Chapitre II

La symétrie centrale

Sommaire

La leçon — Version prof 30
I Définition 30
Activité — Entraînement : Symétrie axiale sur papier blanc ou quadrillé 33
Activité — Situation initiale : Un double symétrie axiale 40
Activité — Entraînement : Symétrie centrale sur papier blanc ou quadrillé 43
Évaluation — Symétrie centrale et axiale 50
Évaluation — Symétrie centrale et axiale 52
Évaluation—Symétrie centrale et axiale 54
Intentions pédagogiques 60

La leçon — Version prof

Les textes écrit en violet sont destinés à l'enseignant, ils ne font pas partie de ce qu'on appelle la trace écrite.
Les démonstrations sont aussi en violet, elles sont le plus souvent présentée à l'oral.

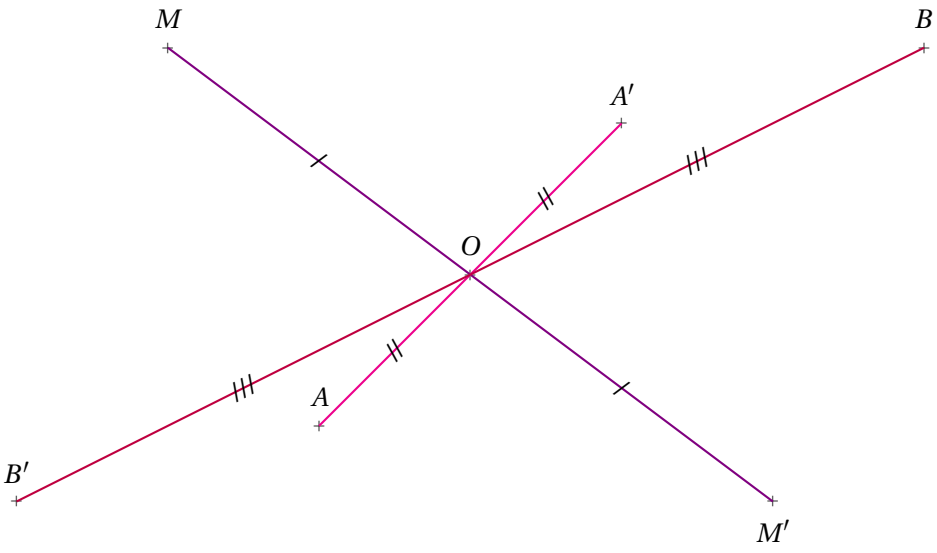
I — Définition

Définition 2.1 : La symétrie centrale

La **symétrie centrale** est une **transformation du plan** qui modélise l'action de « *faire demi-tour autour d'un point* ».

Un point O du plan étant fixé, la **symétrie centrale** est la transformation qui a tout point M associe le point M' ayant la propriété fondamentale suivante :

O est le milieu de $[MM']$



Propriété 2.1 : Invariance

O étant un point fixé du plan.
L'image du point O par la symétrie de centre O est lui-même.
O est le seul point ayant cette propriété.

Démonstration :

Soit M un point du plan tel que l'image de M dans la symétrie de centre O soit lui même.
En considérant le segment $[MM]$, on constate que ce segment a deux extrémités situés au même point M. Son milieu est le point O.
Il est évident que M et O sont le même point.
O est donc bien le seul point invariant dans une symétrie de centre O.

CQFD

Propriété 2.2 : Image d'un segment *(Admise)*

L'image d'un segment par une symétrie centrale est un segment ayant la même longueur.

Démonstration :

C'est un résultat difficile qui consiste à démontrer qu'une symétrie axiale conserve les distances, ce qui signifie que c'est une isométrie. L'axiomatique selon Euclide ne permet pas cette démonstration, cela fait partie des insuffisances de la théorie initiale.

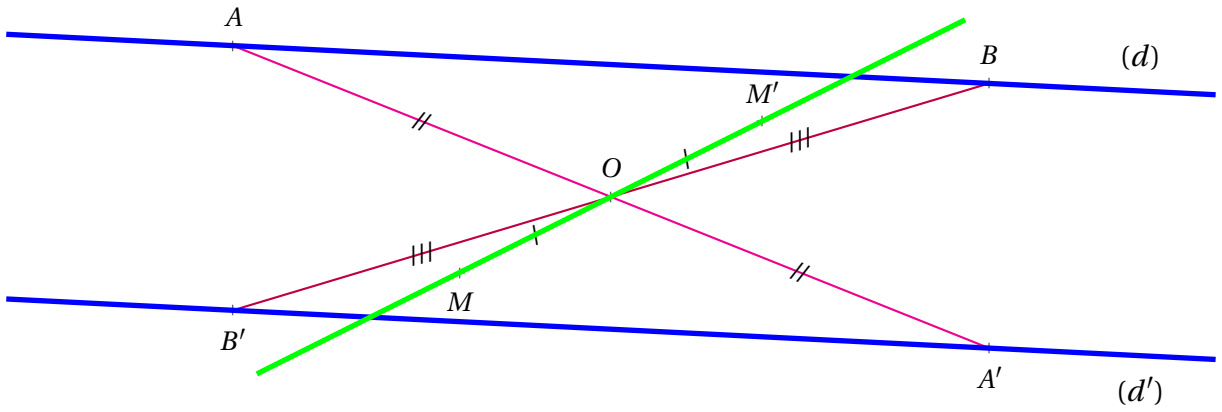
CQFD

Propriété 2.3 : Image d'une droite *(Admise)*

O étant un point fixé du plan.

La symétrie de centre O transforme une droite (d) ne passant pas par O en une droite $(d)'$ qui lui est parallèle.

La symétrie de centre O transforme une droite (d) passant par O en elle-même.



Démonstration :

L'image d'une droite est une droite

Soit une droite (d) et trois A, B et C de cette droite.
Par définition de l'alignement, l'un des points appartient au segment formé par les deux autres. On a par exemple $A \in [BC]$.
On a vu que l'image d'un segment par une symétrie centrale est un segment. Donc les images A', B' et C' de A, B et C sont tels que $A' \in [B'C']$.
Ainsi la symétrie centrale transforme trois points alignés en trois points alignés, elle transforme donc une droite en une droite.

L'image d'une droite est parallèle

Soit une droite $(d$ telle que $O \in (d)$ et $A \in (d)$ (A distinct du point O.)
Il est évident que la droite (AO) et (d) sont les mêmes droites.

CQFD

Propriété 2.4 : Isométrie *(Admise)*

O étant un point fixé du plan, la symétrie de centre O transforme :

- Un segment en un segment superposable ;
- Un angle en un angle superposable ;
- Une droite en une droite ;
- Un cercle en un cercle de même rayon.

La démonstration d’un tel résultat fait directement appel aux axiomes de la géométrie euclidienne.



Entraînement

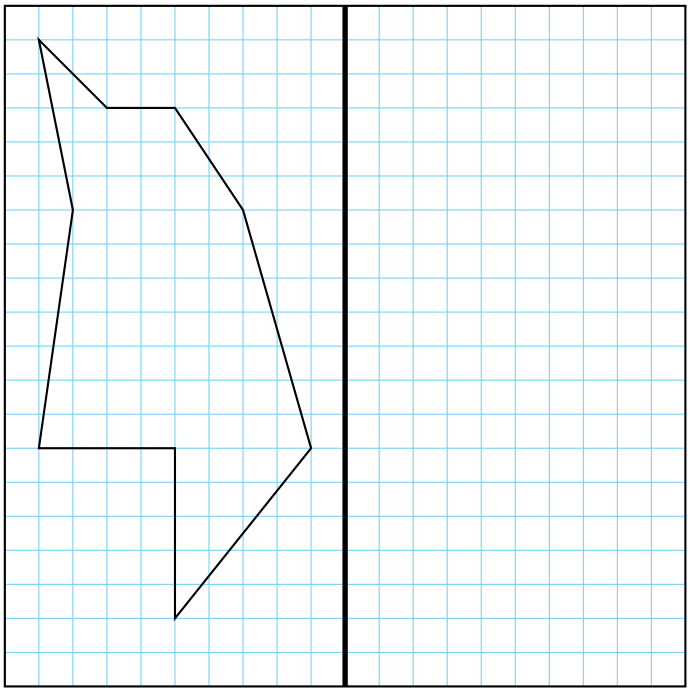
Symétrie axiale sur papier blanc ou quadrillé

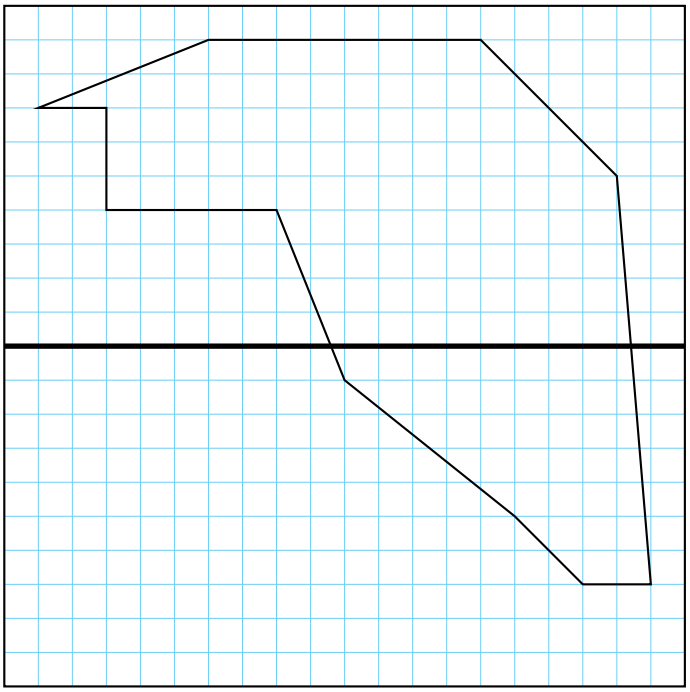
Cinquième

MF

Exercice n° 1 : Symétrie horizontale et verticale sur papier quadrillé

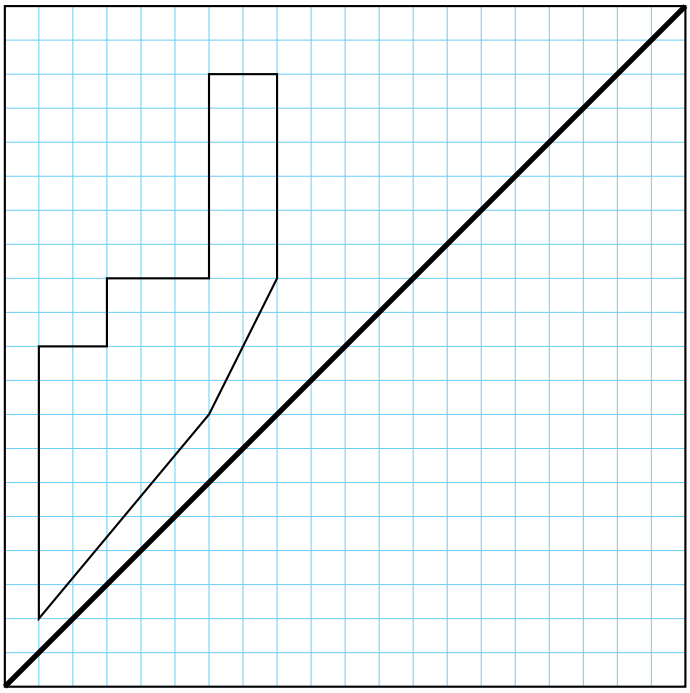
Tracer les symétriques de chacune des figures suivantes par rapport à l'axe tracé en gras.

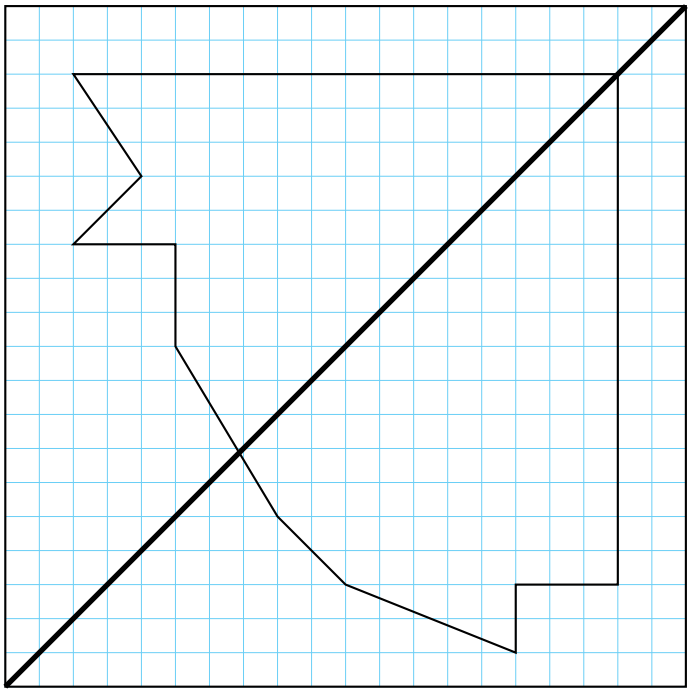




Exercice n° 2 : Symétrie diagonale sur papier quadrillé

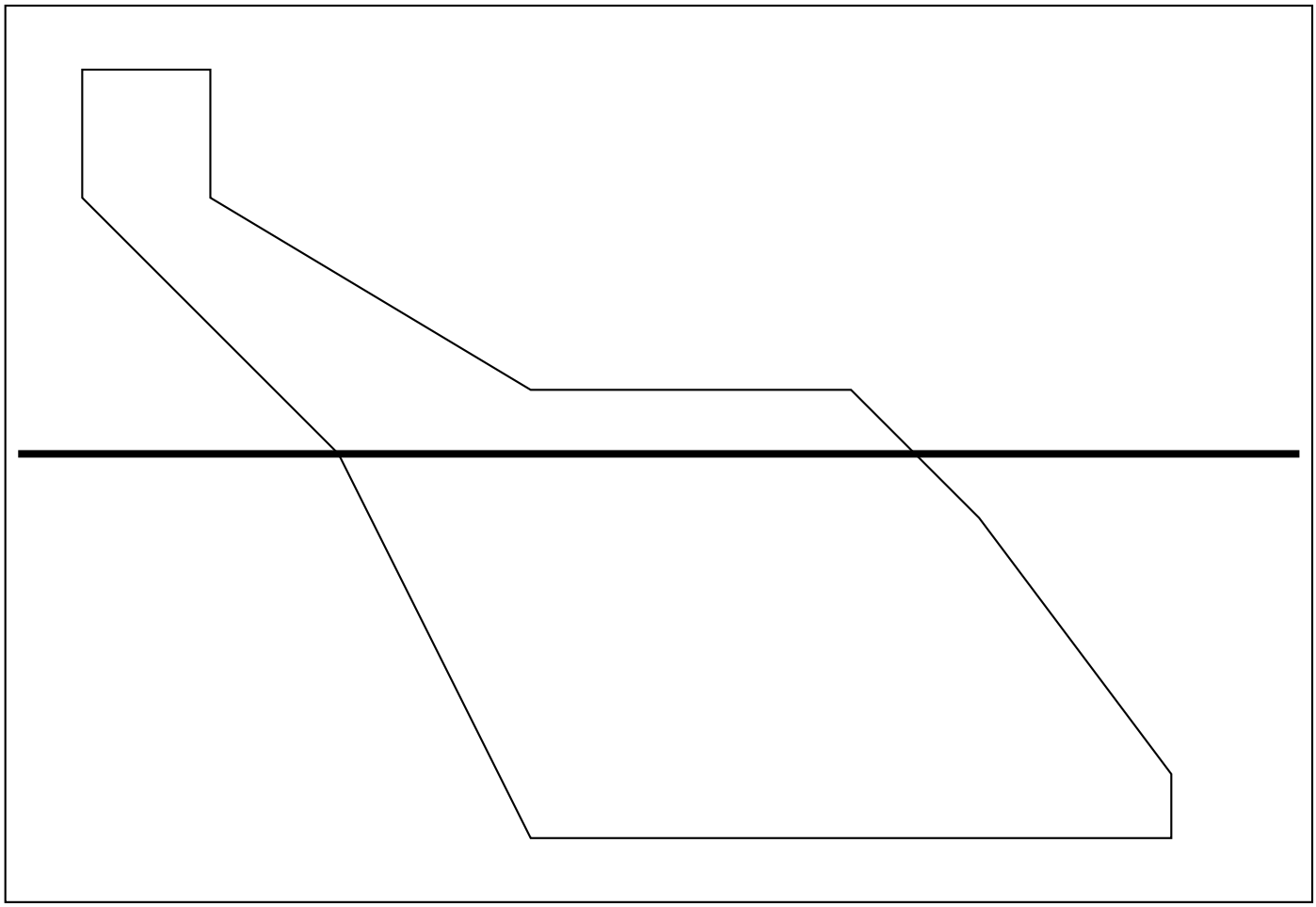
Tracer les symétriques de chacune des figures suivantes par rapport à l'axe tracé en gras.

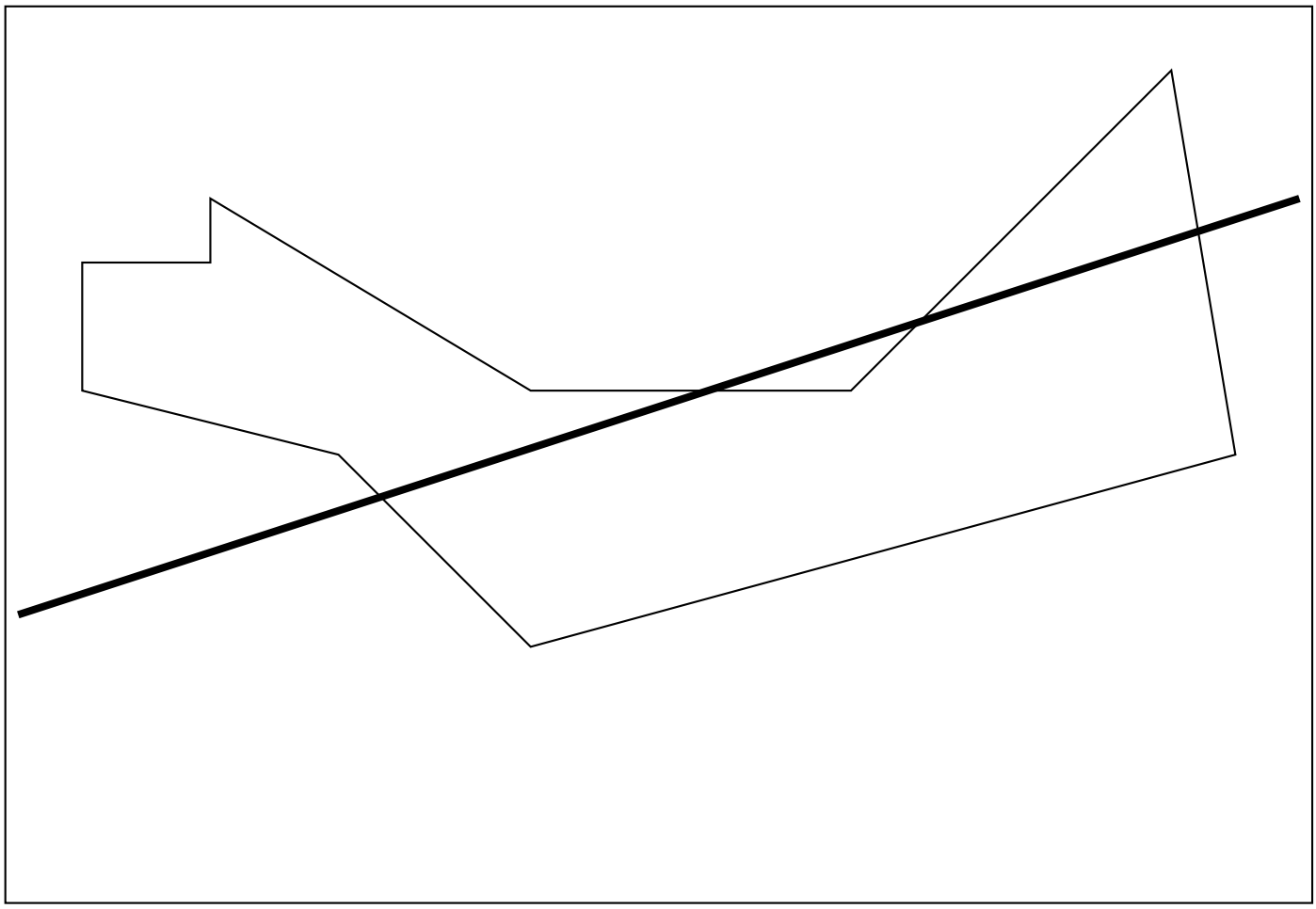




Exercice n° 3 : Symétrie axiale sur papier blanc

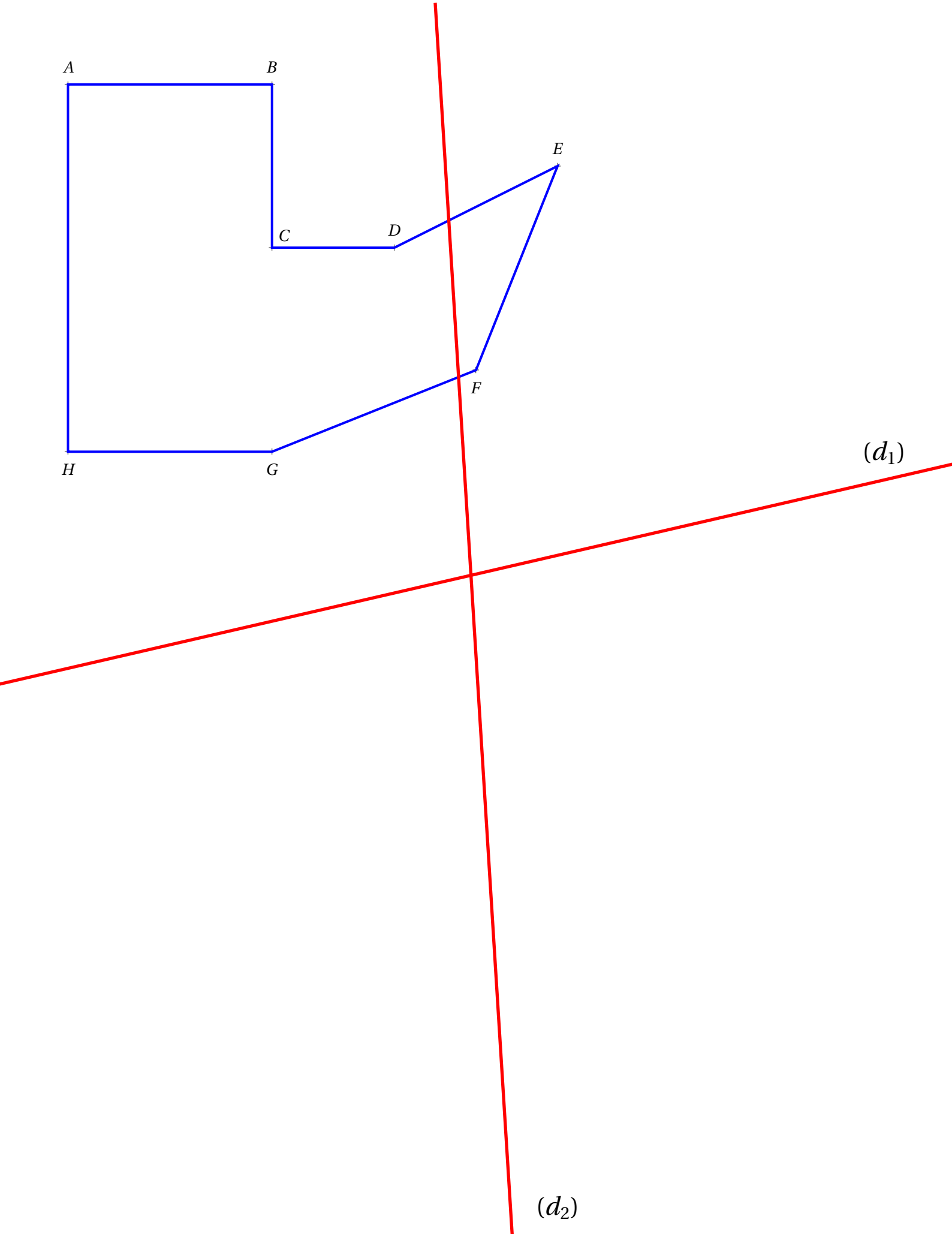
Tracer les symétriques de chacune des figures suivantes par rapport à l'axe tracé en gras.





Exercice n° 4 : Symétrie axiale sur papier blanc

Tracer le symétrique $A'B'C'D'E'F'G'H'$ du polygone $ABCDEFGH$ par rapport à (d_1).
Tracer le symétrique $A''B''C''D''E''F''G''H''$ du polygone $ABCDEFGH$ par rapport à (d_2).





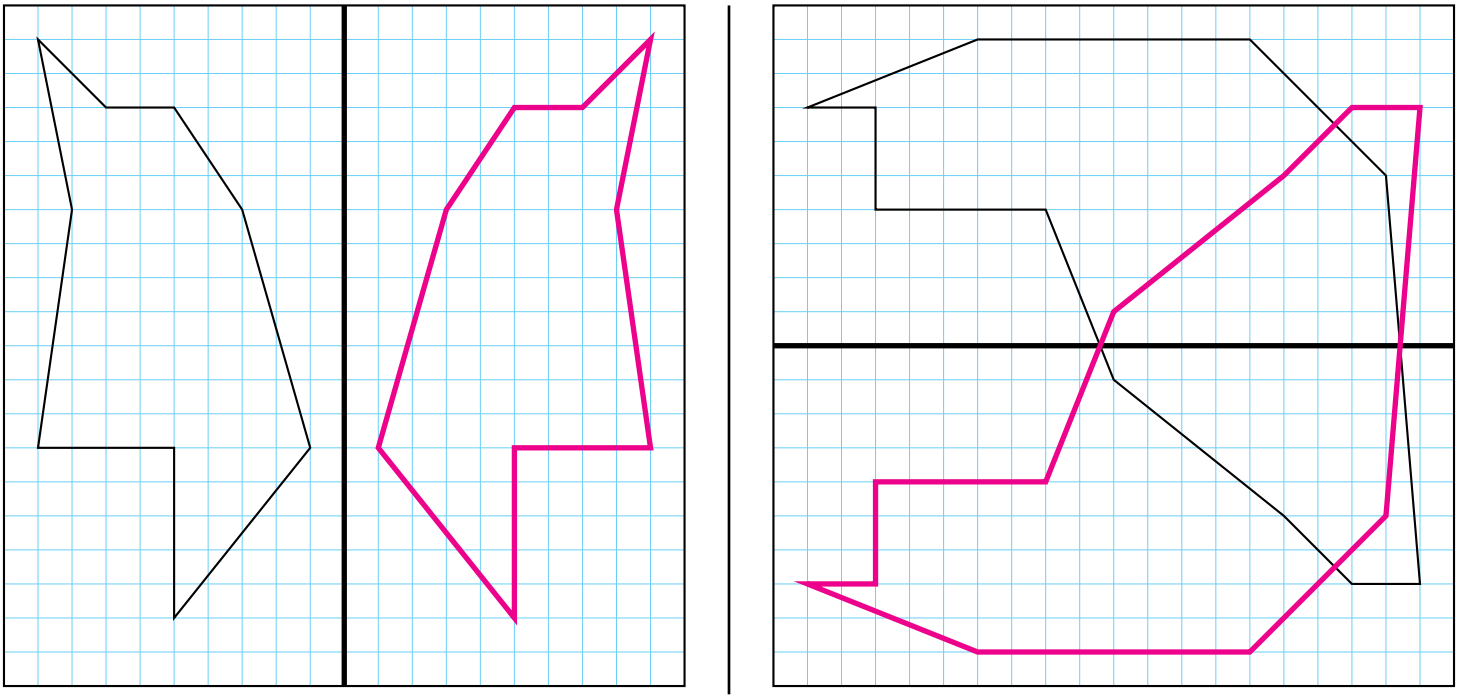
Entraînement

Symétrie axiale sur papier blanc ou quadrillé — Correction

Exercice n° 1

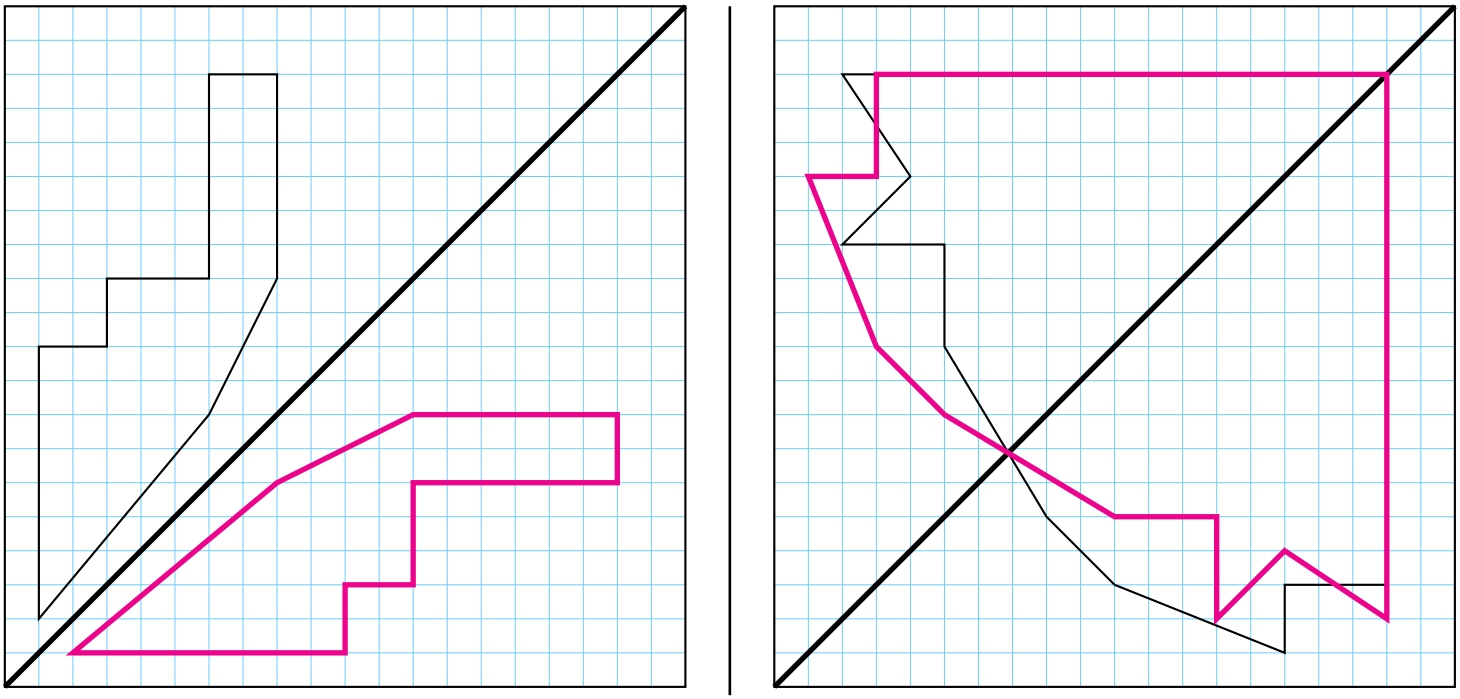
Correction

Tracer les symétriques de chacune des figures suivantes par rapport à l'axe tracé en gras.



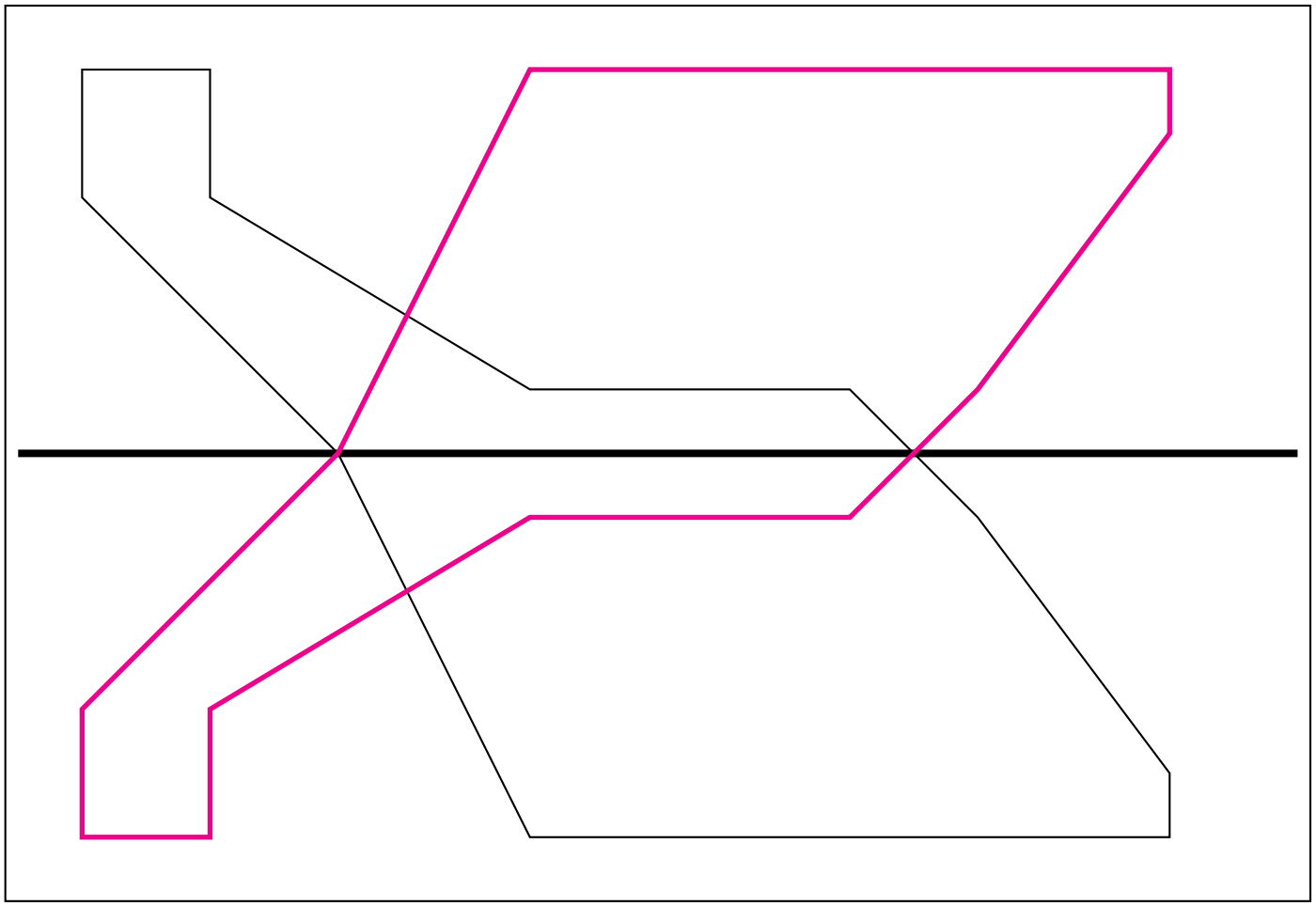
Exercice n° 2 : Symétrie diagonale sur papier quadrillé

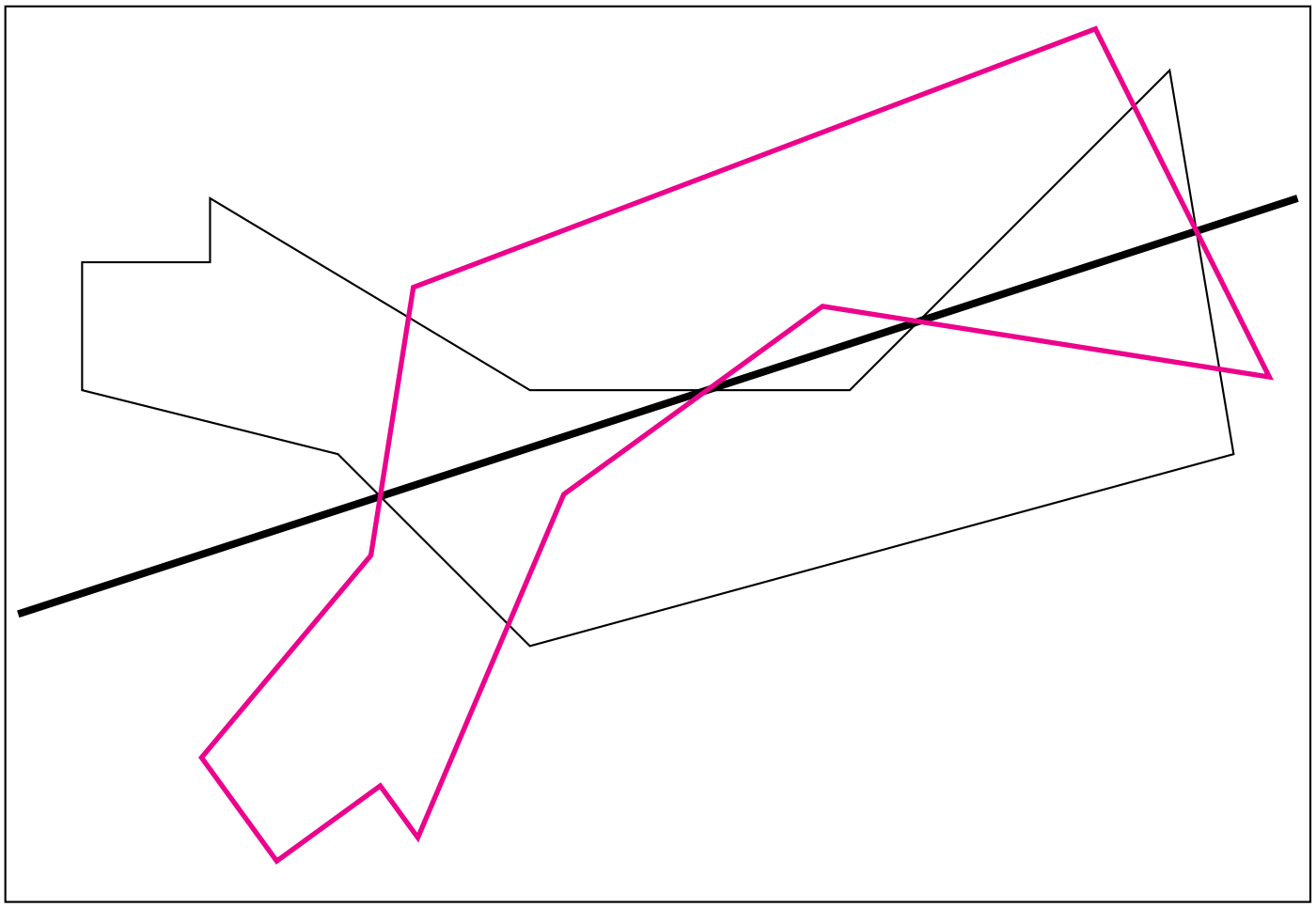
Tracer les symétriques de chacune des figures suivantes par rapport à l'axe tracé en gras.



Exercice n° 2 : Symétrie axiale sur papier blanc

Tracer les symétriques de chacune des figures suivantes par rapport à l'axe tracé en gras.



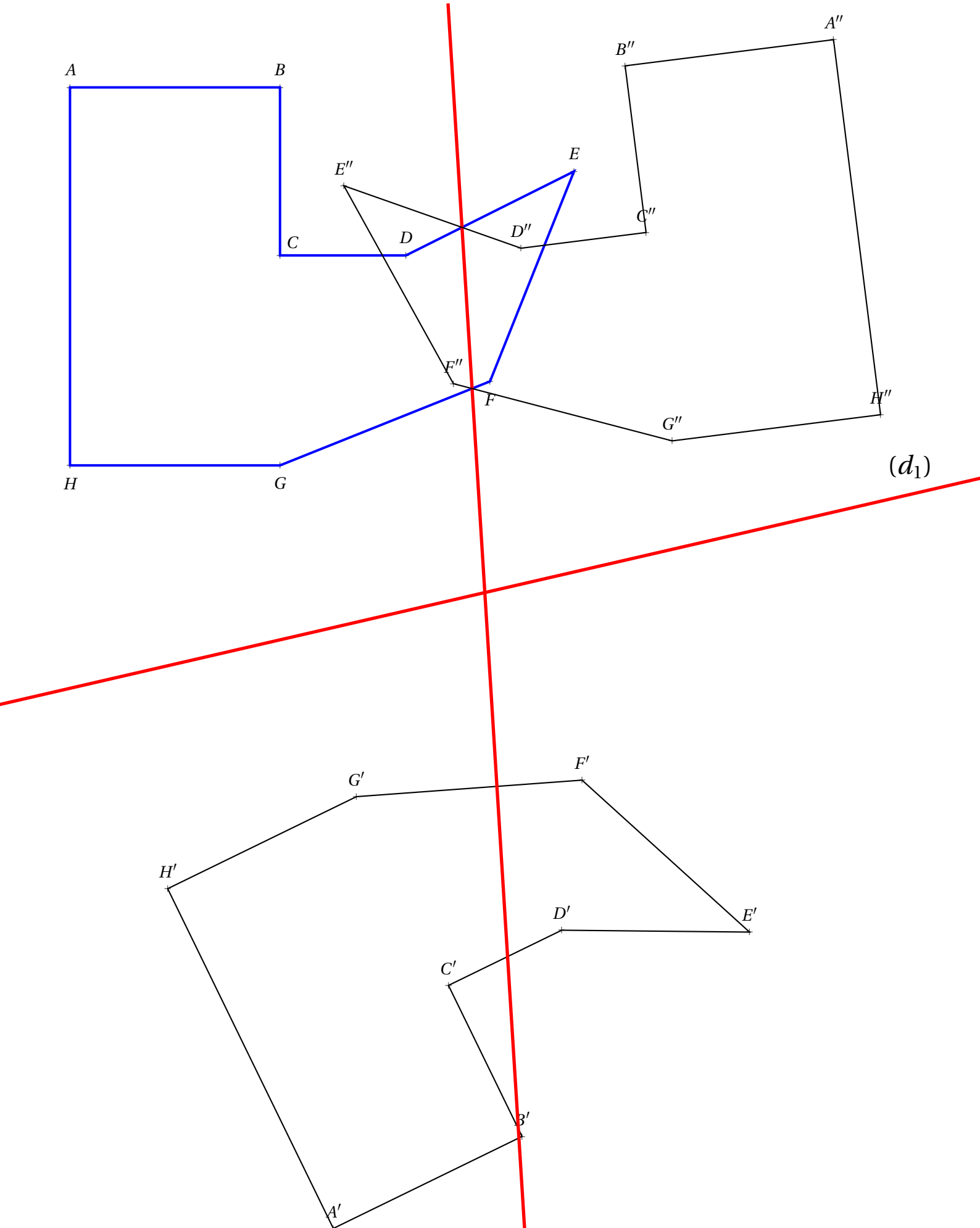


Exercice n° 3

Correction

Symétrie axiale sur papier blanc

Tracer le symétrique $A'B'C'D'E'F'G'H'$ du polygone $ABCDEFGH$ par rapport à (d_1).
Tracer le symétrique $A''B''C''D''E''F''G''H''$ du polygone $ABCDEFGH$ par rapport à (d_2).





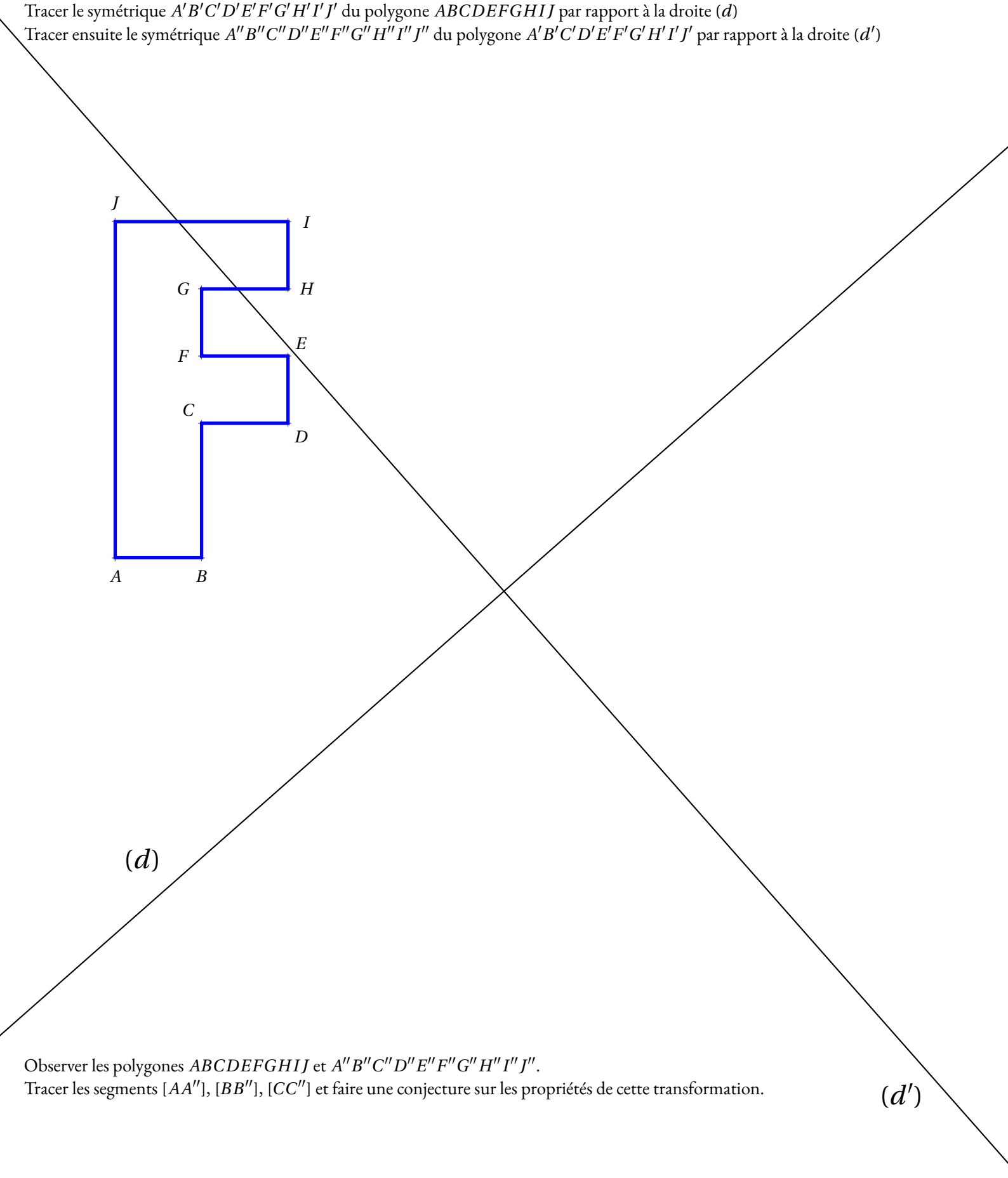
Un double symétrie axiale

Cinquième

MS

Situation Initiale

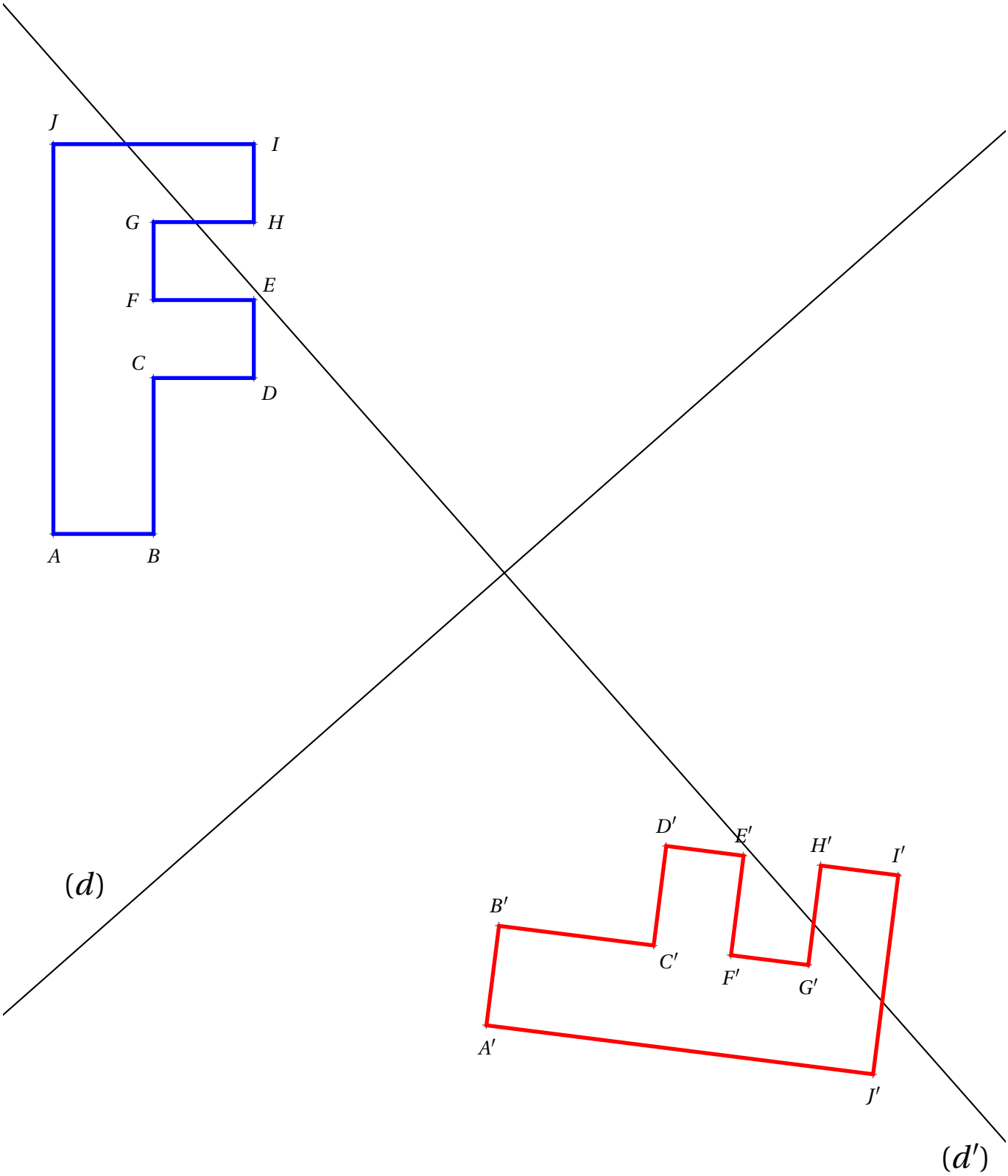
Tracer le symétrique $A'B'C'D'E'F'G'H'I'J'$ du polygone $ABCDEFGHIJ$ par rapport à la droite (d)
Tracer ensuite le symétrique $A''B''C''D''E''F''G''H''I''J''$ du polygone $A'B'C'D'E'F'G'H'I'J'$ par rapport à la droite (d')



Observer les polygones $ABCDEFGHIJ$ et $A''B''C''D''E''F''G''H''I''J''$.
Tracer les segments $[AA'']$, $[BB'']$, $[CC'']$ et faire une conjecture sur les propriétés de cette transformation.

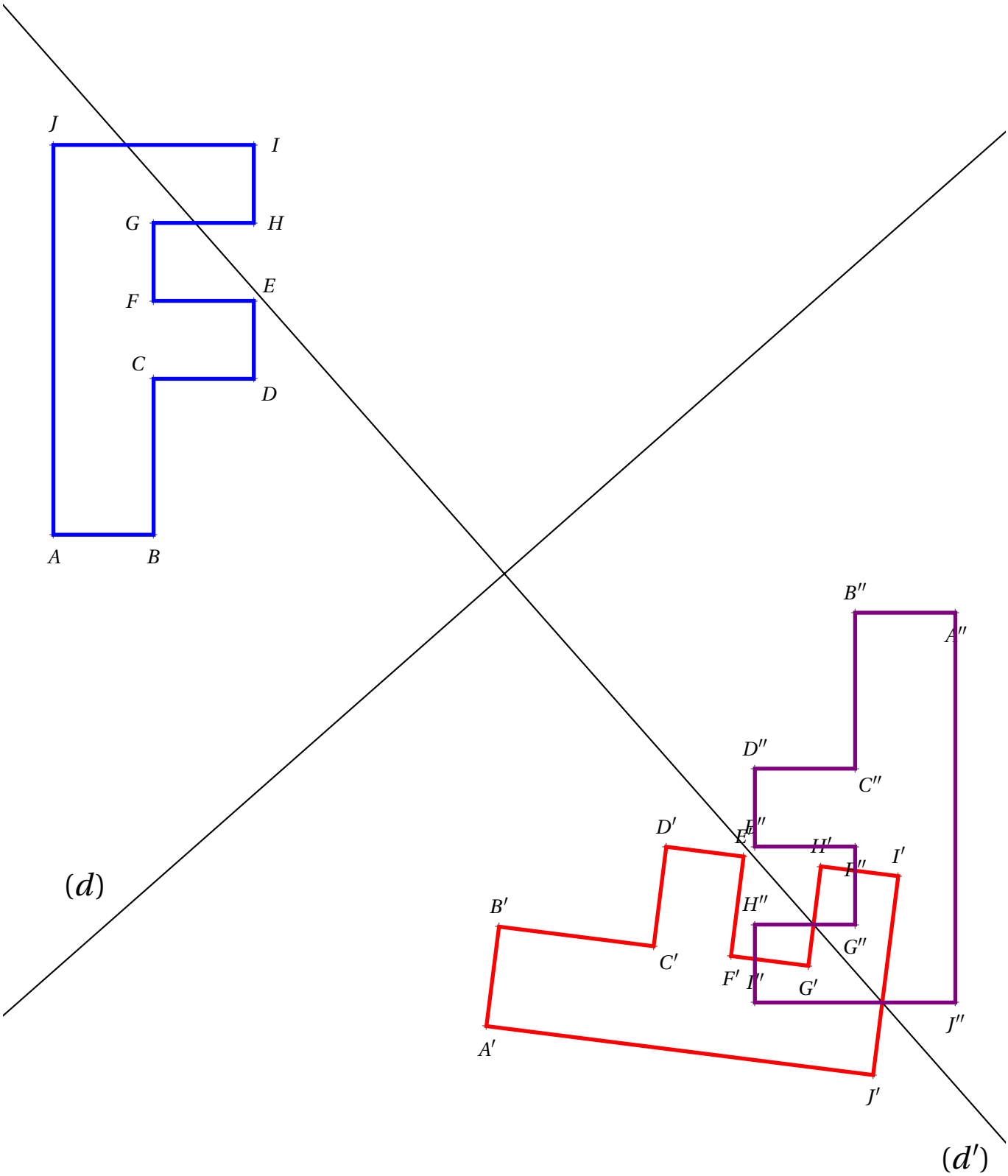
Un double symétrie axiale — Correction

Tracer le symétrique $A'B'C'D'E'F'G'H'I'J'$ du polygone $ABCDEFGHIJ$ par rapport à la droite (d)
Tracer ensuite le symétrique $A''B''C''D''E''F''G''H''I''J''$ du polygone $A'B'C'D'E'F'G'H'I'J'$ par rapport à la droite (d')



Observer les polygones $ABCDEFGHIJ$ et $A''B''C''D''E''F''G''H''I''J''$.
Tracer les segments $[AA'']$, $[BB'']$, $[CC'']$ et faire une conjecture sur les propriétés de cette transformation.

Tracer le symétrique $A'B'C'D'E'F'G'H'I'J'$ du polygone $ABCDEFGHIJ$ par rapport à la droite (d)
Tracer ensuite le symétrique $A''B''C''D''E''F''G''H''I''J''$ du polygone $A'B'C'D'E'F'G'H'I'J'$ par rapport à la droite (d')



Observer les polygones $ABCDEFGHIJ$ et $A''B''C''D''E''F''G''H''I''J''$.
Tracer les segments $[AA'']$, $[BB'']$, $[CC'']$ et faire une conjecture sur les propriétés de cette transformation.



Entraînement

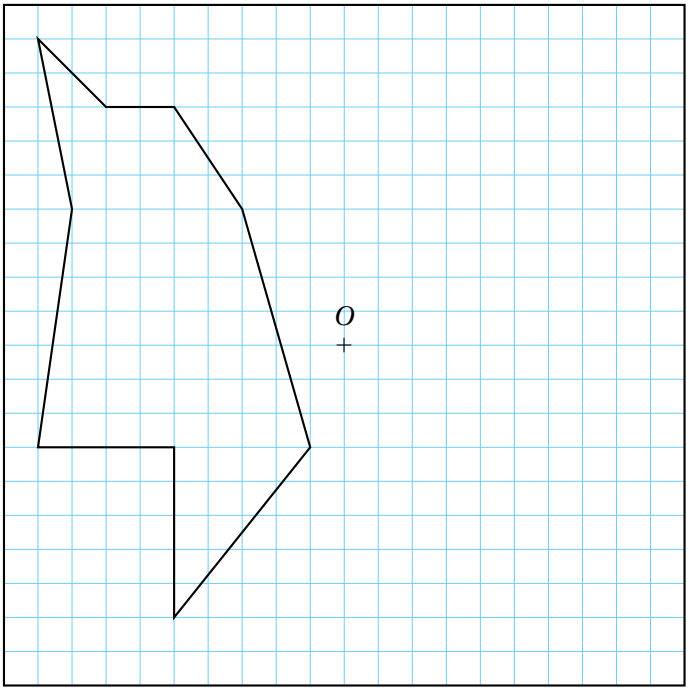
Symétrie centrale sur papier blanc ou quadrillé

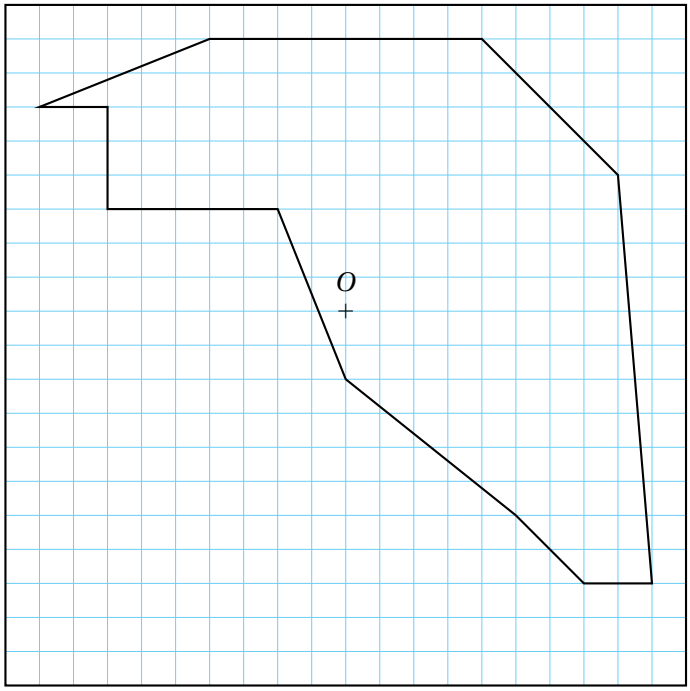
Cinquième

MS

Exercice n° 1 : Symétrie centrale sur papier quadrillé

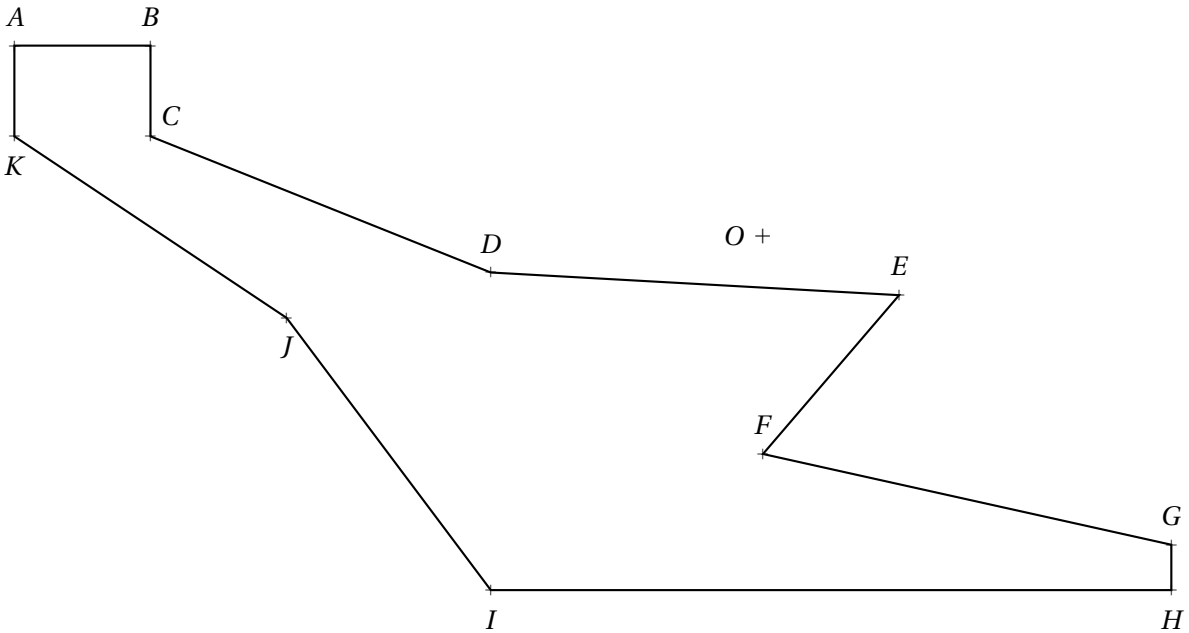
Tracer les symétriques de chacune des figures suivantes par rapport au centre O.





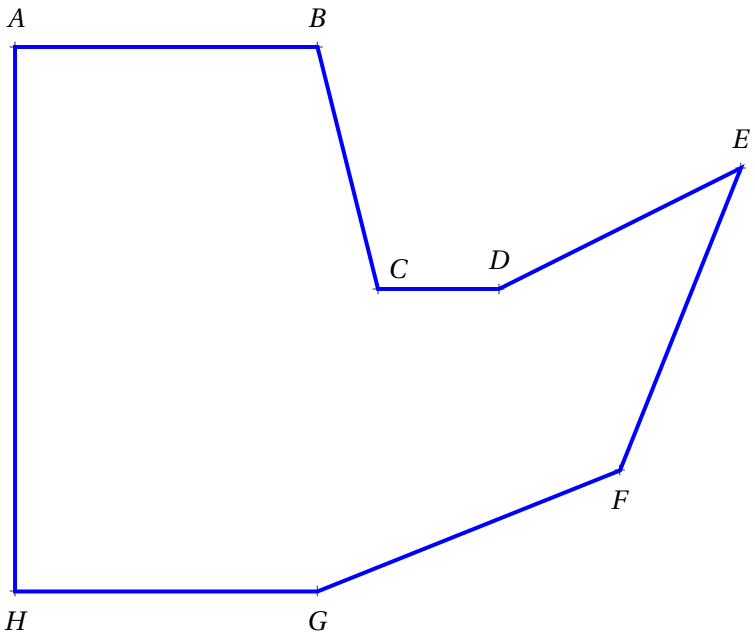
Exercice n° 2 : Symétrie centrale sur papier blanc

Tracer le symétrique de ce polygone par rapport au centre O.



Exercice n° 3 : Quatres symétries centrales sur papier blanc

Tracer le symétrique $A'B'C'D'E'F'G'H'$ du polygone $ABCDEFGH$ par rapport au centre O.
Tracer le symétrique $A''B''C''D''E''F''G''H''$ du polygone $ABCDEFGH$ par rapport au centre Q.
Tracer le symétrique $A_1B_1C_1D_1E_1F_1G_1H_1$ du polygone $ABCDEFGH$ par rapport au centre F.
Tracer le symétrique $A_2B_2C_2D_2E_2F_2G_2H_2$ du polygone $ABCDEFGH$ par rapport au centre C.

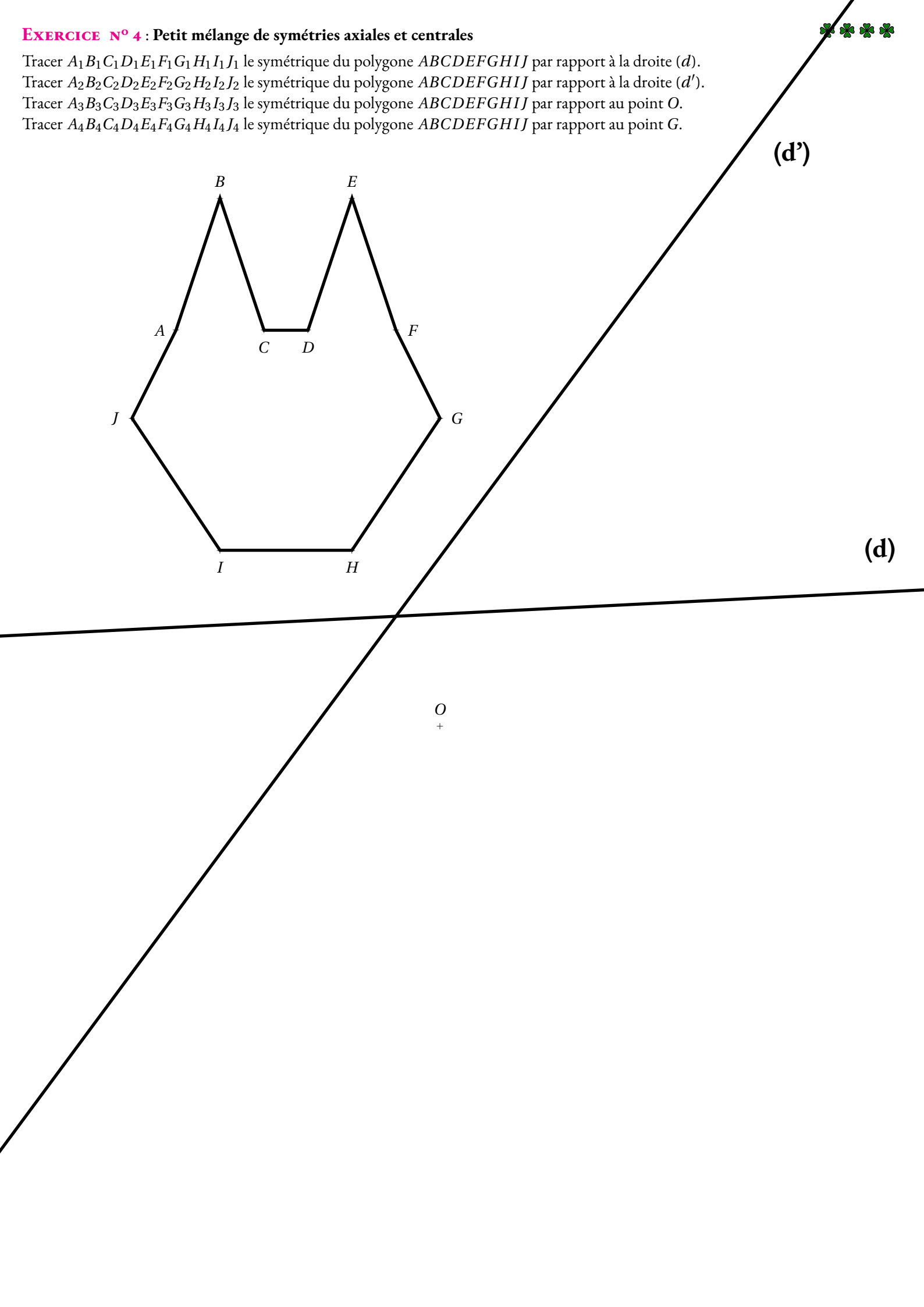


O +

Q +

Exercice n° 4 : Petit mélange de symétries axiales et centrales

Tracer $A_1B_1C_1D_1E_1F_1G_1H_1I_1J_1$ le symétrique du polygone $ABCDEFGHIJ$ par rapport à la droite (d).
Tracer $A_2B_2C_2D_2E_2F_2G_2H_2I_2J_2$ le symétrique du polygone $ABCDEFGHIJ$ par rapport à la droite (d').
Tracer $A_3B_3C_3D_3E_3F_3G_3H_3I_3J_3$ le symétrique du polygone $ABCDEFGHIJ$ par rapport au point O.
Tracer $A_4B_4C_4D_4E_4F_4G_4H_4I_4J_4$ le symétrique du polygone $ABCDEFGHIJ$ par rapport au point G.





Symétrie centrale sur papier blanc ou quadrillé —

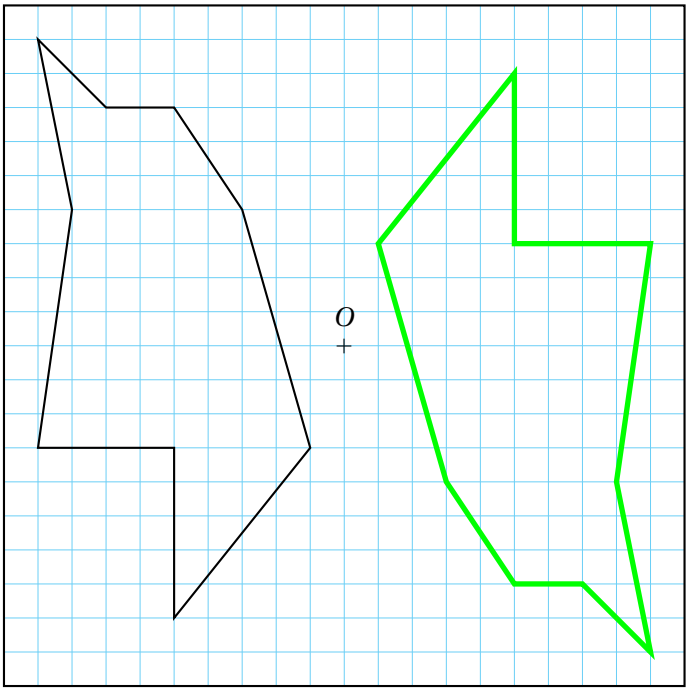
Correction

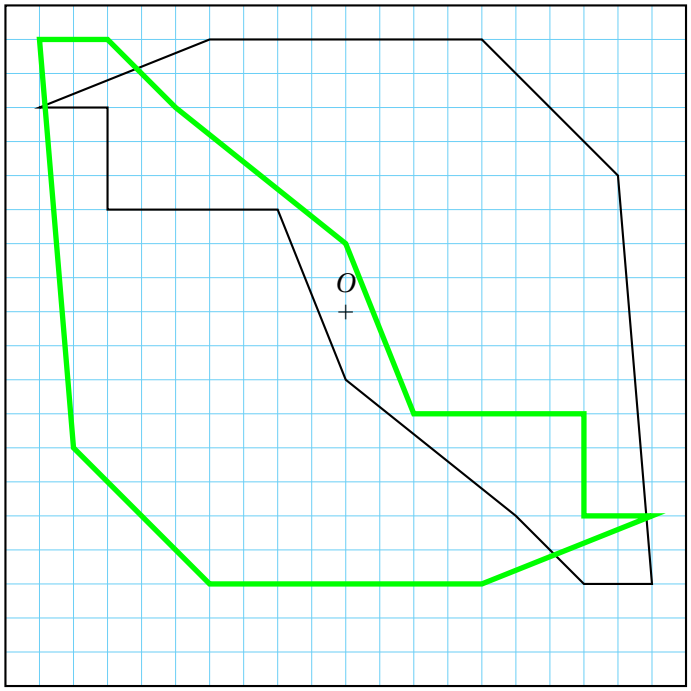
Entraînement

Exercice n° 1

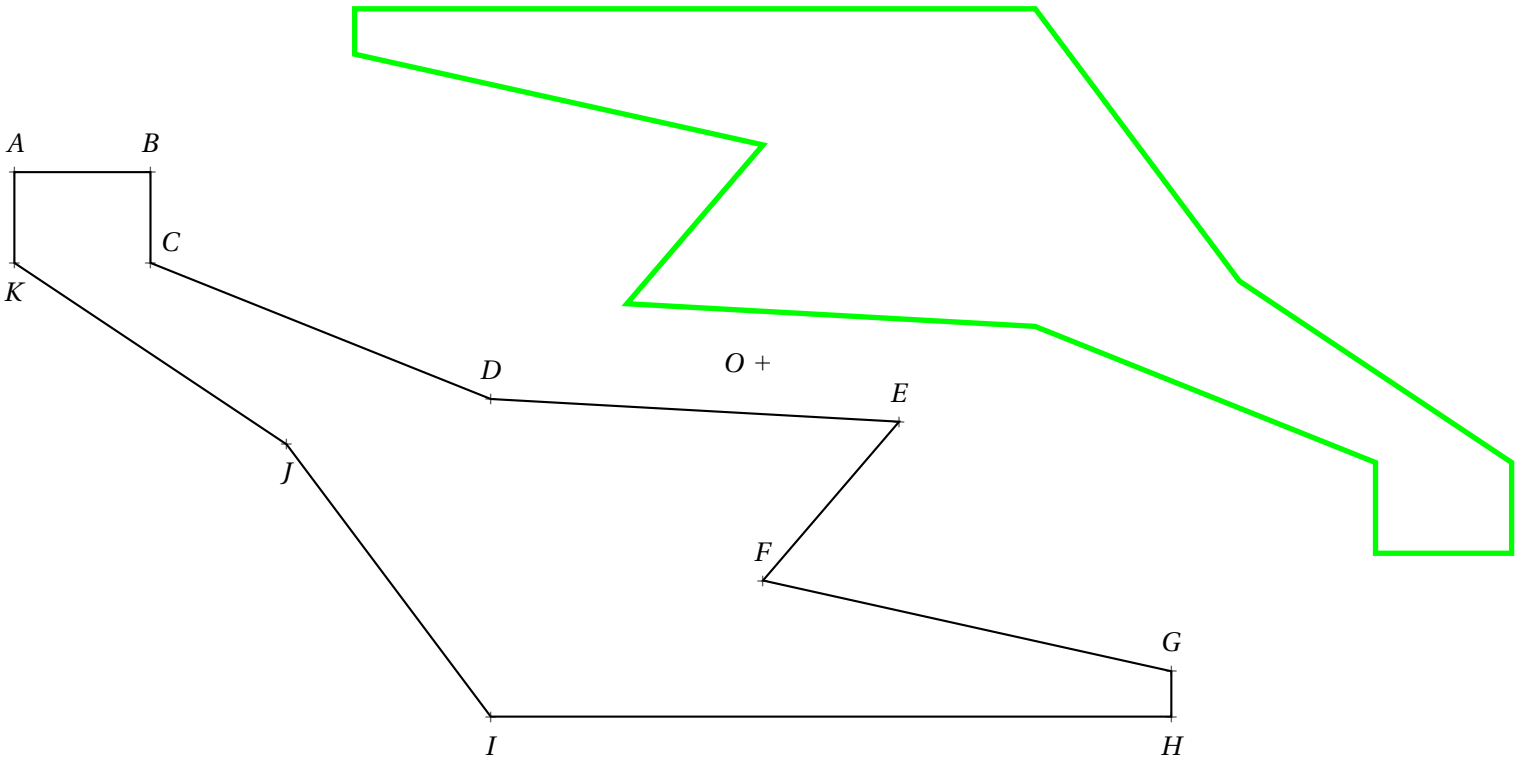
Correction

Tracer les symétriques de chacune des figures suivantes par rapport au centre O.





[20cm]Correction2Symétrie centrale sur papier blancMSCadre
Tracer le symétrique de ce polygone par rapport au centre O.

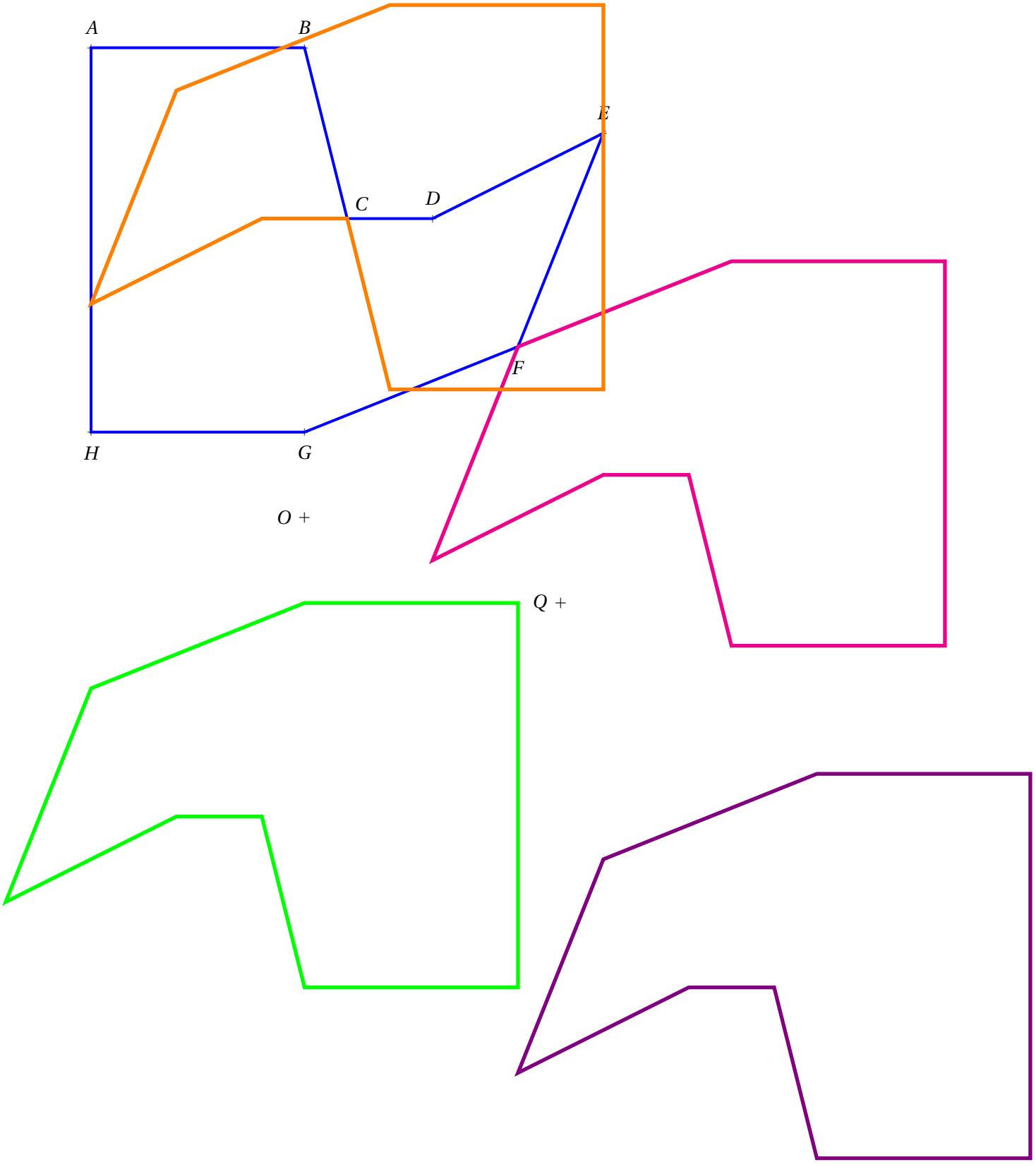


Exercice n° 4

Correction

Triple symétrie centrale sur papier blanc

Tracer le symétrique $A'B'C'D'E'F'G'H'$ du polygone $ABCDEFGH$ par rapport au centre O.
Tracer le symétrique $A''B''C''D''E''F''G''H''$ du polygone $ABCDEFGH$ par rapport au centre Q.
Tracer le symétrique $A_1B_1C_1D_1E_1F_1G_1H_1$ du polygone $ABCDEFGH$ par rapport au centre F.
Tracer le symétrique $A_2B_2C_2D_2E_2F_2G_2H_2$ du polygone $ABCDEFGH$ par rapport au centre C.

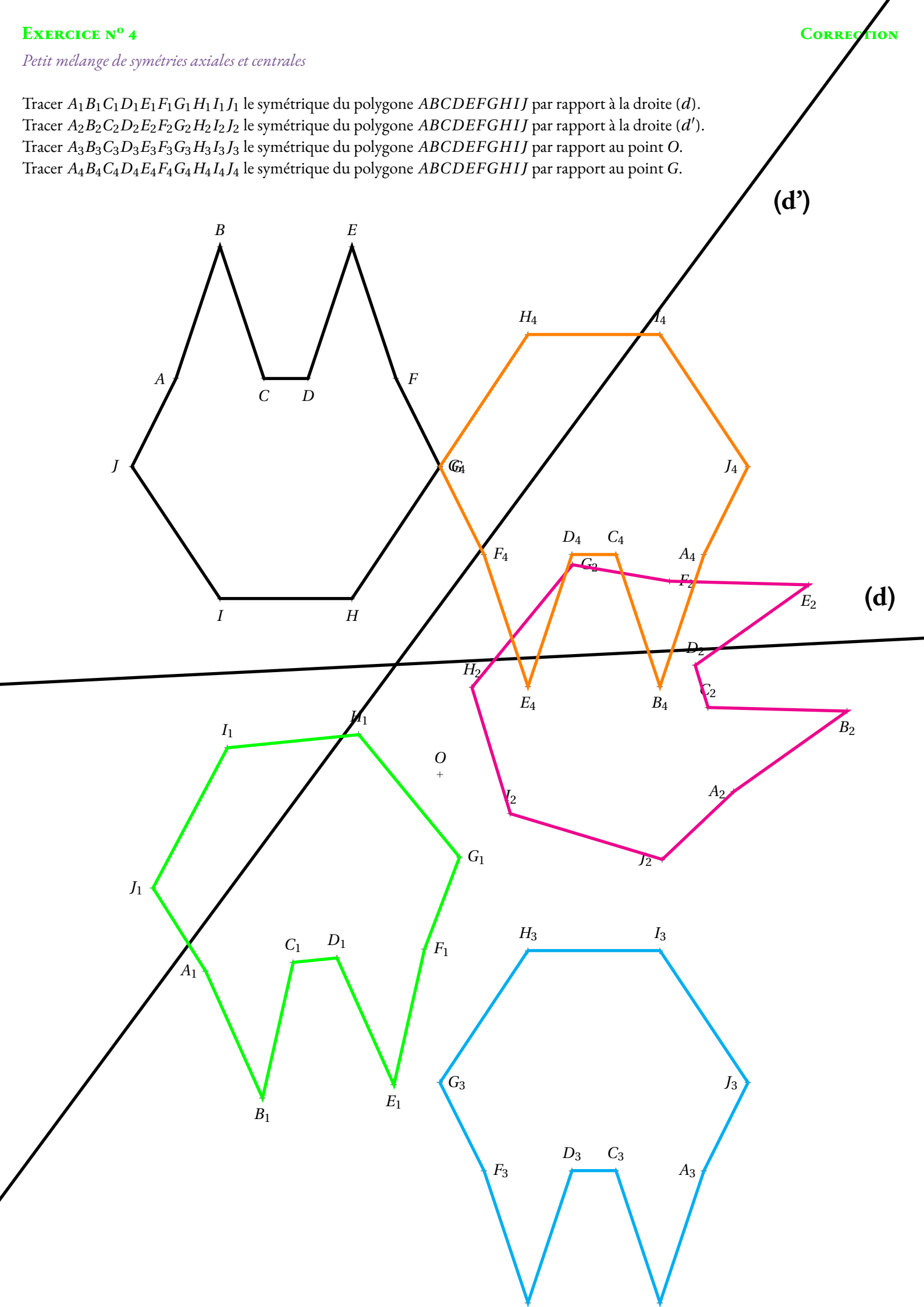


Exercice n° 4

Correction

Petit mélange de symétries axiales et centrales

Tracer $A_1B_1C_1D_1E_1F_1G_1H_1I_1J_1$ le symétrique du polygone $ABCDEFGHIJ$ par rapport à la droite (d).
Tracer $A_2B_2C_2D_2E_2F_2G_2H_2I_2J_2$ le symétrique du polygone $ABCDEFGHIJ$ par rapport à la droite (d').
Tracer $A_3B_3C_3D_3E_3F_3G_3H_3I_3J_3$ le symétrique du polygone $ABCDEFGHIJ$ par rapport au point O.
Tracer $A_4B_4C_4D_4E_4F_4G_4H_4I_4J_4$ le symétrique du polygone $ABCDEFGHIJ$ par rapport au point G.



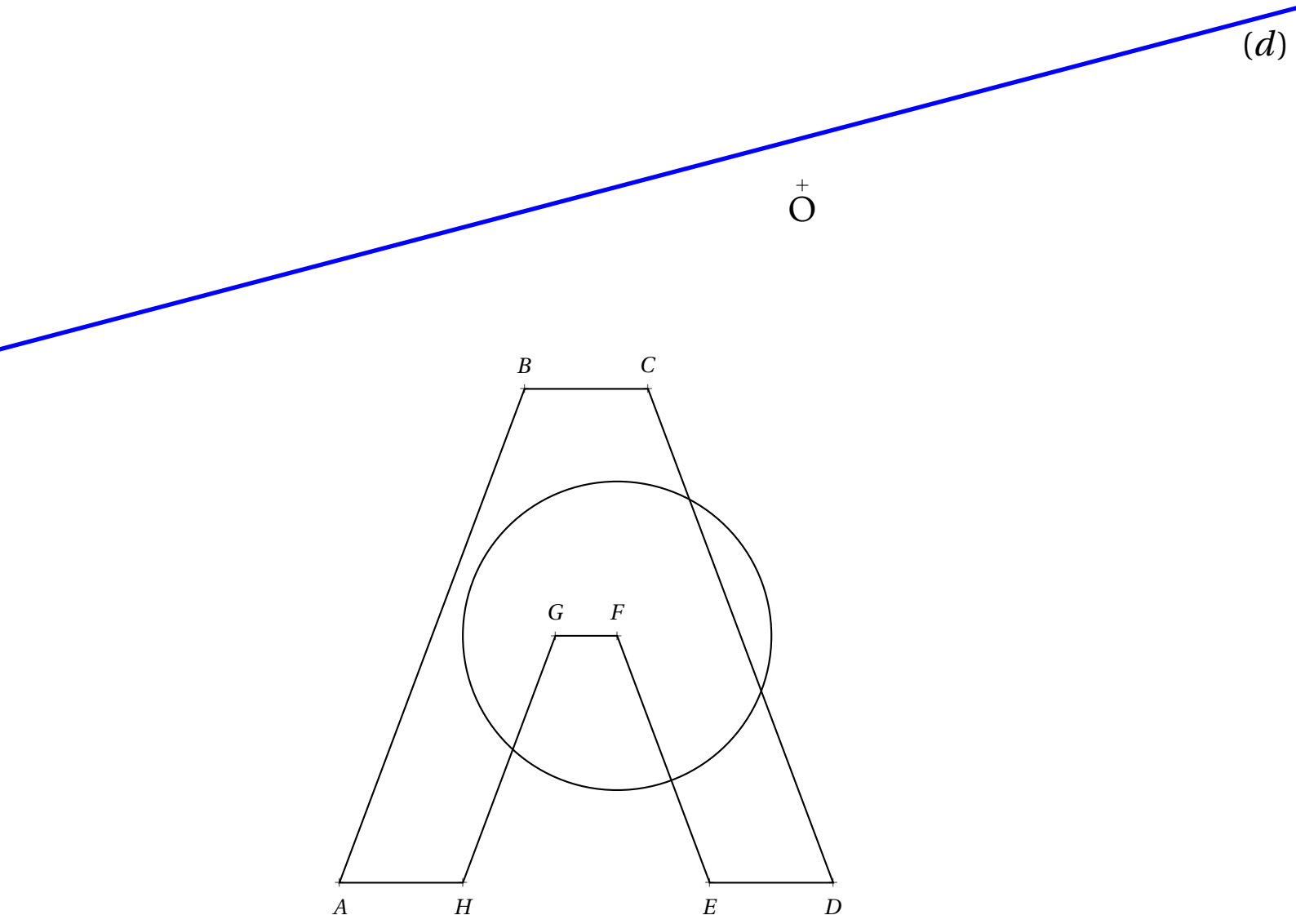


Évaluation

Cinquième

NOM : PRÉNOM CLASSE :

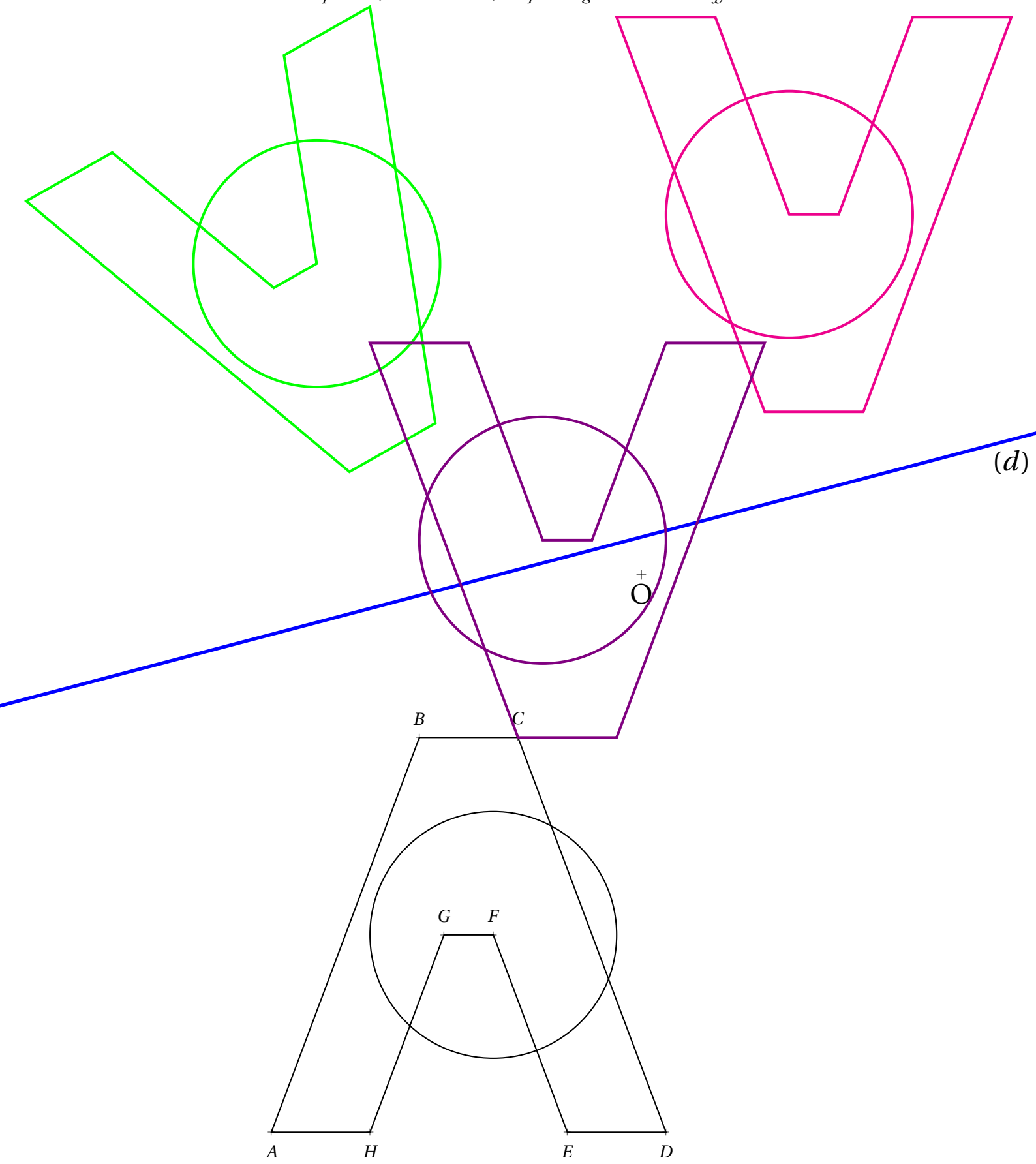
1. Tracer le symétrique $A_1B_1C_1D_1E_1F_1G_1H_1$ du polygone $ABCDEFGH$ par la **symétrie axiale** d'axe (d).
2. Tracer le symétrique $A_2B_2C_2D_2E_2F_2G_2H_2$ du polygone $ABCDEFGH$ par la **symétrie centrale** de centre O.
3. Tracer le symétrique $A_3B_3C_3D_3E_3F_3G_3H_3$ du polygone $ABCDEFGH$ par la **symétrie centrale** de centre C.
Vous laisserez les traces de construction et repasserez, éventuellement, chaque image d'une couleur différente.



Évaluation — Correction

NOM : PRÉNOM CLASSE :

1. Tracer le symétrique $A_1B_1C_1D_1E_1F_1G_1H_1$ du polygone $ABCDEFGH$ par la **symétrie axiale** d'axe (d).
2. Tracer le symétrique $A_2B_2C_2D_2E_2F_2G_2H_2$ du polygone $ABCDEFGH$ par la **symétrie centrale** de centre O.
3. Tracer le symétrique $A_3B_3C_3D_3E_3F_3G_3H_3$ du polygone $ABCDEFGH$ par la **symétrie centrale** de centre C.
Vous laisserez les traces de construction et repasserez, éventuellement, chaque image d'une couleur différente.

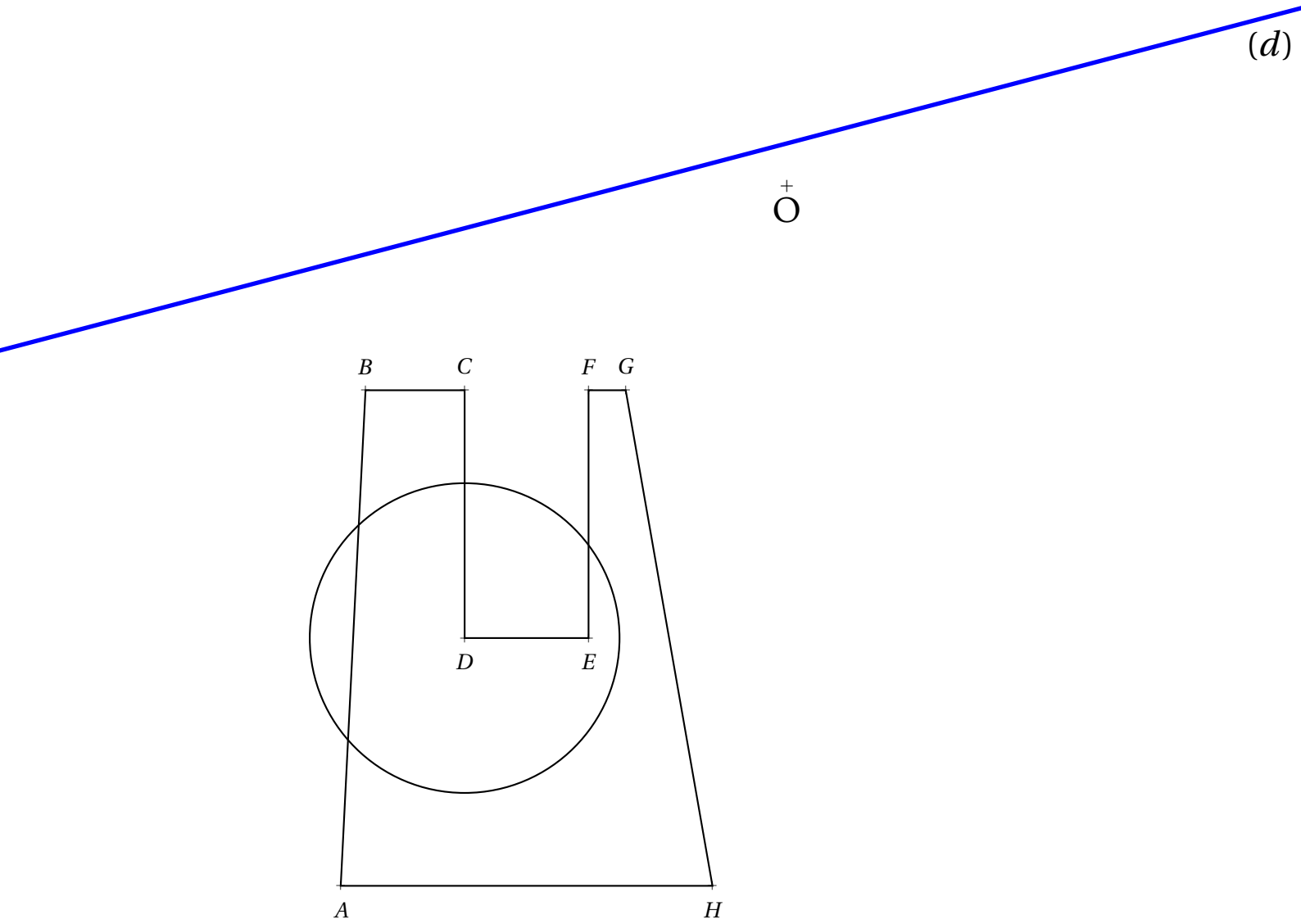


Évaluation

Cinquième

NOM : PRÉNOM CLASSE :

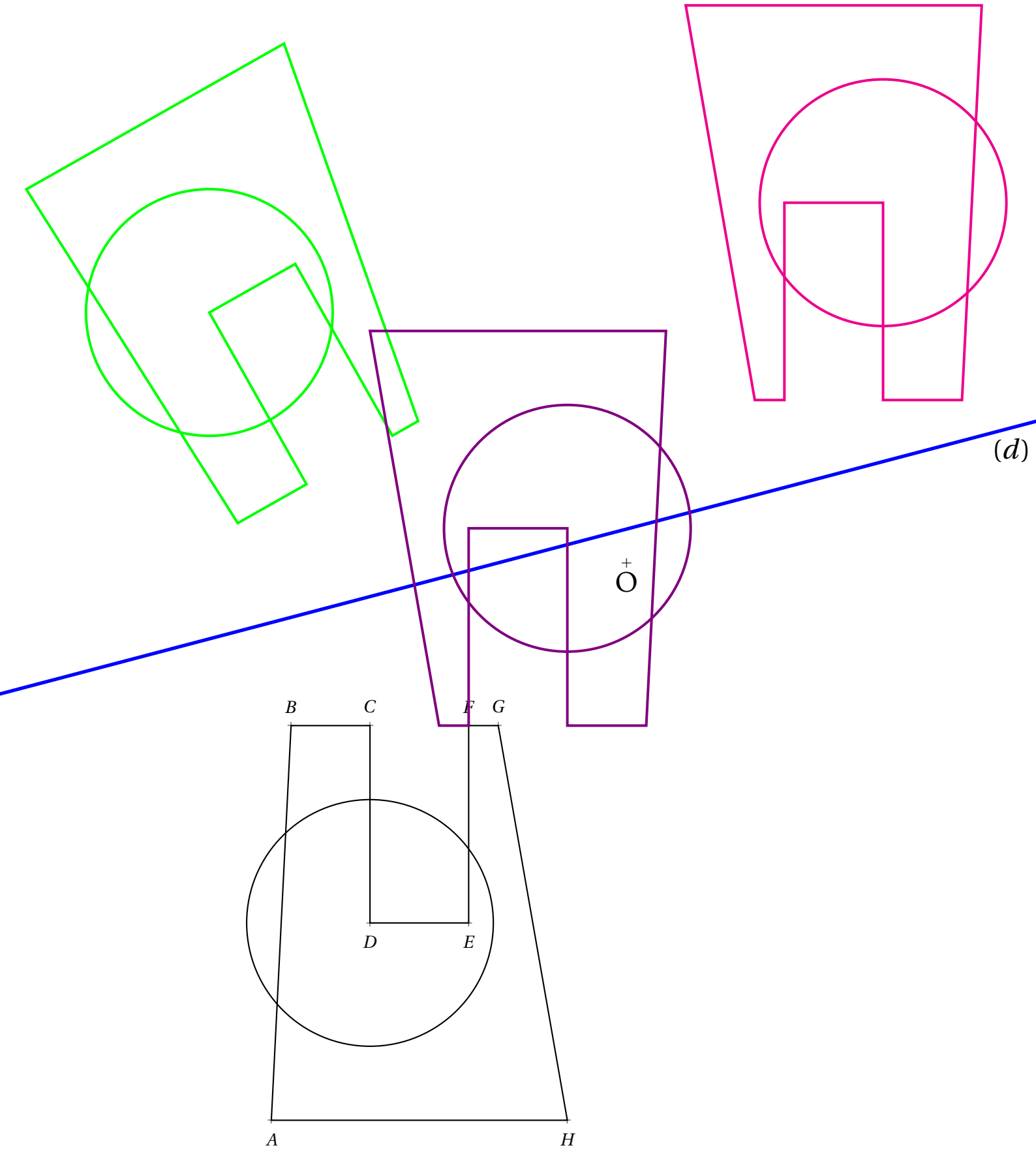
1. Tracer le symétrique $A_1B_1C_1D_1E_1F_1G_1H_1$ du polygone $ABCDEFGH$ par la **symétrie axiale** d'axe (d).
2. Tracer le symétrique $A_2B_2C_2D_2E_2F_2G_2H_2$ du polygone $ABCDEFGH$ par la **symétrie centrale** de centre O.
3. Tracer le symétrique $A_3B_3C_3D_3E_3F_3G_3H_3$ du polygone $ABCDEFGH$ par la **symétrie centrale** de centre F.
Vous laisserez les traces de construction et repasserez, éventuellement, chaque image d'une couleur différente.



Évaluation — Correction

NOM : PRÉNOM CLASSE :

1. Tracer le symétrique $A_1B_1C_1D_1E_1F_1G_1H_1$ du polygone $ABCDEFGH$ par la **symétrie axiale** d'axe (d).
2. Tracer le symétrique $A_2B_2C_2D_2E_2F_2G_2H_2$ du polygone $ABCDEFGH$ par la **symétrie centrale** de centre O.
3. Tracer le symétrique $A_3B_3C_3D_3E_3F_3G_3H_3$ du polygone $ABCDEFGH$ par la **symétrie centrale** de centre F.
Vous laisserez les traces de construction et repasserez, éventuellement, chaque image d'une couleur différente.



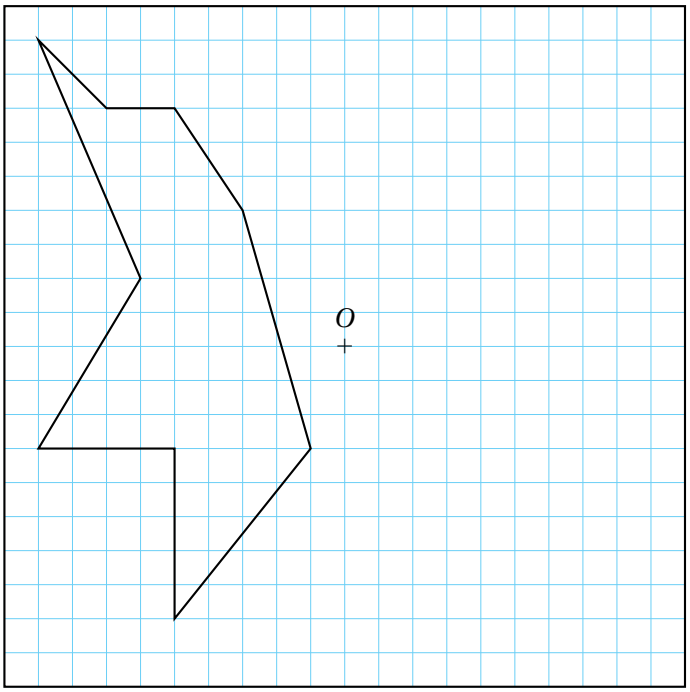
Évaluation

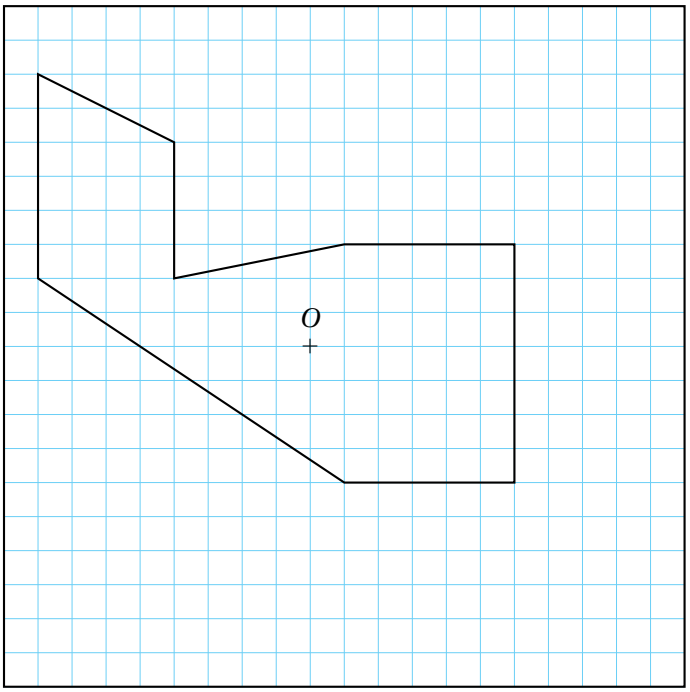
Cinquième

Exercice n° 1

(*5 points*)

Dans chaque cas, construire le symétrique de la figure par rapport au point O. Laisser les traces de construction.

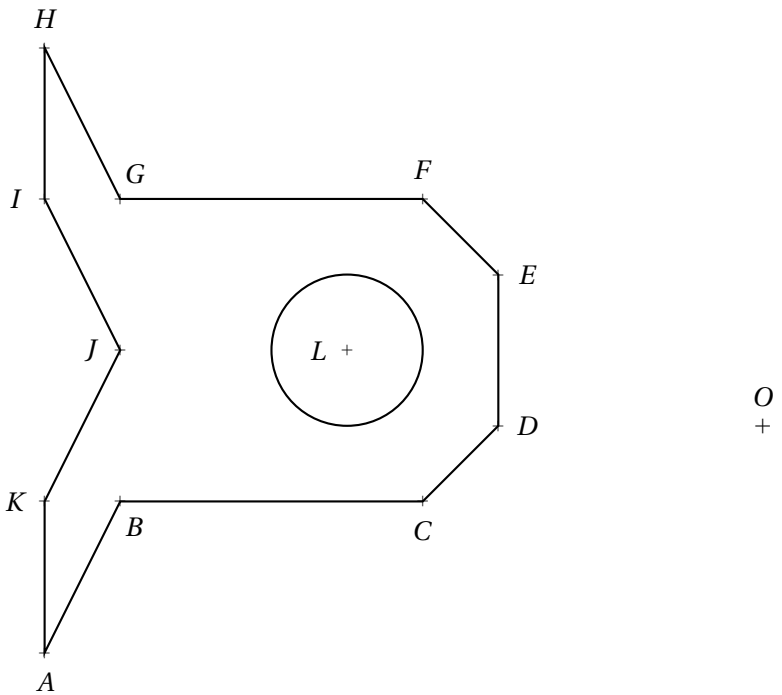




Exercice n° 2

(*5 points*)

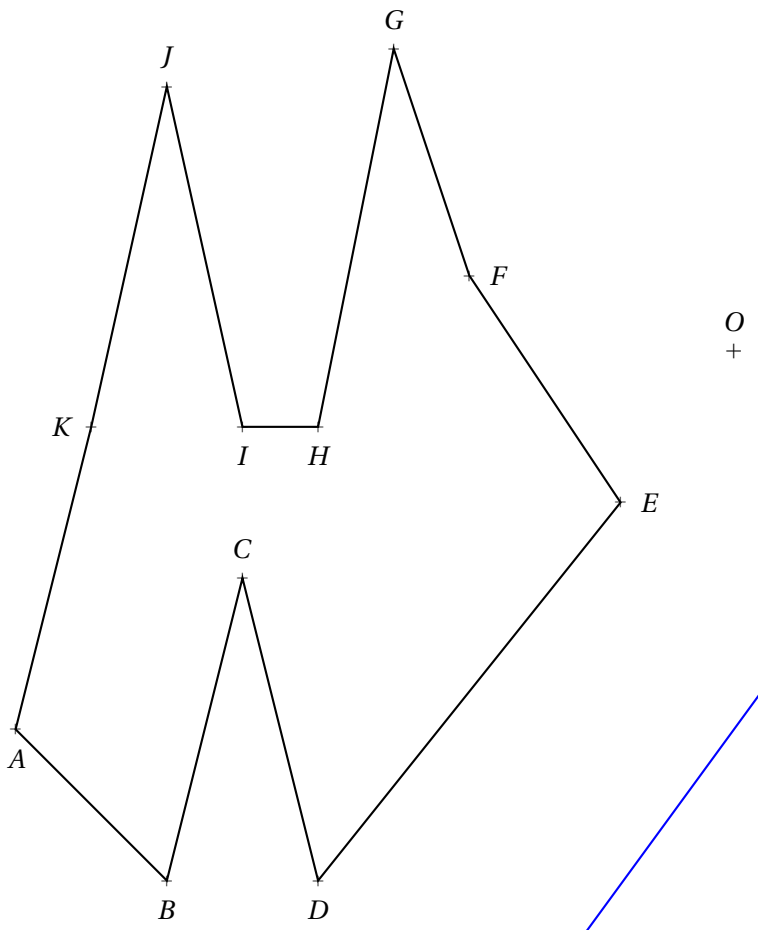
1. Construire le symétrique du polygone $ABCDEFGHIJK$ et du cercle de centre L **par rapport au point O**.
2. Construire le symétrique du polygone $ABCDEFGHIJK$ et du cercle de centre L**par rapport au point D**.



Exercice n° 3

(*5 points*)

1. Construire le symétrique du polygone $ABCDEFGHIJK$ **par rapport à la droite**.
2. Construire le symétrique du polygone $ABCDEFGHIJK$ **par rapport au point O**.
3. Construire le symétrique du polygone $ABCDEFGHIJK$ **par rapport au point D**.
Ne pas effacer les traces de construction.

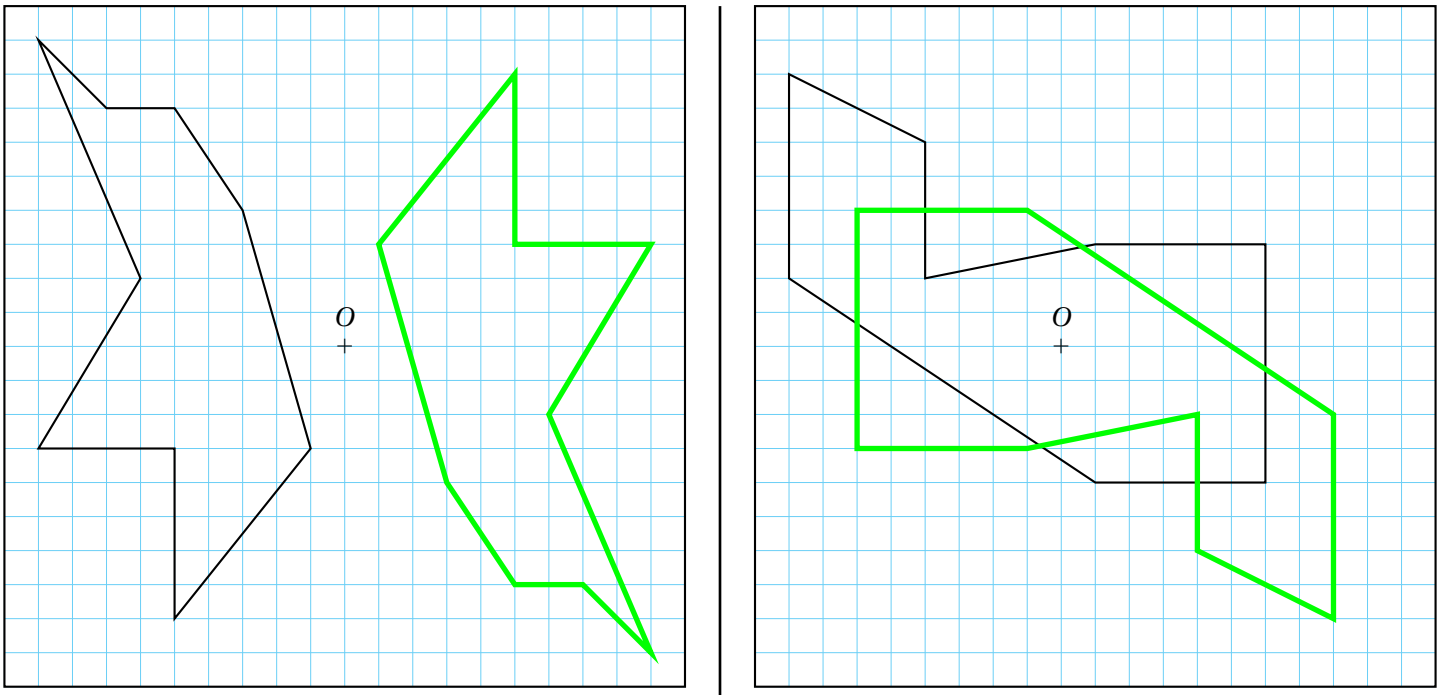


Évaluation—Correction

Exercice n° 1

(*5 points*)

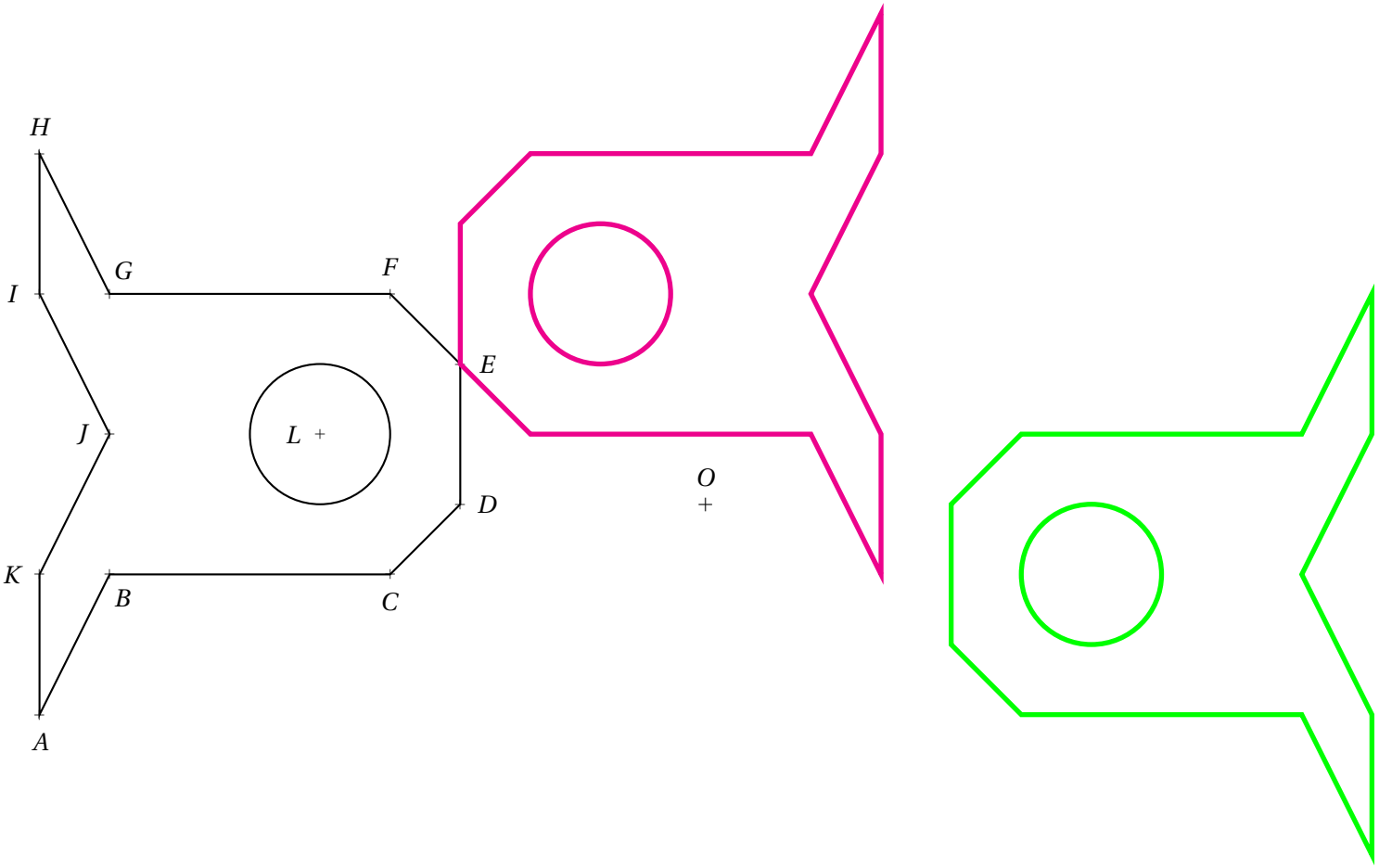
Dans chaque cas, construire le symétrique de la figure par rapport au point O. Laisser les traces de construction.



Exercice n° 2

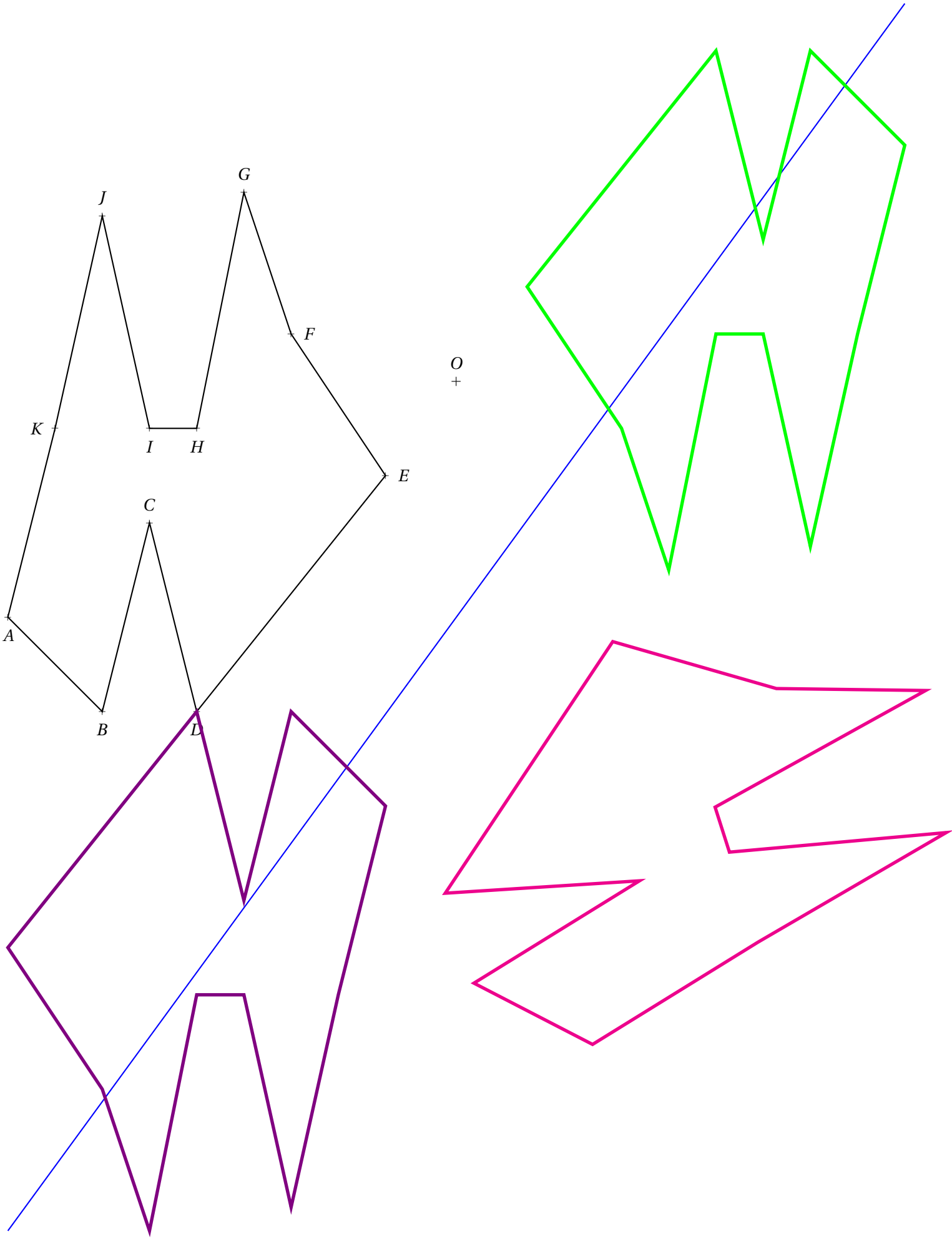
(*5 points*)

1. Construire le symétrique du polygone $ABCDEFGHIJK$ et du cercle de centre L **par rapport au point O**.
2. Construire le symétrique du polygone $ABCDEFGHIJK$ et du cercle de centre L**par rapport au point D**.



Exercice n° 3

(*5 points*)



La symétrie axiale

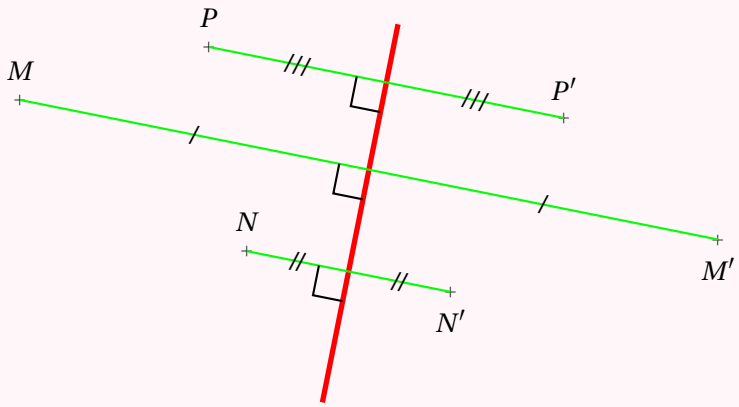
Définition

La **symétrie axiale** est une transformation géométrique du plan qui modélise l'action qui consiste à « *plier une figure le long d'une droite* ».

(d) étant une droite, la **symétrie axiale** d'axe (d) transforme un point M en un point M' vérifiant :

— La droite (MM') est perpendiculaire à l'axe (d) ;

— L'axe (d) coupe le segment $[MM']$ en son milieu.



Propriétés de la symétrie axiale

(d) étant une droite du plan, la **symétrie axiale d'axe** (d) :

— Transforme l'axe (d) en lui-même, il est invariant ;

— Transforme un segment en un segment de même longueur ;

— Transforme un angle en un angle de même mesure ;

— Transforme un cercle en un cercle de même rayon ;

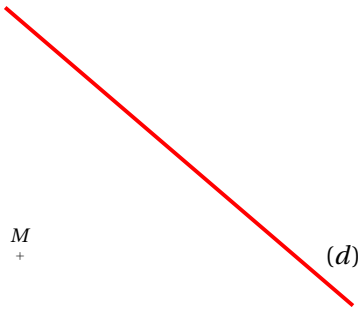
— Transforme une figure en une figure ayant le même périmètre ;

— Transforme une figure en une figure ayant la même aire.

Méthode de construction :

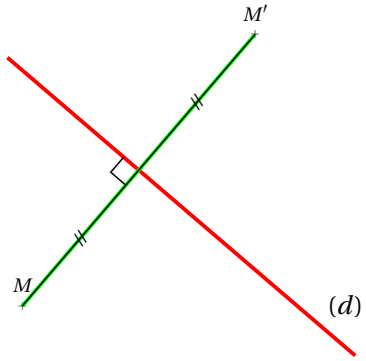
Objectif : Tracer le symétrique M' d'un point M par rapport à une droite (d).

Situation initiale

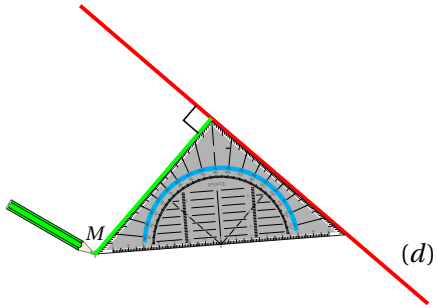


Un axe (d) et un point M

Situation finale

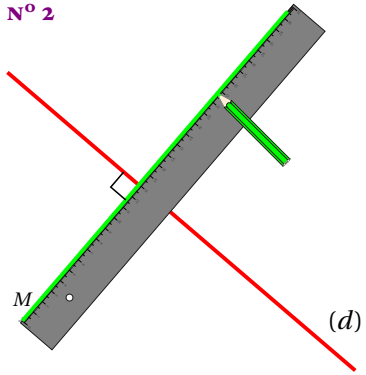


Étape n° 1



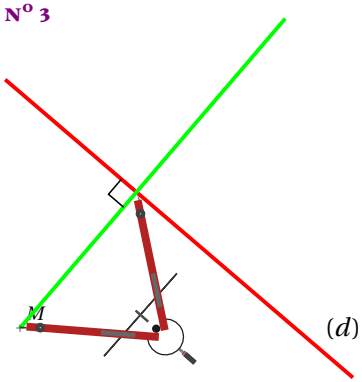
On trace la perpendiculaire à (d) passant par M.

Étape n° 2



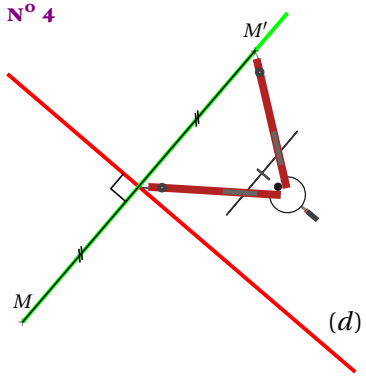
On prolonge la perpendiculaire à (d) passant par M.

Étape n° 3



On récupère la mesure du segment qui sépare M de l'axe.

Étape n° 4



On reporte cette distance.

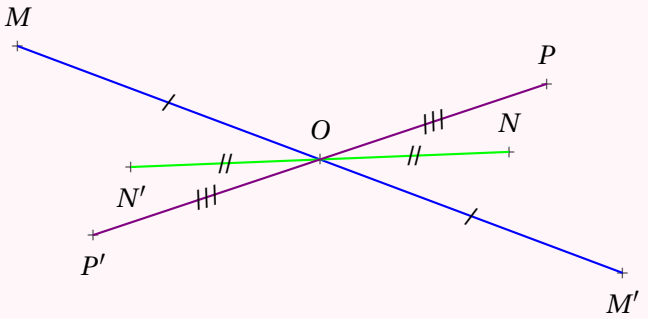
La symétrie centrale

Définition

La **symétrie centrale** est une **transformation** du plan qui modélise l'action de « *faire un demi-tour* ».

Étant donné un point O, la **symétrie de centre O** transforme un point M en un point M' ayant la propriété suivante :

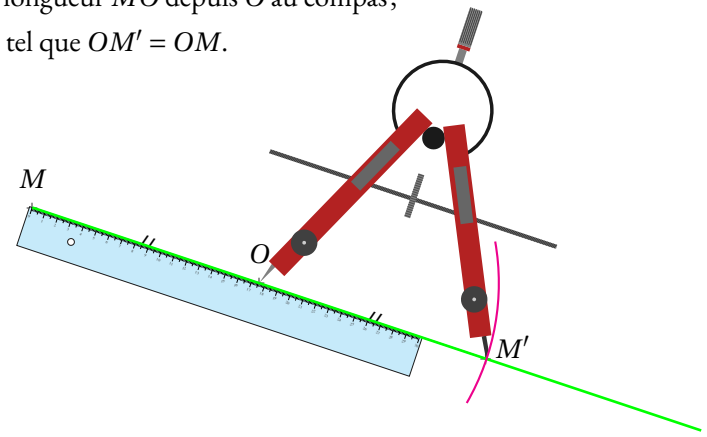
O est le milieu du segment $[MM']$



Méthode de construction :

Un point O étant placé, on veut construire M' le symétrique de M par rapport à O.

- Tracer la demi-droite $[MO)$;
- Reporter la longueur MO depuis O au compas ;
- $M' \in [MO)$ tel que $OM' = OM$.



Propriétés

O un point du plan.

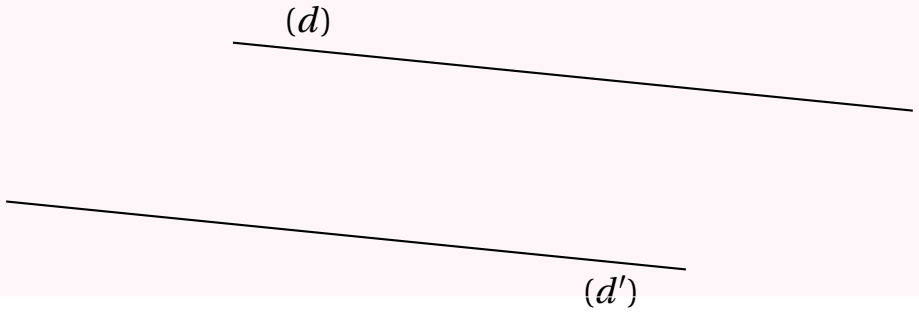
La **symétrie centrale de centre O** :

- Tranforme le centre O en lui-même, il est invariant ;
- Transforme un segment en un segment de même longueur ;
- Transforme un angle en un angle de même mesure ;
- Transforme un cercle en un cercle de même rayon.

Propriété fondamentale

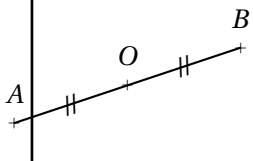
O un point du plan.

L'image d'une droite (d) ne passant pas par O par la symétrie de centre O est une droite (d') **parallèle** à (d).

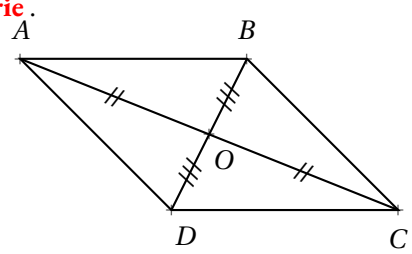


Centre de symétrie d'une figure :

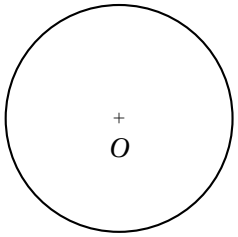
Quand une figure de géométrie se superpose avec son image par une symétrie centrale, on dit qu'elle possède **un centre de symétrie** .



Segment



Parallélogramme



Cercle

Remarques et intentions pédagogiques

[1] Ce raisonnement suppose que la relation d'ordre « être supérieur ou égal à »est compatible avec l'addition sur l'ensemble des nombres réels.

Informations légales

— **Auteur :** Fabrice ARNAUD
— **Web :** pi.ac3j.fr
— **Mail :** contact@ac3j.fr
— **Dernière modification :** 12 novembre 2026 à 20:43

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.2141
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Resolute Raccoon (Le Raton Laveur résolu) 26.04 avec la distribution TeX Live 2025.20260124 et LuaTex 1.22.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !

Licence CC BY-NC-SA 4.0



Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
Adapter — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
Partage dans les Mêmes Conditions — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr

Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, **Cours.pdf**, a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 12 novembre 2026 à 20:43.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : **https://pi.ac3j.fr/mathematiques-college**