Chapitre II

Le théorème de Pythagore et sa réciproque

Sommaire

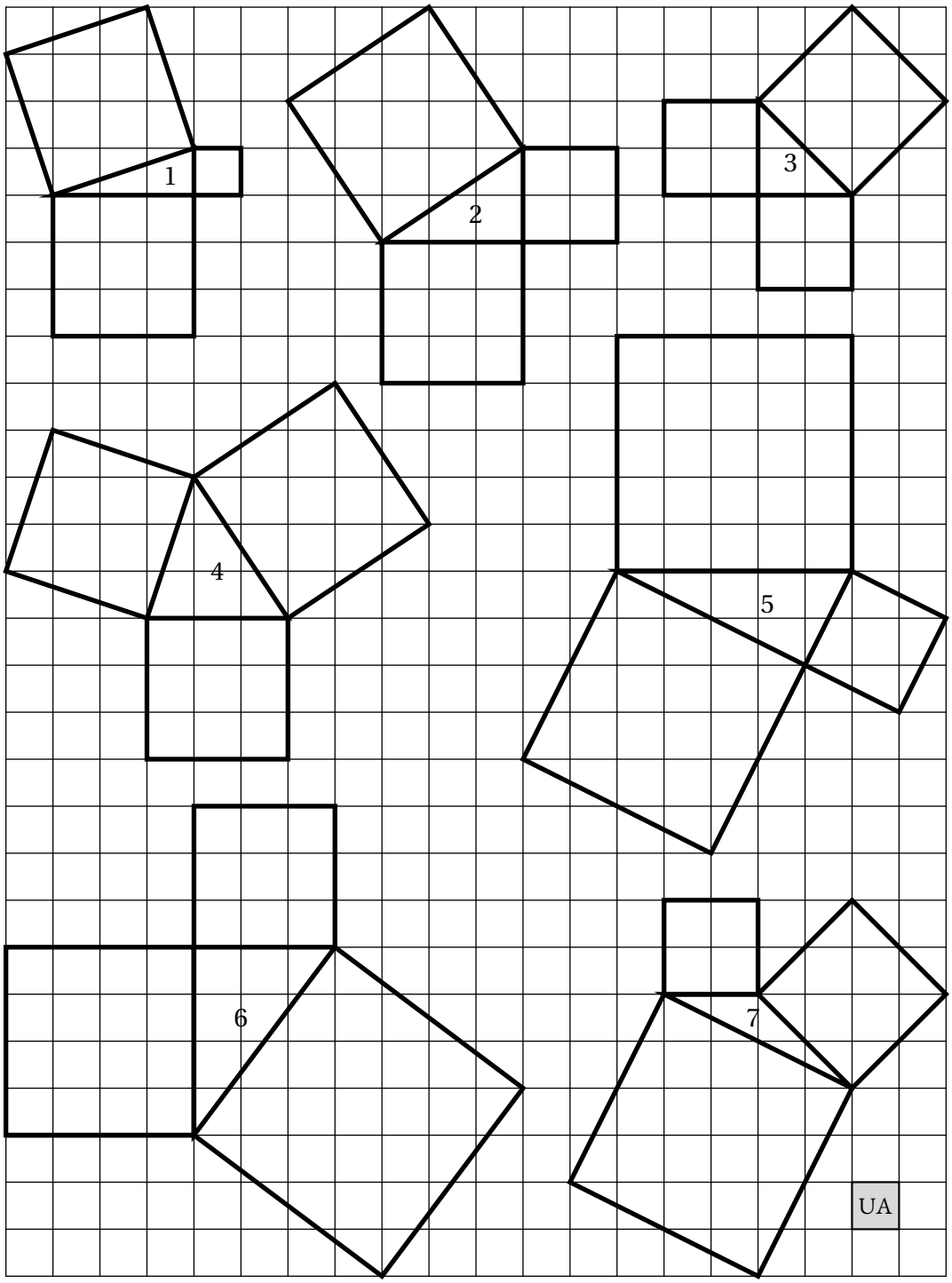
Activité — Situation initiale : Aire et quadrillage . . . 94
La leçon — Version prof . . . 96
I Le théorème de Pythagore . . . 96
II Application du théorème de Pythagore et racine carrée . . . 98
III La réciproque du théorème de Pythagore . . . 100
Questions du jour . . . 102
Exercices . . . 103
Exercices . . . 103
Évaluation . . . 111
Évaluation—Théorème de Pythagore et nombres relatifs . . . 123
Évaluation—Théorème de Pythagore et nombres relatifs . . . 126
Fiche d'exercices : — Théorème direct de Pythagore . . . 146
Préparation de l'évaluation — Théorème de Pythagore, contraposée et réciproque . . . 152
Évaluation — Relatifs, théorème de Pythagore, contraposée et réciproque . . . 157
Puzzle de Périgal . . . 163
Activité — Curiosité mathématique : Le puzzle de Perigal . . . 163
Activité — Infox : Le puzzle de Lewis Carrol . . . 167



Situation Initiale

Aire et quadrillage

Quatrième



Compléter le tableau suivant. L'unité de mesure des aires est le carreau.

Figure	Aire du petit carré	Aire du Carré moyen	Aire du grand carré
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

Quelle conjecture pouvez-vous faire ?

La leçon — Version prof

Les textes écrit en violet sont destinés à l'enseignant, ils ne font pas partie de ce qu'on appelle la trace écrite.
Les démonstrations sont aussi en violet, elles sont le plus souvent présentée à l'oral.

I — Le théorème de Pythagore

Définition 2.1 : Vocabulaire du triangles rectangle

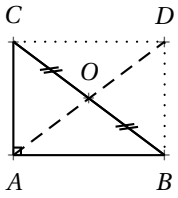
Un triangle ayant un angle droit est un **triangle rectangle** .
Les deux côtés perpendiculaires d'un triangle rectangle sont les **côtés de l'angle droit** . Le côté restant est l'**hypoténuse** du triangle rectangle. C'est le **côté opposé** à l'angle droit.

Propriété 2.1 : Hypoténuse Admise

Si un triangle est rectangle **alors** son plus grand côté est l'hypoténuse. [21]

Démonstration :

Montrons que l'hypoténuse d'un triangle rectangle est le plus long côté.
Soit ABC un triangle rectangle en A et O le milieu de l'hypoténuse $[BC]$.
On place D le symétrique du point A par rapport au point O.



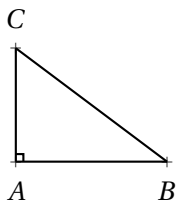
Les diagonales du quadrilatère $ABDC$ se coupent en leur milieu O donc $ABCD$ est un parallélogramme.
De plus $ABDC$ est un parallélogramme ayant un angle droit, il s'agit donc d'un rectangle.
On sait que dans un rectangle les diagonales ont la même longueur, elles ont le même milieu O.
Ainsi $OA = OB = OC = OD$

Dans le triangle OBA l'inégalité triangulaire affirme que $AB \leqslant AO + OB$ or $AO = OC$ d'où $AB \leqslant OB + OC$. Comme $OB + OC = BC$ on a $AB \leqslant BC$
De même dans le triangle OCA on prouve que $AC \leqslant BC$.
Le segment $[BC]$ est bien le plus grand côté du triangle ABC rectangle en A

CQFD

Théorème 2.1 : Le théorème de Pythagore Admis

Si un triangle est rectangle **alors** la somme des carrés des mesures des côtés de l'angle droit est égale au carré de la mesure de l'hypoténuse.

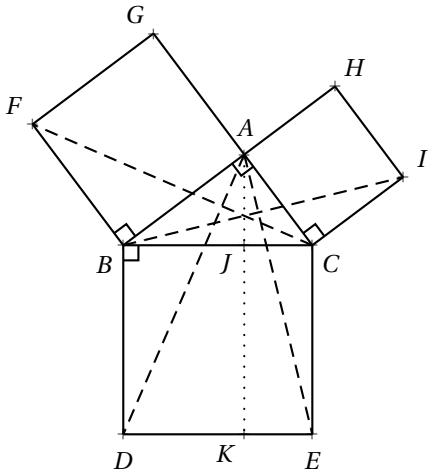


Si ABC est un triangle rectangle en A **alors** $AB^2 + AC^2 = BC^2$ (**Égalité de Pythagore**)

Démonstration :

Les carrés dans l'égalité de Pythagore correspondent aux aires des carrés construits sur les côtés du triangle rectangle. Les démonstrations proposées ici visent donc à montrer que la somme des aires des deux petits carrés est égale à l'aire du plus grand.

Voici la démonstration que l'on trouve dans les Éléments d'Euclide.



Dans le triangle ABD, l'angle $\widehat{DBA} = 90° + \widehat{CBA}$.
Dans le triangle BCF, l'angle $\widehat{CBF} = 90° + \widehat{CBA}$.
Ainsi $\widehat{DBA} = \widehat{CBF}$. De plus $FB = AB$ et $BC = BD$.
Les triangles CBF et ABD ont deux angles égaux dont les côtés ont la même longueur. Les triangles ABD et CBF sont donc superposables.
On arrive enfin à $Aire(ABD) = Aire(CBF)$.

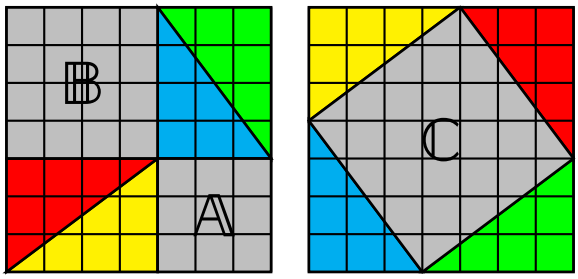
Par le même raisonnement au fait que les triangles BCI et ACE sont aussi superposables.
De même $Aire(BCI) = Aire(ACE)$

Le triangle FBC a pour base le segment $[FB]$ et sa hauteur mesure la longueur AB puisque $ABFG$ est un carré.
Ainsi l'aire du triangle FBC vaut $FB \times AB \div 2$ soit la moitié de l'aire du carré $ABFG$.
Par le même raisonnement on prouve que l'aire du triangle BCI vaut la moitié de l'aire du carré $ACIH$

Le triangle ABD a pour base le segment $[BD]$ et sa hauteur mesure la longueur BJ puisque $BDKJ$ est un rectangle.
Ainsi l'aire du triangle ABD vaut la moitié de celle du rectangle $BDKJ$.
De même l'aire du triangle ACE vaut la moitié de celle du rectangle $CEKJ$.

Finalement l'aire du carré $ABFG$ vaut le double de celle du triangle FBC donc le double de celle du triangle ABD soit l'aire du rectangle $BDKJ$.
De même l'aire du carré $ACIH$ est égale à celle du rectangle $CEKJ$.
On arrive enfin au fait que la somme des aires des petits carrés est égale à l'aire du plus grand.

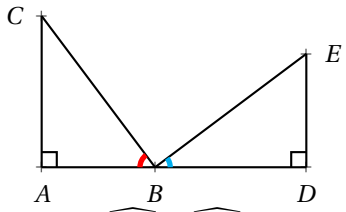
Démonstration par soustraction d'aires égales



On constate l'égalité suivante entre les aires :

$$\mathbb{A} + \mathbb{B} = \mathbb{C}$$

Pour justifier la construction il peut être utile de faire la remarque suivante :



Les triangles rectangles ABC et BDE sont superposables. Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BED}$ sont donc égaux, il en est de même des angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{EBD}$.
On sait que dans un triangle rectangles, les angles aigus sont complémentaires, c'est-à-dire que $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90°$.
On en déduit que $\widehat{ABC} + \widehat{DBE} = 90°$. Comme $\widehat{ABD}$ est plat, on arrive au fait que $\widehat{CBE}$ est droit.
Cela justifie le fait que l'existence du carré de le seconde figure !

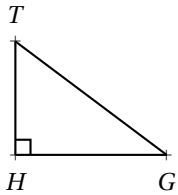
Démonstration de Périgal en 1917
Voir en annexe !

CQFD

Remarque :
$7^2 = \underbrace{7 \times 7}_{\text{2 fois}} = 49$. À ne pas confondre avec $7 \times 2 = \underbrace{7 + 7}_{\text{2 fois}} = 14$

II — Application du théorème de Pythagore et racine carrée

Calcul de l'hypoténuse connaissant les deux côtés de l'angle droit :
On étudie le triangle GHT rectangle en H tel que $HG = 4\ cm$ et $HT = 3\ cm$. On trace ce triangle et on constate en mesurant que $GT \approx 5\ cm$

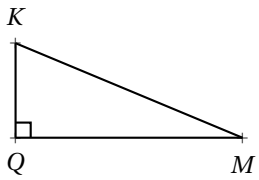


Dans le triangle GHT rectangle en H, d'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$HG^2 + HT^2 = GT^2$$
$$4^2 + 3^2 = GT^2$$
$$GT^2 = 16 + 9$$
$$GT^2 = 25$$

GT est donc un nombre dont le carré est 25, $GT = 5$ car $5^2 = 25$
L'hypoténuse $[GT]$ mesure $5\ cm$.[22]

Calcul d'un côté de l'angle droit connaissant l'hypoténuse et un autre côté :
On étudie le triangle QMK rectangle en Q tel que $QM = 12\ cm$ et $MK = 13\ cm$. On mesure et on constate que $QK \approx 5\ cm$.



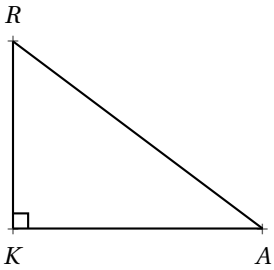
Dans le triangle QMK rectangle en Q, d'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$QM^2 + QK^2 = MK^2$$
$$12^2 + QK^2 = 13^2$$
$$144 + QK^2 = 169$$
$$QK^2 = 169 - 144$$
$$QK^2 = 25$$

QK est donc un nombre dont le carré est 25, $QK = 5$

Calcul d'un côté dont la mesure au carré ne soit pas un carré parfait :

On étudie le triangle RAK rectangle en K tel que $KR = 4,95\ cm$ et $KA = 6,6\ cm$. Calculons la mesure du côté $[AR]$.



Dans le triangle RAK rectangle en K, d'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$KA^2 + KR^2 = AR^2$$
$$6,6^2 + 4,95^2 = AR^2$$
$$AR^2 = 43,56 + 24,5025$$
$$AR^2 = 68,0625$$

On ne connait pas immédiatement un nombre dont le carré vaut exactement $68,0625$.
Notons x ce nombre.
Comme $8^2 = 64 < 68,0625 < 81 = 9^2$ on en déduit que $8 < x < 9$.[23]
En utilisant la calculatrice on trouve que $8,2^2 = 67,24 < 68,0625 < 68,89 = 8,3^2$ et donc que $8,2 < x < 8,3$.
On constate alors que $8,25^2 = 68,0625$.
Finalement $AR = 8,25\ cm$.

Propriété 2.2 : La racine carrée Admise

Pour tout nombre positif a, il existe un unique nombre positif dont le carré vaut exactement le nombre a.
Ce nombre s'appelle la **racine carrée** de a et se note $\sqrt{a}$.
Par définition $\left(\sqrt{a}\right)^2 = \sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$

Exemples :

$\sqrt{0} = 0$ et $\sqrt{1} = 1$.
$\sqrt{49} = 7$ car $7^2 = 49$.
La plupart des racines carrées ne sont pas des nombres décimaux, ni même des nombres rationnels.
$\sqrt{2} \approx 1,41421$ et $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$

Méthode 2.1 : Calculer la mesure du côté d'un triangle rectangle

Pour utiliser le théorème de Pythagore il faut connaître la mesure de deux côtés et vouloir calculer la mesure du troisième.

- Nommer le triangle rectangle et bien repérer l'angle droit ;
- invoquer le théorème de Pythagore et écrire l'égalité en veillant à l'angle droit ;
- si on cherche la mesure de l'hypoténuse, on effectue la somme des carrés des deux autres côtés ;
- si on cherche la mesure d'un autre côté, on fait la différence du carré de l'hypoténuse et de l'autre côté ;
- une fois le carré obtenu il suffit de calculer la racine carrée pour obtenir la mesure.

III — La réciproque du théorème de Pythagore

Théorème 2.2 : Contraposée du théorème de Pythagore *(Admis)*

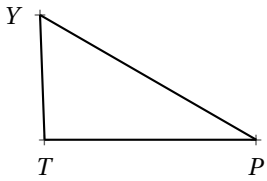
Si dans un triangle l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée **alors** ce triangle n'est pas rectangle.

Démonstration :

C'est une conséquence de la logique des propositions.
Prenons un exemple simple :
Propriété : Si nous sommes le 25 décembre alors je ne vais pas à l'école.
La propriété contraposée est : Si je vais à l'école alors nous ne sommes pas le 25 décembre.
On comprend que quand une propriété est vraie alors la propriété contraposée est également vraie.
Dans le cas du théorème de Pythagore, si l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée alors le triangle n'est pas rectangle car s'il était rectangle l'égalité serait vérifiée !

CQFD

Exemple :
Un triangle TYP est tel que $TY = 33\ mm$, $TP = 56\ mm$ et $YP = 66\ mm$
En dessinant ce triangle, il semble rectangle.



Vérifions : comparons $TY^2 + TP^2$ et YP^2

$TY^2 + TP^2 = 33^2 + 56^2$
$TY^2 + TP^2 = 1\,089 + 3\,136$
$TY^2 + TP^2 = 4\,225$

$YP^2 = 66^2$
$YP^2 = 4\,356$

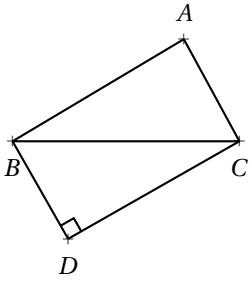
Ainsi $TY^2 + TP^2 \neq YP^2$
D'après **le théorème contraposé de Pythagore**, le triangle TYP n'est pas rectangle.

Théorème 2.3 : Réciproque du théorème de Pythagore *(Admis)*

Si dans un triangle l'égalité de Pythagore est vérifiée **alors** ce triangle est rectangle.

Démonstration :

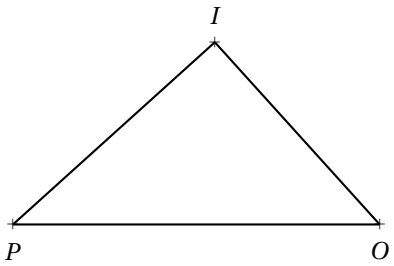
aCe théorème, contrairement au théorème contraposé, demande une démonstration.
Soit ABC un triangle à priori quelconque vérifiant l'égalité de Pythagore, par exemple $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ce qui suppose que BC est le plus long côté.



Plaçons de l'autre côté du segment $[BC]$ un point D tel que BCD soit rectangle en D et $BD = AC$. (Cela revient à tracer un triangle rectangle connaissant la mesure de l'hypoténuse et un côté de l'angle droit).
Comme BCD est rectangle en D, d'après le théorème de Pythagore on a :
$DB^2 + DC^2 = BC^2$
Or $BD = AC$ et $AB^2 + AC^2 = BC^2$ d'où $AC^2 + DC^2 = AB^2 + AC^2$ c'est-à-dire $DC^2 = AB^2$ donc $DC = AB$ (ce sont des longueurs !).
Le quadrilatère $ABDC$ a donc ses côtés opposés AB et DC de même longueur, ainsi que les côtés opposés BD et AC
On sait que **Si un quadrilatère non croisé a ses côtés opposés de même longueur deux à deux alors c'est un parallélogramme.**
On en déduit que $ABDC$ est un parallélogramme.
De plus ce parallélogramme a un angle droit en D.
On sait que **Si un parallélogramme a un angle droit alors c'est un rectangle**.
Finalement $ABDC$ est un rectangle, ce qui prouve que ABC est un triangle rectangle en A.

CQFD

Exemple :
POI un triangle tel que : $PO = 97\ mm$, $PI = 72\ mm$ et $OI = 65\ mm$.



Ce triangle est-il rectangle ?

Comme PO est le plus long côté, comparons PO^2 et $IP^2 + IO^2$

$$PO^2 = 97^2$$
$$PO^2 = 9\,409$$

$$IP^2 + IO^2 = 72^2 + 65^2$$
$$IP^2 + IO^2 = 5\,184 + 4\,225$$
$$IP^2 + IO^2 = 9\,409$$

Ainsi $IP^2 + IO^2 = PO^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle POI est rectangle en P.

Méthode 2.2 : Déterminer si un triangle est rectangle
Étant données les trois mesures des côtés d'un triangle :

- Déterminer le plus grand côté (il est candidat pour être l'hypoténuse) ;
- calculer le carré de la mesure du plus grand côté ;
- calculer la somme des carrés des mesures des deux plus petits côtés ;
- vérifier si les deux calculs précédents sont égaux ou non :
  - si les deux calculs sont exactement égaux, l'**égalité de Pythagore** est vérifiée, la réciproque du théorème de Pythagore affirme que le triangle est rectangle ;
  - si les deux calculs ne sont pas égaux, l'**égalité de Pythagore** n'est pas vérifiée, la contraposée du théorème de Pythagore affirme que le triangle n'est pas rectangle.

Question du jour n° 13 : Mesurer et calculer le côté d'un triangle rectangle

Tracer le triangle RIZ rectangle en Z tel que $ZR = 6\ cm$ et $ZI = 8\ cm$.
Mesurer la longueur du segment RI puis calculer la longueur exacte de RI.

Question du jour n° 14 : Mesurer et calculer le côté d'un triangle rectangle – Épisode 2

Tracer le triangle GLU rectangle en U tel que $UR = 4,5\ cm$ et $GL = 7,5\ cm$.
Mesurer la longueur du segment UL puis calculer la longueur exacte de UL.

Question du jour n° 15 : Mesurer et calculer le côté d'un triangle rectangle – Épisode 3

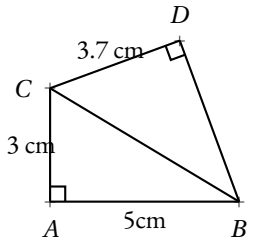
Tracer le triangle AHU rectangle en A tel que $AH = 28\ mm$ et $AU = 45\ mm$.
Mesurer la longueur du segment HU puis calculer la longueur exacte de HU.

Question du jour n° 16 : Mesurer et calculer le côté d'un triangle rectangle – Épisode 4

Tracer le triangle KAT rectangle en T tel que $TK = 3,3\ cm$ et $KA = 6,5\ cm$.
Mesurer la longueur du segment AT puis calculer la longueur exacte de AT.

Question du jour n° 17 : Deux à la suite

En tenant compte des codages et des longueurs indiquées, calculer la valeur exacte puis la valeur approchée au millimètre près de la longueur BD.



Question du jour n° 18 : Rectangle ou pas ?

Tracer le triangle ZOE tel que $ZO = 48\ mm$, $ZE = 55\ mm$ et $OE = 73\ mm$. ZOE est-il rectangle ?

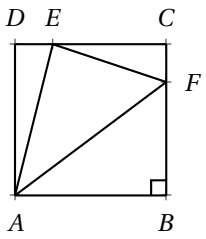
Question du jour n° 19 : Rectangle ou pas ? – Épisode 2

Tracer le triangle KAE tel que $KE = 36\ mm$, $KA = 77\ mm$ et $AE = 84\ mm$. KAE est-il rectangle ?

Question du jour n° 20 : Rectangle ou pas ? – Épisode 3

Le carré $ABCD$ a des côtés de $4\ cm$.
$E \in [CD]$ tel que $CE = 3\ cm$
$F \in [BC]$ tel que $BF = 3\ cm$

Le triangle AEF est-il rectangle ?



Exercices

Exercice n° 1 : Théorème de Pythagore en mesurant — Épisode 1

Tracer le triangle JHG rectangle en J tel que $JH = 2,8\ cm$ et $JG = 4,5\ cm$
Mesurer puis calculer la longueur HG.

Exercice n° 2 : Théorème de Pythagore en mesurant – Épisode 2

Tracer le triangle POL rectangle en P tel que $OL = 65\ mm$ et $PO = 33\ mm$
Mesurer puis calculer la longueur LP.

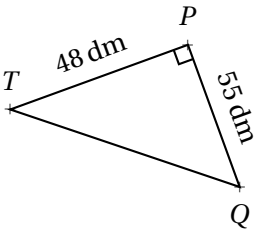
Exercice n° 3 : Théorème de Pythagore sans mesurer — Épisode 1

Le triangle PHA rectangle en H est tel que $HA = 60\ km$ et $HP = 63\ km$.
Tracer un croquis puis calculer la longueur PA.

Exercice n° 4 : Théorème de Pythagore sans mesurer — Épisode 2

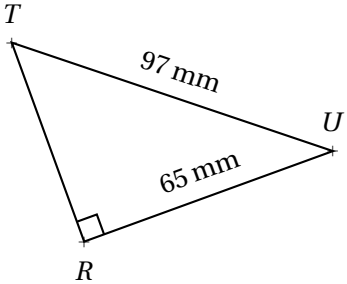
Le triangle FAB rectangle en F est tel que $FB = 39\ m$ et $AB = 89\ m$.
Tracer un croquis puis calculer la longueur FA.

Exercice n° 5 : Théorème de Pythagore avec une figure — Épisode 1



Le triangle PTQ rectangle en P

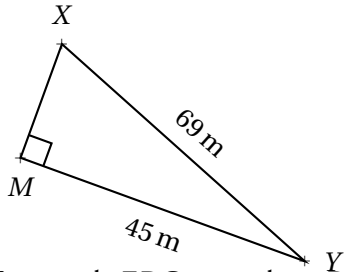
Calculer la valeur exacte de TQ.



Le triangle RUT rectangle en R

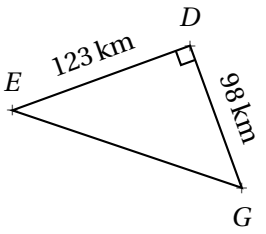
Calculer la valeur exacte de TR.

Exercice n° 6 : Théorème de Pythagore avec une figure — Épisode 2



Le triangle XMY rectangle en M

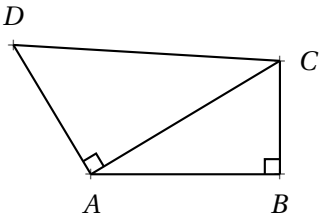
Calculer la valeur exacte de MX puis une valeur approchée au centième près.



Le triangle EDG rectangle en D

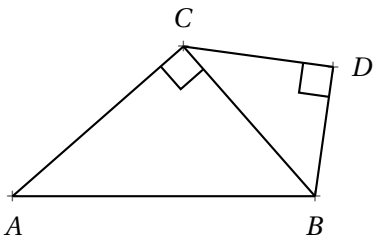
Calculer la valeur exacte de EG.

Exercice n° 7 : Théorème de Pythagore : deux à la suite — Épisode 1



Sur la figure ci-après,
$AB = 5\ cm$, $BC = 3\ cm$ et $AD = 4\ cm$.
Calculer la valeur exacte de DC puis donner une valeur approchée au millimètre près.

Exercice n° 8 : Théorème de Pythagore : deux à la suite – Épisode 2

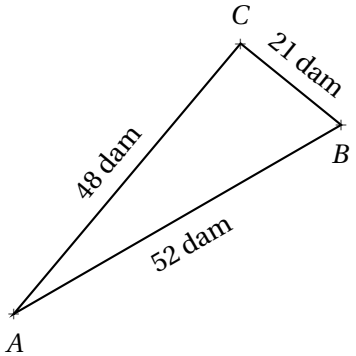


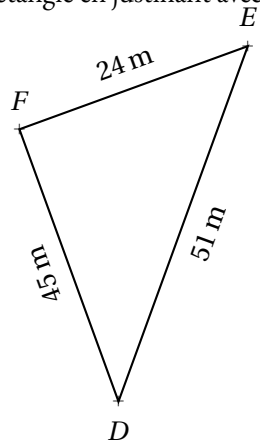
Sur la figure ci-après,
$AB = 4\ cm$, $AC = 3\ cm$ et $CD = 2\ cm$.

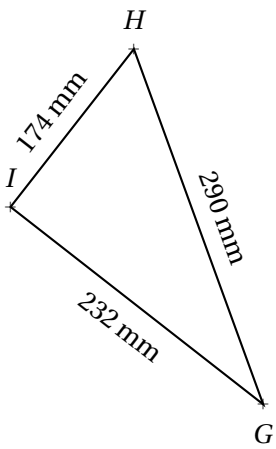
Calculer la valeur exacte de DB puis donner une valeur approchée au millimètre près.

Exercice n° 9 : Rectangle ou pas

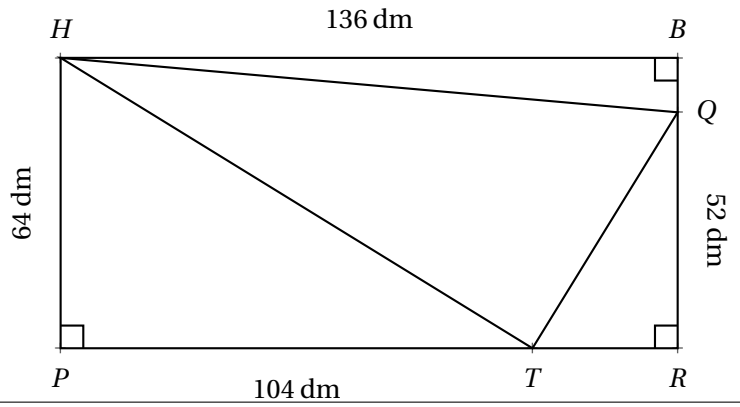
Pour chacune des figures suivantes, indiquer si le triangle est rectangle en justifiant avec soin votre raisonnement.







Exercice n° 10 : Un triangle rectangle dans dans un rectangle



La figure ci-contre n'est pas dessinée en vraie grandeur.

$PRBH$ est un rectangle.

Le triangle HQT est-il rectangle ?

Exercice n° 11 : Un cric

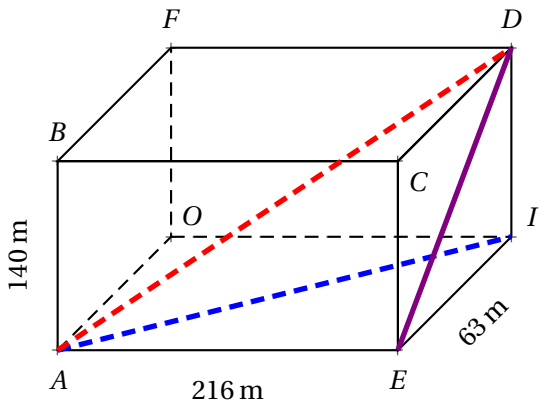




Ce cric, pour changer la roue d'une voiture, a la forme d'un losange dont les côtés mesurent 21 cm de côté.

À quelle hauteur soulève-t-on la voiture quand la grande diagonale mesure 32 cm ?

Exercice n° 12 : La grande diagonale



$AEIOBCDF$ est un pavé droit.

1. Calculer AI.

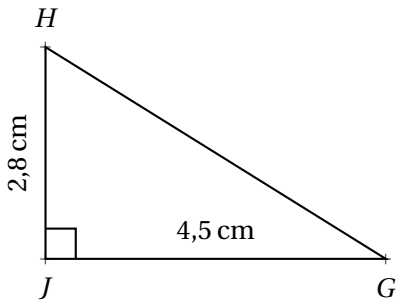
2. Calculer AD.

3. Le triangle AED est-il rectangle ?

À quelle hauteur soulève-t-on la voiture quand la grande diagonale mesure 32 cm ?

Exercice n° 1 : Théorème de Pythagore en mesurant — Épisode 1

Correction



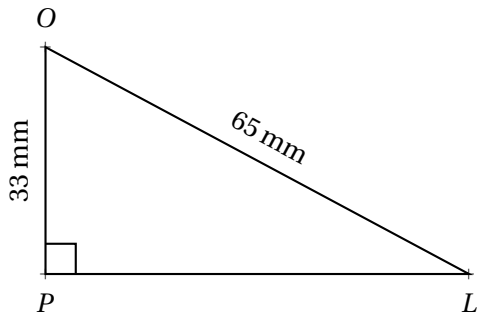
Dans le triangle JHG rectangle en J,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$JH^2 + JG^2 = HG^2$$
$$2,8^2 + 4,5^2 = HG^2$$
$$7,84 + 20,25 = HG^2$$
$$HG^2 = 28,09$$
$$HG = \sqrt{28,09}$$
$$HG = 5,3$$

Ainsi $\boxed{HG = 5,3\,\text{cm}}$

Exercice n° 2 : Théorème de Pythagore en mesurant — Épisode 2

Correction



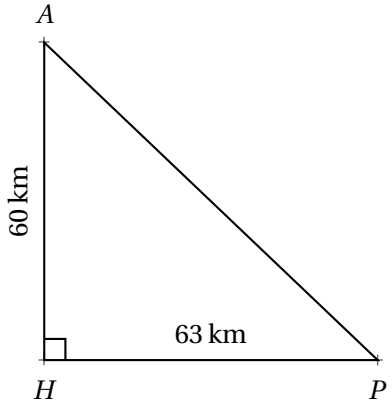
Dans le triangle POL rectangle en P,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$PO^2 + PL^2 = OL^2$$
$$33^2 + PL^2 = 65^2$$
$$1089 + PL^2 = 4225$$
$$PL^2 = 4225 - 1089$$
$$PL^2 = 3136$$
$$PL = \sqrt{3136}$$
$$PL = 56$$

Ainsi $\boxed{PL = 56\,\text{mm}}$

Exercice n° 3 : Théorème de Pythagore sans mesurer — Épisode 1

Correction



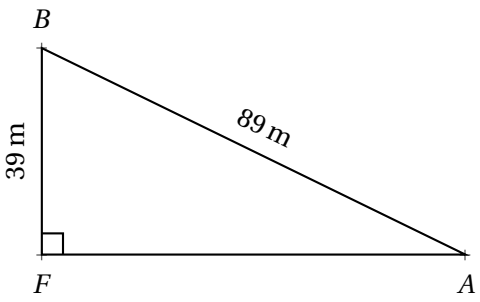
Dans le triangle HPA rectangle en H,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$HP^2 + HA^2 = PA^2$$
$$63^2 + 60^2 = PA^2$$
$$3969 + 3600 = PA^2$$
$$PA^2 = 7569$$
$$PA = \sqrt{7569}$$
$$PA = 87$$

Ainsi $\boxed{PA = 87\,\text{km}}$

Exercice n° 4 : Théorème de Pythagore sans mesurer — Épisode 2

Correction



Dans le triangle BFA rectangle en F,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$FB^2 + FA^2 = BA^2$$
$$39^2 + FA^2 = 89^2$$
$$1521 + FA^2 = 7921$$
$$FA^2 = 7921 - 1521$$
$$FA^2 = 6400$$
$$FA = \sqrt{6400}$$
$$FA = 80$$

Ainsi $\boxed{FA = 80\,\text{m}}$

Exercice n° 5 : Théorème de Pythagore avec une figure — Épisode 1

Correction

Dans le triangle PTQ rectangle en P,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$PT^2 + PQ^2 = TQ^2$$
$$48^2 + 55^2 = TQ^2$$
$$2304 + 3025 = TQ^2$$
$$TQ^2 = 5329$$
$$TQ = \sqrt{5329}$$
$$TQ = 73$$

$\boxed{TQ = 73\,\text{dm}}$

Dans le triangle TRU rectangle en R,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$RT^2 + RU^2 = TU^2$$
$$RT^2 + 65^2 = 97^2$$
$$RT^2 + 4225 = 9409$$
$$RT^2 = 9409 - 4225$$
$$RT^2 = 5184$$
$$RT = \sqrt{5184}$$
$$RT = 72$$

$\boxed{RT = 72\,\text{mm}}$

Exercice n° 6 : Théorème de Pythagore avec une figure — Épisode 2

Correction

Dans le triangle MXY rectangle en M,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$MX^2 + MY^2 = XY^2$$
$$MX^2 + 45^2 = 69^2$$
$$MX^2 + 2025 = 4761$$
$$MX^2 = 4761 - 2025$$
$$MX^2 = 2736$$
$$MX = \sqrt{2736}$$
$$MX \approx 52{,}31$$

$\boxed{MX = \sqrt{2736}\ m \approx 52{,}31\,\text{m}}$

Dans le triangle EDG rectangle en D,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$DE^2 + DG^2 = EG^2$$
$$123^2 + 98^2 = EG^2$$
$$15\,129 + 9604 = EG^2$$
$$EG^2 = 24\,733$$
$$EG = \sqrt{24\,733}$$
$$EG \approx 157{,}28$$

$\boxed{EG = \sqrt{24\,733}\ km \approx 157{,}28\,\text{km}}$

Exercice n° 7 : Théorème de Pythagore : deux à la suite — Épisode 1

Correction

Dans le triangle ABC rectangle en B,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BA^2 + BC^2 = AC^2$$
$$5^2 + 3^2 = AC^2$$
$$25 + 9 = AC^2$$
$$AC^2 = 34$$
$$AC = \sqrt{34}$$
$$AC \approx 5,83$$

$AC = \sqrt{34}\ cm \approx 5,83\,\text{cm}$

Dans le triangle CAD rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AC^2 + AD^2 = CD^2$$
$$34 + 4^2 = CD^2$$
$$34 + 16 = CD^2$$
$$CD^2 = 50$$
$$CD = \sqrt{50}$$
$$CD \approx 7,07$$

$CD = \sqrt{50}\ cm \approx 7,07\,\text{cm}$

Exercice n° 8 : Théorème de Pythagore : deux à la suite — Épisode 1

Correction

Dans le triangle ACB rectangle en C,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$CA^2 + CB^2 = AB^2$$
$$3^2 + CB^2 = 4^2$$
$$9 + CB^2 = 16$$
$$CB^2 = 16 - 9$$
$$CB^2 = 7$$
$$CB = \sqrt{7}$$
$$CB \approx 2,64$$

$CB = \sqrt{7}\ cm \approx 2,64\,\text{cm}$

Dans le triangle CDB rectangle en D,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$DB^2 + DC^2 = BC^2$$
$$DB^2 + 2^2 = 7$$
$$DB^2 + 4 = 7$$
$$DB^2 = 7 - 4$$
$$DB^2 = 3$$
$$DB = \sqrt{3}$$
$$DB \approx 1,73$$

$DB = \sqrt{3}\ cm \approx 1,73\,\text{cm}$

Exercice n° 9 : Rectangle ou pas

Correction

Le triangle ABC est-il rectangle ?

Comparons $CA^2 + CB^2$ et AB^2 :

$$CA^2 + CB^2$$
$$48^2 + 21^2$$
$$2304 + 441$$
$$2745$$

$$AB^2$$
$$52^2$$
$$2704$$

Comme $CA^2 + CB^2 \neq AB^2$,
D'après **la contraposée du théorème de Pythagore**
le triangle ABC n'est pas rectangle .

Le triangle FED est-il rectangle ?

Comparons $FE^2 + FD^2$ et ED^2 :

$FE^2 + FD^2$	ED^2
$24^2 + 45^2$	51^2
$576 + 2025$	
2601	2601

Comme $FE^2 + FD^2 = ED^2$,
D'après **la réciproque du théorème de Pythagore**
le triangle FED est rectangle en F .

Le triangle IHG est-il rectangle ?

Comparons $IH^2 + IG^2$ et HG^2 :

$IH^2 + IG^2$	HG^2
$174^2 + 232^2$	290^2
$20\,276 + 53\,824$	
$84\,100$	$84\,100$

Comme $IH^2 + IG^2 = HG^2$,
D'après **la réciproque du théorème de Pythagore**
le triangle IHG est rectangle en I .

Dans le triangle HPT rectangle en P,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$PH^2 + PT^2 = HT^2$$
$$64^2 + 104^2 = HT^2$$
$$4096 + 10\,816 = HT^2$$
$$HT^2 = 14\,912$$
$$HT = \sqrt{14\,912}$$
$$HT = \approx 122,11$$

Dans le triangle TRQ rectangle en R,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$RT^2 + RQ^2 = TQ^2$$
$$32^2 + 52^2 = TQ^2$$
$$1024 + 2704 = TQ^2$$
$$TQ^2 = 3728$$
$$TQ = \sqrt{3728}$$
$$TQ = \approx 61,06$$

Dans le triangle HBQ rectangle en B,

D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BH^2 + BQ^2 = HQ^2$$
$$136^2 + 12^2 = HQ^2$$
$$18496 + 144 = HQ^2$$
$$HQ^2 = 18640$$
$$HQ = \sqrt{18640}$$
$$HQ = \approx 136,53$$

Comparons $TH^2 + TQ^2$ et HQ^2 :

$TH^2 + TQ^2$	HQ^2
$14912 + 3728$	
18640	18640

Comme

$$TH^2 + TQ^2 = HQ^2$$

D'après **la réciproque du théorème de Pythagore**
le triangle THQ est rectangle en T .

Attention, en prenant, les valeurs approchées, on peut obtenir un résultat différent et faux!

$TH^2 + TQ^2 \approx 122,11^2 + 61,06^2 \approx 14910,85 + 3728,32 \approx 18639,17$
Et $HQ^2 \approx 136,53^2 \approx 18640,44$

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

1. Tracer le triangle UYR rectangle en Y tel que $UY = 28\ mm$ et $RY = 45\ mm$. Calculer UR.

---

2. Tracer le triangle MLO rectangle en O tel que $ML = 8,9\ cm$ et $OL = 3,9\ cm$. Calculer MO.

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

1. Tracer le triangle ZER rectangle en Z tel que $ZE = 33\ mm$ et $ZR = 56\ mm$. Calculer ER.

---

2. Tracer le triangle PUT rectangle en P tel que $UT = 9,7\ cm$ et $PU = 7,2\ cm$. Calculer PT.

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

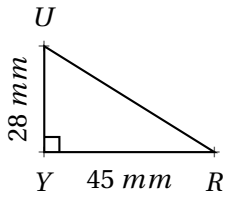
1. Tracer le triangle ATH rectangle en A tel que $AT = 36\ mm$ et $AH = 77\ mm$. Calculer TH.

---

2. Tracer le triangle KWX rectangle en W tel que $KX = 8,9\ cm$ et $WX = 8\ cm$. Calculer KW.

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

1. Tracer le triangle UYR rectangle en Y tel que $UY = 28\ mm$ et $RY = 45\ mm$. Calculer UR.



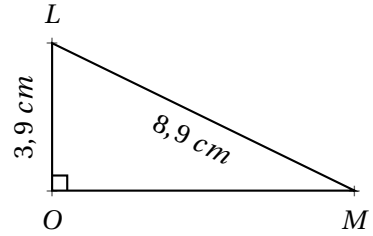
Dans le triangle YUR rectangle en Y,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$YU^2 + YR^2 = UR^2$$
$$28^2 + 45^2 = UR^2$$
$$784 + 2025 = UR^2$$
$$UR^2 = 2809$$
$$UR = \sqrt{2809}$$
$$UR = 53$$

$\boxed{UR = 53\ mm}$

---

2. Tracer le triangle MLO rectangle en O tel que $ML = 8,9\ cm$ et $OL = 3,9\ cm$. Calculer MO.



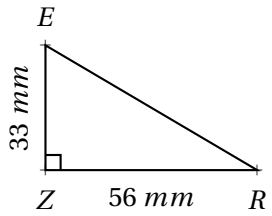
Dans le triangle MLO rectangle en O,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$OM^2 + OL^2 = ML^2$$
$$OM^2 + 3,9^2 = 8,9^2$$
$$OM^2 + 15,21 = 79,21$$
$$OM^2 = 79,21 - 15,21$$
$$OM^2 = 64$$
$$OM = \sqrt{64}$$
$$OM = 8$$

$\boxed{OM = 8\ cm}$

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

1. Tracer le triangle ZER rectangle en Z tel que $ZE = 33\ mm$ et $ZR = 56\ mm$. Calculer ER.



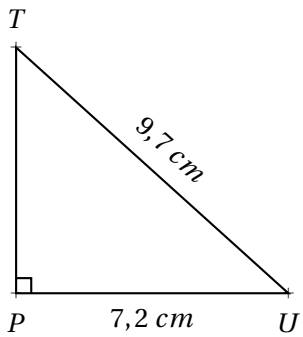
Dans le triangle ZER rectangle en Z,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$ZR^2 + ZE^2 = ER^2$$
$$56^2 + 33^2 = ER^2$$
$$3\,136 + 1\,089 = ER^2$$
$$ER^2 = 4\,225$$
$$ER = \sqrt{4\,225}$$
$$ER = 65$$

$\boxed{ER = 65\ mm}$

---

2. Tracer le triangle PUT rectangle en P tel que $UT = 9,7\ cm$ et $PU = 7,2\ cm$. Calculer PT.



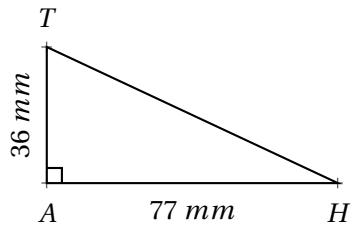
Dans le triangle PUT rectangle en P,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$PU^2 + PT^2 = UT^2$$
$$7,2^2 + PT^2 = 9,7^2$$
$$51,84 + PT^2 = 94,09$$
$$PT^2 = 94,09 - 51,85$$
$$PT^2 = 42,25$$
$$PT = \sqrt{42,25}$$
$$PT = 6,5$$

$\boxed{PT = 6,5\ cm}$

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

1. Tracer le triangle ATH rectangle en A tel que $AT = 36\ mm$ et $AH = 77\ mm$. Calculer TH.



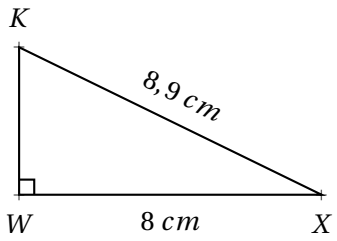
Dans le triangle ATH rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AH^2 + AT^2 = TH^2$$
$$77^2 + 36^2 = TH^2$$
$$5\,929 + 1\,296 = TH^2$$
$$TH^2 = 7\,225$$
$$TH = \sqrt{7\,225}$$
$$TH = 85$$

$\boxed{TH = 85\ mm}$

---

2. Tracer le triangle KWX rectangle en W tel que $KX = 8,9\ cm$ et $WX = 8\ cm$. Calculer KW.



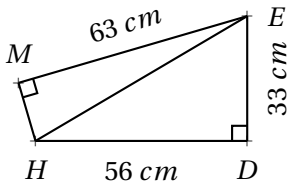
Dans le triangle KWX rectangle en W,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$WK^2 + WX^2 = KX^2$$
$$WK^2 + 8^2 = 8,9^2$$
$$WK^2 + 64 = 79,21$$
$$WK^2 = 79,21 - 64$$
$$WK^2 = 15,21$$
$$WK = \sqrt{15,21}$$
$$WK = 3,9$$

$\boxed{WK = 3,9\ cm}$

Contrôle de mathématiques

Exercice 1



Cette figure n'est pas réalisée en vraies grandeurs !

1. Démontrer en détaillant votre raisonnement que $HE = 65\ cm$.

2. Démontrer en détaillant votre raisonnement que $MH = 16\ cm$.

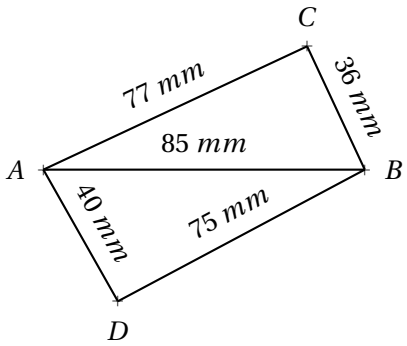
Exercice 2

1. Le triangle ABC est-il rectangle ?

Justifier votre réponse par un raisonnement détaillé.

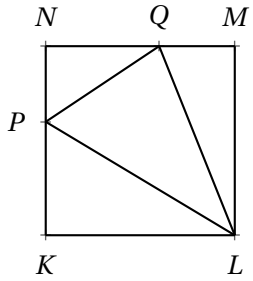
2. Le triangle ABD est-il rectangle ?

Justifier votre réponse par un raisonnement détaillé.



Cette figure n'est pas réalisée en vraies grandeurs !

Exercice 3



Cette figure n'est pas réalisée en vraies grandeurs !

$KLMN$ est un carré de côté $5\ cm$

$P \in [KN]$ tel que $KP = 3\ cm$
$Q \in [NM]$ tel que $QM = 2\ cm$

1. Calculer en justifiant votre raisonnement les longueurs QP, PL et LQ

2. Le triangle PLQ est-il rectangle ?
Justifier votre réponse par un raisonnement détaillé.

Exercice 4

Voici deux expressions littérales : $M = (x - y) - (y - x)$ et $N = x - (y - x) - y$

1. Calculer M et N pour $x = -1$ et $y = 3$ en détaillant vos calculs.

2. Calculer M et N pour $x = 5$ et $y = -5$ en détaillant vos calculs.

3. Quelle conjecture pouvez-vous faire ?

Correction

Exercice 1

1. Dans le triangle HDE rectangle en D, d'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$DH^2 + DE^2 = EH^2$$
$$56^2 + 33^2 = EH^2$$
$$EH^2 = 3136 + 1089$$
$$EH^2 = 4225$$
$$EH = \sqrt{4225}$$
$$EH = 65$$

Donc $EH = 65\ cm$.

2. Dans le triangle HME rectangle en M, d'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$MH^2 + ME^2 = EH^2$$
$$MH^2 + 63^2 = 65^2$$
$$MH^2 + 3969 = 4225$$
$$MH^2 = 4225 - 3969$$
$$MH^2 = 256$$
$$MH = \sqrt{256}$$
$$MH = 16$$

Donc $MH = 16\ cm$.

Exercice 2

1. Comparons $CA^2 + CB^2$ et AB^2

$$CA^2 + CB^2 = 77^2 + 36^2 \qquad AB^2 = 85^2$$
$$CA^2 + CB^2 = 5929 + 1296$$
$$CA^2 + CB^2 = 7225 \qquad AB^2 = 7225$$

Comme $CA^2 + CB^2 = AB^2$ d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** le triangle ABC est rectangle C.

2. Comparons $DA^2 + DB^2$ et AB^2

$$DA^2 + DB^2 = 75^2 + 40^2 \qquad AB^2 = 85^2$$
$$DA^2 + DB^2 = 5625 + 1600$$
$$DA^2 + DB^2 = 7225 \qquad AB^2 = 7225$$

Comme $DA^2 + DB^2 = AB^2$ d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** le triangle ADC est rectangle D.

Exercice 3

1. Comme $KLMN$ est un carré, les triangles NPQ, QML et PKL sont rectangles respectivement en N, M et K.

Dans le triangle NPQ rectangle en N, d'après **le théorème de Pythagore** :

$$NQ^2 + NP^2 = QP^2$$
$$3^2 + 2^2 = QP^2$$
$$QP^2 = 9 + 4$$
$$QP^2 = 13$$
$$QP = \sqrt{13}$$

Dans le triangle QLM rectangle en M, d'après **le théorème de Pythagore** :

$$MQ^2 + ML^2 = QL^2$$
$$2^2 + 5^2 = QL^2$$
$$QL^2 = 4 + 25$$
$$QL^2 = 29$$
$$QL = \sqrt{29}$$

Dans le triangle PKL rectangle en K, d'après **le théorème de Pythagore** :

$$KL^2 + KP^2 = PL^2$$
$$5^2 + 3^2 = PL^2$$
$$PL^2 = 25 + 9$$
$$PL^2 = 34$$
$$PL = \sqrt{34}$$

2. Comparons $QP^2 + QL^2$ et PL^2

$$QP^2 + QL^2 = (\sqrt{13})^2 + (\sqrt{29})^2 \qquad Pl^2 = (\sqrt{34})^2$$
$$QP^2 + QL^2 = 13 + 29$$
$$QP^2 + QL^2 = 42 \qquad PL^2 = 34$$

Comme $QP^2 + QL^2 \neq PL^2$ d'après **la contraposée du théorème de Pythagore**, le triangle PQL n'est pas rectangle.

Exercice 4

1. Pour $x = -1$ et $y = 3$

$M = (-1 - 3) - (3 - (-1))$
$M = -4 - (3 + 1)$
$M = -4 - 4$
$M = -8$

$N = -1 - (3 - (-1)) - 3$
$N = -1 - (3 + 1) - 3$
$N = -1 - 4 - 3$
$N = -8$

2. Pour $x = 5$ et $y = -5$

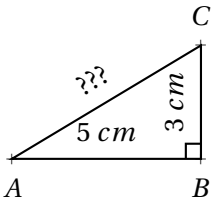
$M = (5 - (-5)) - (-5 - 5)$
$M = (5 + 5) - (-10)$
$M = 10 + 10$
$M = 20$

$N = 5 - (-5 - 5) - (-5)$
$N = 5 - (-10) + 5$
$N = 5 + 10 + 5$
$N = 20$

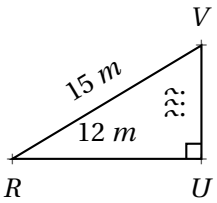
3. Conjecture : les expressions M et N sont équivalentes !

Contrôle de mathématiques

Exercice 1 | *Les deux figures ci-dessous ne sont pas en vraie grandeur.* **(5 points)**

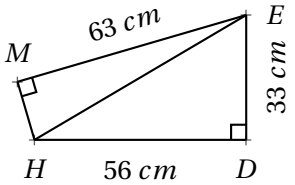


Donner une valeur approchée au dixième près de AC.



Donner une valeur approchée au centième près de UV.

Exercice 2 **(5 points)**



Cette figure n'est pas réalisée en vraies grandeurs !

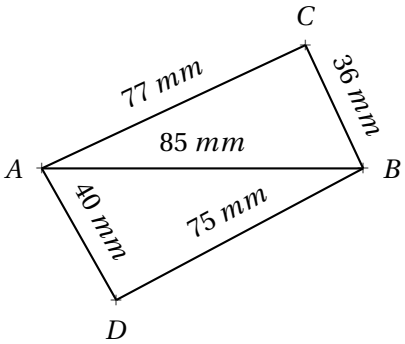
1. Démontrer en détaillant votre raisonnement que $HE = 65\ cm$.

2. Démontrer en détaillant votre raisonnement que $MH = 16\ cm$.

Exercice 3 **(5 points)**

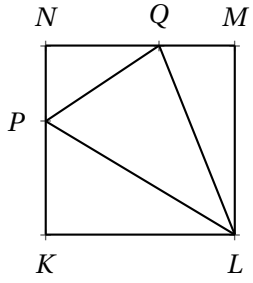
1. Le triangle ABC est-il rectangle ?
Justifier votre réponse par un raisonnement détaillé.

2. Le triangle ABD est-il rectangle ?
Justifier votre réponse par un raisonnement détaillé.



Cette figure n'est pas réalisée en vraies grandeurs !

Exercice 4 **(5 points)**



Cette figure n'est pas réalisée en vraies grandeurs !

$KLMN$ est un carré de côté $5\ cm$

$P \in [KN]$ tel que $KP = 3\ cm$
$Q \in [NM]$ tel que $QM = 2\ cm$

1. Calculer en justifiant votre raisonnement les longueurs QP, PL et LQ

2. Le triangle PLQ est-il rectangle ?
Justifier votre réponse par un raisonnement détaillé.

Correction

Exercice 1

Calcul de AC dans le triangle ABC

Dans le triangle ABC rectangle en B,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BA^2 + BC^2 = AC^2$$
$$5^2 + 3^2 = AC^2$$
$$25 + 9 = AC^2$$
$$AC^2 = 34$$
$$AC = \sqrt{34}$$
$$BC \approx 5,8$$

$\boxed{AC \approx 5,8\ cm}$

Calcul de VU dans le triangle VUR

Dans le triangle RUV rectangle en U,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$UR^2 + UV^2 = RV^2$$
$$12^2 + UV^2 = 15^2$$
$$144 + UV^2 = 225$$
$$UV^2 = 225 - 144$$
$$UV^2 = 81$$
$$UV = \sqrt{81}$$
$$UV = 9$$

$\boxed{UV = 9\ m}$

Exercice 2

1. Dans le triangle HDE rectangle en D, d'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$DH^2 + DE^2 = EH^2$$
$$56^2 + 33^2 = EH^2$$
$$EH^2 = 3\,136 + 1\,089$$
$$EH^2 = 4\,225$$
$$EH = \sqrt{4\,225}$$
$$EH = 65$$

Donc $EH = 65\ cm$.

2. Dans le triangle HME rectangle en M, d'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$MH^2 + ME^2 = EH^2$$
$$MH^2 + 63^2 = 65^2$$
$$MH^2 + 3\,969 = 4\,225$$
$$MH^2 = 4\,225 - 3\,969$$
$$MH^2 = 256$$
$$MH = \sqrt{256}$$
$$MH = 16$$

Donc $MH = 16\ cm$.

Exercice 3

1. Comparons $CA^2 + CB^2$ et AB^2

$$CA^2 + CB^2 = 77^2 + 36^2$$
$$CA^2 + CB^2 = 5\,929 + 1\,296$$
$$CA^2 + CB^2 = 7\,225$$

$$AB^2 = 85^2$$
$$AB^2 = 7\,225$$

Comme $CA^2 + CB^2 = AB^2$ d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** le triangle ABC est rectangle C.

2. Comparons $DA^2 + DB^2$ et AB^2

$$DA^2 + DB^2 = 75^2 + 40^2$$
$$DA^2 + DB^2 = 5\,625 + 1\,600$$
$$DA^2 + DB^2 = 7\,225$$

$$AB^2 = 85^2$$
$$AB^2 = 7\,225$$

Comme $DA^2 + DB^2 = AB^2$ d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** le triangle ADC est rectangle D.

Exercice 4

1. Comme $KLMN$ est un carré, les triangles NPQ, QML et PKL sont rectangles respectivement en N, M et K.

Dans le triangle NPQ rectangle en N, d'après **le théorème de Pythagore** :

$$NQ^2 + NP^2 = QP^2$$
$$3^2 + 2^2 = QP^2$$
$$QP^2 = 9 + 4$$
$$QP^2 = 13$$
$$QP = \sqrt{13}$$

Dans le triangle QLM rectangle en M, d'après **le théorème de Pythagore** :

$$MQ^2 + ML^2 = QL^2$$
$$2^2 + 5^2 = QL^2$$
$$QL^2 = 4 + 25$$
$$QL^2 = 29$$
$$QL = \sqrt{29}$$

Dans le triangle PKL rectangle en K, d'après **le théorème de Pythagore** :

$$KL^2 + KP^2 = PL^2$$
$$5^2 + 3^2 = PL^2$$
$$PL^2 = 25 + 9$$
$$PL^2 = 34$$
$$PL = \sqrt{34}$$

2. Comparons $QP^2 + QL^2$ et PL^2

$$QP^2 + QL^2 = (\sqrt{13})^2 + (\sqrt{29})^2$$
$$QP^2 + QL^2 = 13 + 29$$
$$QP^2 + QL^2 = 42$$

$$Pl^2 = (\sqrt{34})^2$$
$$PL^2 = 34$$

Comme $QP^2 + QL^2 \neq PL^2$ d'après **la contraposée du théorème de Pythagore**, le triangle PQL n'est pas rectangle.

Évaluation

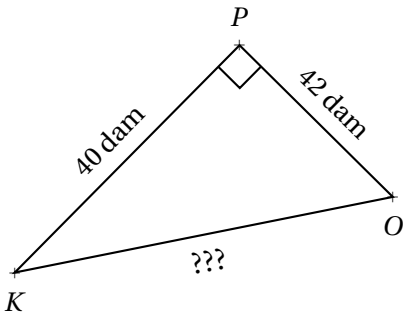
Quatrième

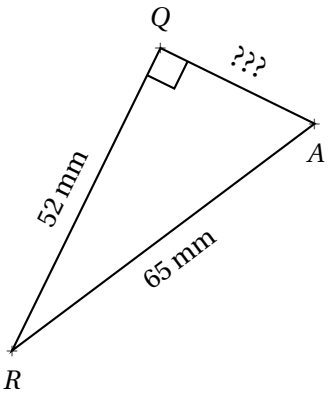
Exercice n° 1

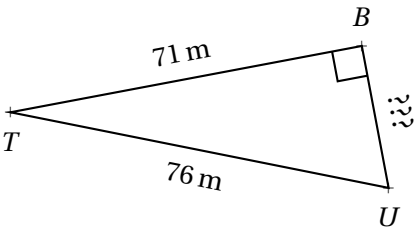
(*9 points*)

Dans chacun des cas suivants, calculer **la longueur du côté manquant** en détaillant la démarche.
Si c'est nécessaire, donner **une valeur approchée au centième près** de la longueur calculée.

Aucune des figures n'est tracée en vraie grandeur.

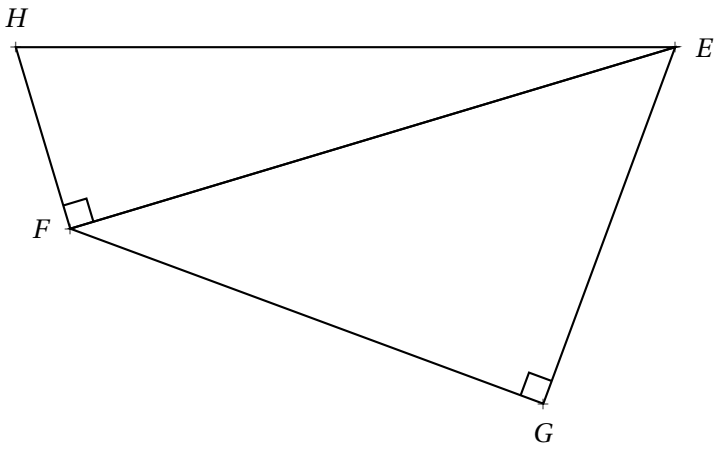






Exercice n° 2

(*5 points*)



Sur cette figure qui n'est pas tracée en vraie grandeur, on sait que :

- FEG est rectangle en G ;
- HFE est rectangle en F ;
- $FG = 36\,\text{m}$;
- $GE = 27\,\text{m}$;
- $HE = 51\,\text{m}$.

En détaillant le raisonnement, calculer la valeur exacte de HF.

L'exercice suivant doit être traité en premier. La calculatrice est interdite.
Découper et rendre cette partie avant de passer à la suite !

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Exercice n° 1

(*6 points*)

Calculer en détaillant le raisonnement :

$A = (-1) + (-4) + (+7) + (-2) + (-3)$

$B = (-2) \times (+3) + (-3) \times (+1) + (-3) \times (-3)$

$C = (-3) \times (-4) - (+6) \times (+3) - (-7) \times (+3)$

$D = (-2-5+3) + (-3+7+1) - (-6-1+3)$

$E = (5-3+1)(-6+3) + (1-5-2)(2-3-5)$

$F = (1-3\times 2)(5-4\times 3)(2-3\times 4)$

Évaluation—Correction

Exercice n° 1

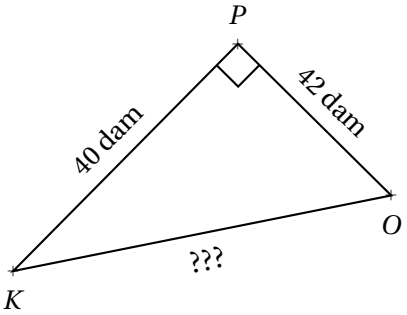
Correction

Théorème direct de Pythagore

9 points

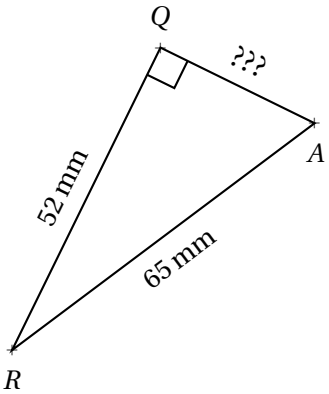
Dans chacun des cas suivants, calculer **la longueur du côté manquant** en détaillant la démarche.
Si c'est nécessaire, donner **une valeur approchée au centième près** de la longueur calculée.

Aucune des figures n'est tracée en vraie grandeur.



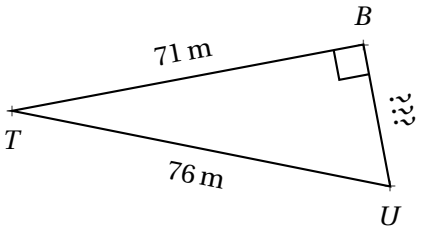
Dans le triangle PKO rectangle en P,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$PK^2 + PO^2 = KO^2$$
$$40^2 + 42^2 = KO^2$$
$$1600 + 1764 = KO^2$$
$$KO^2 = 3364$$
$$KO = \sqrt{3364}$$
$$KO = 58$$



Dans le triangle RQA rectangle en Q,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$QR^2 + QA^2 = RA^2$$
$$52^2 + QA^2 = 65^2$$
$$2704 + QA^2 = 4225$$
$$QA^2 = 4225 - 2704$$
$$QA^2 = 1521$$
$$QA = \sqrt{1521}$$
$$QA = 39$$



Dans le triangle TBU rectangle en B,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BT^2 + BU^2 = TU^2$$
$$71^2 + BU^2 = 76^2$$
$$5041 + BU^2 = 5776$$
$$BU^2 = 5776 - 5041$$
$$BU^2 = 735$$
$$BU = \sqrt{735}$$
$$BU \approx 22,11$$

Exercice n° 2

Correction

Théorème direct de Pythagore

5 points

Dans le triangle FGE rectangle en G,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$GF^2 + GE^2 = FE^2$$
$$36^2 + 27^2 = FE^2$$
$$1296 + 729 = FE^2$$
$$FE^2 = 2025$$
$$FE = \sqrt{2025}$$
$$FE = 45$$

Dans le triangle HFE rectangle en F,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$FH^2 + FE^2 = HE^2$$
$$FH^2 + 45^2 = 51^2$$
$$FH^2 + 2025 = 2601$$
$$FH^2 = 2601 - 2025$$
$$FH^2 = 576$$
$$FH = \sqrt{576}$$
$$FH = 24$$

Exercice n° 1

Correction

Somme,produit,Nombres relatifs

6 points

Calculer en détaillant le raisonnement :

$A = (-1) + (-4) + (+7) + (-2) + (-3)$

$A = (-10) + (+7)$

$\boxed{A = (-3)}$

$B = (-2) \times (+3) + (-3) \times (+1) + (-3) \times (-3)$

$B = -6 + (-3) + (+9)$

$B = -6 - 3 + 9$

$\boxed{B = 0}$

$C = (-3) \times (-4) - (+6) \times (+3) - (-7) \times (+3)$

$C = 12 - (+18) - (-21)$

$C = 12 - 18 + 21$

$\boxed{C = 15}$

$D = (-2 - 5 + 3) + (-3 + 7 + 1) - (-6 - 1 + 3)$

$D = (-4) + (+5) - (-4)$

$D = -4 + 5 + 4$

$\boxed{D = 5}$

$E = (5 - 3 + 1)(-6 + 3) + (1 - 5 - 2)(2 - 3 - 5)$

$E = 3 \times (-3) + (-6) \times (-6)$

$E = -9 + 36$

$\boxed{E = 25}$

$F = (1 - 3 \times 2)(5 - 4 \times 3)(2 - 3 \times 4)$

$F = (1 - 6)(5 - 12)(2 - 12)$

$F = -5 \times (-7) \times (-10)$

$F = 35 \times (-10)$

$\boxed{F = -350}$

Évaluation

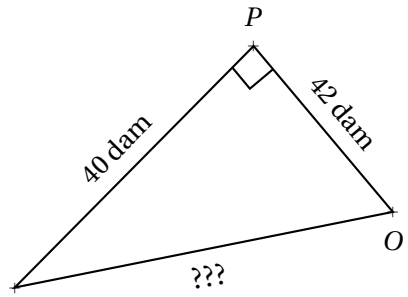
Quatrième

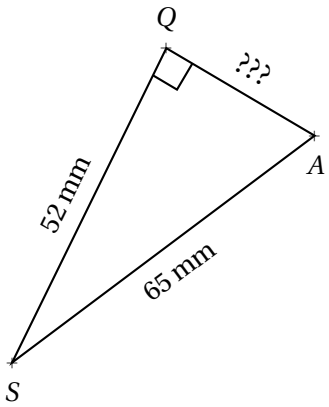
Exercice n° 1

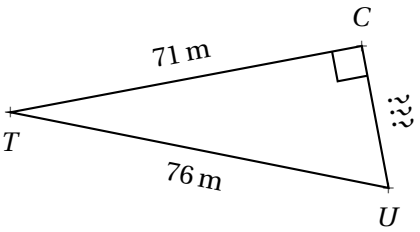
(*9 points*)

Dans chacun des cas suivants, calculer **la longueur du côté manquant** en détaillant la démarche.
Si c'est nécessaire, donner **une valeur approchée au centième près** de la longueur calculée.

Aucune des figures n'est tracée en vraie grandeur.

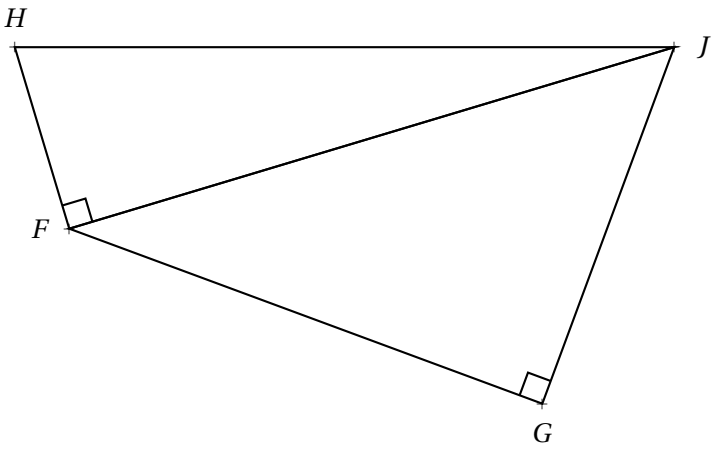






Exercice n° 2

(*5 points*)



Sur cette figure qui n'est pas tracée en vraie grandeur, on sait que :

- FJG est rectangle en G ;
- HFJ est rectangle en F ;
- $FG = 36\,\text{m}$;
- $GJ = 27\,\text{m}$;
- $HJ = 51\,\text{m}$.

En détaillant le raisonnement, calculer la valeur exacte de HF.

L'exercice suivant doit être traité en premier. La calculatrice est interdite.
Découper et rendre cette partie avant de passer à la suite !

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Exercice n° 1

(*6 points*)

Calculer en détaillant le raisonnement :

$A = (-1) + (-4) + (+8) + (-2) + (-3)$

$B = (-2) \times (+4) + (-3) \times (+1) + (-3) \times (-3)$

$C = (-3) \times (-5) - (+6) \times (+3) - (-7) \times (+3)$

$D = (-2-5+3) + (-3+8+1) - (-6-1+3)$

$E = (5-3+1)(-6+3) + (1-5-2)(2-3-5)$

$F = (1-3\times 2)(5-4\times 3)(2-3\times 4)$

Évaluation—Correction

Exercice n° 1

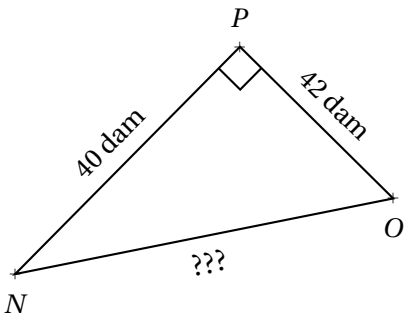
Correction

Théorème direct de Pythagore

9 points

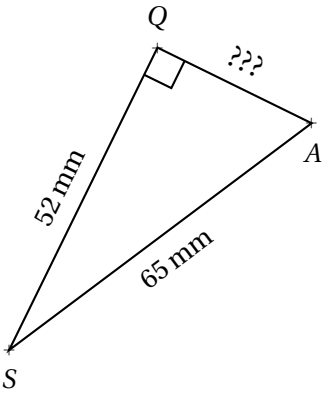
Dans chacun des cas suivants, calculer **la longueur du côté manquant** en détaillant la démarche.
Si c'est nécessaire, donner **une valeur approchée au centième près** de la longueur calculée.

Aucune des figures n'est tracée en vraie grandeur.



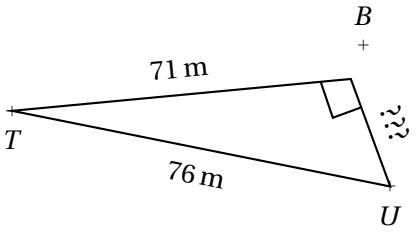
Dans le triangle PNO rectangle en P,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$PN^2 + PO^2 = NO^2$$
$$40^2 + 42^2 = NO^2$$
$$1600 + 1764 = NO^2$$
$$NO^2 = 3364$$
$$NO = \sqrt{3364}$$
$$NO = 58$$



Dans le triangle SQA rectangle en Q,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$QR^2 + QA^2 = SA^2$$
$$52^2 + QA^2 = 65^2$$
$$2704 + QA^2 = 4225$$
$$QA^2 = 4225 - 2704$$
$$QA^2 = 1521$$
$$QA = \sqrt{1521}$$
$$QA = 39$$



Dans le triangle TCU rectangle en C,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$CT^2 + CU^2 = TU^2$$
$$71^2 + CU^2 = 76^2$$
$$5041 + CU^2 = 5776$$
$$CU^2 = 5776 - 5041$$
$$CU^2 = 735$$
$$CU = \sqrt{735}$$
$$CU \approx 22,11$$

Exercice n° 2

Correction

Théorème direct de Pythagore

5 points

Dans le triangle FGJ rectangle en G,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$GF^2 + GJ^2 = FJ^2$$
$$36^2 + 27^2 = FJ^2$$
$$1296 + 729 = FJ^2$$
$$FJ^2 = 2025$$
$$FJ = \sqrt{2025}$$
$$FJ = 45$$

Dans le triangle HFJ rectangle en F,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$FH^2 + FE^2 = HJ^2$$
$$FH^2 + 45^2 = 51^2$$
$$FH^2 + 2025 = 2601$$
$$FH^2 = 2601 - 2025$$
$$FH^2 = 576$$
$$FH = \sqrt{576}$$
$$FH = 24$$

Exercice n° 1

Correction

Somme,produit,Nombres relatifs

6 points

Calculer en détaillant le raisonnement :

$A = (-1) + (-4) + (+8) + (-2) + (-3)$

$A = (-10) + (+8)$

$\boxed{A = (-2)}$

$B = (-2) \times (+4) + (-3) \times (+1) + (-3) \times (-3)$

$B = -8 + (-3) + (+9)$

$B = -8 - 3 + 9$

$\boxed{B = -2}$

$C = (-3) \times (-5) - (+6) \times (+3) - (-7) \times (+3)$

$C = 15 - (+18) - (-21)$

$C = 15 - 18 + 21$

$\boxed{C = 18}$

$D = (-2 - 5 + 3) + (-3 + 8 + 1) - (-6 - 1 + 3)$

$D = (-4) + (+6) - (-4)$

$D = -4 + 6 + 4$

$\boxed{D = 6}$

$E = (5 - 3 + 1)(-6 + 3) + (1 - 5 - 2)(2 - 3 - 5)$

$E = 3 \times (-3) + (-6) \times (-6)$

$E = -9 + 36$

$\boxed{E = 25}$

$F = (1 - 3 \times 2)(5 - 4 \times 3)(2 - 3 \times 4)$

$F = (1 - 6)(5 - 12)(2 - 12)$

$F = -5 \times (-7) \times (-10)$

$F = 35 \times (-10)$

$\boxed{F = -350}$

Évaluation

Exercice n° 1 :

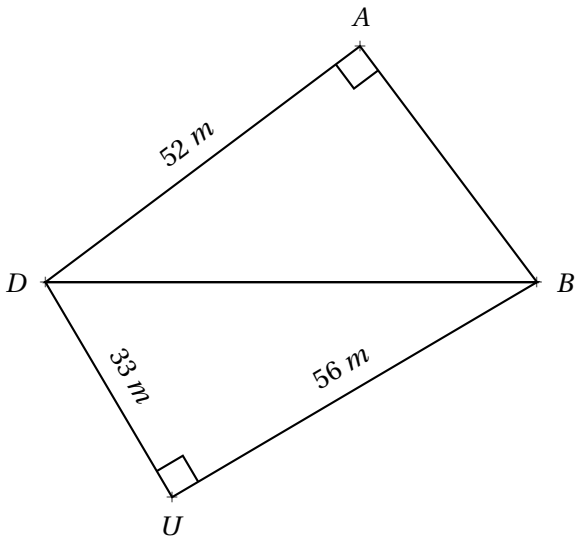
6 points

On pose $A = (-3)$, $B = (+7)$, $C = (-11)$ et $D = (+9)$. Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$W = A + B + C + D$ | $X = A - B - C - D$ | $Y = (A + B) - (C - D)$ | $Z = (B - A - D) - (D - C + B)$

Exercice n° 2 :

4 points



La figure ci-contre n'est pas tracée en vraie grandeur.

1. Démontrer que $DB = 65\,\text{m}$.

2. Calculer la valeur exacte de AB.

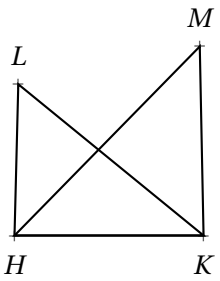
Exercice n° 3 :

6 points

La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur.

On sait que :

- $HK = 24\,\text{mm}$;
- $HL = 18\,\text{mm}$ et $LK = 30\,\text{mm}$;
- $HM = 40\,\text{mm}$ et $MK = 33\,\text{mm}$;



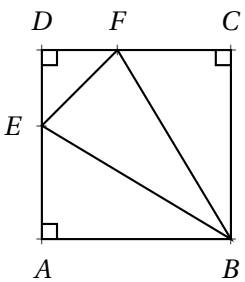
1. Le triangle HLK est-il rectangle ?

2. Le triangle HMK est-il rectangle ?

Exercice n° 4 :

4 points + 2 points BONUS

La figure ci-contre n'est pas tracée en vraie grandeur.



On sait que :

- $ABCD$ est un carré de côté $10\,\text{cm}$
- $DF = 3\,\text{cm}$
- $DE = 4\,\text{cm}$

1. Calculer les valeurs exactes de EF, FB et EB

2. Le triangle EFB est-il rectangle ?

Évaluation — Correction

Exercice n° 1 : Nombres relatif Correction

Somme et différence de relatifs

On pose $A = (-3)$, $B = (+7)$, $C = (-11)$ et $D = (+9)$. Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$W = A + B + C + D$

$W = (-3) + (+7) + (-11) + (+9)$

$W = (-14) + (+16)$

$\boxed{W = (+2)}$

$X = A - B - C - D$
$X = (-3) - (+7) - (-11) - (+9)$
$X = (-3) + (-7) + (+11) + (-9)$
$X = (-19) + (+11)$
$X = (-8)$

$Y = (A + B) - (C - D)$
$Y = ((-3) + (+7)) - ((-11) - (+9))$
$Y = (+4) - ((-11) + (-9))$
$Y = (+4) - (-20)$
$Y = (+4) + (+20)$
$\boxed{Y = (+24)}$

$Z = (B - A - D) - (D - C + B)$
$Z = ((+7) - (-3) - (+9)) - ((+9) - (-11) + (+7))$
$Z = ((+7) + (+3) + (-9)) - ((+9) + (+11) + (+7))$
$Z = (+1) - (+27)$
$Z = (+1) + (-27)$
$\boxed{Z = (-26)}$

Exercice n° 2 : Pythagore Correction

Théorème de Pythagore

1. Dans le triangle DBU rectangle en U,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$UD^2 + UB^2 = DB^2$$
$$33^2 + 56^2 = DB^2$$
$$1089 + 3136 = DB^2$$
$$DB^2 = 4225$$
$$DB = \sqrt{4225}$$
$$DB = 65$$

$\boxed{DB = 65\,\text{m}}$

2. Dans le triangle ABD rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AB^2 + AD^2 = BD^2$$
$$AB^2 + 52^2 = 65^2$$
$$AB^2 + 2704 = 4225$$
$$AB^2 = 4225 - 2704$$
$$AB^2 = 1521$$
$$AB = \sqrt{1521}$$
$$AB = 39$$

$AB = 39\,\text{m}$

Exercice n° 3 : Pythagore CORRECTION

Réciproque et contraposée du théorème de Pythagore

1. Comparons $HL^2 + HK^2$ et LK^2 :

$HL^2 + HK^2$	LK^2
$18^2 + 24^2$	30^2
$324 + 576$	
900	900

Comme $HL^2 + HK^2 = LK^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** le triangle HLK est rectangle en H.

2. Comparons $KH^2 + KM^2$ et HM^2 :

$KH^2 + KM^2$	HM^2
$24^2 + 33^2$	40^2
$576 + 1089$	
1665	1600

Comme $KH^2 + KM^2 \neq HM^2$, d'après **la contraposée du théorème de Pythagore** le triangle KHM n'est pas rectangle.

Exercice n° 4 : Pythagore CORRECTION

Réciproque et théorème de Pythagore

1. Dans le triangle EDF rectangle en D,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$DE^2 + DF^2 = EF^2$$
$$4^2 + 3^2 = EF^2$$
$$16 + 9 = EF^2$$
$$EF^2 = 25$$
$$EF = \sqrt{25}$$
$$EF = 5$$

$EF = 5\,\text{cm}$

Dans le triangle FCB rectangle en C,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$CB^2 + CF^2 = BF^2$$
$$10^2 + 7^2 = BF^2$$
$$100 + 49 = BF^2$$
$$BF^2 = 149$$
$$BF = \sqrt{149}$$

$BF = \sqrt{149}\ cm$

Dans le triangle EAB rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AE^2 + AB^2 = EB^2$$
$$6^2 + 10^2 = EB^2$$
$$36 + 100 = EB^2$$
$$EB^2 = 136$$
$$EB = \sqrt{136}$$

$EB = \sqrt{136}\ cm$

2. Comparons $EB^2 + EF^2$ et FB^2 :

$EB^2 + EF^2$	FB^2
$136 + 5^2$	
$136 + 25$	
161	149

Comme $EB^2 + EF^2 \neq FB^2$, d'après **la contraposée du théorème de Pythagore** le triangle EFB n'est pas rectangle .

Évaluation

Exercice n° 1 :

6 points

Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$A = (7 - 9 - 13) - (1 - 6 + 3)$

$B = 3 \times (-2) + (-7) \times 3 - 3 \times (-4)$

$C = (1 - 3)(6 - 10)(1 - 2 - 3)$

$D = -1 - (-1 - 1 - 3) - (-1 - 1)(3 - 5)$

Exercice n° 2 :

6 points

On pose $x = -3$, $y = 5$ et $z = -2$.

Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$E = (x - y + z)(z - x - y)$

$F = (x - y)(x - z)(y - z)$

$C = 1 - x - y - z + x + y + z$

Exercice n° 3 :

4 points

1.a. Tracer un triangle HYT rectangle en Y tel que $HY = 5,7\ cm$ et $YT = 7,6\ cm$.

1.b. Calculer la valeur exacte de la longueur HT.

2.a. Tracer un triangle RFG rectangle en G tel que $GF = 6,6\ cm$ et $RF = 11\ cm$.

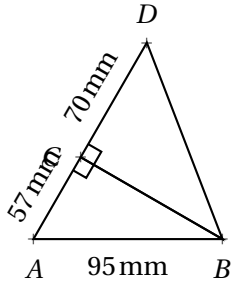
2.b. Calculer la valeur exacte de la longueur GR.

Exercice n° 4 :

4 points

1. Démontrer que $CB = 76\ mm$.

2. Calculer la valeur exacte puis une valeur approchée au dixième de millimètre près de la longueur DB.



Évaluation — Correction

Exercice n° 1 : Nombres relatifs

Correction

Nombres relatifs et priorités opératoires

Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$A = (7-9-13)-(1-6+3)$
$A = (7-22)-(4-6)$
$A = -15-(-2)$
$A = -15+2$
$\boxed{A = -13}$

$B = 3\times(-2)+(-7)\times 3-3\times(-4)$
$B = -6+(-21)+12$
$B = -27+12$
$\boxed{B = -15}$

$C = (1-3)(6-10)(1-2-3)$
$C = (-2)(-4)(1-5)$
$C = 8(-4)$
$\boxed{C = -32}$

$D = -1-(-1-1-3)-(-1-1)(3-5)$
$D = -1-(-5)-(-2)(-2)$
$D = -1+5-4$
$D = -5+5$
$\boxed{D = 0}$

Exercice n° 2 : Nombres relatifs

Correction

Nombres relatifs et calcul littéral

On pose $x = -3$, $y = 5$ et $z = -2$.

Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$E = (x-y+z)(z-x-y)$
$E = (-3-5+(-2))\,(-2-(-3)-5)$
$E = (-8-2)(-2+3-5)$
$E = -10(-7+3)$
$E = -10(-4)$
$\boxed{E = 40}$

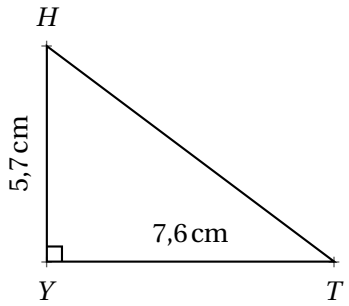
$F = (x-y)(x-z)(y-z)$
$F = (-3-5)\,(-3-(-2))\,(5-(-2))$
$F = (-8)(-3+2)(5+2)$
$F = -8(-1)\times 7$
$\boxed{F = 56}$

$C = 1-x-y-z+x+y+z$
$C = -1-(-3)-5-(-2)+(-3)+5+(-2)$
$C = -1+3-5+2-3+5-2$
$C = -11+10$
$\boxed{C = -1}$

Exercice n° 3 : Pythagore CORRECTION

Théorème de Pythagore et tracé géométrique

1.a. Tracer un triangle HYT rectangle en Y tel que $HY = 5,7\ cm$ et $YT = 7,6\ cm$.



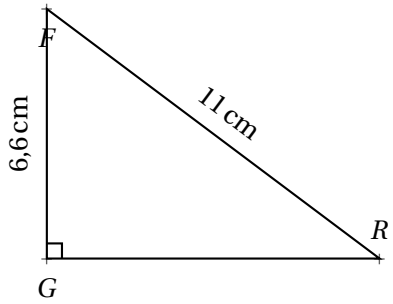
1.b. Calculer la valeur exacte de la longueur HT.

Dans le triangle HYT rectangle en Y,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$YH^2 + YT^2 = HT^2$$
$$5,7^2 + 7,6^2 = HT^2$$
$$32,49 + 57,76 = HT^2$$
$$HT^2 = 90,25$$
$$HT = \sqrt{90,25}$$
$$HT = 9,5$$

$HT = 9,5\,\text{cm}$

2.a. Tracer un triangle RFG rectangle en G tel que $GF = 6,6\ cm$ et $RF = 11\ cm$.



2.b. Calculer la valeur exacte de la longueur GR.

Dans le triangle RFG rectangle en G,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$GF^2 + GR^2 = RF^2$$
$$6,6^2 + GR^2 = 11^2$$
$$43,56 + GR^2 = 121$$
$$GR^2 = 121 - 43,56$$
$$RF = \sqrt{77,44}$$
$$RF = 8,8$$

$RF = 8{,}8\,\text{cm}$

Exercice n° 4 : Pythagore Correction

Théorème de Pythagore deux fois

1. Démontrer que $CB = 76\ mm$.

Dans le triangle ABC rectangle en C,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$CA^2 + CB^2 = AB^2$$
$$57^2 + CB^2 = 95^2$$
$$3249 + CB^2 = 9025$$
$$CB^2 = 9025 - 3249$$
$$CB^2 = 5776$$
$$CB = \sqrt{5776}$$
$$CB = 76$$

$CB = 76\,\text{mm}$

2. Calculer la valeur exacte puis une valeur approchée au dixième de millimètre près de la longueur DB.

Dans le triangle DCB rectangle en C,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$CD^2 + CB^2 = BD^2$$
$$70^2 + 76^2 = BD^2$$
$$4900 + 5776 = BD^2$$
$$BD^2 = 10676$$
$$BD = \sqrt{10676}$$
$$BD \approx 103{,}3$$

$BD \approx 103{,}3\,\text{mm}$ au dixième de millimètre près.

Évaluation

Exercice n° 1 :

6 points

Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$A = (7 - 9 - 13) - (1 - 6 + 3)$

$B = 3 \times (-2) + (-7) \times 3 - 3 \times (-4)$

$C = (1 - 3) \times (6 - 10) \times (1 - 2 - 3)$

$D = [2 - (-5) \times 3 + (-3) \times (-1)] - [-1 - 1 \times 2 + 3 \times (-1)]$

Exercice n° 2 :

6 points

On pose $a = -3$, $b = 5$ et $c = -2$.

Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$E = (a - b + c) - (-a + b - c)$

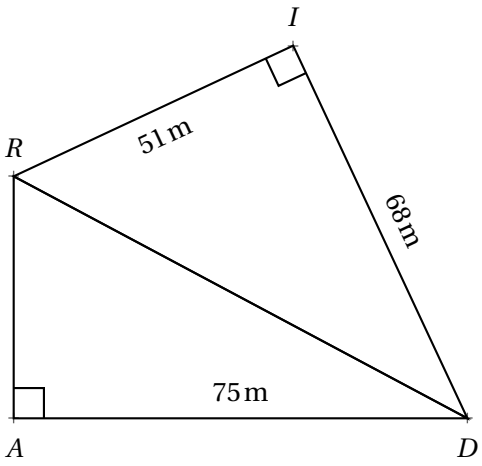
$F = a \times b + a \times c - b \times c + a \times b \times c$

$G = 3 + a \times (b - c) - c \times (1 - a - b)$

Exercice n° 3 :

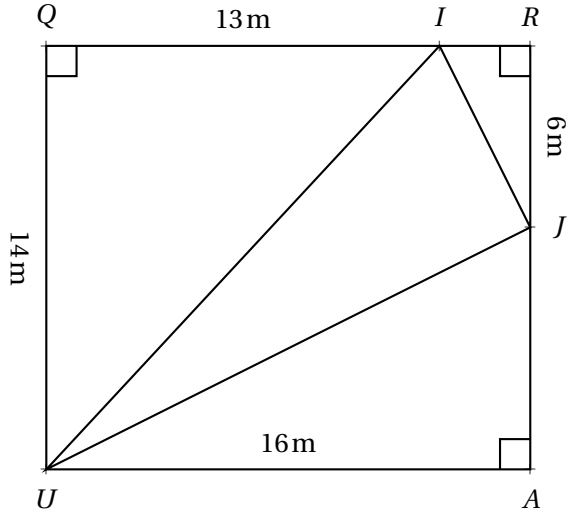
4 points

Calculer la valeur exacte de RD puis de AR



Exercice n° 4 :

4 + 2 points



Sur la figure ci-contre, qui n'est pas tracée en vraies grandeurs, on sait que $QRAU$ est un rectangle et que les points Q, I et R sont alignés ainsi que les points R, J et A.

1. Calculer, en justifiant soigneusement votre réponse, la longueur des côtés $[UI]$, $[IJ]$ et $[UJ]$.
Donner la valeur exacte ainsi qu'une valeur approchée au millimètre près.

2. Le triangle UIJ est-il rectangle ? Justifier votre réponse.

Évaluation — Correction

Exercice n° 1 : Nombres relatifs Correction

Nombres relatifs et priorités opératoires

Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$A = (7 - 9 - 13) - (1 - 6 + 3)$
$A = (7 - 22) - (4 - 6)$
$A = -15 - (-2)$
$A = -15 + 2$

$\boxed{A = -7}$

$B = 3 \times (-2) + (-7) \times 3 - 3 \times (-4)$
$B = -3 - 21 + 12$
$B = -24 + 12$

$\boxed{B = -12}$

$C = (1 - 3) \times (6 - 10) \times (1 - 2 - 3)$
$C = (-2) \times (-4) \times (1 - 5)$
$C = 8 \times (-4)$

$\boxed{C = -32}$

$D = [2 - (-5) \times 3 + (-3) \times (-1)] - [-1 - 1 \times 2 + 3 \times (-1)]$
$D = [2 - (-15) + 3] - [-1 - 2 - 3]$
$D = (2 + 15 + 3) - (-6)$
$D = 20 + 6$

$\boxed{D = 26}$

Exercice n° 2 : Nombres relatifs Correction

Nombres relatifs et calcul littéral

On pose $a = -3$, $b = 5$ et $c = -2$.

Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$E = (a - b + c) - (-a + b - c)$
$E = (-3 - 5 - 2) - (-(-3) + 5 - (-2))$
$E = -10 - (3 + 5 + 2)$
$E = -10 - 10$

$\boxed{E = -20}$

$F = a \times b + a \times c - b \times c + a \times b \times c$
$F = -3 \times 5 + (-3) \times (-2) - 5 \times (-2) + (-3) \times 5 \times (-2)$
$F = -15 + 6 + 10 + (-3) \times (-10)$
$F = -15 + 16 + 30$

$\boxed{F = 31}$

$G = 3 + a \times (b - c) - c \times (1 - a - b)$

$G = 3 + (-3) \times (5 - (-2)) - (-2) \times (1 - (-3) - 5)$
$G = 3 - 3 \times (5 + 2) + 2 \times (1 + 3 - 5)$
$G = 3 - 3 \times 7 + 2 \times (4 - 5)$
$G = 3 - 21 + 2 \times (-1)$
$G = -18 - 2$

$G = -20$

Exercice n° 3 : Pythagore CORRECTION

Théorème de Pythagore deux fois de suite
Dans le triangle RID rectangle en I,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$IR^2 + ID^2 = RD^2$$
$$51^2 + 68^2 = RD^2$$
$$2601 + 4624 = RD^2$$
$$RD^2 = 7225$$
$$RD = \sqrt{7225}$$
$$RD = 85$$

$RD = 85\,\text{m}$

Dans le triangle RAD rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AR^2 + AD^2 = RD^2$$
$$AR^2 + 75^2 = 85^2$$
$$AR^2 + 5625 = 7225$$
$$AR^2 = 7225 - 5625$$
$$AR^2 = 1600$$
$$AR = \sqrt{1600}$$
$$AR = 40$$

$AR = 40\,\text{m}$

Exercice n° 4 : Pythagore CORRECTION

Théorème de Pythagore et réciproque
1.

Dans le triangle UQI rectangle en Q,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$QU^2 + QI^2 = UI^2$$
$$14^2 + 13^2 = UI^2$$
$$196 + 169 = UI^2$$

$$UI^2 = 365$$

$$UI = \sqrt{365}$$

$UI \approx 19{,}105\,\text{m}$ au millième de mètre près

$UI = \sqrt{365}\,\text{m} \approx 19{,}105\,\text{m}$ au millième de mètre près

Dans le triangle IRJ rectangle en R,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$RI^2 + RJ^2 = IJ^2$$

$$3^2 + 6^2 = IJ^2$$

$$9 + 36 = IJ^2$$

$$IJ^2 = 45$$

$$IJ = \sqrt{45}$$

$IJ \approx 6{,}708\,\text{m}$ au millième de mètre près

$IJ = \sqrt{45}\,\text{m} \approx 6{,}708\,\text{m}$ au millième de mètre près

Dans le triangle UAJ rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AU^2 + AJ^2 = UJ^2$$

$$16^2 + 8^2 = UJ^2$$

$$256 + 64 = UJ^2$$

$$UJ^2 = 320$$

$$UJ = \sqrt{320}$$

$UJ \approx 17{,}889\,\text{m}$ au millième de mètre près

$UJ = \sqrt{320}\,\text{m} \approx 17{,}889\,\text{m}$ au millième de mètre près

2.
Comparons $JU^2 + JI^2$ et UI^2 :
On commence par rédiger en utilisant les valeurs approchées !

$JU^2 + JI^2$	UI^2
$17{,}889^2 + 6{,}708^2$	$19{,}105^2$
$320{,}016\,321 + 44{,}997\,264$	$365{,}001\,025$
$365{,}013\,585$	

Les valeurs sont proches, mais différentes !
Voyons ce même raisonnement en utilisant les valeurs exactes.

$JU^2 + JI^2$	UI^2
$\sqrt{320}^2 + \sqrt{45}^2$	$\sqrt{365}$
$320 + 45$	365
365	

On constate que les valeurs sont égales !

Comme

$$JU^2 + JI^2 = UI^2$$

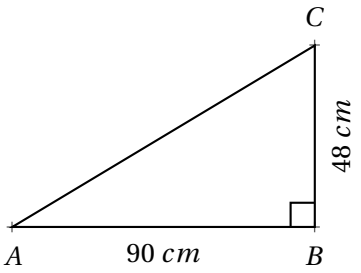
, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** le triangle UIJ est rectangle en I .

Évaluation

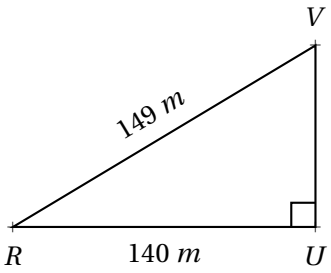
Exercice n° 1 :

4 points

Les deux figures ci-dessous ne sont pas tracées en vraies grandeurs.



Calculer AC.



Calculer UV.

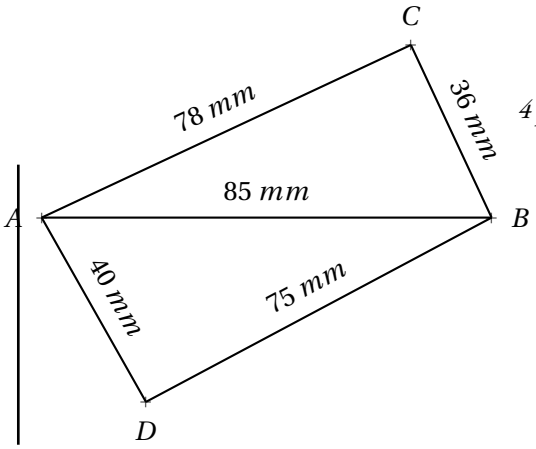
Exercice n° 2 :

4 points

1. Le triangle ABC est-il rectangle ?
Justifier votre réponse par un raisonnement détaillé.

2. Le triangle ABD est-il rectangle ?
Justifier votre réponse par un raisonnement détaillé.

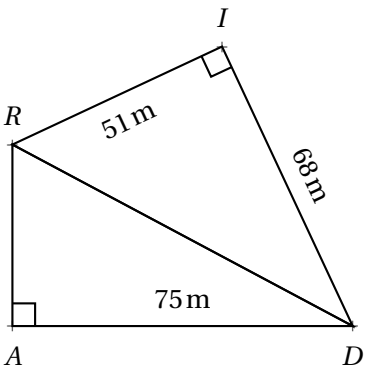
Cette figure n'est pas réalisée en vraies grandeurs !



Exercice n° 3 :

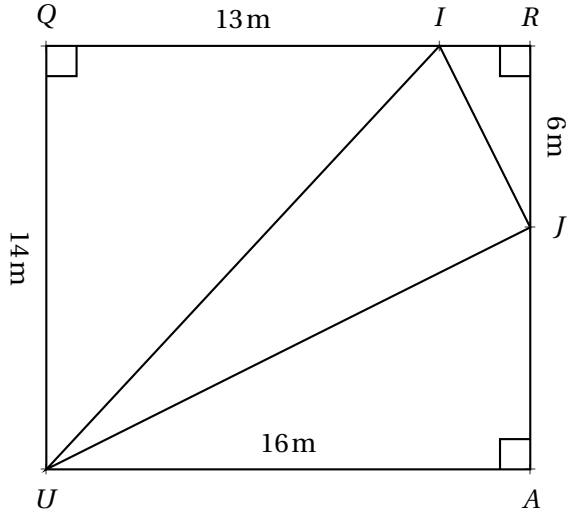
6 points

Calculer la valeur exacte de RD puis de AR



Exercice n° 4 :

6 points



Sur la figure ci-contre, qui n'est pas tracée en vraies grandeurs, on sait que $QRAU$ est un rectangle et que les points Q, I et R sont alignés ainsi que les points R, J et A.

1. Calculer, en justifiant soigneusement votre réponse, la longueur des côtés $[UI]$, $[IJ]$ et $[UJ]$.
Donner la valeur exacte ainsi qu'une valeur approchée au millimètre près.

2. Le triangle UIJ est-il rectangle ? Justifier votre réponse.

Évaluation — Correction

Exercice n° 1 : Pythagore Correction

Pythagore direct

Calculons AC :
Dans le triangle ABC rectangle en B,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BA^2 + BC^2 = AC^2$$
$$90^2 + 48^2 = AC^2$$
$$8100 + 2304 = AC^2$$
$$AC^2 = 10404$$
$$AC = \sqrt{10404}$$
$$AC = 102$$

$AC = 102\,\text{cm}$

Calculons VU :
Dans le triangle RUV rectangle en U,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$UV^2 + UR^2 = VR^2$$
$$UV^2 + 140^2 = 149^2$$
$$UV^2 + 19600 = 22201$$
$$UV^2 = 22201 - 19600$$
$$UV^2 = 2601$$
$$UV = \sqrt{2601}$$
$$UV = 51$$

$UV = 102\,\text{cm}$

Exercice n° 2 : Pythagore Correction

Réciproque et contraposée de Pythagore

1. Comparons $CA^2 + CB^2$ et AB^2 :

$CA^2 + CB^2$	AB^2
$78^2 + 36^2$	85^2
$6084 + 1296$	
7380	7225

Comme
$$CA^2 + CB^2 \neq AB^2$$
D'après **la contraposée du théorème de Pythagore**
le triangle ABC n'est pas rectangle .

2. Comparons $DA^2 + DB^2$ et AB^2 :

$DA^2 + DB^2$	AB^2
$40^2 + 75^2$	85^2
$1600 + 5625$	
7225	7225

Comme
$$DA^2 + DB^2 = AB^2$$
D'après **la réciproque du théorème de Pythagore**
le triangle ABD est rectangle en D .

Exercice n° 3 : Pythagore Correction

Théorème de Pythagore deux fois de suite
Dans le triangle RID rectangle en I,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$IR^2 + ID^2 = RD^2$$
$$51^2 + 68^2 = RD^2$$

$$2601 + 4624 = RD^2$$

$$RD^2 = 7225$$

$$RD = \sqrt{7225}$$

$$RD = 85$$

$RD = 85\,\text{m}$

Dans le triangle RAD rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AR^2 + AD^2 = RD^2$$

$$AR^2 + 75^2 = 85^2$$

$$AR^2 + 5625 = 7225$$

$$AR^2 = 7225 - 5625$$

$$AR^2 = 1600$$

$$AR = \sqrt{1600}$$

$$AR = 40$$

$AR = 40\,\text{m}$

Exercice n° 4 : Pythagore Correction

Théorème de Pythagore et réciproque

1.

Dans le triangle UQI rectangle en Q,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$QU^2 + QI^2 = UI^2$$

$$14^2 + 13^2 = UI^2$$

$$196 + 169 = UI^2$$

$$UI^2 = 365$$

$$UI = \sqrt{365}$$

$UI \approx 19{,}105\,\text{m}$ au millième de mètre près

$UI = \sqrt{365}\,\text{m} \approx 19{,}105\,\text{m}$ au millième de mètre près

Dans le triangle IRJ rectangle en R,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$RI^2 + RJ^2 = IJ^2$$

$$3^2 + 6^2 = IJ^2$$

$$9 + 36 = IJ^2$$

$$IJ^2 = 45$$

$$IJ = \sqrt{45}$$

$IJ \approx 6{,}708\,\text{m}$ au millième de mètre près

$IJ = \sqrt{45}$ m $\approx 6{,}708$ m au millième de mètre près

Dans le triangle UAJ rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AU^2 + AJ^2 = UJ^2$$
$$16^2 + 8^2 = UJ^2$$
$$256 + 64 = UJ^2$$
$$UJ^2 = 320$$
$$UJ = \sqrt{320}$$
$$UJ \approx 17{,}889\,\text{m au millième de mètre près}$$

$UJ = \sqrt{320}$ m $\approx 17{,}889$ m au millième de mètre près

2.
Comparons $JU^2 + JI^2$ et UI^2 :
On commence par rédiger en utilisant les valeurs approchées !

$JU^2 + JI^2$	UI^2
$17{,}889^2 + 6{,}708^2$	$19{,}105^2$
$320{,}016\,321 + 44{,}997\,264$	
$365{,}013\,585$	$365{,}001\,025$

Les valeurs sont proches, mais différentes !
Voyons ce même raisonnement en utilisant les valeurs exactes.

$JU^2 + JI^2$	UI^2
$\sqrt{320}^2 + \sqrt{45}^2$	$\sqrt{365}$
$320 + 45$	
365	365

On constate que les valeurs sont égales !

Comme

$$JU^2 + JI^2 = UI^2$$

, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** le triangle UIJ est rectangle en I .

Exercices

Théorème direct de Pythagore

Quatrième

Exercice n° 1 : Tracer, mesurer et calculer

1. Tracer avec précision le triangle GHT rectangle en H tel que $HG = 6\,\text{cm}$ et $HT = 8\,\text{cm}$.
Mesurer au mieux TG puis **calculer** sa mesure exacte.

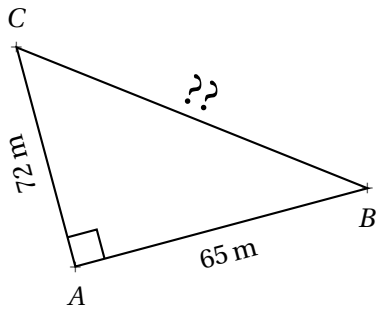
2. Tracer avec précision le triangle RUK rectangle en K tel que $KU = 33\,\text{mm}$ et $KR = 56\,\text{mm}$.
Mesurer au mieux UR puis **calculer** sa mesure exacte.

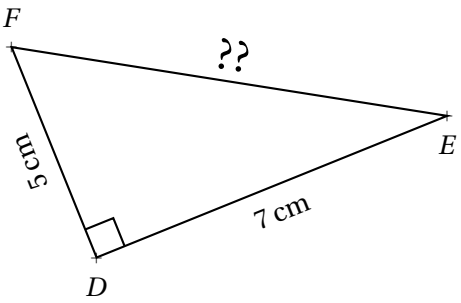
3. Tracer avec précision le triangle AEF rectangle en A tel que $AE = 12\,\text{cm}$ et $EF = 13\,\text{cm}$.
Mesurer au mieux AF puis **calculer** sa mesure exacte.

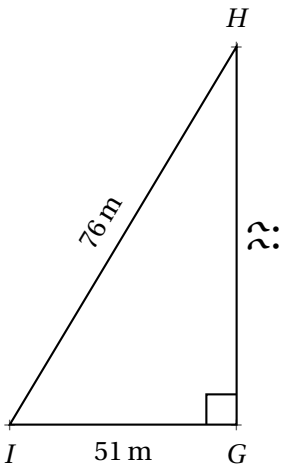
4. Tracer avec précision le triangle BIL rectangle en L tel que $IB = 89\,\text{mm}$ et $LB = 80\,\text{mm}$.
Mesurer au mieux UR puis **calculer** sa mesure exacte.

Exercice n° 2 : Calculer et approcher

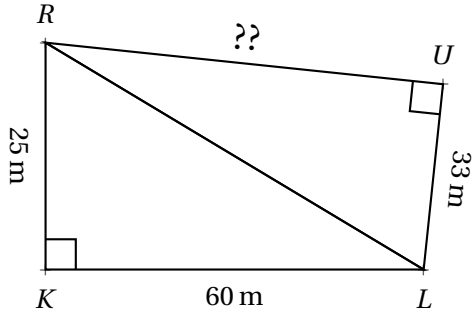
Pour chacun des triangles suivants, **calculer** le côté manquant et donner sa valeur exacte.
Le cas échéant, indiquer aussi, une valeur approchée au centième près.



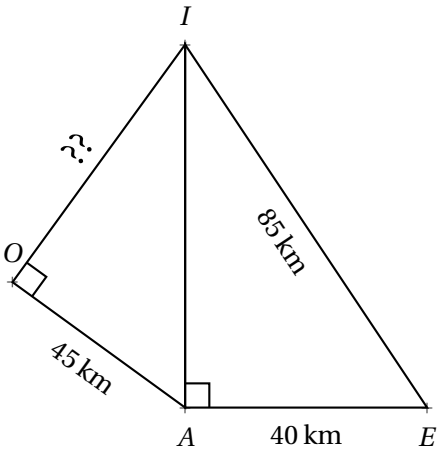




Exercice n° 3 : Deux à la suite !



RKL est rectangle en K.
RUL est rectangle en U.
Calculer RU



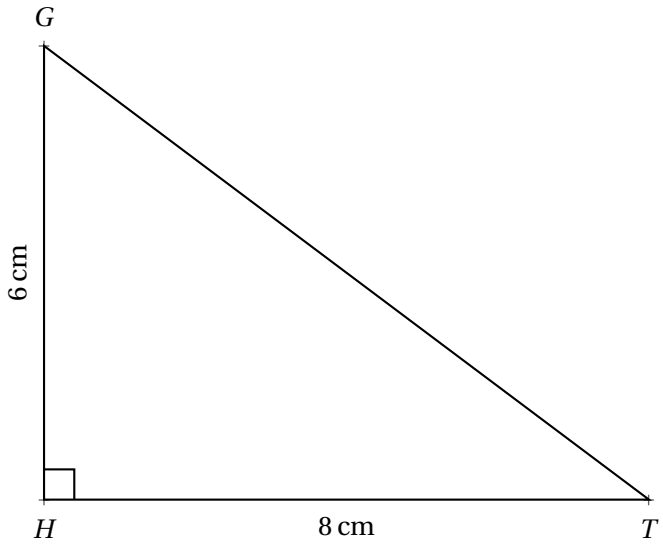
IAE est rectangle en A.
IOA est rectangle en O.
Calculer IO

Exercices — Correction

Exercice n° 1

Correction

1. Tracer avec précision le triangle GHT rectangle en H tel que $HG = 6\,\text{cm}$ et $HT = 8\,\text{cm}$.
Mesurer au mieux TG puis **calculer** sa mesure exacte.



En mesurant, il semble que $TG \approx 10\,\text{cm}$. Calculons la valeur exacte.

Dans le triangle HTG rectangle en H,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$HT^2 + HG^2 = TG^2$$

$$8^2 + 6^2 = TG^2$$

$$64 + 36 = TG^2$$

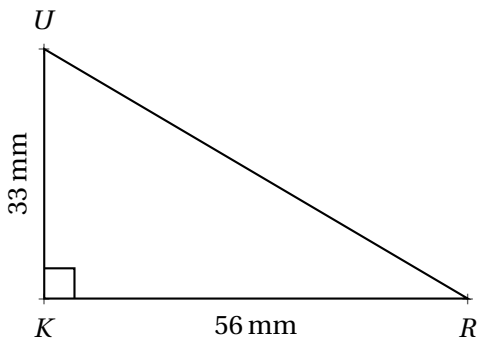
$$TG^2 = 100$$

$$TG = \sqrt{100}$$

$$TG = 10$$

$\boxed{TH = 10\,\text{cm}}$

2. Tracer avec précision le triangle RUK rectangle en K tel que $KU = 33\,\text{mm}$ et $KR = 56\,\text{mm}$.
Mesurer au mieux UR puis **calculer** sa mesure exacte.



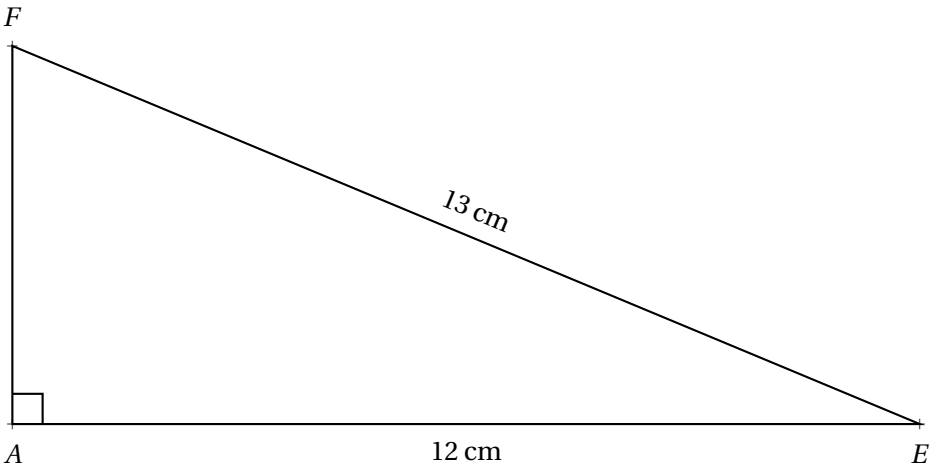
En mesurant, il semble que $RU \approx 65\,\text{mm}$. Calculons la valeur exacte.

Dans le triangle RUK rectangle en K,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$KU^2 + KR^2 = UR^2$$
$$33^2 + 56^2 = UR^2$$
$$1089 + 3136 = UR^2$$
$$UR^2 = 4225$$
$$UR = \sqrt{4225}$$
$$UR = 65$$

$UH = 65\,\text{mm}$

3. Tracer avec précision le triangle AEF rectangle en A tel que $AE = 12\,\text{cm}$ et $EF = 13\,\text{cm}$.
Mesurer au mieux AF puis **calculer** sa mesure exacte.



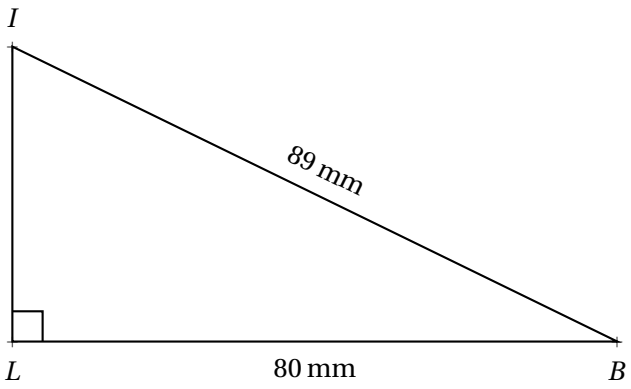
En mesurant, il semble que $AF \approx 5\,\text{cm}$. Calculons la valeur exacte.

Dans le triangle AEF rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AE^2 + AF^2 = EF^2$$
$$12^2 + AF^2 = 13^2$$
$$144 + AF^2 = 169^2$$
$$AF^2 = 169 - 144$$
$$EF^2 = 25$$
$$EF = \sqrt{25}$$
$$EF = 5$$

$EF = 5\,\text{cm}$

4. Tracer avec précision le triangle BIL rectangle en L tel que $IB = 89\,\text{mm}$ et $LB = 80\,\text{mm}$.
Mesurer au mieux UR puis **calculer** sa mesure exacte.



En mesurant, il semble que $UR \approx 39\,\text{mm}$. Calculons la valeur exacte.

Dans le triangle BIL rectangle en L,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

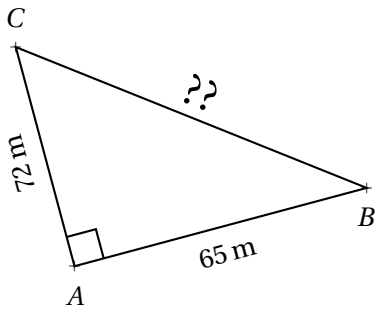
$$LI^2 + LB^2 = IB^2$$
$$LI^2 + 80^2 = 89^2$$
$$LI^2 + 6400 = 7921$$
$$LI^2 = 7921 - 6400$$
$$LI^2 = 1521$$
$$LI = \sqrt{1521}$$
$$LI = 39$$

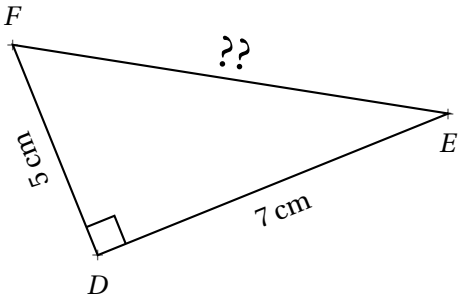
$\boxed{LI = 39\,\text{mm}}$

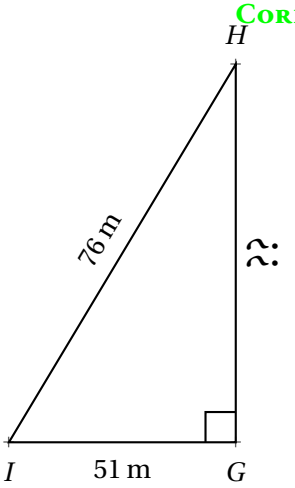
Exercice n° 2

Correction

Pour chacun des triangles suivants, **calculer** le côté manquant et donner sa valeur exacte.
Le cas échéant, indiquer aussi, une valeur approchée au centième près.







Dans le triangle ABC rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$
$$65^2 + 72^2 = BC^2$$
$$4225 + 5184 = BC^2$$
$$BC^2 = 9409$$
$$BC = \sqrt{9409}$$
$$BC = 97$$

$BC = 97\,\text{m}$

Dans le triangle FDE rectangle en D,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$DF^2 + DE^2 = EF^2$$
$$5^2 + 7^2 = EF^2$$
$$25 + 49 = EF^2$$
$$EF^2 = 74$$
$$EF = \sqrt{74}$$
$$EF \approx 8,60$$

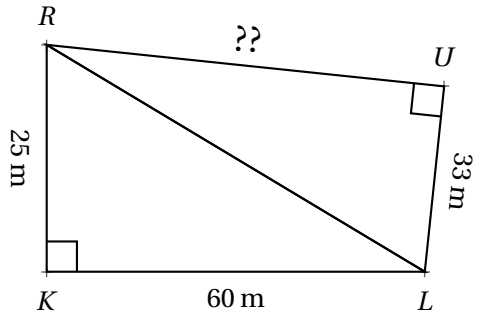
$EF \approx 8{,}60\,\text{cm}$ au centième près.

Dans le triangle IGH rectangle en G,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$GI^2 + GH^2 = IH^2$$
$$51^2 + GH^2 = 76^2$$
$$2601 + GH^2 = 5776$$
$$GH^2 = 5776 - 2601$$
$$GH^2 = 3175$$
$$GH = \sqrt{3175}$$
$$GH \approx 56,35$$

$GH \approx 56{,}35\,\text{m}$ au centième près.

Exercice n° 3



RKL est rectangle en K.
RUL est rectangle en U.

Calculer RU

Dans le triangle RKL rectangle en K,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$KR^2 + KL^2 = RL^2$$
$$25^2 + 60^2 = RL^2$$
$$625 + 3600 = RL^2$$
$$RL^2 = 4225$$
$$RL = \sqrt{4255}$$
$$RL = 65$$

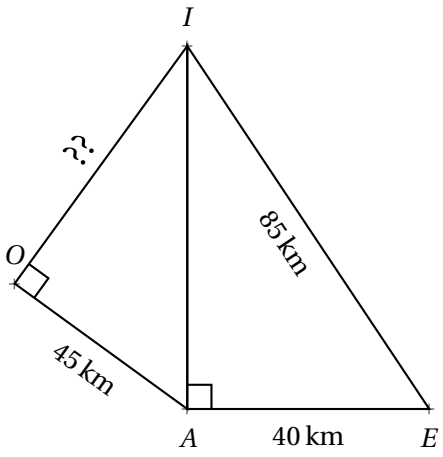
$RL = 65\,\text{m}$

Dans le triangle RUL rectangle en U,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$UR^2 + UL^2 = RL^2$$
$$UR^2 + 33^2 = 65^2$$
$$UR^2 + 1089 = 4225$$
$$UR^2 = 4225 - 1089$$
$$UR^2 = 3136$$
$$UR = \sqrt{3136}$$
$$UR = 56$$

$UR = 56\,\text{m}$

Correction



IAE est rectangle en A.
IOA est rectangle en O.

Calculer IO

Dans le triangle IAE rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AI^2 + AE^2 = IE^2$$
$$AI^2 + 40^2 = 85^2$$
$$AI^2 + 1600 = 7225$$
$$AI^2 = 7225 - 1600$$
$$AI^2 = 5625$$
$$AI = \sqrt{5625}$$
$$AI = 75$$

$AI = 75\,\text{km}$

Dans le triangle IOA rectangle en O,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$OI^2 + OA^2 = IA^2$$
$$OI^2 + 45^2 = 75^2$$
$$OI^2 + 2025 = 5625$$
$$OI^2 = 5625 - 2025$$
$$OI^2 = 3600$$
$$OI = \sqrt{3600}$$
$$OI = 36$$

$OI = 36\,\text{km}$

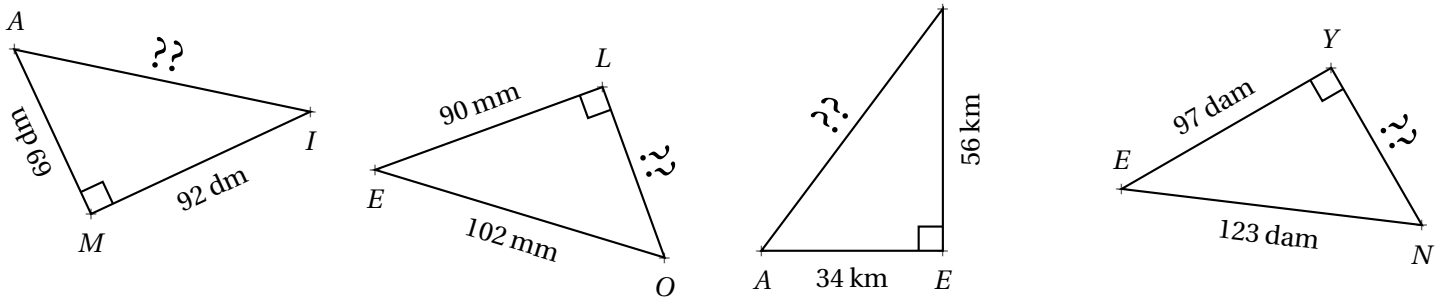
Préparation de l'évaluation

Quatrième

Exercice n° 1 : Calculer un côté d'un triangle rectangle

Pour chacun des triangles rectangles suivants, calculer la valeur exacte et la cas échéant la valeur approchée au millième près, du côté manquant.

Les figures ci-dessous n'ont pas été tracées de manière proportionnelle. Elles servent simplement à soutenir la démonstration.



Exercice n° 2 : Démontrer qu'un triangle est rectangle... ou pas

Déterminer par une démonstration si chacun des triangles ci-dessous est rectangle ou pas. Le cas échéant, indiquer le sommet de l'angle droit.

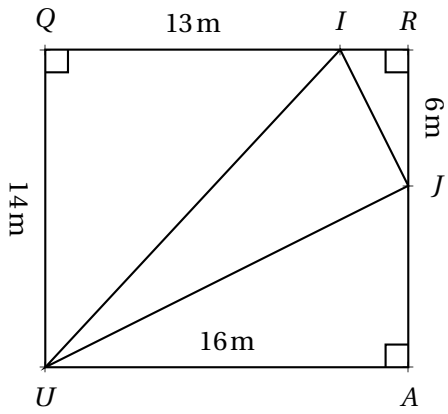
1. Un triangle ZFE tel que $ZF = 69\,\text{m}$, $ZE = 92\,\text{m}$ et $FE = 115\,\text{m}$.

2. Un triangle KOT tel que $KO = 88\,\text{dm}$, $KT = 63\,\text{dm}$ et $TO = 60\,\text{dm}$.

3. Un triangle MAL tel que $MA = 6{,}7\,\text{cm}$, $LA = 7{,}8\,\text{cm}$ et $ML = 4\,\text{cm}$.

4. Un triangle ZUT tel que $ZU = 4{,}95\,\text{dm}$, $ZT = 2{,}97\,\text{dm}$ et $TU = 3{,}96\,\text{dm}$.

Exercice n° 3 : Analyser une figure complexe

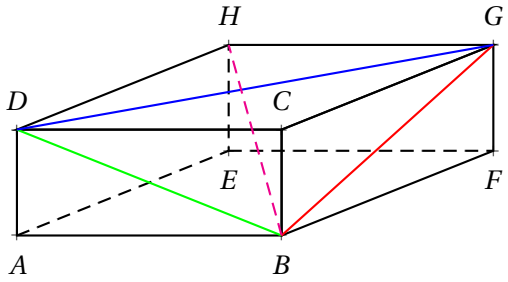


Sur la figure ci-contre, qui n'est pas tracée en vraies grandeurs, on sait que $QRAU$ est un rectangle et que les points Q, I et R sont alignés ainsi que les points R, J et A.

1. Calculer, en justifiant soigneusement votre réponse, la longueur des côtés $[UI]$, $[IJ]$ et $[UJ]$. Donner la valeur exacte ainsi qu'une valeur approchée au millimètre près.

2. Le triangle UIJ est-il rectangle ? Justifier votre réponse.

Exercice n° 4 : Pythagore dans l'espace et brique d'Euler



$ABCDEFGH$ est **un pavé droit** tel que $AB = 117\,\text{cm}$, $AD = 44\,\text{cm}$ et $AE = 240\,\text{cm}$.

1. Citer le nom de chacune des faces de ce pavé droit et préciser leur nature.

2. Que peut-on dire des diagonales d'un rectangle ?

3. Calculer les mesures des diagonales des faces, les segments $[BD]$, $[BG]$ et $[DG]$.

4. Calculer la mesure de la **grande diagonale** du pavé, le segment $[HB]$.

*Le pavé ABCDEFGH est un exemple de **brique d'Euler**, en hommage au mathématicien suisse Léonhard Euler (1707 — 1783) qui étudia cette question. Il s'agit d'un pavé droit dont les côtés et les diagonales des faces sont des nombres entiers. Dans notre cas, il s'agit de la plus petite brique d'Euler connue. En revanche, sa grande diagonale n'est pas un nombre entier. À ce jour, personne ne sait s'il existe une **brique d'Euler parfaite**, c'est à dire une brique d'Euler dont la grande diagonale est aussi un nombre entier. La seule chose que l'on sait est que si une telle brique existe, un de ses côtés mesure au moins mille milliards d'unités.*

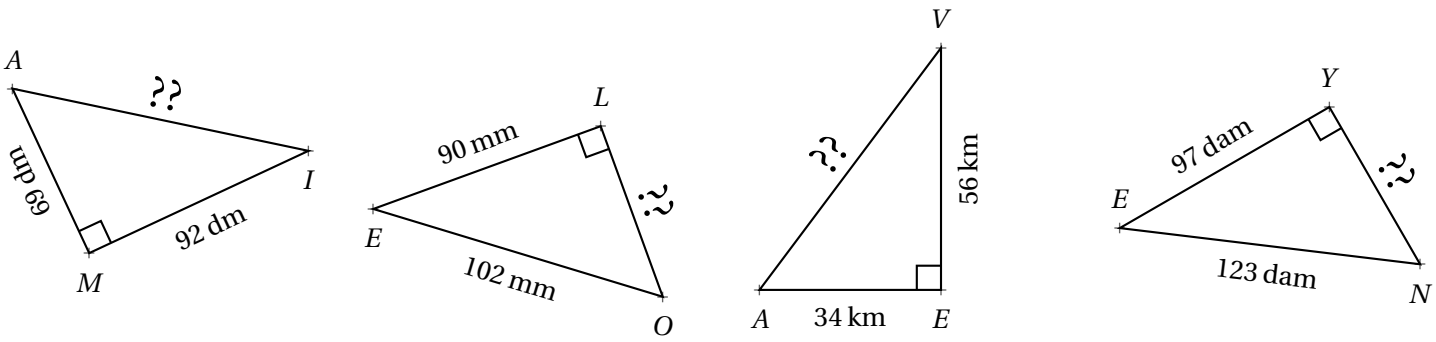
Je vous laisse chercher...

Préparation de l'évaluation — Correction

Exercice n° 1 — Correction

Pour chacun des triangles rectangles suivants, calculer la valeur exacte et la cas échéant la valeur approchée au millième près, du côté manquant.

Les figures ci-dessous n'ont pas été tracées de manière proportionnelle. Elles servent simplement à soutenir la démonstration.



Dans le triangle AMI rectangle en M,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$MA^2 + MI^2 = AI^2$$
$$69^2 + 92^2 = AI^2$$
$$4761 + 8464 = AI^2$$
$$AI^2 = 13225$$
$$AI = \sqrt{13225}$$
$$AI = 115$$

$AI = 115\,\text{dm}$

Dans le triangle ELO rectangle en L,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$LE^2 + LO^2 = EO^2$$
$$90^2 + LO^2 = 102^2$$
$$8100 + LO^2 = 10404$$
$$LO^2 = 10404 - 8100$$
$$LO^2 = 2304$$
$$LO = \sqrt{2304}$$
$$LO = 48$$

$LO = 48\,\text{mm}$

Dans le triangle AEV rectangle en E,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$EA^2 + EV^2 = AV^2$$
$$34^2 + 56^2 = AV^2$$
$$1156 + 3136 = AV^2$$
$$AV^2 = 4292$$
$$AV = \sqrt{4292}$$
$$AV \approx 65,513$$

$AV \approx 65{,}513\,\text{km}$ au millième près.

Dans le triangle EYN rectangle en Y,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$YE^2 + YN^2 = EN^2$$
$$97^2 + YN^2 = 123^2$$
$$9409 + YN^2 = 15129$$
$$YN^2 = 15129 - 9409$$
$$YN^2 = 5720$$
$$YN = \sqrt{5720}$$
$$YN \approx 75,631$$

$YN \approx 75{,}631$ dam au millième près.

Exercice n° 2

Correction

Déterminer par une démonstration si chacun des triangles ci-dessous est rectangle ou pas. Le cas échéant, indiquer le sommet de l'angle droit.

1. Un triangle ZFE tel que $ZF = 69\,\text{m}$, $ZE = 92\,\text{m}$ et $FE = 115\,\text{m}$.

Comme FE est le plus long côté du triangle ZFE, comparons $ZF^2 + ZE^2$ et FE^2 :

$ZF^2 + ZE^2$	FE^2
$69^2 + 92^2$	115^2
$4761 + 8464$	
13225	13225

Comme $ZF^2 + ZE^2 = FE^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle ZFE est rectangle en Z.

2. Un triangle KOT tel que $KO = 88\,\text{dm}$, $KT = 63\,\text{dm}$ et $TO = 60\,\text{dm}$.

Comme KO est le plus long côté du triangle KOT, comparons $TO^2 + TK^2$ et KO^2 :

$TO^2 + TK^2$	KO^2
$60^2 + 63^2$	88^2
$3600 + 3969$	
7569	7744

Comme $TO^2 + TK^2 \neq KO^2$, d'après **la contraposée du théorème de Pythagore**, le triangle ZFE n'est pas rectangle.

3. Un triangle MAL tel que $MA = 6{,}7\,\text{cm}$, $LA = 7{,}8\,\text{cm}$ et $ML = 4\,\text{cm}$.

Comme LA est le plus long côté du triangle MAL, comparons $MA^2 + ML^2$ et LA^2 :

$MA^2 + ML^2$	LA^2
$6,7^2 + 4^2$	$7,8^2$
$44,89 + 16$	
$60,89$	$60,84$

Comme $MA^2 + ML^2 \neq LA^2$, d'après **la contraposée du théorème de Pythagore**, le triangle ZFE n'est pas rectangle.

4. Un triangle ZUT tel que $ZU = 4{,}95\,\text{dm}$, $ZT = 2{,}97\,\text{dm}$ et $TU = 3{,}96\,\text{dm}$.

Comme ZU est le plus long côté du triangle ZUT, comparons $TZ^2 + TU^2$ et ZU^2 :

$TZ^2 + TU^2$	ZU^2
$2,97^2 + 3,96^2$	$4,95^2$
$8,8209 + 15,6816$	
$24,5025$	$24,5025$

Comme $TZ^2 + TU^2 = ZU^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle ZUT est rectangle en T.

Exercice n° 3

Correction

1.

Comme $QRAU$ est un rectangle, on a $QU = RA = 14\,\text{m}$ et $UA = QR = 16\,\text{m}$. Donc $IR = 16\,\text{m} - 13\,\text{m} = 3\,\text{m}$ et $IA = 14\,\text{m} - 6\,\text{m} = 8\,\text{m}$.

Dans le triangle UAJ rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AU^2 + AJ^2 = UJ^2$$
$$16^2 + 8^2 = UJ^2$$
$$256 + 64 = UJ^2$$
$$UJ^2 = 320$$
$$UJ = \sqrt{320}$$
$$UJ \approx 17,9$$

$UJ \approx 17,9\,\text{cm}$ au millimètre près.

Dans le triangle IRJ rectangle en R,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$RJ^2 + RI^2 = IJ^2$$
$$6^2 + 3^2 = IJ^2$$
$$36 + 9 = IJ^2$$
$$IJ^2 = 45$$
$$IJ = \sqrt{45}$$
$$IJ \approx 6,7$$

$IJ \approx 6,7\,\text{cm}$ au millimètre près.

Dans le triangle IQU rectangle en Q,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$QI^2 + QU^2 = IU^2$$
$$13^2 + 14^2 = IU^2$$
$$169 + 196 = IU^2$$
$$IU^2 = 365$$
$$IU = \sqrt{365}$$
$$IU \approx 19,1$$

$IU \approx 19,1\,\text{cm}$ au millimètre près.

2.

Comme IU est le plus long côté du triangle UIJ, comparons $JU^2 + JI^2$ et IU^2 :

En partant des valeurs approchées précédentes, on peut obtenir le contraire du résultat attendu.
Ainsi $17,9^2 + 6,7^2 = 365,3$ et $19,1^2 = 364,81$. Il faut se souvenir que $(\sqrt{a})^2 = a$ si $a \geqslant 0$.

$JU^2 + JI^2$	IU^2
$\sqrt{320}^2 + \sqrt{45}^2$	$\sqrt{365}^2$
$320 + 45$	
365	365

Comme $JU^2 + JI^2 = IU^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle UIJ est rectangle en J.

Exercice n° 4 — Correction

1. Les six faces, $ABCD$, $BFGC$, $ABFE$, $ADHE$, $EFGH$ et $DCGH$ sont des rectangles.

2. Les diagonales d'un rectangle se coupent en leur milieu et sont de même mesure.

3.

Dans le triangle DAB rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AD^2 + AB^2 = DB^2$$
$$44^2 + 117^2 = DB^2$$
$$1936 + 13689 = DB^2$$
$$DB^2 = 15625$$
$$DB = \sqrt{15625}$$
$$DB = 125$$

$DB = 125\,\text{cm}$

Dans le triangle GCB rectangle en C,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$CG^2 + CB^2 = GB^2$$
$$240^2 + 44^2 = GB^2$$
$$57600 + 1936 = GB^2$$
$$GB^2 = 59536$$
$$GB = \sqrt{59536}$$
$$GB = 244$$

$GB = 244\,\text{cm}$

Dans le triangle DCG rectangle en C,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$CD^2 + CG^2 = DG^2$$
$$117^2 + 240^2 = DG^2$$
$$13689 + 57600 = DG^2$$
$$DG^2 = 71289$$
$$DG = \sqrt{71289}$$
$$DG = 267$$

$DG = 267\,\text{cm}$

4. Calculer la mesure de la **grande diagonale** du pavé, le segment $[HB]$.

On peut se placer dans le triangle HGB. Comme les faces $EFGH$ et $BCGF$ sont perpendiculaires (on dit orthogonales pour des faces...), la droite (HG) est perpendiculaire à toutes les droites de la face $BCGF$, en particulier (BG). Cette justification n'est pas au programme !.

Ainsi HGB est rectangle en G.
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$GB^2 + GH^2 = BH^2$$
$$244^2 + 117^2 = BH^2$$
$$59536 + 13689 = BH^2$$
$$BH^2 = 73225$$
$$BH = \sqrt{73225}$$
$$BH \approx 270,6$$

$BH = 270,6\,\text{cm}$ au millimètre près.



Évaluation

Quatrième

Exercice n° 1 : *(5 points)*

Recopier sur votre copie la lettre correspondant à l'expression, puis effectuer le calcul en détaillant votre raisonnement :

$A = -3+7-8+9-10-1+5$

$B = (-6+3-1)-(-7-3+2)$

$C = (-3)\times(-9)$

$D = (+7)\times(-3)$

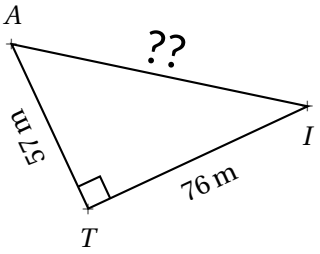
$E = (-3)\times(-5)-(-7)\times(+5)$

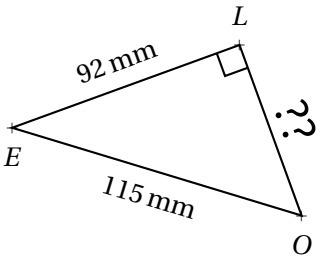
$F = (-5+3-8)\times(11-5-7)$

Exercice n° 2 : *(4 points)*

Pour chacun des triangles rectangles suivants, calculer la valeur exacte du côté manquant.

Les figures ci-dessous n'ont pas été tracées de manière proportionnelle. Elles servent simplement à soutenir la démonstration.





Exercice n° 3 : *(4 points)*

Déterminer par une démonstration si chacun des triangles ci-dessous est rectangle ou pas. Le cas échéant, indiquer le sommet de l'angle droit.

1. Un triangle MOI tel que $MO = 140\,\text{hm}$, $OI = 235\,\text{hm}$ et $IM = 189\,\text{hm}$.

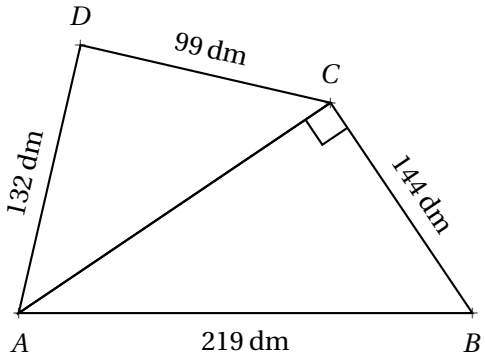
2. Un triangle TOI tel que $TO = 8{,}5\,\text{m}$, $OI = 5{,}1\,\text{m}$ et $IT = 6{,}8\,\text{m}$.

Exercice n° 4 : *(4 points)*

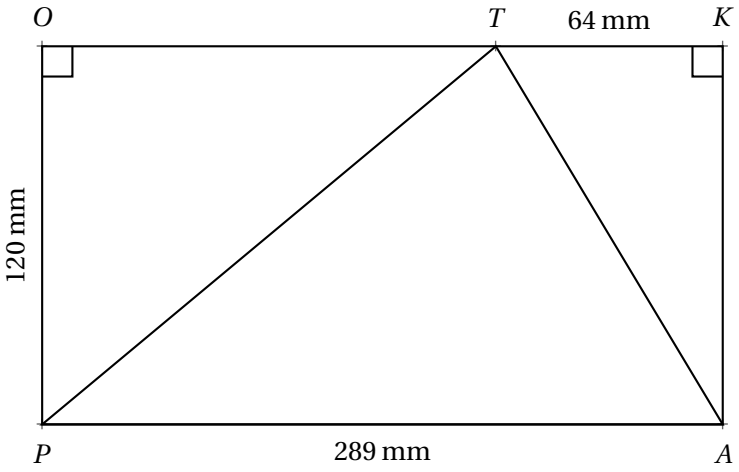
La figure ci-dessous n'a pas été tracée de manière proportionnelle. Elle sert simplement à soutenir la démonstration.

Le triangle DCA est-il rectangle ?

Justifier soigneusement votre raisonnement.



Exercice n° 5 : *(3 points + 2 points **BONUS**)*



Sur la figure ci-contre, qui n'est pas tracée en vraies grandeurs, on sait que $PAKO$ est un rectangle et que les points O, T et K sont alignés.

1. Calculer, en justifiant soigneusement votre réponse, la longueur des côtés $[PT]$ et $[AT]$.

2. Le triangle PTA est-il rectangle ? Justifier votre réponse.

Évaluation — Correction

Exercice n° 1

Correction

Recopier sur votre copie la lettre correspondant à l'expression, puis effectuer le calcul en détaillant votre raisonnement :

$A = -3 + 7 - 8 + 9 - 10 - 1 + 5$
$A = -22 + 21$
$\boxed{A = -1}$

$H = (-6 + 3 - 1) - (-7 - 3 + 2)$
$H = (-4) - (-8)$
$H = -4 + 8$
$\boxed{H = 4}$

$C = (-3) \times (-9)$

$\boxed{C = 27}$

$D = (+7) \times (-3)$

$\boxed{D = -21}$

$E = (-3) \times (-5) - (-7) \times (+5)$
$E = 15 - (-35)$
$E = 15 + 35$
$\boxed{E = 50}$

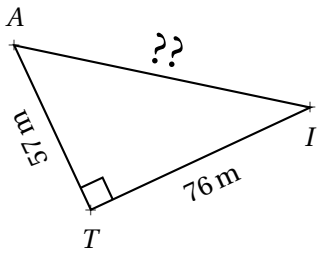
$F = (-5 + 3 - 8) \times (11 - 5 - 7)$
$F = (-10) \times (-1)$
$\boxed{F = 10}$

Exercice n° 2

Correction

Pour chacun des triangles rectangles suivants, calculer la valeur exacte du côté manquant.

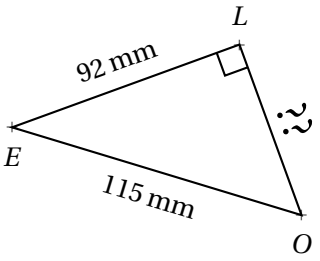
Les figures ci-dessous n'ont pas été tracées de manière proportionnelle. Elles servent simplement à soutenir la démonstration.



Dans le triangle ATI rectangle en T,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$TA^2 + TI^2 = AI^2$$
$$57^2 + 76^2 = AI^2$$
$$3249 + 5776 = AI^2$$
$$AI^2 = 9025$$
$$AI = \sqrt{9025}$$
$$AI = 95$$

$\boxed{AI = 95\,\text{m}}$



Dans le triangle ELO rectangle en L,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$LE^2 + LO^2 = EO^2$$
$$92^2 + LO^2 = 115^2$$
$$8464 + LO^2 = 13225^2$$
$$LO^2 = 13225 - 8464$$
$$LO^2 = 4761$$
$$LO = \sqrt{4761}$$
$$LO = 69$$

$\boxed{LO = 69\,\text{mm}}$

Exercice n° 3 — Correction

Déterminer par une démonstration si chacun des triangles ci-dessous est rectangle ou pas. Le cas échéant, indiquer le sommet de l'angle droit.

1. Un triangle MOI tel que $MO = 140\,\text{hm}$, $OI = 235\,\text{hm}$ et $IM = 189\,\text{hm}$.

Comme OI est le plus long côté du triangle MOI, comparons $MO^2 + MI^2$ et OI^2 :

$MO^2 + MI^2$	OI^2
$140^2 + 189^2$	235^2
$19\,600 + 35\,721$	
$55\,321$	$55\,225$

Comme $MO^2 + MI^2 \neq OI^2$, d'après **la contraposée du théorème de Pythagore**, le triangle MOI n'est pas rectangle .

2. Un triangle TOI tel que $TO = 8{,}5\,\text{m}$, $OI = 5{,}1\,\text{m}$ et $IT = 6{,}8\,\text{m}$.

Comme TO est le plus long côté du triangle TOI, comparons $IO^2 + IT^2$ et TO^2 :

$IO^2 + IT^2$	TO^2
$5{,}1^2 + 6{,}8^2$	$8{,}5^2$
$26{,}01 + 46{,}24$	
$72{,}25$	$72{,}25$

Comme $IO^2 + IT^2 = TO^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle TOI est rectangle en I .

Exercice n° 4 — Correction

Dans le triangle AHC rectangle en C,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$CA^2 + CH^2 = AB^2$$
$$CA^2 + 144^2 = 219^2$$
$$CA^2 + 20\,736 = 47\,961^2$$
$$CA^2 = 47\,961 - 20\,736$$
$$CA^2 = 27\,225$$
$$CA = \sqrt{27\,225}$$
$$CA = 165$$

$CA = 165\,\text{dm}$

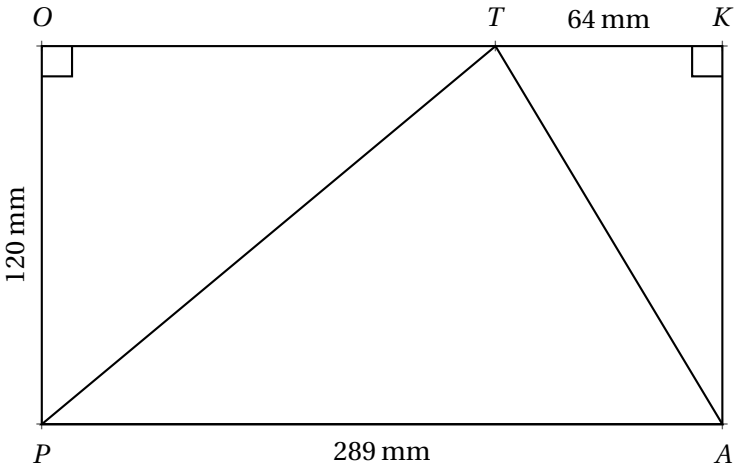
Comme CA est le plus long côté du triangle DCA, comparons $DA^2 + DC^2$ et AC^2 :

$DA^2 + DC^2$	AC^2
$132^2 + 99^2$	165^2
$17\,424 + 9\,801$	
$27\,225$	$27\,225$

Comme $DA^2 + DC^2 = AC^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle DAC est rectangle en D .

Exercice n° 5

Correction



Sur la figure ci-contre, qui n'est pas tracée en vraies grandeurs, on sait que $PAKO$ est un rectangle et que les points O, T et K sont alignés.

1. Calculer, en justifiant soigneusement votre réponse, la longueur des côtés $[PT]$ et $[AT]$.

Commme $PAKO$ est un rectangle, $PO = KA = 120\,\text{mm}$ et $PA = OK = 289\,\text{mm}$. Ainsi $OT = 289\,\text{mm} - 64\,\text{mm} = 225\,\text{mm}$.
Dans le triangle POT rectangle en O,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$OP^2 + OT^2 = PT^2$$
$$120^2 + 225^2 = PT^2$$
$$14\,400 + 50\,625 = PT^2$$
$$PT^2 = 65\,025$$
$$PT = \sqrt{65\,025}$$
$$PT = 255$$

$PT = 255\,\text{mm}$

Dans le triangle TKA rectangle en K,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$KA^2 + KT^2 = AT^2$$
$$120^2 + 64^2 = AT^2$$
$$14\,400 + 4\,096 = AT^2$$
$$AT^2 = 18\,496$$
$$AT = \sqrt{18\,496}$$
$$AT = 136$$

$PT = 136\,\text{mm}$

2. Le triangle PTA est-il rectangle ? Justifier votre réponse.

Comme PA est le plus long côté du triangle PTA, comparons $TP^2 + TA^2$ et PA^2 :

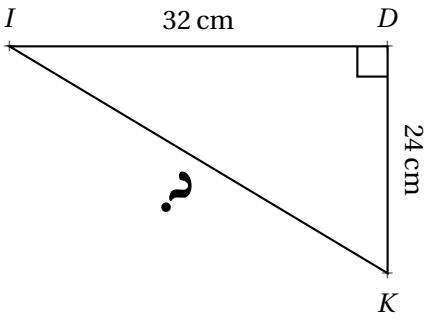
$TP^2 + TA^2$	PA^2
$255^2 + 136^2$	289^2
$65\,025 + 18\,496$	
$83\,521$	$83\,521$

Comme $TP^2 + TA^2 = PA^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle PAT est rectangle en T.

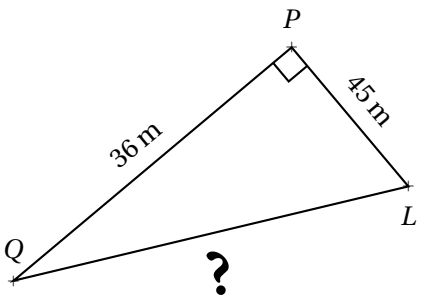
NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Dans chacune des situations suivantes, déterminer la valeur exacte et éventuellement une valeur approchée au centième près du côté marqué par un point d'interrogation.
Attention à rédiger comme nous l'avons fait en classe !

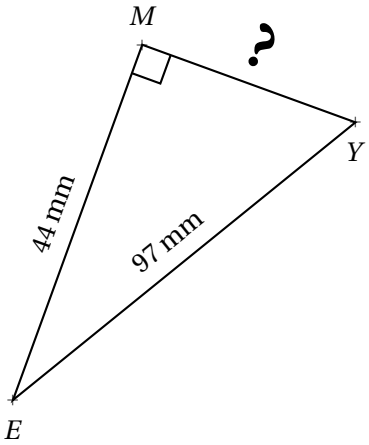
Situation n° 1



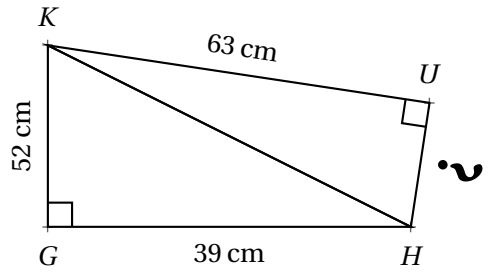
Situation n° 2



Situation n° 3



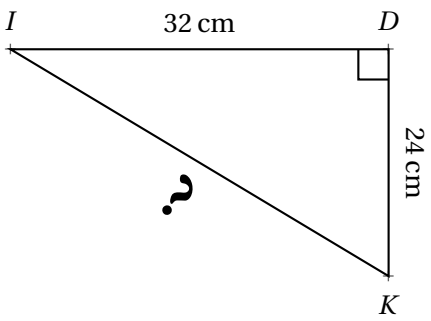
Bonus



NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Dans chacune des situations suivantes, déterminer la valeur exacte et éventuellement une valeur approchée au centième près du côté marqué par un point d'interrogation.
Attention à rédiger comme nous l'avons fait en classe !

Situation n° 1



Dans le triangle IDK rectangle en D,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$DI^2 + DK^2 = IK^2$$

$$32^2 + 24^2 = IK^2$$

$$1024 + 576 = IK^2$$

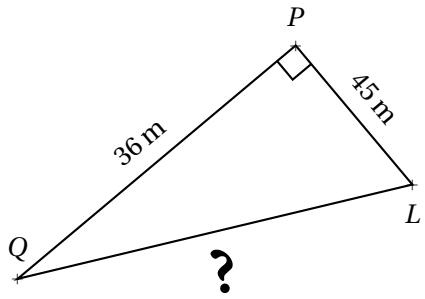
$$IK^2 = 1600$$

$$IK = \sqrt{1600}$$

$$IK = 40$$

$IK = 40\,\text{cm}$

Situation n° 2



Dans le triangle PQL rectangle en P,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$PQ^2 + PL^2 = QL^2$$

$$36^2 + 45^2 = QL^2$$

$$1296 + 2025 = QL^2$$

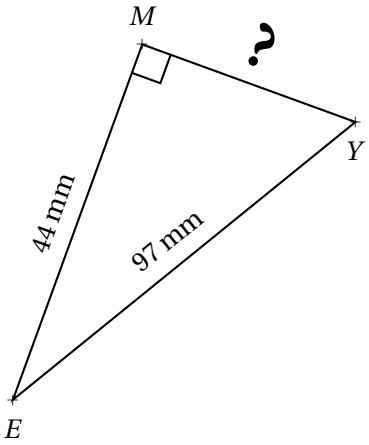
$$QL^2 = 3321$$

$$QL = \sqrt{3321}$$

$$QL \approx 57,63$$

$QL \approx 57,63\,\text{m}$

Situation n° 3



Dans le triangle MYE rectangle en M,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$MY^2 + ME^2 = YE^2$$

$$MY^2 + 44^2 = 97^2$$

$$MY^2 + 1936 = 9409$$

$$MY^2 = 9409 - 1936$$

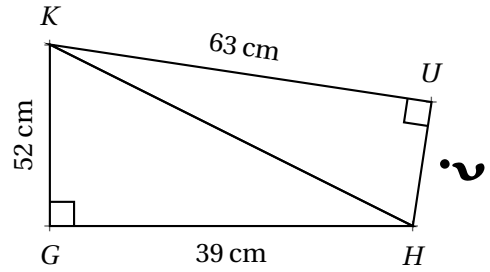
$$MY^2 = 7473$$

$$MY = \sqrt{7473}$$

$$MY \approx 86,45$$

$MY \approx 86,45\,\text{mm}$

Bonus



Dans le triangle KGH rectangle en G,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$GK^2 + GH^2 = KH^2$$

$$52^2 + 39^2 = KH^2$$

$$2704 + 1521 = KH^2$$

$$KH^2 = 4225$$

$$KH = \sqrt{4225}$$

$$KH = 65$$

Dans le triangle KHU rectangle en U,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$UK^2 + UH^2 = KH^2$$

$$63^2 + UH^2 = 65^2$$

$$3969 + UH^2 = 4225$$

$$UH^2 = 4225 - 3969$$

$$UH^2 = 256$$

$$UH = \sqrt{256}$$

$$UH = 16$$

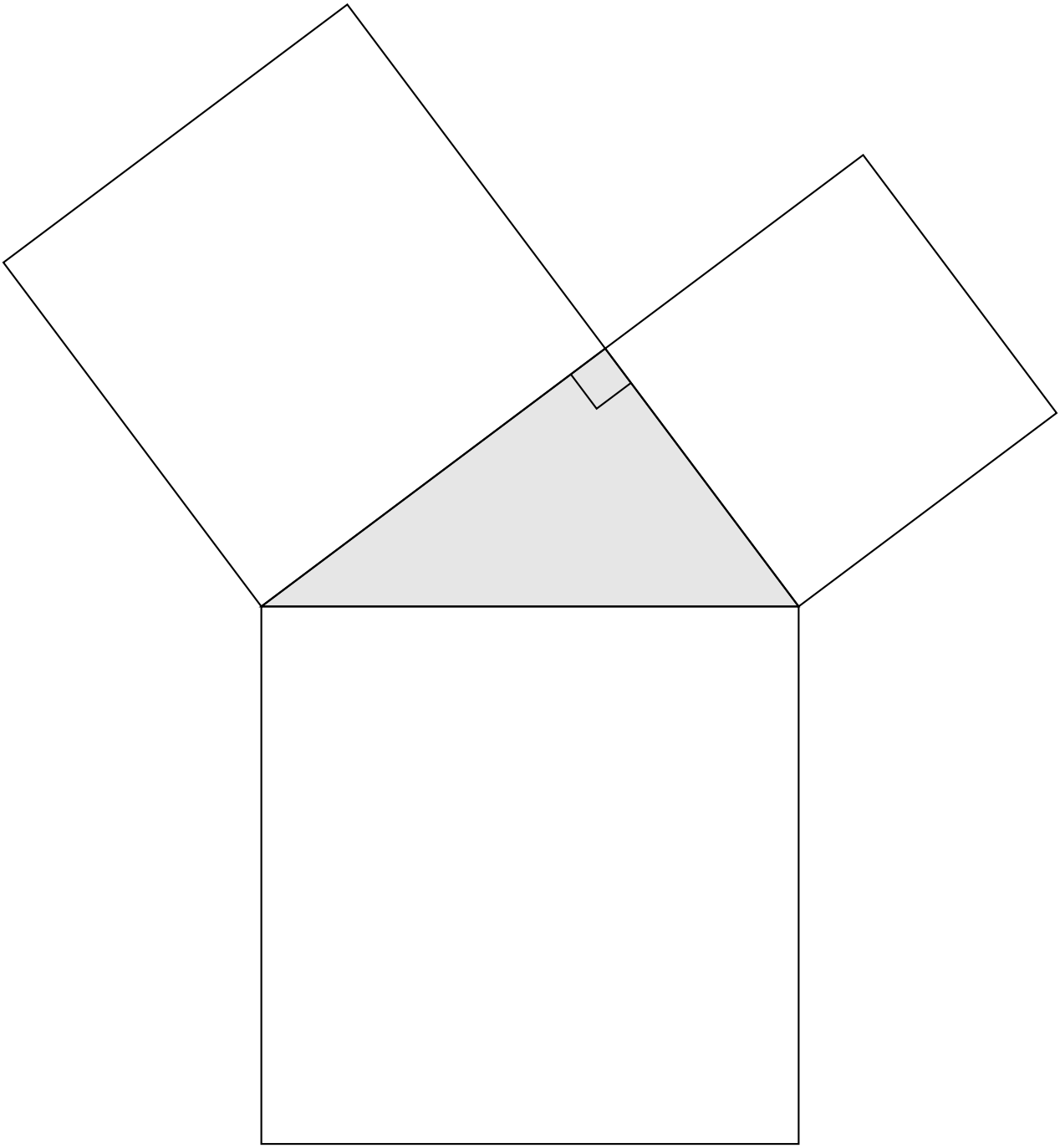
$UH = 16\,\text{cm}$

Le puzzle de Perigal

Quatrième

Henry Perigal (1801 — 1898), était un mathématicien amateur britannique, connu pour sa démonstration du théorème de Pythagore. On se souvient aussi de lui pour sa croyance étonante que la lune ne tourne pas !

Le puzzle de Perigal est constitué de dix pièces. Cinq de ces pièces, peuvent se positionner dans le petit carré et le carré de taille moyenne. Cinq pièces identiques peuvent se positionner dans le grand carré.

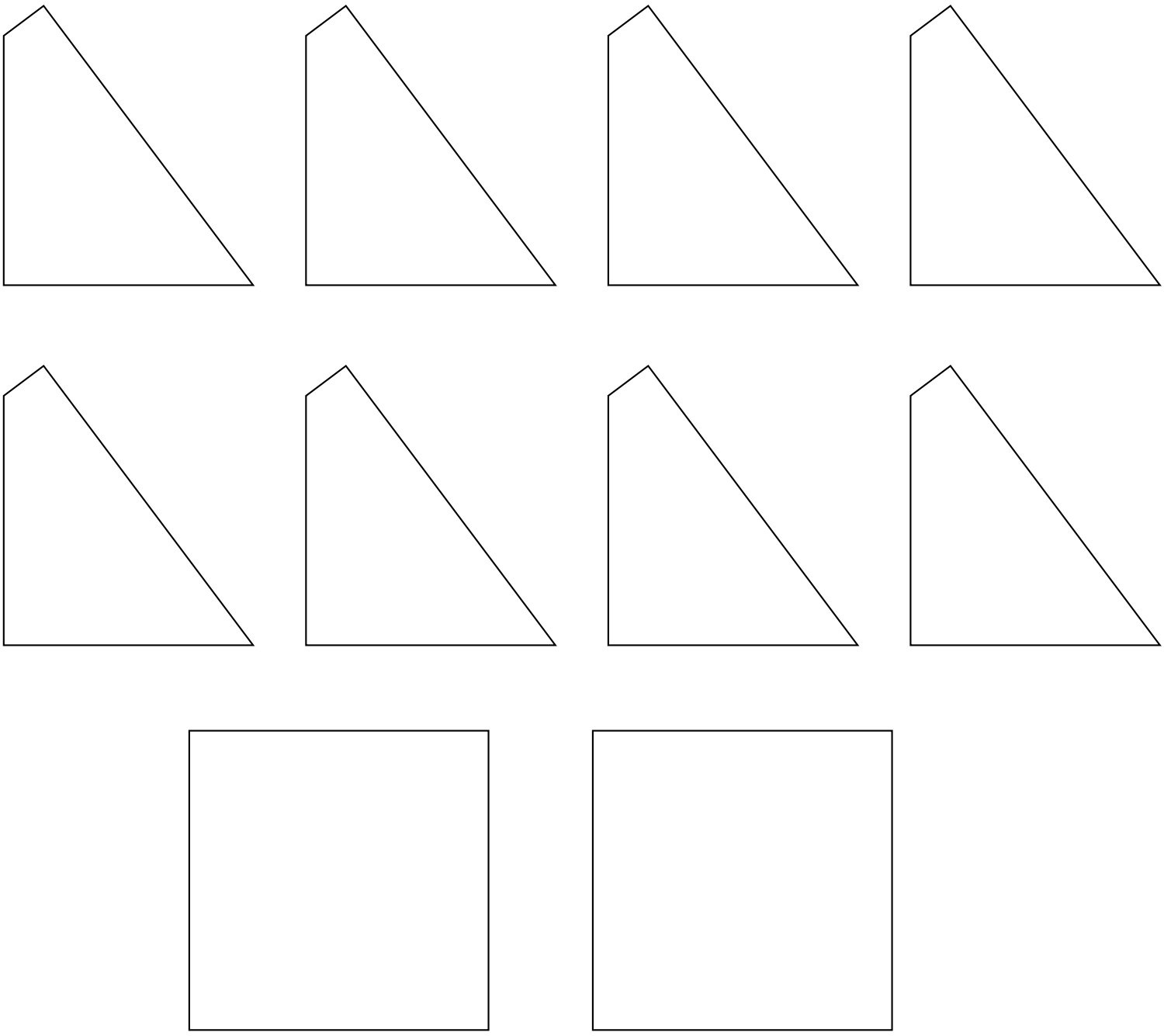


Dans le cas de cette figure particulière, on observe un résultat que l'on peut généraliser à tous les triangles rectangles.

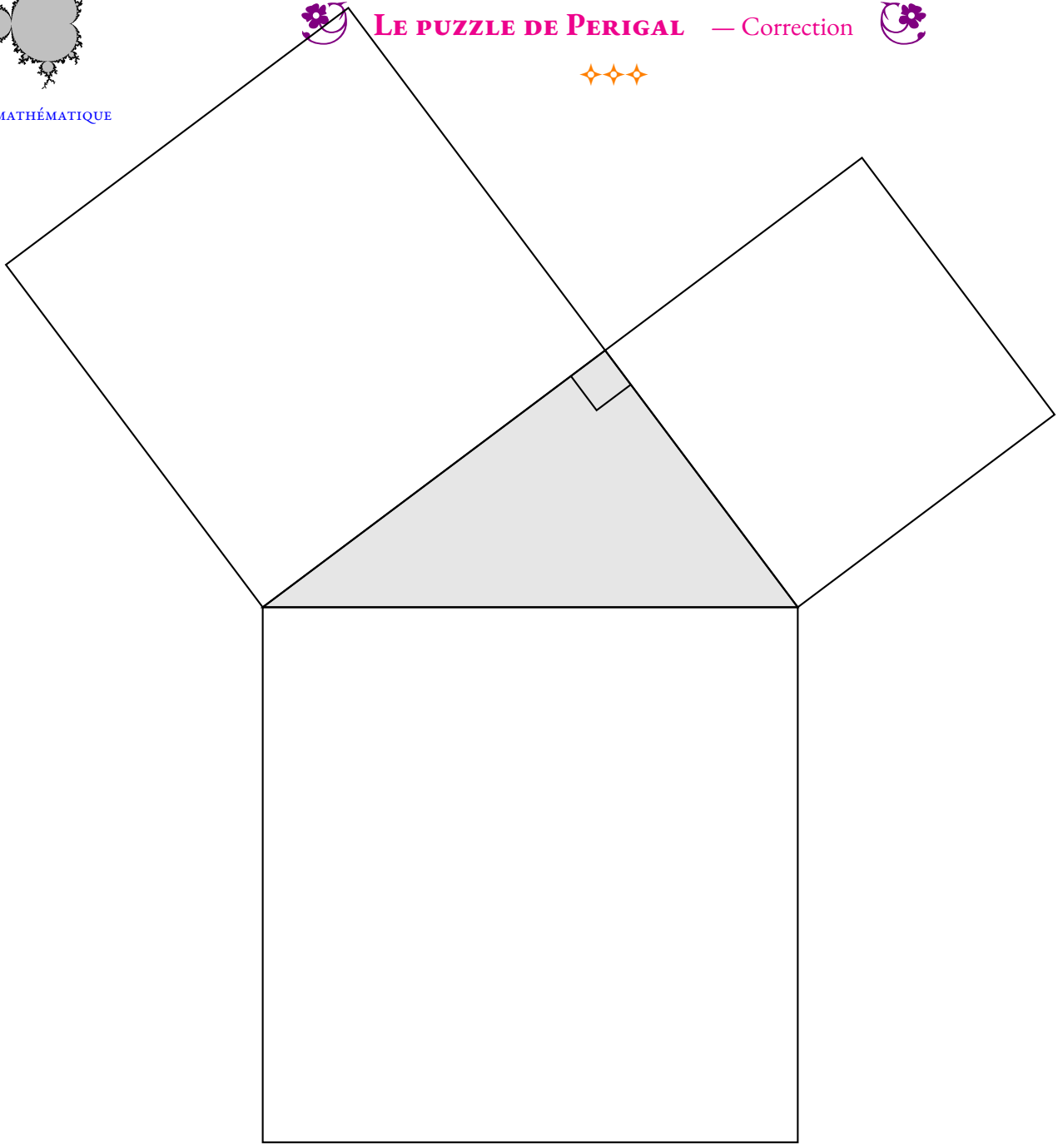
Quelle **conjecture** peut-on faire ?

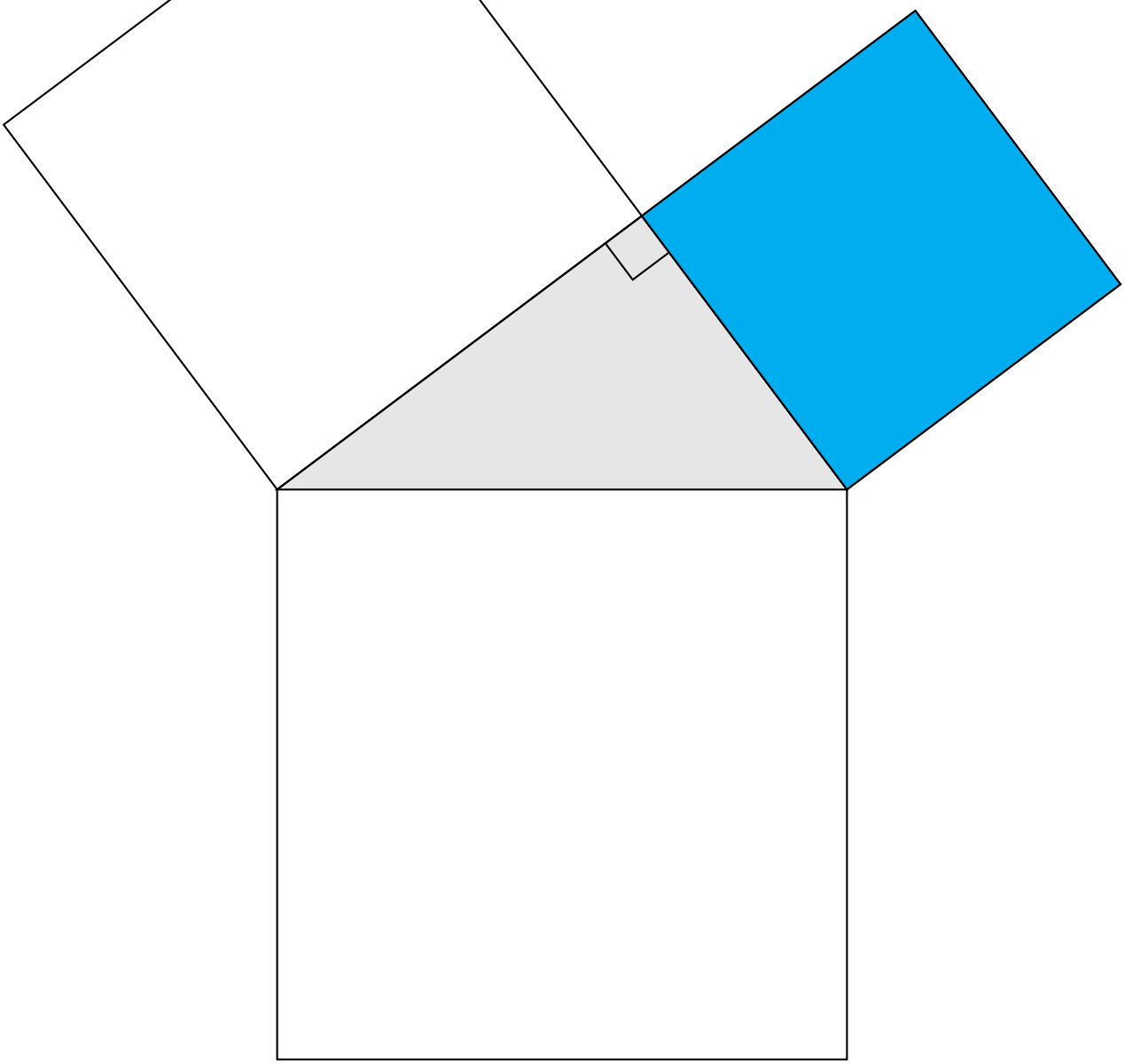
Les pièces du puzzle

Voici les dix pièces du puzzle. Il s'agit de huit quadrilatères identiques, ils ont chacun deux angles droit. Les deux autres pièces sont deux carrés superposables.
Colorier puis découper chacune de ces dix pièces.



Le puzzle de Perigal — Correction







Infox

Le puzzle de Lewis Carrol

Quatrième

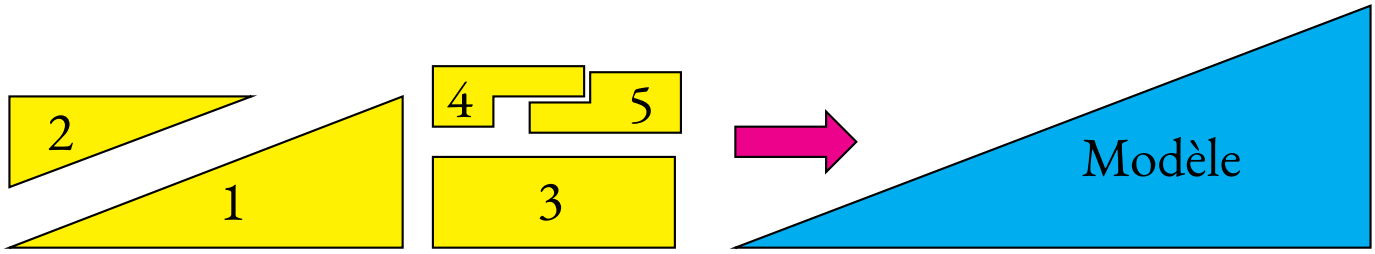
Première partie : les deux puzzles

Sur le document fourni en annexe se trouve deux rectangles quadrillés et les pièces nécessaires pour construire deux puzzles.

Découper les cinq pièces identiques de chaque puzzle et les deux rectangles quadrillés.

Les pièces du puzzle A et du puzzle B permettent de construire la même figure par **deux méthodes différentes**, plus précisément aucune des pièces du puzzle A et du puzzle B ne doivent se situer au même endroit.

À vous de trouver ces deux méthodes puis de coller les pièces sur les rectangles quadrillés une fois votre construction validée.



Que constatez-vous ?

Deuxième partie : comparaison des aires

1. Indiquez la nature géométrique de chacune des pièces de ce puzzle et du modèle.

2. En utilisant pour unité d'aire un carreau du quadrillage, déterminer l'aire du modèle.

3. Déterminer les aires de chacune des pièces du puzzle en utilisant la même unité.

4. En observant chacune des constructions obtenues avec les puzzles, déterminer à nouveau l'aire du grand modèle.

5. Quel paradoxe observe-t-on ?

Troisième partie : démonstration

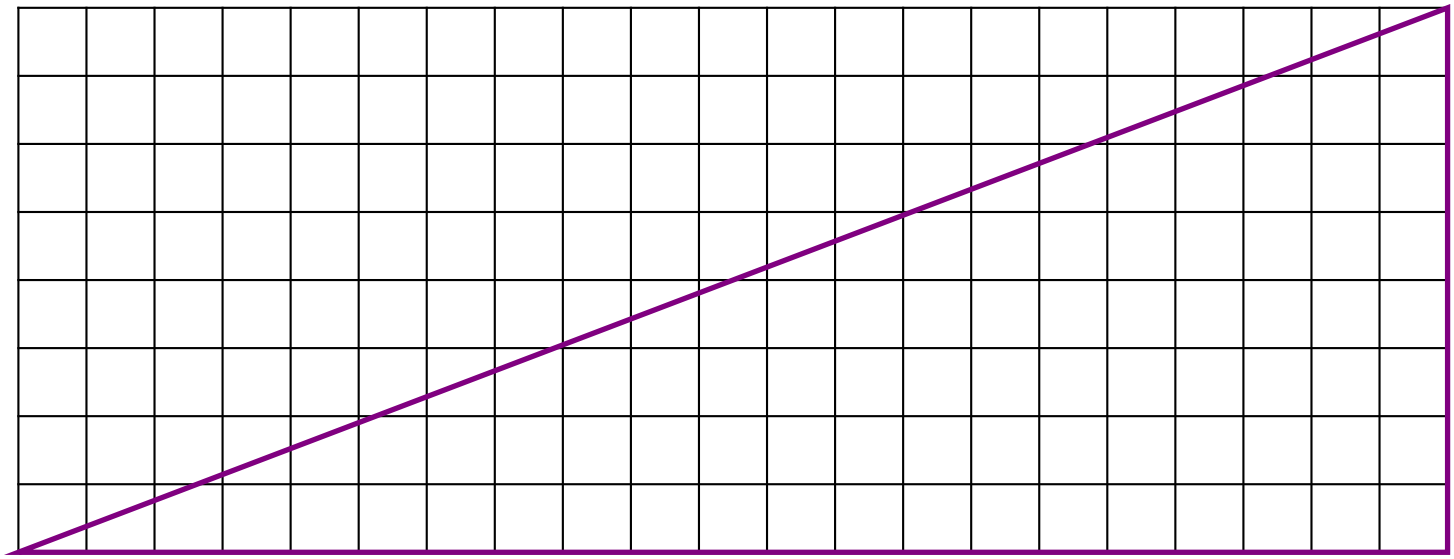
L'unité de mesure utilisée dans cette partie est la mesure du côté d'un carreau du quadrillage.

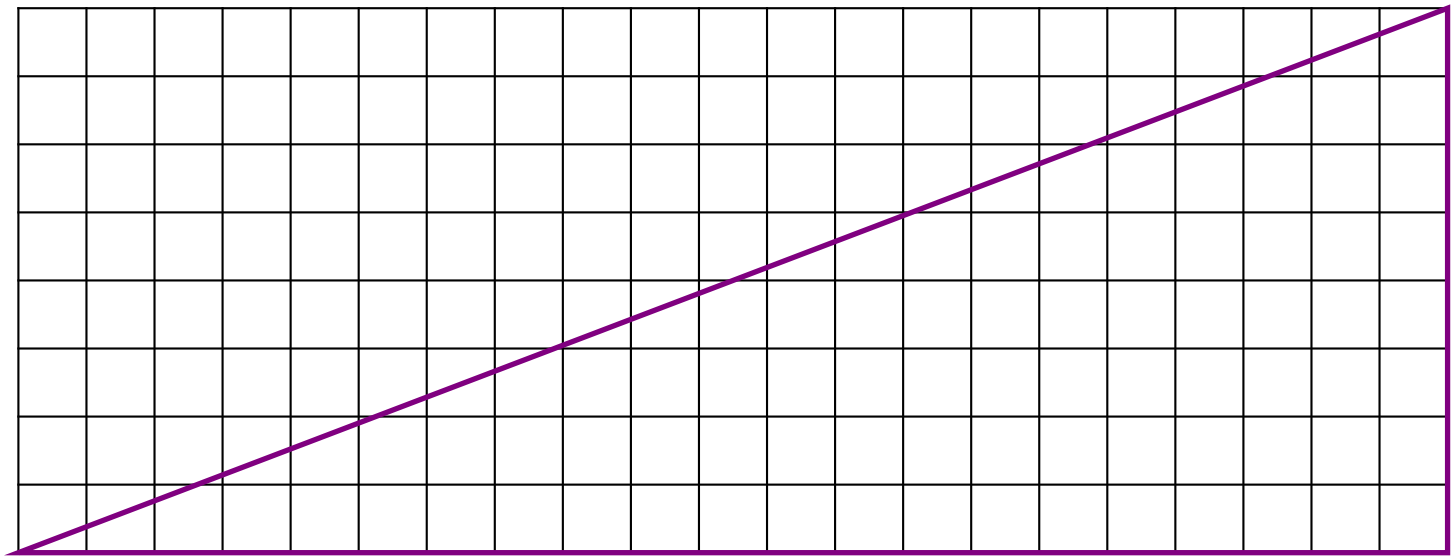
1. Calculer la mesure de l'hypoténuse du grand triangle rectangle obtenu après la construction du puzzle.

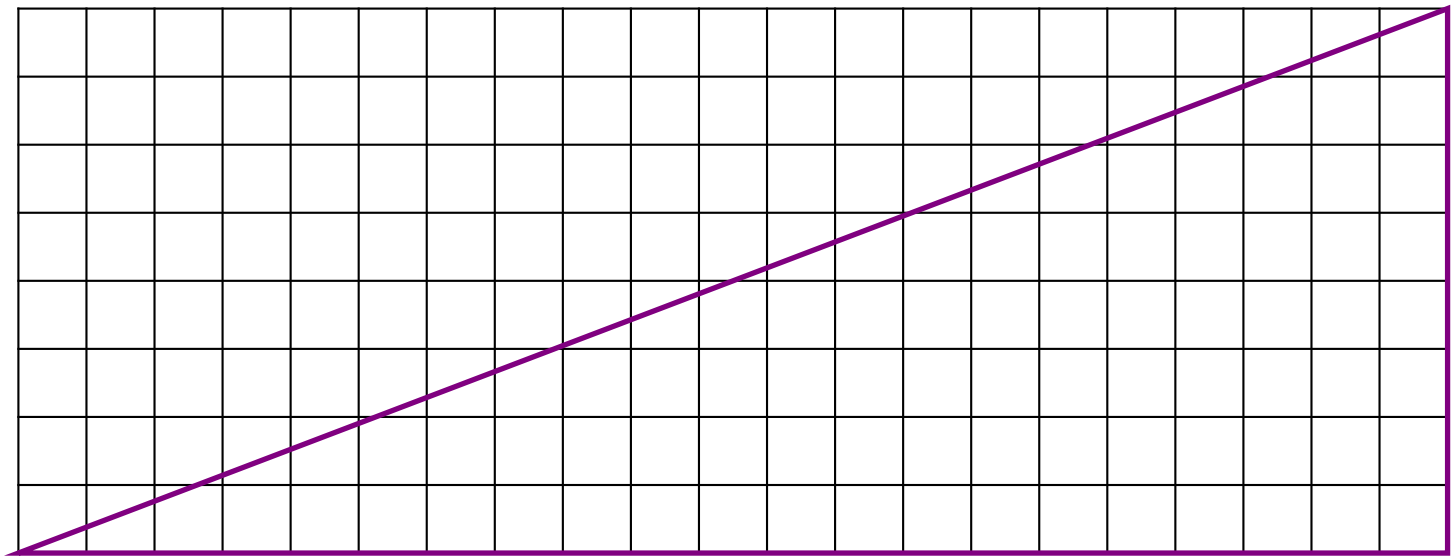
2. Calculer la mesure de l'hypoténuse de chacune des deux pièces en forme de triangle rectangle du puzzle.

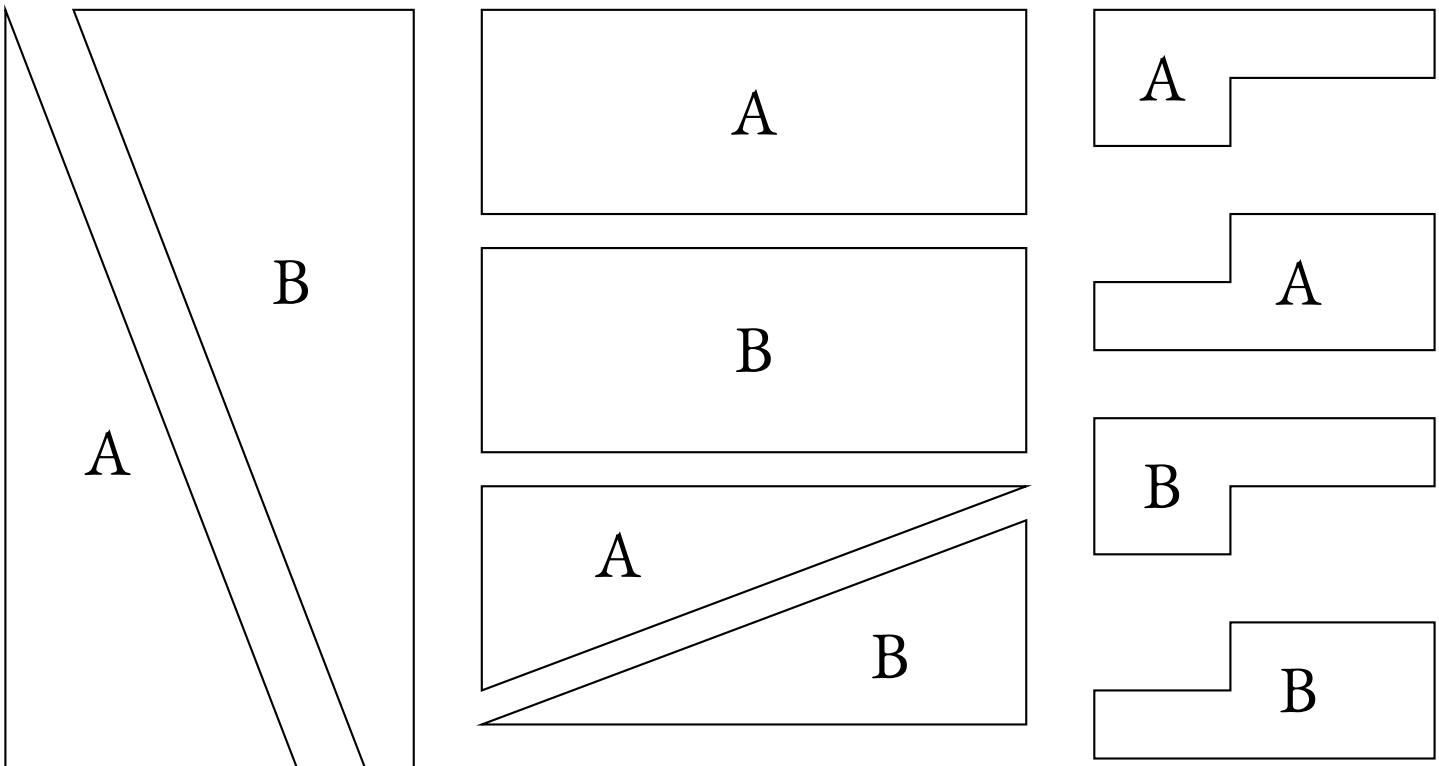
3. Quelle relation devrait-on trouver entre les mesures calculées aux questions **1.** et **2.**.

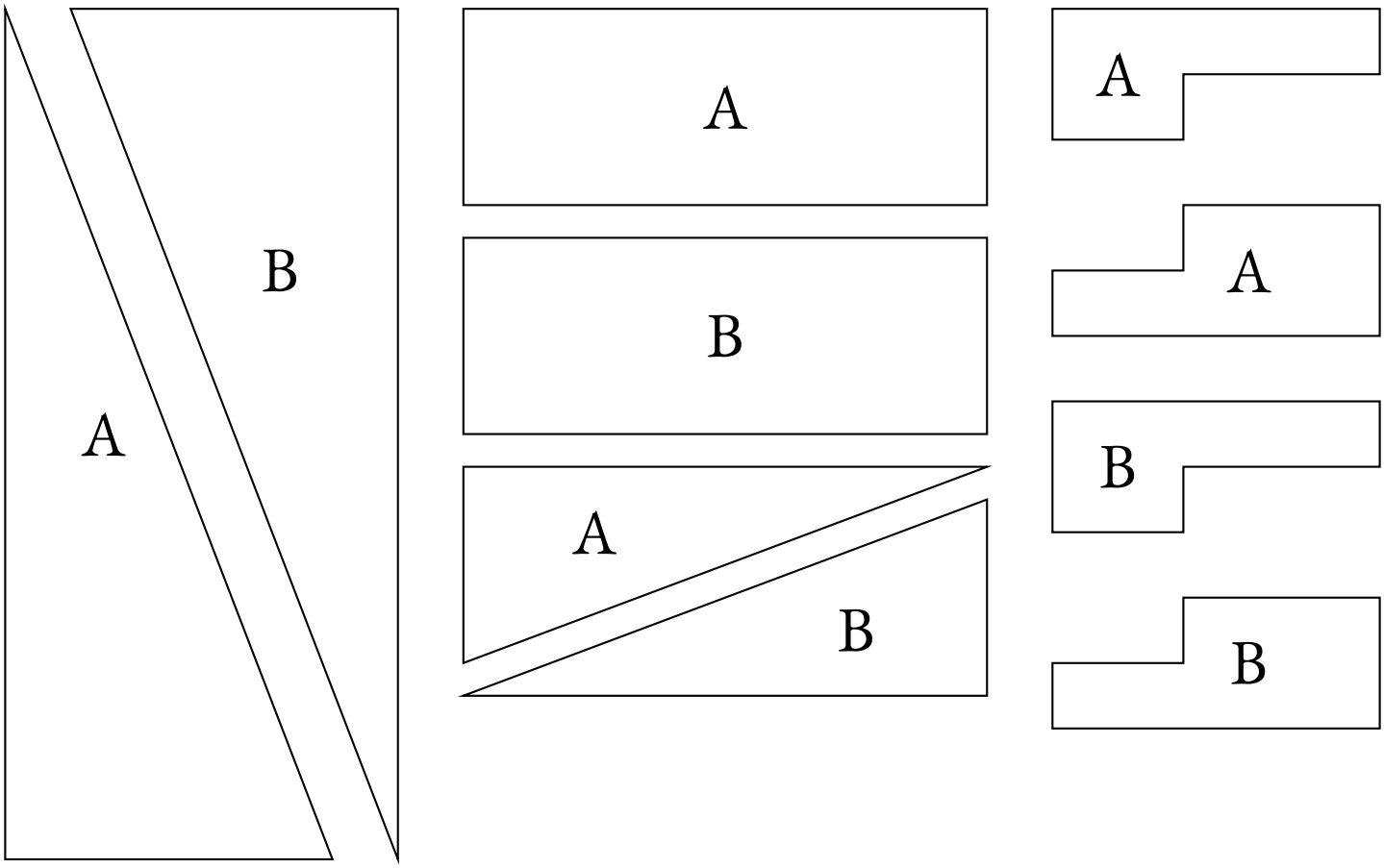
4. Voyez-vous une explication au paradoxe observé dans la deuxième partie ?








A
B
A
B
A
B
A
B
A
B
A
B


A
B
A
B
A
B
A
B
A
B
A
B



Infox

Première partie : les deux puzzles

Voir page précédente.

Seconde partie : comparaison des aires

1. Il y a deux triangles rectangles, un rectangle et deux hexagones.

2. Le grand triangle rectangle a une base qui mesure 21 carreaux et une hauteur qui mesure 8 carreaux.

$$\text{Aire(grand triangle rectangle)} = \frac{21 \times 8}{2} = \frac{168}{2} = 84$$

3. En unité d'aire on obtient pour le puzzle :

$$\text{Aire(petit triangle rectangle)} = \frac{8 \times 3}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

$$\text{Aire(grand triangle rectangle)} = \frac{13 \times 5}{2} = \frac{65}{2} = 32,5$$

$$\text{Aire(rectangle)} = 8 \times 3 = 24$$

$$\text{Aire(petit hexagone)} = 7$$

$$\text{Aire(grand hexagone)} = 8$$

4. On obtient pour l'un des puzzles :

$$\text{Aire(grand triangle rectangle)} = 32,5 + 12 + 24 + 7 + 8 = 83,5$$

Et pour l'autre :

$$\text{Aire(grand triangle rectangle)} = 32,5 + 12 + 24 + 7 + 8 + +1 = 84,5$$

5. Nous avons obtenu trois mesures différentes de l'aire avec trois méthodes différentes !!

Troisième partie : démonstration

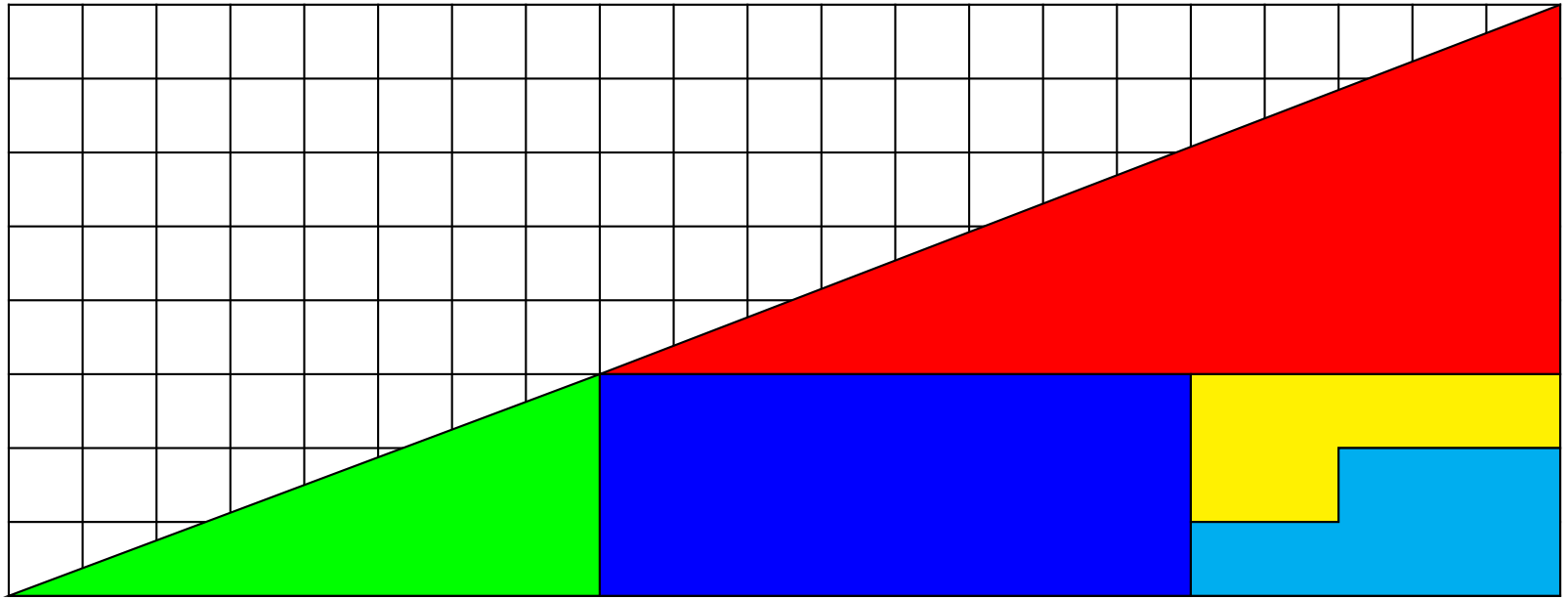
1. La grand triangle rectangle a une base qui mesure 21 et une hauteur de 8.
En utilisant le théorème de Pythagore on obtient :
Comme $21^2 + 8^2 = 441 + 64 = 505$ son hypoténuse mesure $\sqrt{505} \approx 22,47$

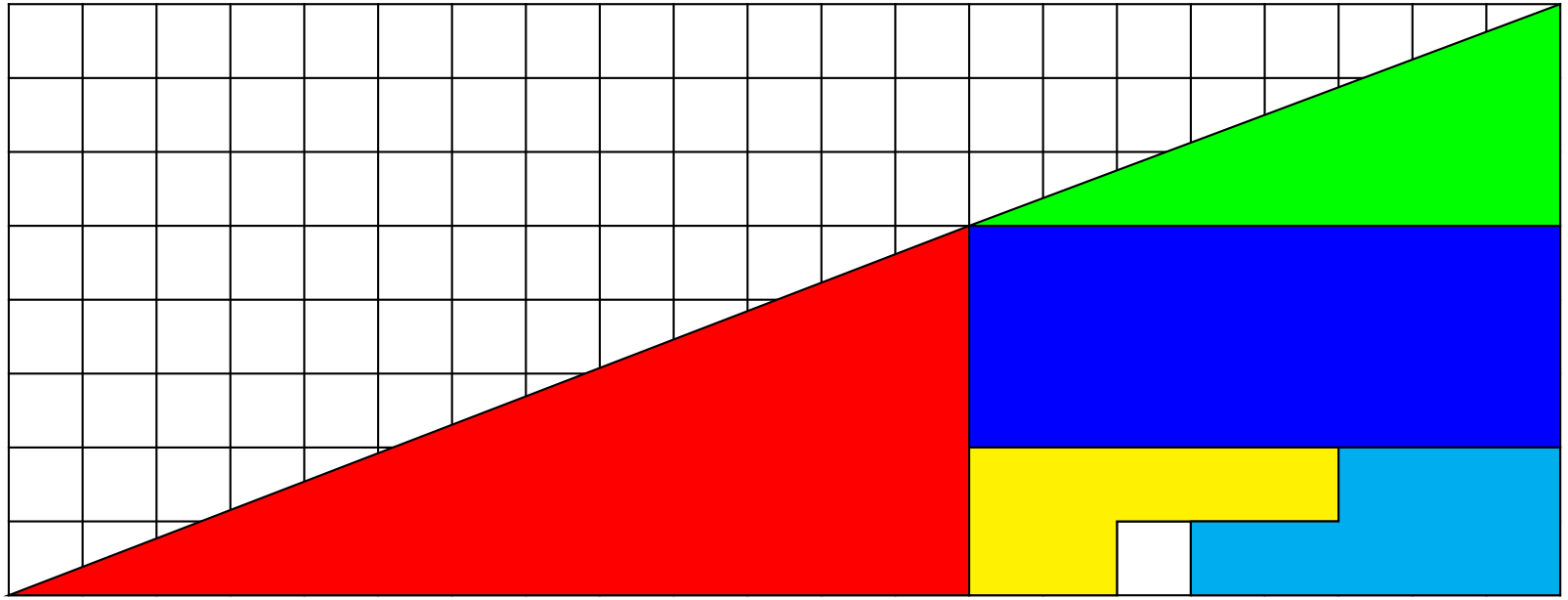
2. Les deux triangles rectangles du puzzle ont respectivement des côtés de l'angle droit dont les mesures sont :
8 et 3 pour l'un et 13 et 8 pour l'autre.
En utilisant le théorème de Pythagore dans ces deux cas on obtient :
Comme $8^2 + 3^2 = 64 + 9 = 73$ l'un des hypoténuses mesure $\sqrt{73} \approx 8,54$
Et $13^2 + 8^2 = 169 + 64 = 233$ l'autre mesure $\sqrt{233} \approx 15,26$

3. La somme des mesures des deux hypoténuses des pièces du puzzle devrait être égale à l'hypoténuse du grand triangle rectangle.
Or on constate que $\sqrt{73} + \sqrt{233} \approx 23,8$

Donc $\sqrt{73} + \sqrt{233} > \sqrt{505}$

4. Le plus court chemin entre deux points est le segment. Nous déduisons des calculs précédents que les deux hypoténuses des triangles des pièces du puzzle ne sont pas alignés avec l'hypoténuse du grand triangle.
Contrairement à ce que nous voyons, les pièces du puzzle proposés ne permettent pas de construire un triangle rectangle.
Les angles des deux pièces en forme de triangle rectangle ne sont pas superposables. C'est invisible à l'oeil nu ! Le tracé imparfait et le découpage empêchent d'observer ce décalage !





La connaissance scientifique

La **connaissance scientifique** est fondée sur quatre piliers :

— **Premier pilier** : **La question initiale** .
À l'origine de toute connaissance scientifique se trouve une **question** qui interroge le monde dans lequel nous vivons. Une connaissance est une réponse à une question.
« Avant tout, il faut savoir poser des problèmes. Et quoi qu'on en dise, dans la vie scientifique, les problèmes ne se posent pas d'eux-mêmes. Pour un esprit scientifique, toute connaissance est une réponse à une question. S'il n'y a pas eu de question, il ne peut y avoir de connaissance scientifique. Rien ne va de soi. Rien n'est donné. Tout est construit. » — Gaston Bachelard

— **Deuxième pilier** : **Le réalisme** .
Le monde des idées n'a pas la priorité sur le monde physique. Le monde là dehors existe indépendamment et antérieurement à la perception que j'en ai et aux descriptions que l'on en fait.

— **Troisième pilier** : **La rationnalité** .
Cela consiste à respecter les lois de la logique fournies par les mathématiques. Cela demande également d'accepter seulement les théories les plus économiques en hypothéses de départ.

— **Quatrième pilier** : **Le matérialisme** .
Les expériences scientifiques n'utilisent que des éléments du monde réel et matériel, cela exclu les définitions immatérielles comme les esprits.

Croyance et opinion

Croyance :
« La croyance est le processus mental expérimenté par une personne qui adhère à une thèse ou une hypothèse, de façon qu'elle les considère comme vérité, indépendamment des faits, ou de l'absence de faits, confirmant ou infirmant cette thèse ou cette hypothèse. Ainsi, les croyances sont souvent des certitudes sans preuve. » — Wikipédia

Opinion :
« L'opinion est un jugement que l'on porte sur un individu, un être vivant, un phénomène, un fait, un objet ou une chose.
Elle peut être considérée comme bonne ou mauvaise. » — Wikipédia

Biais cognitifs

Je suis le frère de deux aveugles.
Pourtant, ces deux aveugles ne sont pas mes frères.
Comment est-ce possible ?

Biais cognitif :
Ce sont des **heuristiques** ou raccourci mentaux qui nous conduisent presque toujours à porter un faux jugement.
Nous utilisons les biais cognitifs lorsque :

— il y a un trop grand nombre d'informations à traiter ;
— nous avons besoin de donner du sens au monde qui nous entoure ;
— nous avons besoin d'agir vite ;
— nous avons besoin de mémoriser les choses pour plus tard.

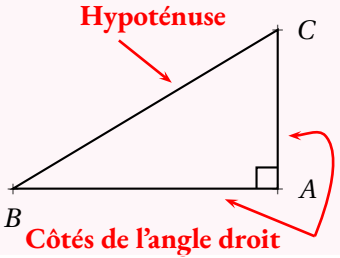
Voici quatre exemples :

Biais d'ancrage	Effet d'entraînement	Biais de confirmation	Biais de Blind-Spot
On a tendance à être trop dépendant de la première information entendue ou observée.	La probabilité pour qu'une personne adopte une croyance augmente proportionnellement au nombre de personnes qui ont cette croyance.	Tendance à ne porter attention qu'aux informations qui confirment nos opinions.	Le fait de ne pas réussir à identifier ses propres biais est un biais en lui-même.

Égalité de Pythagore

Vocabulaire du triangle rectangle

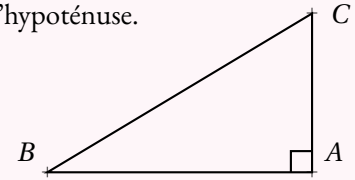
Dans un triangle rectangle, l'**hypoténuse** désigne le côté qui n'est pas adjacent à l'angle droit.
L'**hypoténuse** est le plus long côté d'un triangle rectangle.



Théorème de Pythagore

Si un triangle est rectangle

alors la somme des carrés des mesures des côtés de l'angle droit est égale au carré de la mesure de l'hypoténuse.



Si ABC est rectangle en A

alors $AB^2 + AC^2 = BC^2$

Racine carrée

Si a un nombre positif ou nul **alors** il existe un **unique** nombre **positif** dont le carré vaut a.
On note ce nombre $\sqrt{a}$ et on dit **racine carrée de a** .

Par exemple, $\sqrt{42}$ est l'unique nombre dont le carré vaut 42. $\sqrt{42} \times \sqrt{42} = \left(\sqrt{42}\right)^2 = 42$.
À la calculatrice on constate qu'au centième près, $\sqrt{42} \approx 6,48$.

Contraposée du théorème de Pythagore

Si un dans un triangle la somme des carrés des mesures des deux plus petits côtés **n'est pas égale** au carré de la mesure du plus grand côté

alors ce triangle n'est pas rectangle.

Réciproque du théorème de Pythagore

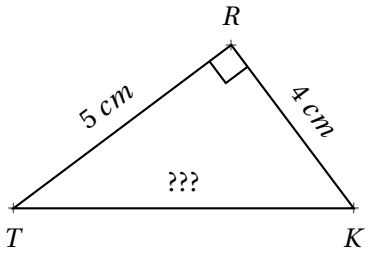
Si un dans un triangle la somme des carrés des mesures des deux plus petits côtés **est égale** au carré de la mesure du plus grand côté

alors ce triangle est rectangle.

Calculer la mesure de l'hypoténuse :

Dans le triangle TKR rectangle en R, d'après **le théorème de Pythagore** on a :

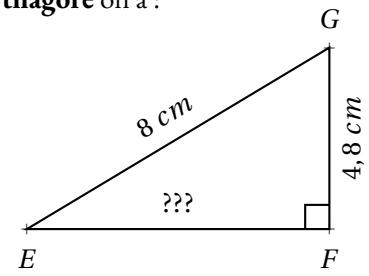
$$RT^2 + RK^2 = TK^2$$
$$5^2 + 4^2 = TK^2$$
$$25 + 16 = TK^2$$
$$TK^2 = 41$$
$$TK = \sqrt{41}$$
$$\boxed{TK \approx 6,4\ cm}$$



Calculer la mesure d'un côté de l'angle droit :

Dans le triangle EFG rectangle en F, d'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$FG^2 + FE^2 = GE^2$$
$$4,8^2 + FE^2 = 8^2$$
$$23,04 + FE^2 = 64$$
$$FE^2 = 64 - 23,04$$
$$FE^2 = 40,96$$
$$FE = \sqrt{40,96}$$
$$\boxed{FE = 6,4\ cm}$$



Démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle :

[NO] est le plus grand côté, comparons $MN^2 + MO^2$ et NO^2

MNO un triangle tel que :
- $MN = 78\ mm$
- $MO = 103\ mm$
- $NO = 130\ mm$

MNO **est-il rectangle ?**

$MN^2 + MO^2$	NO^2
$78^2 + 103^2$	130^2
$6084 + 10609$	16900
16693	

$$MN^2 + MO^2 \neq NO^2$$

D'après **la contraposée du théorème de Pythagore**

le triangle MNO n'est pas rectangle .

Démontrer qu'un triangle est rectangle :

[LK] est le plus grand côté, comparons $UK^2 + UL^2$ et LK^2

LKU un triangle tel que :
- $LK = 11,7\ m$
- $KU = 10,8\ m$
- $LU = 4,5\ m$

LKU **est-il rectangle ?**

$UL^2 + UK^2$	LK^2
$4,5^2 + 10,8^2$	$11,7^2$
$20,25 + 116,64$	$136,89$
$136,89$	

$$UK^2 + UL^2 = LK^2$$

D'après **la réciproque du théorème de Pythagore**

le triangle LKU est rectangle en U .

Remarques et intentions pédagogiques

[21] du latin hypotenusa venant du grec hypoteinousa, c'est le participe présent de hypoteínô qui signifie sous-tendre ou soutenir. Dans la proposition I.19 des Éléments d'Euclide, il est dit que « Dans tout triangle, le plus grand côté est celui opposé au plus grand angle. »

[22] Les nombres (3;4;5) forment un triplet Pythagoricien. C'est un triplet primitif au sens où ces trois nombres n'ont pas de diviseurs communs. Voici les triplets primitifs inférieurs à 100

(3;4;5)−−(5;12;13)−−(8;15;17)−−(7;24;25)−−(20;21;29)−−(12;35;37)−−(9;40;41)−−(28;45,53)−−(11;60;61)−−(16;63;65)−−(33;56;65)−−(48;55;73)−−(13

[23] Il faut bien sur supposer connu le fait que la fonction racine carrée est croissante. Le raisonnement suivant demanderait d'utiliser la continuité et la stricte croissante de la fonction carrée pour obtenir son inverse et la continuité de la fonction racine. C'est hors de propos en troisième...

Informations légales

- **Auteur :** Fabrice ARNAUD
- **Web :** pi.ac3j.fr
- **Mail :** contact@ac3j.fr
- **Dernière modification :** 12 novembre 2026 à 20:42

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.2141
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Resolute Raccoon (Le Raton Laveur résolu) 26.04 avec la distribution TeX Live 2025.20260124 et LuaTex 1.22.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !

Licence CC BY-NC-SA 4.0



Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
Adapter — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.

Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.

Partage dans les Mêmes Conditions — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.

Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr

Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, , a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 12 novembre 2026 à 20:42.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article :