{100} = 79 € \times 0,20 = 15,80 €$. Donc $79 € + 15,80 € = 94,80 €$.

Retirons 20 % à 94,80 €. $94,80 € \times \frac{20}{100} = 94,80 € \times 0,20 = 18,96 €$. Donc $94,80 € - 18,96 € = 75,84 €$.

On constate que cela revient au même que l'expérience précédente.

On remarque que quand on passe de 19 € à 18,24 €, le prix a baissé de 0,76 €.

Or $\frac{0,76 €}{19 €} = 0,04 = \frac{4}{100} = 4$ %.

De même, entre 79 € et 75,84 €, il y a 3,16 €.

Or $\frac{3,16 €}{79 €} = 0,04 = \frac{4}{100} = 4$ %.

Quand on effectue ces deux opérations consécutivement, le prix baisse de 4 %.

Informations légales

— **Auteur :** Fabrice ARNAUD
— **Web :** pi.ac3j.fr
— **Mail :** contact@ac3j.fr

— **Dernière modification :** 5 novembre 2026 à 6:25

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.2141
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Resolute Raccoon (Le Raton Laveur résolu) 26.04 avec la distribution TeX Live 2025.20260124 et LuaTex 1.22.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !

Licence CC BY-NC-SA 4.0

Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
Adapter — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
Partage dans les Mêmes Conditions — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr

Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, **Cours.pdf**, a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 5 novembre 2026 à 6:25.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : https://pi.ac3j.fr/mathematiques-college