La leçon — Version prof

Les textes écrit en violet sont destinés à l'enseignant, ils ne font pas partie de ce qu'on appelle la trace écrite.
Les démonstrations sont aussi en violet, elles sont le plus souvent présentée à l'oral.

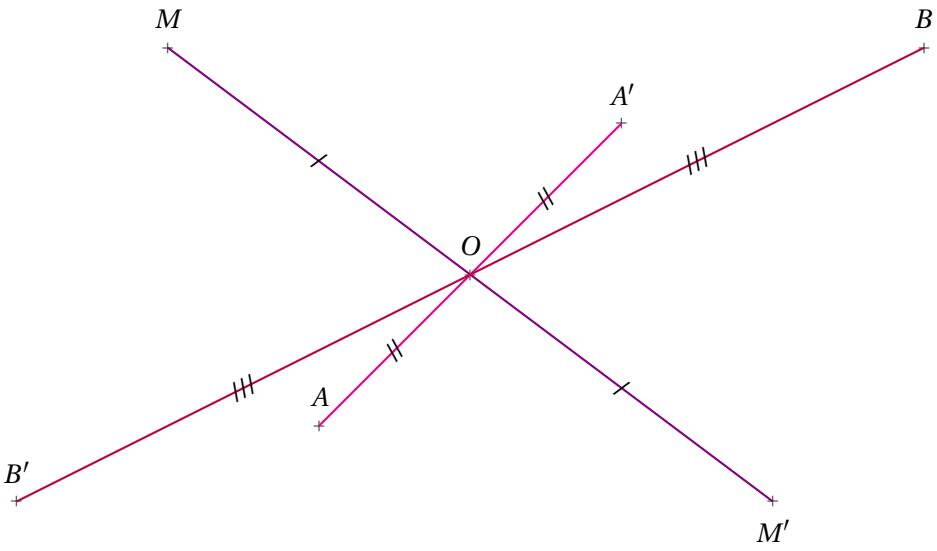
I — Définition

Définition 2.1 : La symétrie centrale

La **symétrie centrale** est une **transformation du plan** qui modélise l'action de « *faire demi-tour autour d'un point* ».

Un point O du plan étant fixé, la **symétrie centrale** est la transformation qui a tout point M associe le point M' ayant la propriété fondamentale suivante :

O est le milieu de $[MM']$



Propriété 2.1 : Invariance

O étant un point fixé du plan.
L'image du point O par la symétrie de centre O est lui-même.
O est le seul point ayant cette propriété.

Démonstration :

Soit M un point du plan tel que l'image de M dans la symétrie de centre O soit lui même.
En considérant le segment $[MM]$, on constate que ce segment a deux extrémités situés au même point M. Son milieu est le point O.
Il est évident que M et O sont le même point.
O est donc bien le seul point invariant dans une symétrie de centre O.

CQFD

Propriété 2.2 : Image d'un segment *(Admise)*

L'image d'un segment par une symétrie centrale est un segment ayant la même longueur.

Démonstration :

C'est un résultat difficile qui consiste à démontrer qu'une symétrie axiale conserve les distances, ce qui signifie que c'est une isométrie. L'axiomatique selon Euclide ne permet pas cette démonstration, cela fait partie des insuffisances de la théorie initiale.

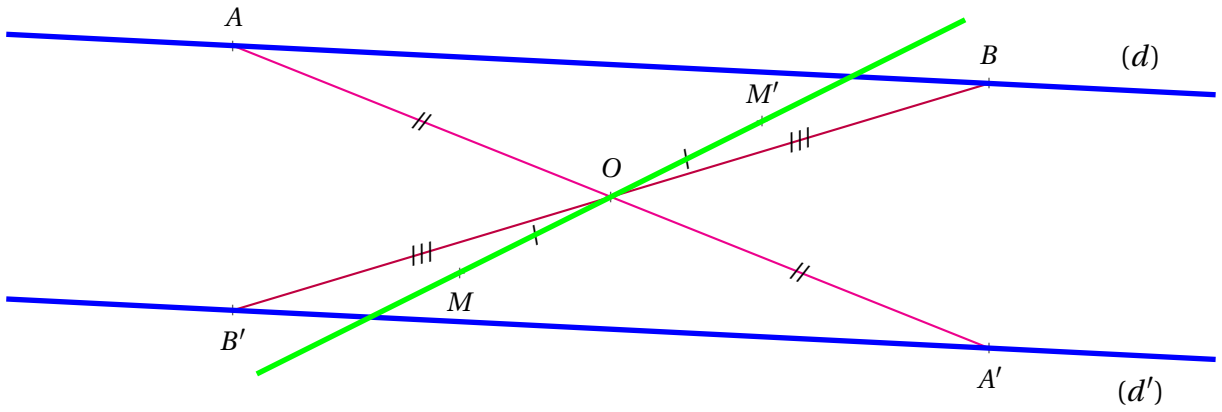
CQFD

Propriété 2.3 : Image d'une droite *(Admise)*

O étant un point fixé du plan.

La symétrie de centre O transforme une droite (d) ne passant pas par O en une droite $(d)'$ qui lui est parallèle.

La symétrie de centre O transforme une droite (d) passant par O en elle-même.



Démonstration :

L'image d'une droite est une droite

Soit une droite (d) et trois A, B et C de cette droite.
Par définition de l'alignement, l'un des points appartient au segment formé par les deux autres. On a par exemple $A \in [BC]$.
On a vu que l'image d'un segment par une symétrie centrale est un segment. Donc les images A', B' et C' de A, B et C sont tels que $A' \in [B'C']$.
Ainsi la symétrie centrale transforme trois points alignés en trois points alignés, elle transforme donc une droite en une droite.

L'image d'une droite est parallèle

Soit une droite $(d$ telle que $O \in (d)$ et $A \in (d)$ (A distinct du point O.)
Il est évident que la droite (AO) et (d) sont les mêmes droites.

CQFD

Propriété 2.4 : Isométrie *(Admise)*

O étant un point fixé du plan, la symétrie de centre O transforme :

- Un segment en un segment superposable ;
- Un angle en un angle superposable ;
- Une droite en une droite ;
- Un cercle en un cercle de même rayon.

La démonstration d’un tel résultat fait directement appel aux axiomes de la géométrie euclidienne.

Informations légales

— **Auteur :** Fabrice ARNAUD
— **Web :** pi.ac3j.fr
— **Mail :** contact@ac3j.fr

— **Dernière modification :** 5 novembre 2026 à 6:25

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.2141
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Resolute Raccoon (Le Raton Laveur résolu) 26.04 avec la distribution TeX Live 2025.20260124 et LuaTex 1.22.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !

Licence CC BY-NC-SA 4.0

Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
Adapter — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
Partage dans les Mêmes Conditions — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr

Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, **Cours.pdf**, a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 5 novembre 2026 à 6:25.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : https://pi.ac3j.fr/mathematiques-college