Chapitre III

Le théorème de Thalès

Sommaire

Activité—Situation initiale La tour Eiffel **152**
La leçon — Version prof **155**
I Le théorème de Thalès – Version triangle **155**
II Le théorème de Thalès – Version générale **158**
III La réciproque et la contraposée du théorème de Thalès **159**
IV Application aux triangles semblables **159**
La leçon — Version élève **160**
I Le théorème de Thalès – Version triangle **160**
II Le théorème de Thalès – Version générale **161**
III La réciproque et la contraposée du théorème de Thalès **162**
IV Application aux triangles semblables **162**
Fiche d'exercices—Une histoire de cévienne **163**
Évaluation—Égalité de Pythagore et théorème de Thalès dans le triangle **169**
Évaluation—Égalité de Pythagore et théorème de Thalès dans le triangle **173**
Fiche d'exercices—Égalité de Pythagore **177**
Fiche d'exercices—Thalès et Pythagore dans le triangle **181**
Exercices **185**
Exercices **189**
Évaluation : Arithmétique, développement, Thalès et vitesse **193**
Évaluation : Pythagore et lecture graphique **197**
Évaluation : Pythagore et lecture graphique **200**
Évaluation : Calcul littéral, Pythagore et Thalès **204**
Évaluations **208**
Théorème de Thalès — 20 min 208
Théorème de Thalès — Fonctions — 1 h 210
Théorème de Thalès — Développement — 1 h 213
Troisième — Fiche de synthèse : Le théorème de Thalès 252

DÉPART

La tour Eiffel

Troisième

Situation initiale



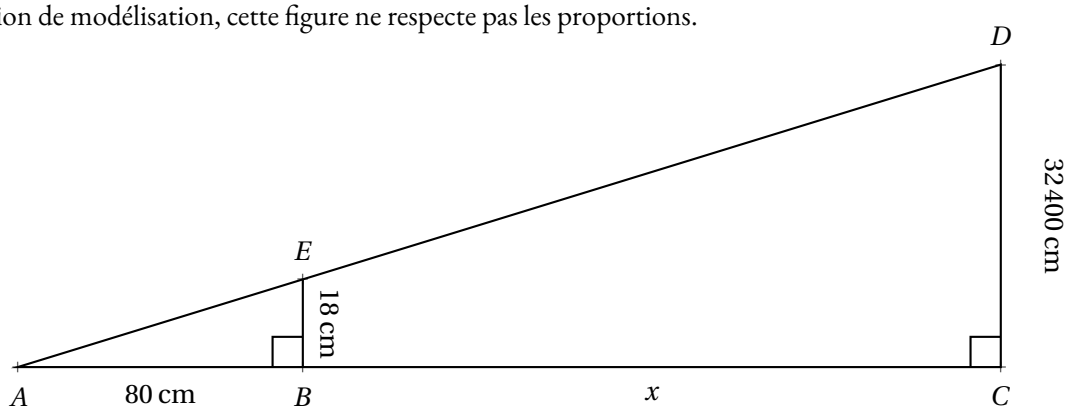
Voici une photo de la tour Eiffel prise depuis le parvis des droits de l'homme près de la place du Trocadéro à Paris.
Je me demande à quelle distance je me trouvais de la tour Eiffel quand cette photo a été prise ?

1. Voici les informations numériques disponibles :

- D'après Wikipédia, la tour Eiffel mesure 324 m ;
- L'ouverture maximale entre le pouce et le majeur est de 18 cm ;
- Le téléphone prenant la photo se situe à 80 cm de la main.

Tracer une figure de géométrie qui modélise cette situation en indiquant par des codages les hypothèses choisies.
Reporter sur cette figure les trois longueurs ci-dessus.

2. Voici une proposition de modélisation, cette figure ne respecte pas les proportions.



On cherche à évaluer la grandeur BC. On pose $BC = x$

3. On trace la parallèle à (BC) passant par E, elle coupe (CD) en F. Compléter la figure.

4. On note x la longueur BC en centimètres.
Exprimer en fonction de x les aires, en centimètres carrés, des triangles ACD, ABE, EFD et du quadrilatère $BEFC$.

5. Montrer que x est la solution de l'équation

$$16200(80 + x) = 720 + 18x + 16191x$$

6. Résoudre cette équation et en déduire la longueur AC en mètres.

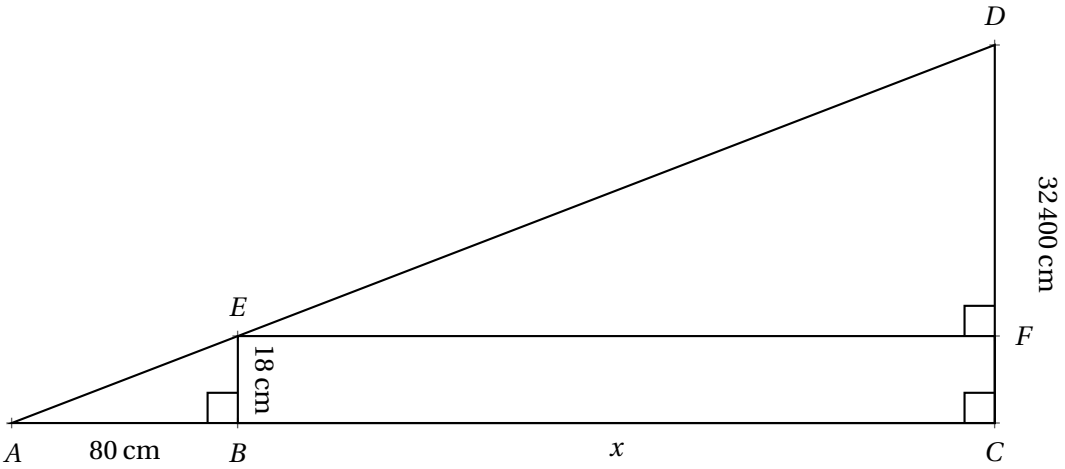
7. Calculer AE et AD. Donner la réponse en mètres.

8. Montrer que les mesures du triangle ABE sont proportionnelles à celles du triangle ACD.



Situation initiale

1. 2. 3.



4. On effectue les calculs en centimètres sans utiliser les unités. Les aires sont données en centimètres carrés.

$$\text{Aire(ABE)} = \frac{80 \times 18}{2} = 720$$

$$\text{Aire(ACD)} = \frac{(80+x) \times 32400}{2} = 16200(80+x)$$

$$\text{Aire(EFD)} = \frac{x \times (32400-18)}{2} = \frac{32382x}{2} = 16191x$$

$$\text{Aire(BEFC)} = 18x$$

5. On voit clairement que Aire(ACD) = Aire(ABE) + Aire(EFD) + Aire(BEFC)
On a donc $16200(80+x) = 720 + 16191x + 18x$

6. Résolvons l'équation précédente :

$$\begin{aligned}
16200(80+x) &= 720 + 16191x + 18x \\
1296000 + 16200x &= 720 + 16209x \\
1296000 + 16200x - 16200x &= 720 + 16209x - 16200x \\
1296000 &= 720 + 9x \\
1296000 - 720 &= 720 + 9x - 720 \\
1295280 &= 9x \\
9x &= 1295280 \\
x &= \frac{1295280}{9} \\
x &= 143920
\end{aligned}$$

$BC = 1439{,}20\,\text{m}$ et $AC = 0{,}80\,\text{m} + 1439{,}20\,\text{m} = 1440\,\text{m}$. .

7. Dans le triangle ABE rectangle en B,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BA^2 + BE^2 = AE^2$$

$$80^2 + 18^2 = AE^2$$

$$6400 + 324 = AE^2$$

$$AE^2 = 6724$$
$$AE = \sqrt{6724}$$
$$AE = 82$$

Dans le triangle ACD rectangle en C,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$CA^2 + CD^2 = AD^2$$
$$1440^2 + 324^2 = AD^2$$
$$2073600 + 104976 = AD^2$$
$$AD^2 = 2178576$$
$$AD = \sqrt{2178576}$$
$$AD = 1476$$

$AD = 1476\,\text{m}$ et $AE = 82\,\text{m}$.

8. Représentons les longueurs des deux triangles dans un tableau :

Triangle ABE	$AB = 0{,}80\,\text{m}$	$BE = 0{,}18\,\text{m}$	$AE = 0{,}82\,\text{m}$
Triangle ACD	$AC = 1440\,\text{m}$	$CD = 324\,\text{m}$	$AD = 1476\,\text{m}$

On a :

$\frac{1440}{0,80} = 1800$, $\frac{324}{0,18} = 1800$ et $\frac{1476}{0,82} = 1800$.

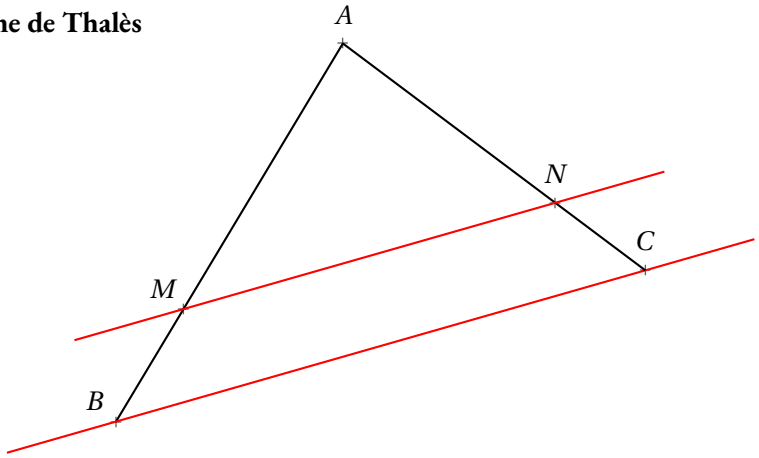
Les longueurs des triangles ABE et ACD sont proportionnelles.
On peut même dire que le triangle ACD est 1800 fois plus grand que le triangle ABE.
Par conséquent, la Tour Eiffel est 1800 fois plus loin de mon téléphone que ma main, soit $1800 \times 0{,}80\,\text{m} = 1440\,\text{m}$.

Le grand triangle est un agrandissement du petit, à la condition que la main soit parallèle à la Tour Eiffel.

La leçon — Version prof

I — Le théorème de Thalès – Version triangle

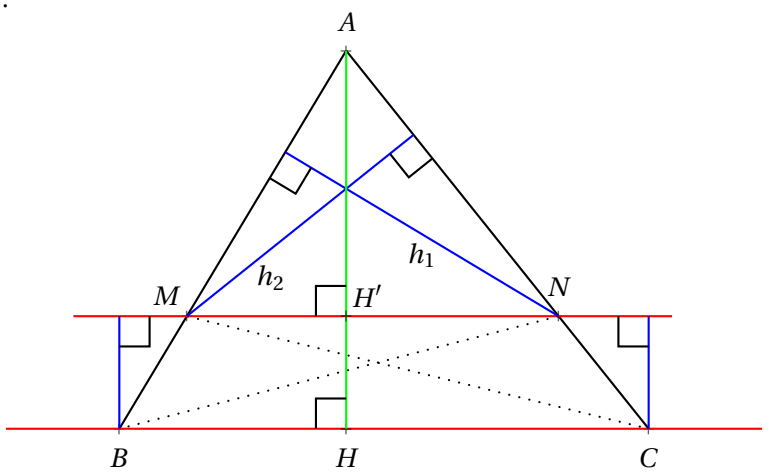
Théorème 3.1 : Théorème de Thalès



Si dans un triangle ABC une droite parallèle à (BC) coupe $[AB]$ en M et $[AC]$ en N
alors les mesures des triangles ABC et AMN sont proportionnelles, c'est-à-dire :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Démonstration :
Voici un première démonstration :



En observant les triangles MNB et MNC on constate qu'ils ont une base commune, le segment $[MN]$. Par rapport à cette base ils ont la même hauteur puisque les droites (MN) et (BC) sont parallèles. On en déduit qu'ils ont la même aire.
$Aire(MNB) = Aire(MNC)$

$Aire(AMN) = AM \times h_1$ et $Aire(ABN) = AB \times h_1$ ainsi $\frac{Aire(AMN)}{Aire(ABN)} = \frac{AM}{AB}$

$Aire(AMN) = AN \times h_2$ et $Aire(ACM) = AC \times h_2$ ainsi $\dfrac{Aire(AMN)}{Aire(ACM)} = \dfrac{AN}{AC}$

On constate que $Aire(ABN) = Aire(AMN) + Aire(MNB)$ et que $Aire(ACM) = Aire(AMN) + \mathscr{A}\rangle\nabla](MNC)$
Comme $Aire(MNB) = Aire(MNC)$ on prouve ainsi que $Aire(ABN) = Aire(ACM)$

Finalement $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$

Reste à démontrer l'égalité avec le troisième quotient $\dfrac{MN}{BC}$.

Considérons la hauteur $[AH]$ du triangle ABC.
On peut reprendre le raisonnement précédent dans le triangle ABH, on obtient $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AH'}{AH}$
De même dans le triangle AHC, on obtient $\dfrac{AN}{AC} = \dfrac{AH'}{AH}$.

Comme précédemment, les triangles $NH'C$ et $NH'H$ ont la même base et la même hauteur donc $Aire(NH'C) = Aire(NH'H)$
Ainsi $Aire(AH'C) = Aire(AHN)$ c'est-à-dire $\dfrac{AH' \times HC}{2} = \dfrac{AH \times H'N}{2}$.

On prouve ainsi que $AH' \times HC = AH \times H'N$ et d'après l'égalité des produits en croix $\dfrac{AH'}{AH} = \dfrac{H'N}{HC}$

On prouve de même que $\dfrac{AH'}{AH} = \dfrac{H'M}{HB}$.

Nous avons donc $\dfrac{H'M}{HB} = \dfrac{H'N}{HC}$ or on sait que $H'M + H'N = MN$ et que $HB + HC = BC$

Comme $\dfrac{H'M}{HB} = \dfrac{H'N}{HC}$ on a :

$$H'M \times HC = H'N \times HB$$

Ajoutons $H'N \times HC$ à chaque membre de l'égalité :

$$H'M \times HC + H'N \times HC = H'N \times HB + H'N \times HC$$

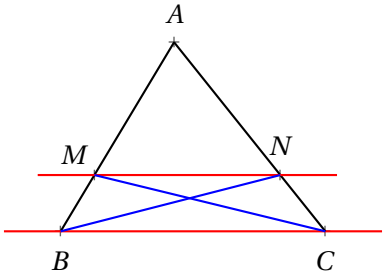
$$(H'M + H'N) \times HC = H'N \times (HB + HC)$$

$$MN \times HC = H'N \times BC$$

En utilisant à nouveau l'égalité des produits en croix on arrive à : $\dfrac{MN}{BC} = \dfrac{H'N}{HC}$.

Il suffit de regrouper les quotients égaux : $\dfrac{H'M}{HB} = \dfrac{H'N}{HC} = \dfrac{AH'}{AH} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{AM}{AB}$

Une deuxième version qui utilise les céviennes comme dans les exercices 3.1 à 3.7 :



Dans le triangle ABC, $[MC]$ est une cévienne.
Les triangles ABC et AMC ont la même hauteur dont on peut noter h la mesure.

Ainsi $Aire(AMC) = \dfrac{1}{2} \times AM \times h$ et $Aire(ABC) = \dfrac{1}{2} \times AB \times h$.

On en déduit que $\dfrac{Aire(AMC)}{Aire(ABC)} = \dfrac{\frac{1}{2} \times AM \times h}{\frac{1}{2} \times AB \times h} = \dfrac{AM}{AB}$

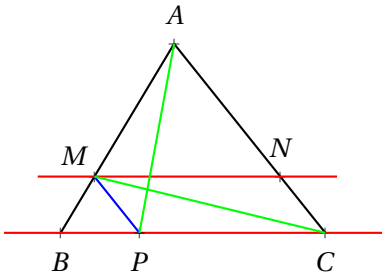
De même dans le triangle ABC, $[NB]$ est une cévienne.

On en déduit que $\dfrac{Aire(ANB)}{Aire(ABC)} = \dfrac{AN}{AC}$

On constate aussi que $Aire(AMC) = Aire(AMN) + Aire(MNB)$ et que $Aire(ANB) = Aire(AMN) + Aire(MNC)$.

Comme les droites (MN) et (BC) sont paralllèles, les triangles MNB et MNC ont la même hauteur et la même base. Leurs aires sont donc égales.

On en déduit que $Aire(AMC) = Aire(ANB)$ et finalement que $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$.



On trace la parallèle à (AC) passant par M, elle coupe $[BC]$ en P.

Les triangles AMC et APC ont la même base et la même hauteur puisque les droites (AC) et (MP) sont parallèles. Ces deux triangles ont donc la même aire.

Dans le triangle ABC, $[MC]$ est une cévienne. On a donc $\dfrac{Aire(AMC)}{Aire(ABC)} = \dfrac{AM}{AB}$.

Dans le triangle ABC, $[PA]$ est une cévienne. On a donc $\dfrac{Aire(APC)}{Aire(ABC)} = \dfrac{PC}{BC}$.

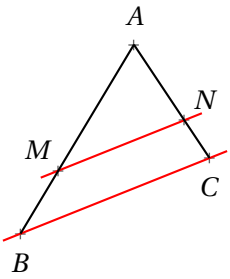
Le quadrilatère $MNPC$ a ses côtés parallèles deux à deux, il s'agit donc d'un parallèlogramme.
Ainsi $MN = PC$.

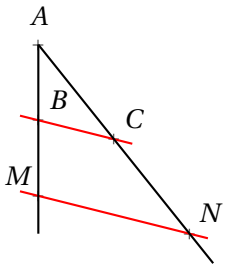
On arrive ainsi à $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{PC}{BC} = \dfrac{MN}{PC}$.

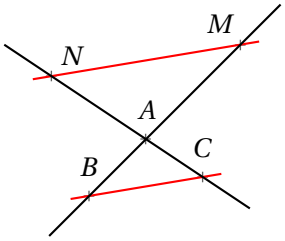
Finalement, $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$.

II — Le théorème de Thalès – Version générale

Théorème 3.1 : Théorème de Thalès







Si deux droites (MB) et (NC) sont sécantes en A et $(MN)//(BC)$
alors les mesures des triangles AMN et ABC sont proportionnelles c'est-à-dire

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

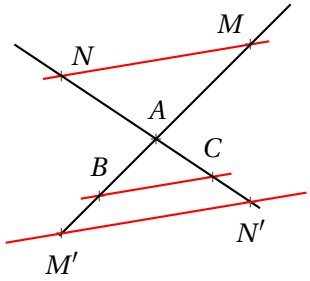
Démonstration :

Il y a trois possibilités liées à l'ordre des points :

Premier cas : $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$
Il s'agit de la situation étudiée en première partie, on applique le théorème de Thalès dans le triangle ABC.

Second cas : $M \in [AB)$ et $N \in [AC)$ mais $M \notin [AB]$ et $N \notin [AC]$
Il suffit d'appliquer le théorème de Thalès dans le triangle AMN. Comme $(BC)//(MN)$ on a $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$
Comme ces trois quotients sont égaux, leurs inverses le sont aussi. D'où le résultat.

Troisième cas : $M \in (AB)$ et $N \in [AC)$ mais $M \notin [AB]$ et $N \notin [AC]$
Considérons les symétriques M' et N' de M et N dans la symétrie de centre A.



$MNN'M'$ est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu par construction, il s'agit donc d'un parallélogramme.
Nous avons donc $MN = M'N'$ et $(MN)//(M'N')$.
Or $(MN)//(BC)$. On sait que si deux droites sont parallèles à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.
Ainsi $(M'N')//(BC)$.
Comme dorénavant $M' \in [AB)$ et $N' \in [AC)$ on peut appliquer le théorème de Thalès et on a $\frac{AM'}{AB} = \frac{AN'}{AC} = \frac{M'N'}{BC}$
Et comme $M'N' = MN$, $AM' = AM$ et $AN' = AN$ on obtient le résultat attendu.

CQFD

III — La réciproque et la contraposée du théorème de Thalès

IV — Application aux triangles semblables

Définition 3.1 :

Triangles semblables

On dit que deux triangles sont **semblables** si leurs côtés sont proportionnels.

Propriété 3.1 : Agrandissement ou réduction *(Admise)*

Deux triangles ABC et $A'B'C'$ sont semblables si et seulement si il existe un nombre positif non nul k tel que $A'B' = kAB$, $A'C' = kAC$ et $B'C' = kBC$

k est un coefficient d'agrandissement/réduction.
Si $0 < k < 1$ alors $A'B'C'$ est une réduction du triangle ABC.
Si $k > 1$ alors $A'B'C'$ est un agrandissement du triangle ABC.
Si $k = 1$ alors ABC et $A'B'C'$ sont des triangles égaux.

Démonstration :

À rédiger !

CQFD

Propriété 3.2 : Triangles semblables et angles *(Admise)*

Deux triangles sont semblables si et seulement si ils ont deux angles égaux.

Démonstration :

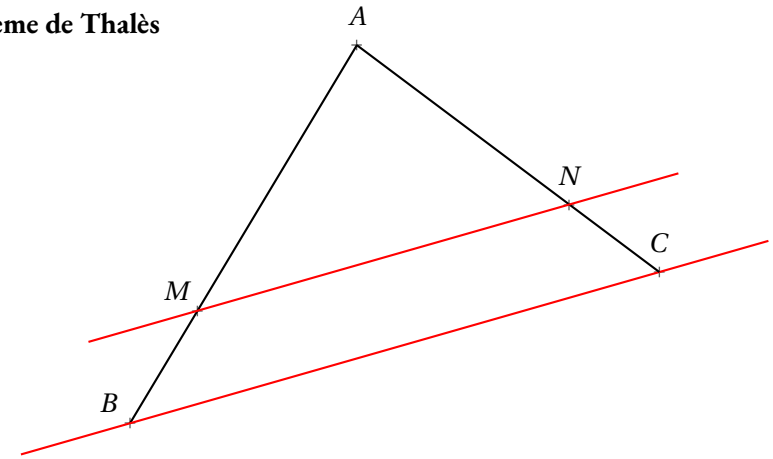
À rédiger !

CQFD

La leçon — Version élève

I — Le théorème de Thalès – Version triangle

Théorème 3.2 : Théorème de Thalès

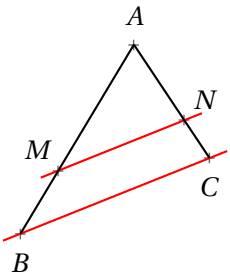


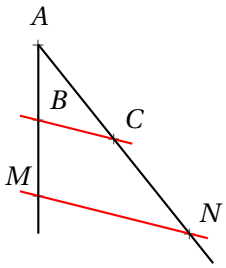
Si dans un triangle ABC une droite parallèle à (BC) coupe $[AB]$ en M et $[AC]$ en N
alors les mesures des triangles ABC et AMN sont proportionnelles, c'est-à-dire :

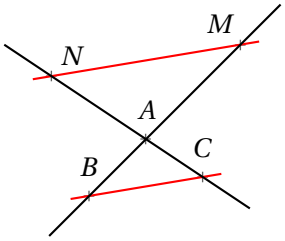
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

II — Le théorème de Thalès – Version générale

Théorème 3.2 : Théorème de Thalès







Si deux droites (MB) et (NC) sont sécantes en A et $(MN)//(BC)$
alors les mesures des triangles AMN et ABC sont proportionnelles c'est-à-dire

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

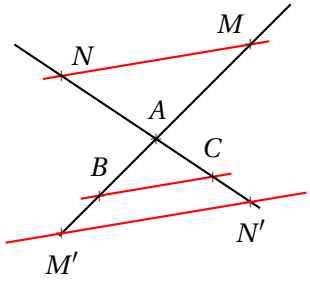
Démonstration :

Il y a trois possibilités liées à l'ordre des points :

Premier cas : $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$
Il s'agit de la situation étudiée en première partie, on applique le théorème de Thalès dans le triangle ABC.

Second cas : $M \in [AB)$ et $N \in [AC)$ mais $M \notin [AB]$ et $N \notin [AC]$
Il suffit d'appliquer le théorème de Thalès dans le triangle AMN. Comme $(BC)//(MN)$ on a $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$
Comme ces trois quotients sont égaux, leurs inverses le sont aussi. D'où le résultat.

Troisième cas : $M \in (AB)$ et $N \in [AC)$ mais $M \notin [AB]$ et $N \notin [AC]$
Considérons les symétriques M' et N' de M et N dans la symétrie de centre A.



$MNN'M'$ est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu par construction, il s'agit donc d'un parallélogramme.
Nous avons donc $MN = M'N'$ et $(MN)//(M'N')$.
Or $(MN)//(BC)$. On sait que si deux droites sont parallèles à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.
Ainsi $(M'N')//(BC)$.
Comme dorénavant $M' \in [AB)$ et $N' \in [AC)$ on peut appliquer le théorème de Thalès et on a $\frac{AM'}{AB} = \frac{AN'}{AC} = \frac{M'N'}{BC}$
Et comme $M'N' = MN$, $AM' = AM$ et $AN' = AN$ on obtient le résultat attendu.

CQFD

III — La réciproque et la contraposée du théorème de Thalès

IV — Application aux triangles semblables

Définition 3.2 :

Triangles semblables

On dit que deux triangles sont **semblables** si leurs côtés sont proportionnels.

Propriété 3.3 : Agrandissement ou réduction *(Admise)*

Deux triangles ABC et $A'B'C'$ sont semblables si et seulement si il existe un nombre positif non nul k tel que $A'B' = kAB$, $A'C' = kAC$ et $B'C' = kBC$

k est un coefficient d'agrandissement/réduction.
Si $0 < k < 1$ alors $A'B'C'$ est une réduction du triangle ABC.
Si $k > 1$ alors $A'B'C'$ est un agrandissement du triangle ABC.
Si $k = 1$ alors ABC et $A'B'C'$ sont des triangles égaux.

Démonstration :

À rédiger !

CQFD

Propriété 3.4 : Triangles semblables et angles *(Admise)*

Deux triangles sont semblables si et seulement si ils ont deux angles égaux.

Démonstration :

À rédiger !

CQFD

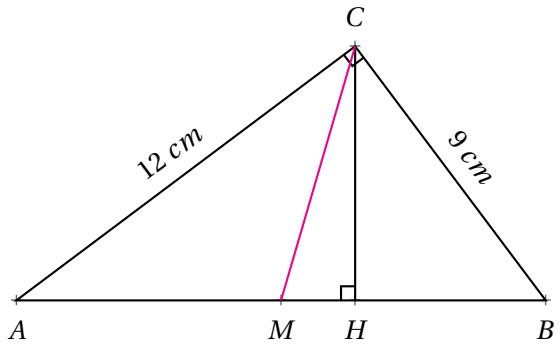
Fiche d'exercices

Une histoire de cévienne

Troisième

Exercice n° 1 : Épisode 1

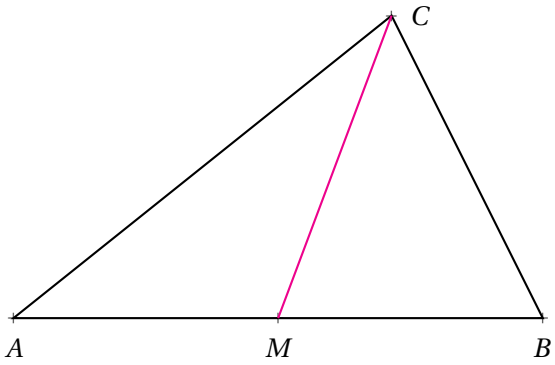
Dans un triangle, une cévienne est un segment joignant un sommet et un côté opposé. Les hauteurs, médianes et bissectrices d'un triangle sont des céviennes particulières. Le mot cévienne vient de Giovanni Céva (1647-1734) un mathématicien italien.



Le triangle ABC est rectangle en C.
H est le pied de la hauteur $[HC]$.
M est le milieu du segment $[AB]$.

1. Calculer $Aire(ABC)$, l'aire du triangle ABC.
2. Calculer la longueur AB.
3. En déduire la longueur de la hauteur $[HC]$.
4. Calculer $Aire(AMC)$ l'aire du triangle AMC.
5. Simplifier la fraction $\dfrac{Aire(AMC)}{Aire(ABC)}$

Exercice n° 2 : Épisode 2



ABC est un triangle quelconque.
M est le milieu du segment $[AB]$

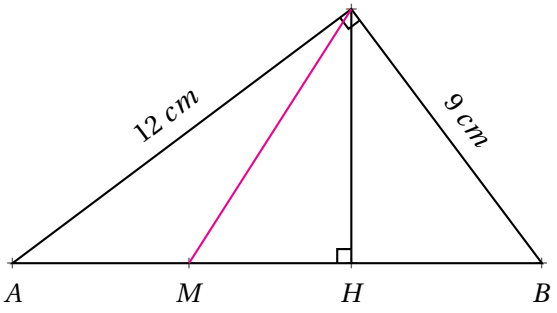
1. Tracer la hauteur issue du sommet C. On note h la longueur de ce segment.

2. Déterminer la fraction $\dfrac{AM}{AB}$.

3. Exprimer en fonction de h les aires $Aire(AMC)$ et $Aire(ABC)$.

4. Simplifier la fraction $\dfrac{Aire(AMC)}{Aire(ABC)}$

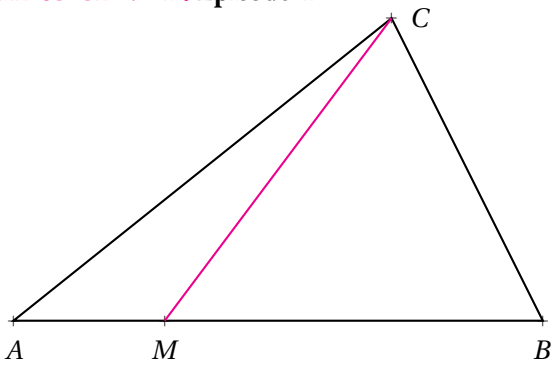
Exercice n° 3 : Épisode 3



Le triangle ABC est rectangle en C.
H est le pied de la hauteur $[HC]$.
$M \in [AB]$ et $AM = 5\ cm$.

1. En utilisant l'**Exercice 3.1**, calculer $Aire(AMC)$ l'aire du triangle AMC.
2. Simplifier la fraction $\dfrac{Aire(AMC)}{Aire(ABC)}$

Exercice n° 4 : Épisode 4



ABC est un triangle quelconque.
M est le milieu du segment $[AB]$

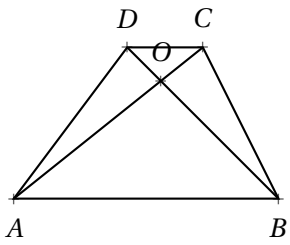
1. Tracer la hauteur issue du sommet C. On note h la longueur de ce segment.

2. Exprimer en fonction de h les aires $Aire(AMC)$ et $Aire(ABC)$.

3. Simplifier la fraction $\dfrac{Aire(AMC)}{Aire(ABC)}$

☞ Fiche d'exercices—Correction ☜

Exercice n° 3.1 : Thalès et les aires — Épisode 1



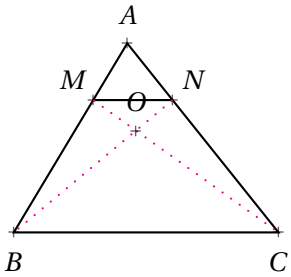
$ABCD$ est un trapèze

1. Tracer la hauteur issue du sommet A du triangle ADC puis tracer la hauteur issue du sommet B du triangle BDC.

2. Démontrer que les aires $Aire(ADC)$ et $Aire(BDC)$ sont égales.

3. En déduire que les aires $Aire(ODA)$ et $Aire(BOC)$ sont égales.

Exercice n° 3.2 : Thalès et les aires — Épisode 2



ABC est un triangle
$M \in [AB]$ et $N \in [AC]$
$(MN)//(BC)$

1. En utilisant l'**Exercice 3.5** indiquer deux triangles dont les aires sont égales.

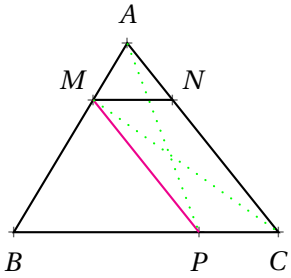
2. Démontrer que les aires $Aire(AMC)$ et $Aire(ANB)$ sont égales.

3. En utilisant l'**Exercice 3.4** montrer que $\frac{AM}{AB} = \frac{Aire(AMN)}{Aire(ANB)}$.

4. En utilisant l'**Exercice 3.4** montrer que $\frac{AN}{AC} = \frac{Aire(AMN)}{Aire(AMC)}$.

5. Conclure en montrant que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

Exercice n° 3.3 : Thalès et les aires — Épisode 3



ABC est un triangle
$M \in [AB]$ et $N \in [AC]$
$(MN)//(BC)$
$P \in [BC]$ et $(MP)//(AC)$

1. En utilisant l'**Exercice 3.5**, comparer les aires $Aire(APC)$ et $Aire(AMC)$

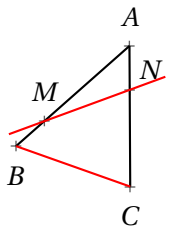
2. En utilisant l'**Exercice 3.4** montrer que $\frac{AM}{AB} = \frac{Aire(AMC)}{Aire(ABC)}$.

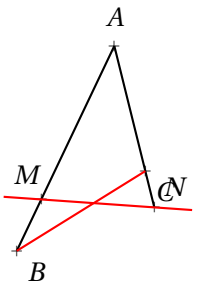
3. En utilisant l'**Exercice 3.4** montrer que $\frac{PC}{BC} = \frac{Aire(APC)}{Aire(ABC)}$.

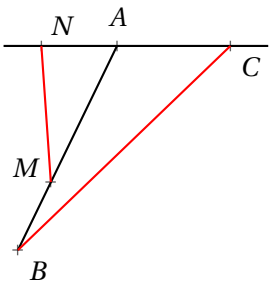
4. Montrer que $PC = MN$.

5. Conclure en montrant que $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$

Exercice n° 3.4 : Collection de cas pathologiques







1. Pour chacune des figures suivantes :

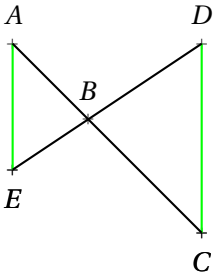
- mesurer les longueurs AB, AC, BC, AM, AN et MN ;
- calculer les quotients $\frac{AM}{AB}$, $\frac{AN}{AC}$ et $\frac{MN}{BC}$

2. Que constatez-vous pour chaque figure ? Quelles explications pouvez-vous donner ?

3. Corriger chacune des figures en déterminant une nouvelle position pour le point N.

Exercice n° 3.5 : Un cas singulier

Sur la figure ci-après, les droites (AC) et (DE) sont sécantes en B.

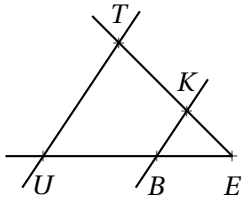


On sait que :

- $BA = 55\ m$
- $BC = 89\ m$
- $BE = 34\ m$
- $BD = 55\ m$

Les droites (AE) et (DC) sont-elles parallèles ?

Exercice n° 3.6 : Thalès triangle



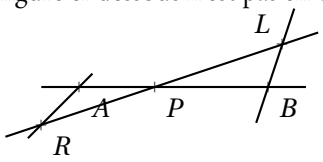
Sur la figure qui n'est pas en vraies grandeurs, nous avons :

- (TK) et (UB) sont sécantes en E ;
- $BE = 5\ m$, $UE = 12\ m$, $BK = 4\ m$ et $TE = 10\ m$;
- $(UT)//(BK)$

Calculer les valeurs exactes de UT et KE et,le cas échéant, une valeur approchée au centimètre près.

Exercice n° 3.7 : Thalès papillon

La figure ci-dessous n'est pas en vraies grandeurs.

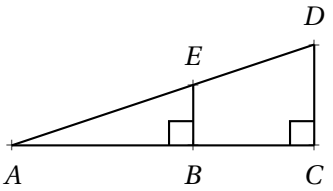


- (AB) et (RL) sont sécantes en P ;
- $LB = 2\ cm$, $AR = 3\ cm$, $PB = 1\ cm$ et $PR = 5\ cm$;
- $(AR)//(LB)$

Calculer les valeurs exactes de LP et AP et,le cas échéant, une valeur approchée au millimètre près.

Exercice n° 3.8 : Thalès ou Pythagore ?

La figure ci-dessous n'est pas en vraies grandeurs.

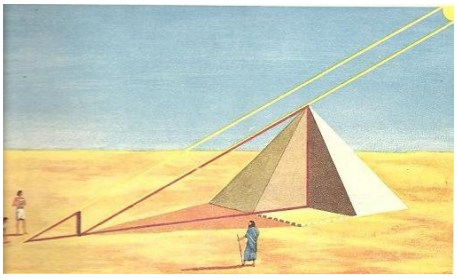


- ABE est rectangle en B ;
- ACD est rectangle en C ;
- $AB = 36\ m$, $AE = 60\ m$, $DC = 72\ m$.

Calculer les valeurs exactes de EB, BC et ED

Exercice n° 3.9 : La légende de Thalès

La légende raconte que Thalès de Milet (-626 – -547 avant notre ère) aurait été invité par le pharaon Ahmôsis vers -560 pour honorer sa grande réputation de scientifique. Le pharaon déclara devant Thalès ne pas connaître la hauteur exacte de la grande pyramide de Khéops construite presque deux mille ans auparavant.
Thalès planta alors sa canne en plein soleil et affirma :
« Le rapport que j'entretiens avec mon ombre et le même que celui de la pyramide avec la sienne. ».

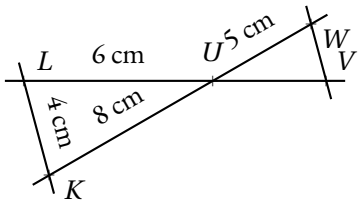


Voici quelques informations numériques (fictives) sur cette histoire (légendaire)...

- la canne de Thalès mesurait 3 coudées ;
- l'ombre de la canne au sol mesurait 5 coudées ;
- la canne se situait exactement à 465 coudées du centre de la pyramide ;
- une coudée à cette époque mesurait environ 52 cm.

Quelle mesure de la hauteur de la pyramide Thalès a-t-il réussi à effectuer ?

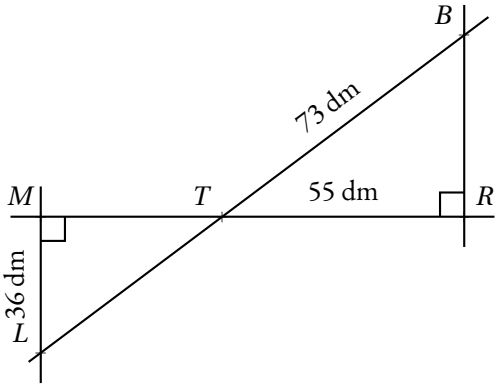
Exercice n° 3.10 : Thalès Papillon



Sur la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur, on sait que $(VW)//(LK)$ et que les droites (LV) et (KW) sont sécantes en U.

Donner les valeurs exactes des longueurs UV et WV puis une valeur approchée au dixième près.

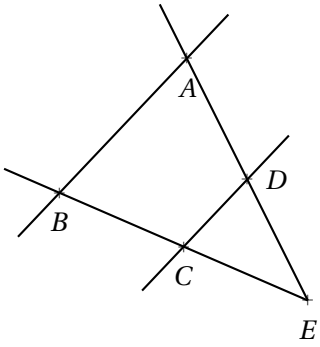
Exercice n° 3.11 : Thalès et Pythagore



Sur la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeurs, on sait que (BL) et (MR) sont sécantes en T et que les droites (BR) et (ML) sont perpendiculaires à la droite (MR).

Calculer la valeur exacte puis une valeur approchée au centième près des longueurs : BR puis TM et TL.

Exercice n° 3.12 : Parallèle ou pas ?

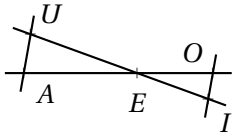


Sur la figure ci-contre on sait que les droites (BC) et (AD) sont sécantes en E de plus on a :

- $EC = 55\ m$, $EB = 89\ m$
- $ED = 34\ m$, $EA = 55\ m$
- $DC = 48\ m$, $AB = 77\ m$

Les droites $DC)$ et (AB) sont-elles parallèles ?

Exercice n° 3.13 : Parallèle ou pas ? — Épisode 2



Sur la figure ci-après on sait que les droites (UI) et (AO) sont sécantes en E. De plus :

- $EO = 6\ mm$
- $EA = 12\ mm$
- $EI = 8\ mm$
- $EU = 12\ mm$

Les droites (OI) et (AU) sont-elles parallèles ?

Évaluation

Troisième

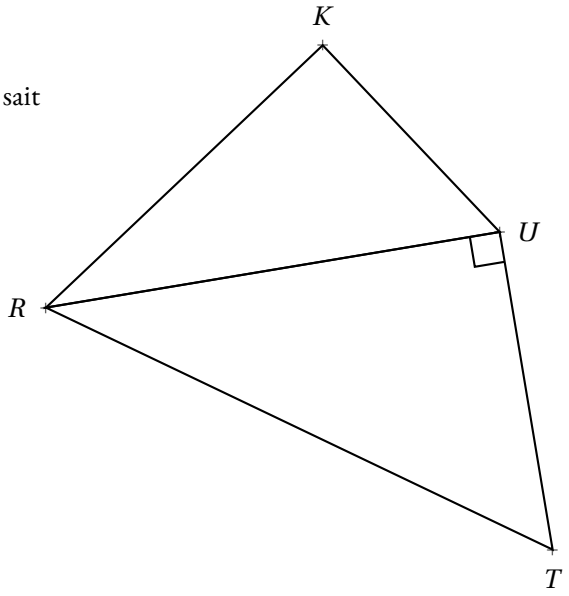
NOM : **PRÉNOM :** **CLASSE :**

Exercice n° 1

(*5 points*)

Sur la figure ci-contre qui n'a pas été tracée en respectant les proportions, on sait que :

- RUT est rectangle en U ;
- $UT = 48\,\text{dam}$, $RT = 73\,\text{dam}$;
- $RK = 44\,\text{dam}$, $KU = 33\,\text{dam}$;



1. Calculer RU en détaillant le raisonnement.

2. Le triangle RKU est-il rectangle ? Justifier la réponse.

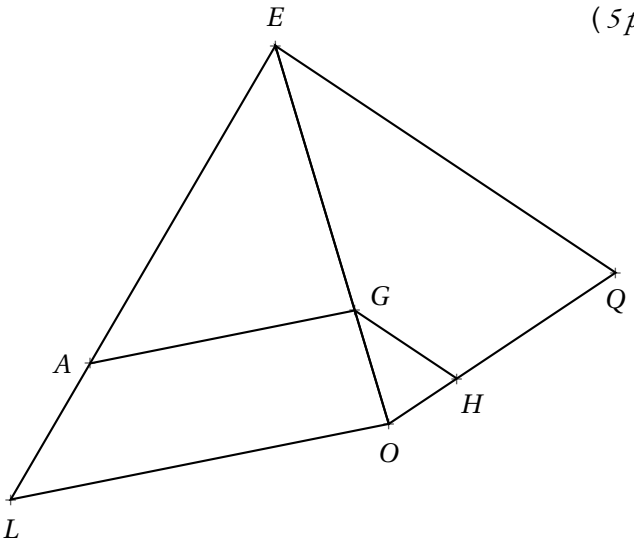
Rédiger la réponse détaillée ci-dessous.

Exercice n° 2

(5 points)

Sur la figure ci-contre qui n'a pas été tracée en respectant les proportions, on sait que :

- $A \in [EL]$, $G \in [EO]$ et $H \in [OQ]$;
- $(AG)//(LO)$ et $(GH)//(EQ)$;
- $EG = 112\,\text{cm}$, $GO = 28\,\text{cm}$;
- $EA = 98\,\text{cm}$, $LO = 56\,\text{cm}$, $OH = 14\,\text{cm}$ et $GH = 26\,\text{cm}$



1. Calculer AG et EL en détaillant le raisonnement.

2. Calculer EQ et OQ en détaillant le raisonnement.

Rédiger la réponse détaillée ci-dessous.

Évaluation—Correction

Exercice n° 1

Correction

Égalité de Pythagore

5 points

1. Dans le triangle RUT rectangle en U,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$UR^2 + UT^2 = RT^2$$
$$UR^2 + 48^2 = 73^2$$
$$UR^2 + 2304 = 5329$$
$$UR^2 = 5329 - 2304$$
$$UR^2 = 3025$$
$$UR = \sqrt{3025}$$
$$UR = 55$$

$UR = 55\,\text{dam}$

2. Comme RU est le plus long côté du triangle RKU, comparons $KR^2 + KU^2$ et RU^2 :

$KR^2 + KU^2$	RU^2
$44^2 + 33^2$	55^2
$1936 + 1089$	
3025	3025

Comme $KR^2 + KU^2 = RU^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** le triangle KRU est rectangle en K .

Exercice n° 2

Correction

Théorème de Thalès dans le triangle

5 points

1. Les droites (AL) et (GO) sont sécantes en E.
Les droites (AG) et (LO) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{EA}{EL} = \frac{EG}{EO} = \frac{AG}{LO}$$
$$\frac{98\,\text{cm}}{EL} = \frac{112\,\text{cm}}{112\,\text{cm} + 28\,\text{cm}} = \frac{AG}{56\,\text{cm}}$$
$$\frac{98\,\text{cm}}{EL} = \frac{112\,\text{cm}}{140\,\text{cm}} = \frac{AG}{56\,\text{cm}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$EL = \dfrac{98\,\text{cm} \times 140\,\text{cm}}{112\,\text{cm}}$ d'où $EL = 122{,}5\,\text{cm}$
$AG = \dfrac{56\,\text{cm} \times 112\,\text{cm}}{140\,\text{cm}}$ d'où $AG = 44{,}8\,\text{cm}$

$EL = 122{,}5\,\text{cm}$ et $AG = 44{,}8\,\text{cm}$.

2. Les droites (GE) et (HQ) sont sécantes en O.
Les droites (GH) et (EQ) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{OH}{OQ} = \frac{OG}{OE} = \frac{HG}{QE}$$

$$\frac{14\,\text{cm}}{OQ} = \frac{28\,\text{cm}}{28\,\text{cm} + 112\,\text{cm}} = \frac{26\,\text{cm}}{QE}$$

$$\frac{14\,\text{cm}}{OQ} = \frac{28\,\text{cm}}{140\,\text{cm}} = \frac{26\,\text{cm}}{QE}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$OQ = \dfrac{14\,\text{cm} \times 140\,\text{cm}}{28\,\text{cm}}$ d'où $OQ = 70\,\text{cm}$

$QE = \dfrac{26\,\text{cm} \times 140\,\text{cm}}{28\,\text{cm}}$ d'où $QE = 130\,\text{cm}$

$OQ = 70\,\text{cm}$ et $QE = 130\,\text{cm}$.

Évaluation

Troisième

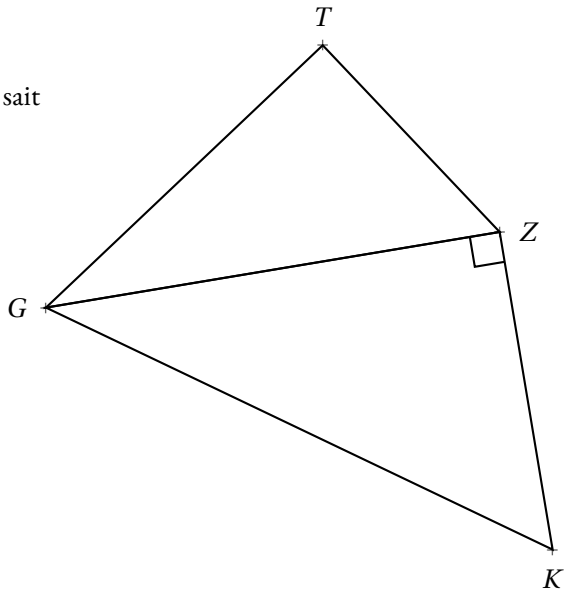
NOM : **PRÉNOM :** **CLASSE :**

Exercice n° 1

(5 points)

Sur la figure ci-contre qui n'a pas été tracée en respectant les proportions, on sait que :

- GZK est rectangle en Z ;
- $ZK = 51\,\text{dam}$, $GK = 85\,\text{dam}$;
- $GT = 60\,\text{dam}$, $TZ = 32\,\text{dam}$;



1. Calculer GZ en détaillant le raisonnement.

2. Le triangle GZT est-il rectangle ? Justifier la réponse.

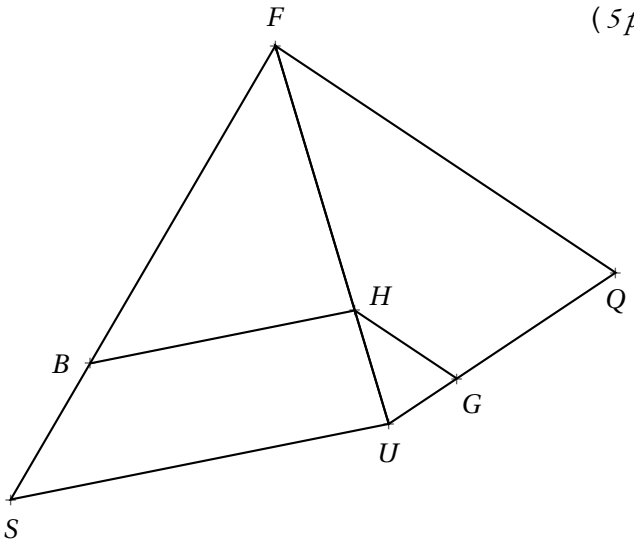
Rédiger la réponse détaillée ci-dessous.

Exercice n° 2

(5 points)

Sur la figure ci-contre qui n'a pas été tracée en respectant les proportions, on sait que :

- $B \in [FS]$, $H \in [FU]$ et $G \in [UQ]$;
- $(BH)//(SU)$ et $(HG)//(FQ)$;
- $FH = 105\,\text{cm}$, $HU = 35\,\text{cm}$;
- $FB = 81\,\text{cm}$, $SU = 54\,\text{cm}$, $UG = 16\,\text{cm}$ et $GH = 28\,\text{cm}$



1. Calculer FS et BH en détaillant le raisonnement.

2. Calculer UQ et FQ en détaillant le raisonnement.

Rédiger la réponse détaillée ci-dessous.

Évaluation—Correction

Exercice n° 1

Correction

Égalité de Pythagore

5 points

1. Dans le triangle GZK rectangle en Z,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$ZG^2 + ZK^2 = GK^2$$
$$ZG^2 + 51^2 = 85^2$$
$$ZG^2 + 2601 = 7225$$
$$ZG^2 = 7225 - 2601$$
$$ZG^2 = 4624$$
$$ZG = \sqrt{4624}$$
$$ZG = 68$$

$ZG = 68\,\text{dam}$

2. Comme GZ est le plus long côté du triangle GZT, comparons $TG^2 + TZ^2$ et GZ^2 :

$TG^2 + TZ^2$	GZ^2
$60^2 + 32^2$	68^2
$3600 + 1024$	
4624	4624

Comme $TG^2 + TZ^2 = GZ^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** le triangle GZT est rectangle en T.

Exercice n° 2

Correction

Théorème de Thalès dans le triangle

5 points

1. Les droites (BS) et (HU) sont sécantes en F.
Les droites (BH) et (SU) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{FB}{FS} = \frac{FH}{FU} = \frac{BH}{SU}$$
$$\frac{81\,\text{cm}}{FS} = \frac{105\,\text{cm}}{105\,\text{cm} + 35\,\text{cm}} = \frac{BH}{54\,\text{cm}}$$
$$\frac{81\,\text{cm}}{FS} = \frac{105\,\text{cm}}{140\,\text{cm}} = \frac{BH}{54\,\text{cm}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$FS = \dfrac{81\,\text{cm} \times 140\,\text{cm}}{105\,\text{cm}}$ d'où $FS = 108\,\text{cm}$
$BH = \dfrac{54\,\text{cm} \times 105\,\text{cm}}{140\,\text{cm}}$ d'où $BH = 40{,}5\,\text{cm}$

$FS = 108\,\text{cm}$ et $BH = 40{,}5\,\text{cm}$.

2. Les droites (FH) et (GQ) sont sécantes en U.
Les droites (GH) et (FQ) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{UG}{UQ} = \frac{UH}{UF} = \frac{GH}{QF}$$

$$\frac{16\,\text{cm}}{UQ} = \frac{35\,\text{cm}}{35\,\text{cm} + 105\,\text{cm}} = \frac{28\,\text{cm}}{QE}$$

$$\frac{16\,\text{cm}}{UQ} = \frac{35\,\text{cm}}{140\,\text{cm}} = \frac{28\,\text{cm}}{QE}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$UQ = \dfrac{16\,\text{cm} \times 140\,\text{cm}}{35\,\text{cm}}$ d'où $UQ = 64\,\text{cm}$

$QE = \dfrac{28\,\text{cm} \times 140\,\text{cm}}{35\,\text{cm}}$ d'où $QE = 112\,\text{cm}$

$UQ = 64\,\text{cm}$ et $QE = 112\,\text{cm}$.

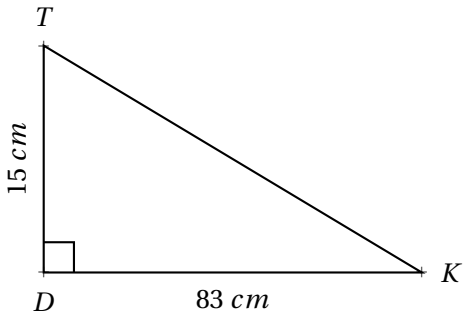
Fiche d'exercices

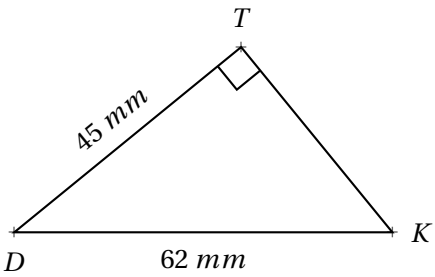
Égalité de Pythagore

Troisième

Exercice n° 1 : Calculer un côté

Pour chacune des figures suivantes, (qui ne sont pas reproduites en vraies grandeurs), calculer la valeur exacte de la mesure du côté TK puis donner une valeur approchée au millième près.

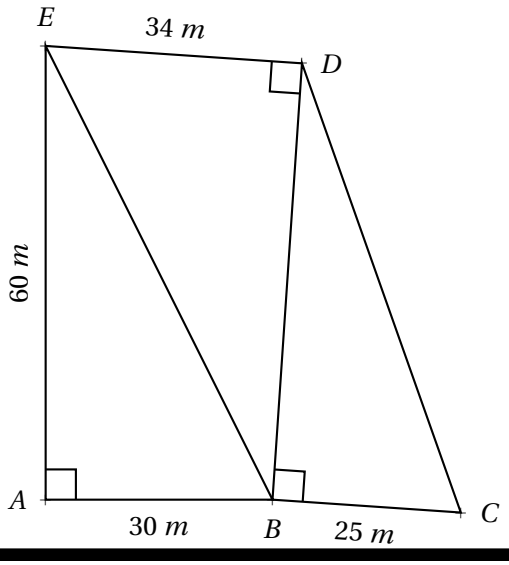




Exercice n° 2 : Trois à la suite !

La figure ci-après n'est pas en vraies grandeurs !

Calculer la mesure du segment $[CD]$.



Exercice n° 3 : Rectangle ou pas ?

Tracer le triangle ZOE tel que $ZO = 48\ mm$, $ZE = 55\ mm$ et $OE = 73\ mm$. ZOE est-il rectangle ?

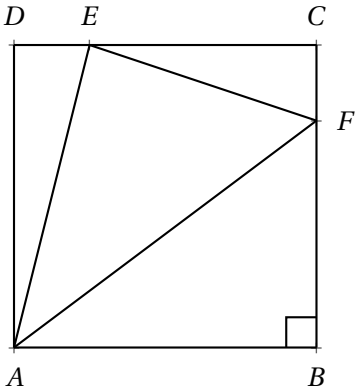
Exercice n° 4 : Rectangle ou pas ? – Épisode 2

Tracer le triangle KAE tel que $KE = 36\ mm$, $KA = 77\ mm$ et $AE = 84\ mm$. KAE est-il rectangle ?

Exercice n° 5 : Rectangle ou pas ? – Épisode 3

Le carré $ABCD$ a des côtés de $4\ cm$.
$E \in [CD]$ tel que $CE = 3\ cm$
$F \in [BC]$ tel que $BF = 3\ cm$

Le triangle AEF est-il rectangle ?



Fiche d'exercices—Correction

Exercice n° 1 :

1. Le triangle DTK est rectangle en D.
D'après le **théorème de Pythagore** on a :

$$DT^2 + DK^2 = TK^2$$
$$15^2 + 83^2 = TK^2$$
$$225 + 6889 = TK^2$$
$$TK^2 = 7114$$
$$TK = \sqrt{7114}$$
$$TK \approx 84,345$$

Au millième près, $TK \approx 34,345\ mm$

2. Le triangle DTK est rectangle en T.
D'après le **théorème de Pythagore** on a :

$$TD^2 + TK^2 = DK^2$$
$$45^2 + TK^2 = 62^2$$
$$2025 + TK^2 = 3844$$
$$TK^2 = 3844 - 2025$$
$$TK^2 = 1819$$
$$TK = \sqrt{1819}$$
$$TK \approx 42,65$$

Au millième près, $TK \approx 42,64\ mm$

Exercice n° 2 :

Dans le triangle ABE rectangle en A.
D'après le **théorème de Pythagore** on a :

$$AB^2 + AE^2 = BE^2$$
$$30^2 + 60^2 = BE^2$$
$$900 + 3600 = BE^2$$
$$BE^2 = 4500$$
$$BE = \sqrt{4500}$$
$$BE \approx 67$$

Dans le triangle EDB rectangle en D.
D'après le **théorème de Pythagore** on a :

$$DE^2 + DB^2 = EB^2$$
$$34^2 + DB^2 = 4500$$
$$1156 + DB^2 = 4500$$
$$DB^2 = 4500 - 1156$$
$$DB^2 = 3344$$
$$DB \approx 58$$

Il est conseillé d'utiliser la valeur exacte de EB^2 obtenue précédemment. Sinon on obtient :

$$DB^2 = 67^2 - 1156 \approx 3333$$

$$DB = \sqrt{3333} \approx 58$$

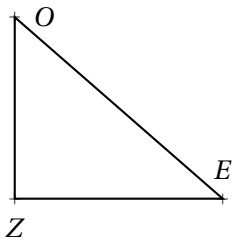
Dans le triangle DBC rectangle en B
D'après le **théorème de Pythagore** on a :

$$BD^2 + BC^2 = DC^2$$
$$3344 + 25^2 = DC^2$$
$$DC^2 = 3969$$
$$DC = \sqrt{3969}$$
$$DC = 63$$

En valeur approchée on arrive à :

$$DC^2 = 58^2 + 25^2 \approx 3989$$
$$DC \approx 63$$

Exercice n° 3



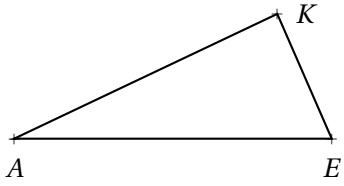
Comparons OE^2 et $ZO^2 + ZE^2$

$OE^2 = 73^2$ donc $OE^2 = 5329$
$ZO^2 + ZE^2 = 48^2 + 55^2$ donc $ZO^2 + ZE^2 = 5329$

Ainsi $ZO^2 + ZE^2 = OE^2$,

D'après **la réciproque du théorème de Pythagore** le triangle ZOE est rectangle en Z.

Exercice n° 4



Comparons AE^2 et $KA^2 + KE^2$

$AE^2 = 84^2$ donc $AE^2 = 7056$
$KA^2 + KE^2 = 77^2 + 36^2$ donc $KA^2 + KE^2 = 7225$

Ainsi $KA^2 + KE^2 \neq AE^2$,

D'après **la contraposée du théorème de Pythagore** le triangle KAE n'est pas rectangle.

Exercice nº 5

Calculons AE.
Dans le triangle ADE rectangle en D.
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$DA^2 + DE^2 = AE^2$$
$$4^2 + 1^2 = AE^2$$
$$16 + 1 = AE^2$$
$$AE^2 = 17$$
$$AE = \sqrt{17}$$

Calculons EF.
Dans le triangle ECF rectangle en C.
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$CE^2 + CF^2 = EF^2$$
$$3^2 + 1^2 = EF^2$$
$$9 + 1 = EF^2$$
$$EF^2 = 10$$
$$EF = \sqrt{10}$$

Calculons AF
Dans le triangle ABF rectangle en B.
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BA^2 + BF^2 = AF^2$$
$$4^2 + 3^2 = AF^2$$
$$16 + 9 = AF^2$$
$$AF^2 = 25$$
$$AF = 5$$

Comparons AF^2 et $EA^2 + EF^2$
$AF^2 = 5^2 = 25$
$EA^2 + EF^2 = 17 + 10 = 27$
Comme $EA^2 + EF^2 \neq AF^2$ d'après **la contraposée du théorème de Pythagore** le triangle AEF n'est pas rectangle.

Fiche d'exercices

Thalès et Pythagore dans le triangle

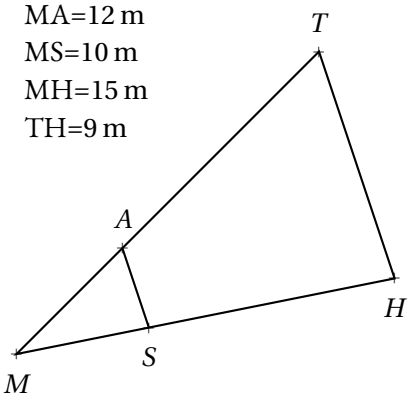
Troisième

Exercice n° 1 : Calculer une longueur manquante

Pour chacune des trois figures suivantes, qui n'ont pas été tracées en respectant les proportions, calculer les longueurs de MT et AS. Donner une valeur approchée au centième près le cas échéant.

1.

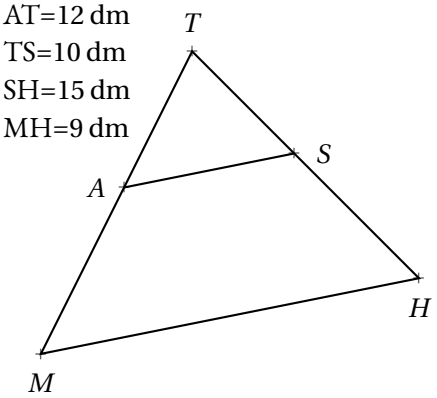
MA=12 m
MS=10 m
MH=15 m
TH=9 m



$A \in [MT]$, $S \in [MH]$ et $(AS)//(TH)$

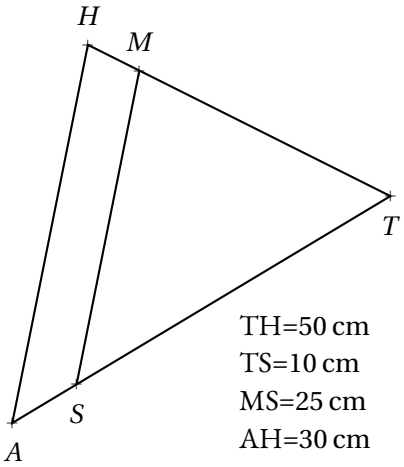
2.

AT=12 dm
TS=10 dm
SH=15 dm
MH=9 dm



$A \in [MT]$, $S \in [MH]$ et $(AS)//(MH)$

3.



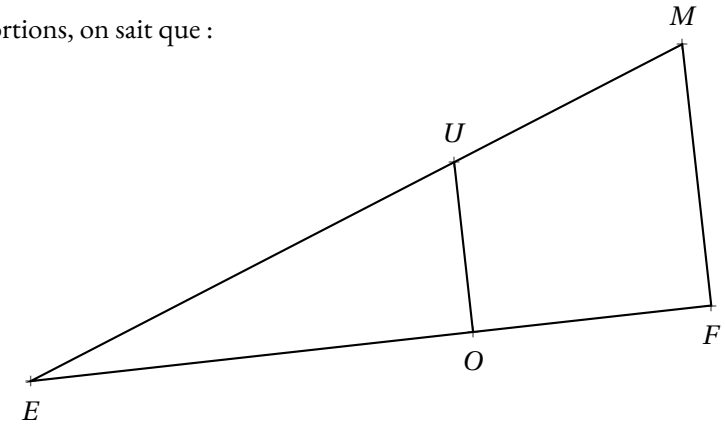
TH=50 cm
TS=10 cm
MS=25 cm
AH=30 cm

$S \in [AT]$, $M \in [HT]$ et $(MS)//(AH)$

Exercice n° 2 : Pythagore et Thalès

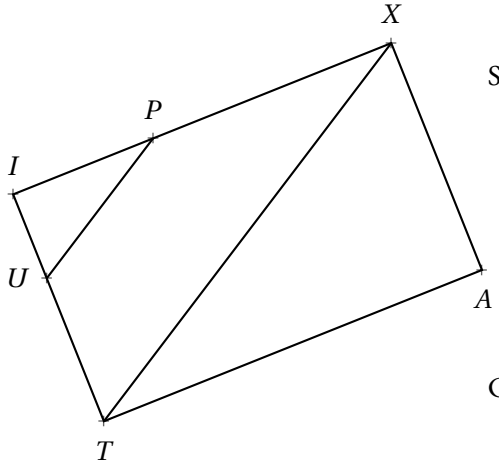
Sur la figure ci-contre, qui n'a pas été tracée en respectant les proportions, on sait que :

- $O \in [EF]$ et $U \in [EM]$;
- $(UO) \perp (EF)$;
- $EM = 75\,\text{mm}$, $EF = 72\,\text{mm}$;
- $MF = 21\,\text{mm}$, $EU = 45\,\text{mm}$.



1. Démontrer que le triangle EMF est rectangle.
2. Calculer l'aire du triangle EMF.
3. Expliquer pourquoi $(UO)//(MF)$.
4. Calculer EO et UO.
5. Calculer l'aire du triangle EUO.
6. Quel coefficient de réduction permet de passer des longueurs du triangle EMF à celles du triangle EOU ?
7. Quel coefficient de réduction permet de passer de l'aire du triangle EMF à celle du triangle EOU ?

Exercice n° 3 : Plusieurs étapes pour un seul côté



Sur la figure ci-contre, qui n'a pas été tracée en respectant les proportions, on sait que :

- $TAXI$ est un rectangle ;
- $TA = 36\,\text{cm}$ et $AX = 27\,\text{cm}$;
- $IP = 12\,\text{cm}$;
- $(PU)//(TX)$.

Calculer, en détaillant les différentes étapes, la longueur PU.

Fiche d'exercices—Correction

Exercice n° 1 : Calculer une longueur manquante

Correction

Théorème de Thalès dans le triangle

1.

Les droites (AT) et (SH) sont sécantes en M.

Les droites (AS) et (TH) sont parallèles.

D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{MA}{MT} = \frac{MS}{MH} = \frac{AS}{TH}$$

$$\frac{12\,\text{m}}{MT} = \frac{10\,\text{m}}{15\,\text{m}} = \frac{AS}{9\,\text{m}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$MT = \dfrac{12\,\text{m} \times 15\,\text{m}}{10\,\text{m}}$ d'où $MT = \dfrac{180\,\text{m}^2}{10\,\text{m}}$ et $\boxed{MT = 18\,\text{m}}$

$AS = \dfrac{9\,\text{m} \times 10\,\text{m}}{15\,\text{m}}$ d'où $AS = \dfrac{90\,\text{m}^2}{15\,\text{m}}$ et $\boxed{AS = 9\,\text{m}}$

2.

Les droites (AM) et (SH) sont sécantes en T.

Les droites (AS) et (MH) sont parallèles.

D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{TA}{TM} = \frac{TS}{TH} = \frac{AS}{MH}$$

$$\frac{12\,\text{dm}}{MT} = \frac{10\,\text{dm}}{10\,\text{dm} + 15\,\text{dm}} = \frac{AS}{9\,\text{dm}}$$

$$\frac{12\,\text{dm}}{MT} = \frac{10\,\text{dm}}{25\,\text{dm}} = \frac{AS}{9\,\text{dm}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$MT = \dfrac{12\,\text{dm} \times 25\,\text{dm}}{10\,\text{m}}$ d'où $MT = \dfrac{300\,\text{dm}^2}{10\,\text{m}}$ et $\boxed{MT = 30\,\text{dm}}$

$AS = \dfrac{9\,\text{dm} \times 10\,\text{dm}}{25\,\text{m}}$ d'où $AS = \dfrac{90\,\text{dm}^2}{25\,\text{m}}$ et $\boxed{AS = 3{,}6\,\text{dm}}$

3.

Les droites (AS) et (HM) sont sécantes en T.

Les droites (MS) et (AH) sont parallèles.

D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{TM}{TH} = \frac{TS}{TA} = \frac{MS}{HA}$$

$$\frac{TM}{50\,\text{cm}} = \frac{10\,\text{cm}}{10\,\text{cm} + AS} = \frac{25\,\text{cm}}{30\,\text{cm}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$MT = \dfrac{50\,\text{cm} \times 25\,\text{cm}}{30\,\text{cm}}$ d'où $MT = \dfrac{1250\,\text{cm}^2}{30\,\text{cm}}$ et $\boxed{MT \approx 41{,}67\,\text{cm}}$

$(AS + 10\,\text{cm}) \times 25\,\text{cm} = 30\,\text{cm} \times 10\,\text{cm}$

$25\,\text{cm} \times AS + 250\,\text{cm}^2 = 300\,\text{cm}^2$

$25\,\text{cm} \times AS = 50\,\text{cm}^2$

$AS = \dfrac{50\,\text{cm}^2}{25\,\text{cm}}$

$\boxed{AS = 2\,\text{cm}}$

Exercice n° 2 : Pythagore et Thalès — Correction

Théorème de Pythagore,Théorème de Thalès

1. Comme ME est le plus long côté du triangle MFE, comparons $FE^2 + FM^2$ et ME^2 :

$FE^2 + FM^2$	ME^2
$72^2 + 21^2$	75^2
$5184 + 441$	
5625	5625

Comme $FE^2 + FM^2 = ME^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle FME est rectangle en F.

2. $\text{Aire}(EFM) = \dfrac{72\,\text{mm} \times 21\,\text{mm}}{2} = 756\,\text{mm}^2.$

3. Les droites (UO) et (MF) sont perpendiculaires à la droite (EF).
Or on sait que **si deux droites sont perpendiculaires à la même droite alors elles sont parallèles.**

Les droites (UO) et (MF) sont parallèles.

4. Les droites (MU) et (OF) sont sécantes en E.
Les droites (UO) et (MF) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{EU}{EM} = \frac{EO}{EF} = \frac{UO}{MF}$$

$$\frac{45\,\text{mm}}{75\,\text{mm}} = \frac{EO}{72\,\text{mm}} = \frac{UO}{21\,\text{mm}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$EO = \dfrac{72\,\text{mm} \times 45\,\text{mm}}{75\,\text{mm}}$ d'où $EO = \dfrac{3240\,\text{mm}^2}{75\,\text{mm}}$ et $EO = 43{,}2\,\text{mm}$

$UO = \dfrac{21\,\text{mm} \times 45\,\text{mm}}{75\,\text{mm}}$ d'où $UO = \dfrac{945\,\text{mm}^2}{75\,\text{mm}}$ et $UO = 12{,}6\,\text{mm}$

5. $\text{Aire}(EOU) = \dfrac{43{,}2\,\text{mm} \times 12{,}6\,\text{mm}}{2} = 272{,}16\,\text{mm}^2.$

6. On cherche un nombre k tel que $k \times EF = EO$. On a $k \times 72\,\text{mm} = 43{,}2\,\text{mm}$ donc $k = \dfrac{43{,}2\,\text{mm}}{72\,\text{mm}} = 0{,}6$.
On remarque aussi que $0{,}6 \times MF = UO$ et que $0{,}6 \times EM = EU$.

Le triangle EUO est une réduction du triangle EMF avec un coefficient de réduction de 0,6.

7. On cherche un nombre l tel que $l \times 756\,\text{mm}^2 = 272{,}16\,\text{mm}^2$.
Ce nombre vaut $l = \dfrac{272{,}16\,\text{mm}^2}{756\,\text{mm}^2} = 0{,}36$.

L'aire du petit triangle est 0,36 fois plus petite que l'aire du grand. Remarquons que $0{,}36 = 0{,}6^2$.

Exercice n° 3 : Plusieurs étapes pour un seul côté — Correction

Réciproque ou contraposée de Pythagore

Calculons TX

Dans le triangle IXT rectangle en I,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$IX^2 + IT^2 = XT^2$$
$$36^2 + 27^2 = XT^2$$
$$1296 + 729 = XT^2$$
$$XT^2 = 2025$$
$$XT = \sqrt{2025}$$
$$XT = 45$$

Calculons PU

Les droites (XP) et (TU) sont sécantes en I.
Les droites (PU) et (TX) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{IP}{IX} = \frac{IU}{IT} = \frac{PU}{TX}$$
$$\frac{12\,\text{cm}}{36\,\text{cm}} = \frac{IU}{27\,\text{cm}} = \frac{PU}{45\,\text{cm}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

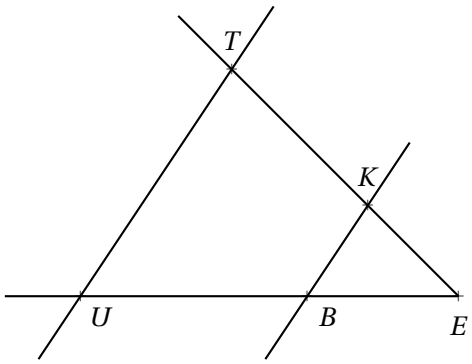
$PU = \dfrac{45\,\text{cm} \times 12\,\text{cm}}{36\,\text{cm}}$ d'où $PU = \dfrac{540\,\text{cm}^2}{36\,\text{cm}}$ et $\boxed{PU = 15\,\text{cm}}$

Exercices

Égalité de Thalès dans le triangle

Troisième

Exercice n° 1 : Thalès triangle



Sur la figure qui n'est pas en vraies grandeurs, nous avons :

- (TK) et (UB) sont sécantes en E ;
- $BE = 5\ m$, $UE = 12\ m$, $BK = 4\ m$ et $TE = 10\ m$;
- $(UT)//(BK)$

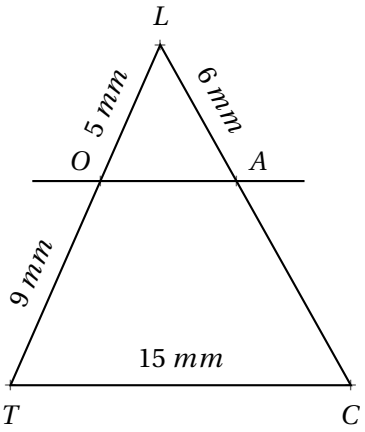
Calculer les valeurs exactes de UT et KE et,le cas échéant, une valeur approchée au centimètre près.

Exercice n° 2 : Thalès triangle — Épisode 2

Sur la figure ci-après qui n'est pas en vraies grandeurs nous avons :

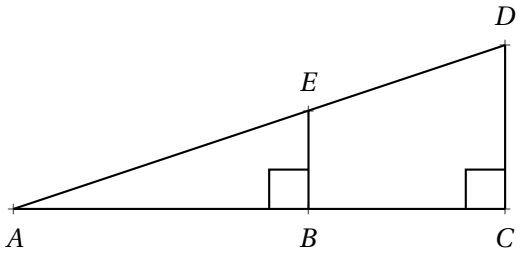
- les points L, O et T sont alignés ;
- les points L, A et C sont alignés ;
- les droites (OA) et (TC) sont parallèles.

Calculer les valeurs exactes puis les valeurs approchées au millième près des longueurs OA et AC.



Exercice n° 3 : Thalès ou Pythagore ?

La figure ci-dessous n'est pas en vraies grandeurs.

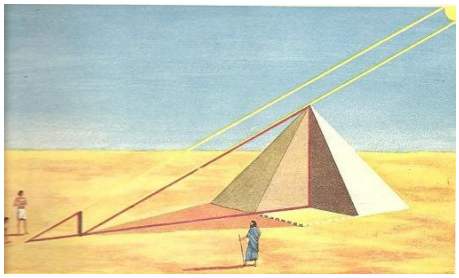


- ABE est rectangle en B ;
- ACD est rectangle en C ;
- $AB = 36\ m$, $AE = 60\ m$, $DC = 72\ m$.

Calculer les valeurs exactes de EB, BC et ED

Exercice n° 4 : La légende de Thalès

La légende raconte que Thalès de Milet (-626 – -547 avant notre ère) aurait été invité par le pharaon Ahmôsis vers -560 pour honorer sa grande réputation de scientifique. Le pharaon déclara devant Thalès ne pas connaître la hauteur exacte de la grande pyramide de Khéops construite presque deux mille ans auparavant.
Thalès planta alors sa canne en plein soleil et affirma :
« Le rapport que j'entretiens avec mon ombre et le même que celui de la pyramide avec la sienne. ».



Voici quelques informations numériques (fictives) sur cette histoire (légendaire)...

- la canne de Thalès mesurait 3 coudées ;
- l'ombre de la canne au sol mesurait 5 coudées ;
- la canne se situait exactement à 465 coudées du centre de la pyramide ;
- une coudée à cette époque mesurait environ 52 cm.

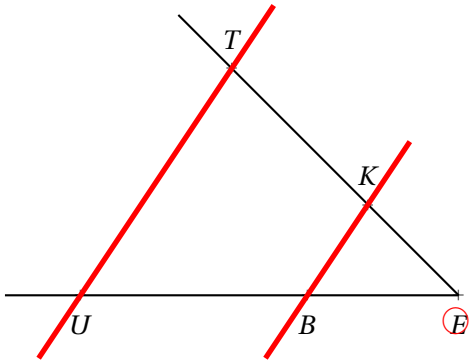
Quelle mesure de la hauteur de la pyramide Thalès a-t-il réussi à effectuer ?

Exercices — Correction

Exercice n° 1

Correction

Thalès triangle



Dans le triangle EUT, $B \in [UE]$ et $K \in [TE]$
Les droites (KB) et (TU) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{EB}{EU} = \frac{EK}{ET} = \frac{BK}{UT}$$

$$\frac{5\ m}{12\ m} = \frac{EK}{10\ m} = \frac{4\ m}{UT}$$

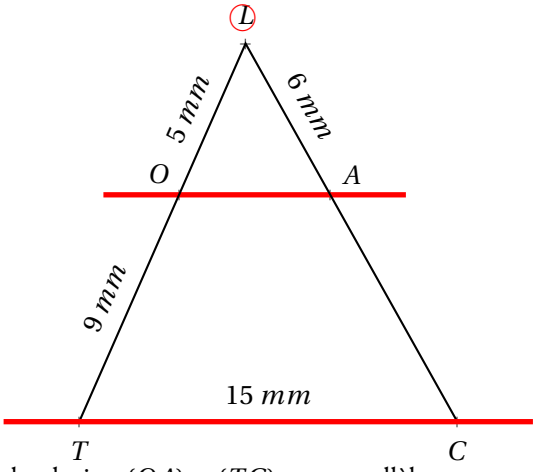
Comme $\frac{5\ m}{12\ m} = \frac{EK}{10\ m}$ donc $EK = \frac{10\ m \times 5\ m}{12\ m} = \frac{50}{12}\ m \approx 4,17\ m$ à $1\ cm$ près.

Comme $\frac{5\ m}{12\ m} = \frac{4\ m}{UT}$ donc $UT = \frac{4\ m \times 12\ m}{5\ m} = \frac{48}{5}\ m = 9,6\ m$

Exercice n° 2

Correction

Thalès triangle — Épisode 2



Les droites (OT) et (AC) sont sécantes en L, les droites (OA) et (TC) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{LO}{LT} = \frac{LA}{LC} = \frac{OA}{TC}$$

$$\frac{5\ mm}{5\ mm + 9\ mm} = \frac{6\ mm}{LC} = \frac{OA}{15\ mm}$$

$$\frac{5\ mm}{14\ mm} = \frac{6\ mm}{LC} = \frac{OA}{15\ mm}$$

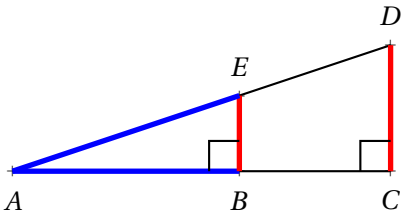
En utilisant la règle de trois on obtient :

$LC = \frac{6\ mm \times 14\ mm}{5\ mm}$ d'où $LC = \frac{84\ mm^2}{5\ mm}$ et $LC = 16,8\ mm$
$OA = \frac{15\ mm \times 5\ mm}{14\ mm}$ d'où $OA = \frac{75\ mm^2}{14\ mm}$ et $OA \approx 5,357\ mm$

Exercice n° 3

Correction

Thalès ou Pythagore ?



Dans le triangle ABE on connait deux mesures sur trois : on peut donc utiliser le théorème de Pythagore.

Dans le triangle ABE rectangle en B,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BA^2 + BE^2 = AE^2$$
$$36^2 + BE^2 = 60^2$$
$$1\,296 + BE^2 = 3\,600$$
$$BE^2 = 3\,600 - 1\,296$$
$$BE^2 = 2\,304$$
$$BE = \sqrt{2\,304}$$
$$BE = 48$$

Pour calculer BC il faut calculer AC car $BC = AC - AB$. Pareil pour ED il faut d'abord calculer AD.

$(EB) \perp (AC)$ et $(DC) \perp (AC)$
On sait que si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.
Donc $(EB)//(DC)$

Dans le triangle ADC, $B \in [AC]$ et $E \in [AD]$,
Les droites (EB) et (DC) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{BE}{CD}$$
$$\frac{36\ m}{AC} = \frac{60\ m}{AD} = \frac{48\ m}{72\ m}$$

Comme $\frac{36\ m}{AC} = \frac{48\ m}{72\ m}$ on a $AC = \frac{36\ m \times 72\ m}{48\ m} = \frac{2\,592}{48}\ m = 54\ m$.

Comme $\frac{60\ m}{AD} = \frac{48\ m}{72\ m}$ on a $AD = \frac{60\ m \times 72\ m}{48\ m} = \frac{4\,320}{48}\ m = 90\ m$.

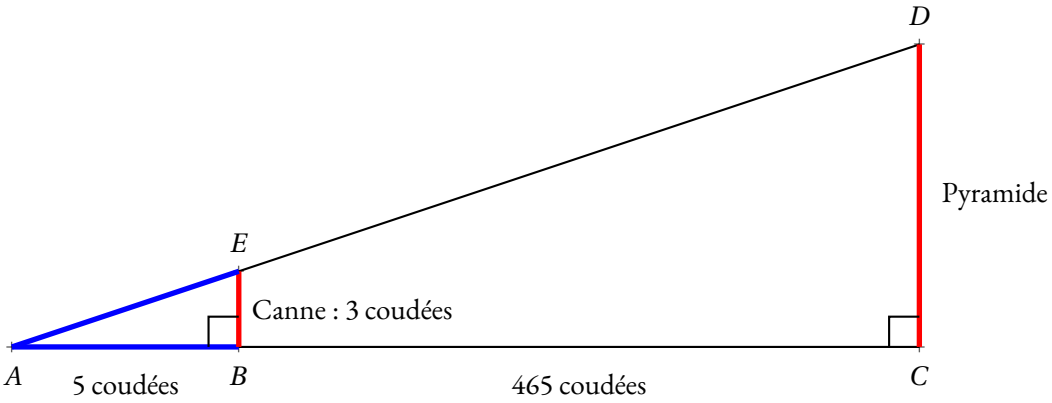
Donc $BC = AC - AB = 54\ m - 36\ m = \boxed{18\ m}$ et $ED = AD - AE = 90\ m - 60\ m = \boxed{30\ m}$.

Exercice n° 4

Correction

La légende de Thalès

Il faut modéliser la situation en faisant un schéma !



Comme la canne et la pyramide sont perpendiculaires au sol, on peut dire que la canne et la pyramide sont parallèles.

Dans le triangle ACD, $B \in [AC]$ et $E \in [AD]$ et $(EB)//(DC)$,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{EB}{CD}$$

$$\frac{5}{5+465} = \frac{AE}{AD} = \frac{3}{CD}$$

Donc $\frac{3}{CD} = \frac{5}{470}$ donc $CD = \frac{3 \times 470}{5} = \frac{1\,410}{5} = 282$

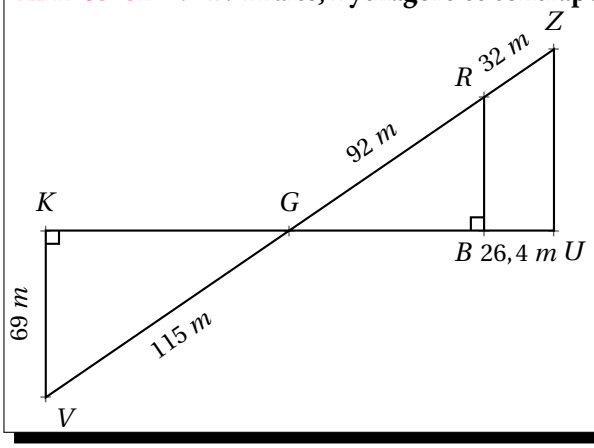
Or une coudée mesure $52\ cm$. La pyramide mesure donc $282 \times 52\ cm = 14\,664\ cm = \boxed{146,64\ m}$

Exercices

Thalès et Pythagore au brevet

Troisième

Exercice n° 1 : Thalès, Pythagore et contraposé



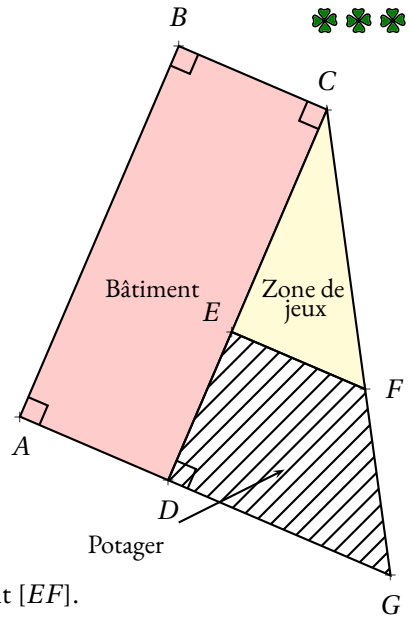
Sur la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur, on sait que :

- Les points K, G, B et U sont alignés ;
- les points V, G, R et Z sont alignés ;
- $(KV) \perp (KU)$ et $(BR) \perp (KU)$;

1. Montrer que $KG = 92\ m$.
2. Expliquer pourquoi $(KV)//(RB)$.
3. Calculer GB et RB.
4. Sachant que $GB = 73{,}6\ m$, les droites (RB) et (ZU) sont-elles parallèles ?

Exercice n° 2 : Asie Pacifique — Juin 2023

Un centre de loisir dispose d'un bâtiment et d'un espace extérieur pour accueillir des enfants. L'espace extérieur, modélise par un triangle, est partagé en deux parties : un potager (quadrilatère $DEFG$ hachuré) et une zone de jeux (triangle EFC), comme représenté par la figure ci-contre.



Données :

- Les points C, E et D sont alignés ;
- Les points C, F et G sont alignés ;
- Les droites (EF) et (DG) sont parallèles ;
- Les droites (DG) et (CD) sont perpendiculaires ;
- $CE = 30\,\text{m}$; $ED = 10\,\text{m}$ et $DG = 24\,\text{m}$.

1. Déterminer la longueur CD.
2. Calculer la longueur CG. Arrondir au dixième de mètre près.
3. L'équipe veut séparer la zone de jeux et le potager par une clôture représentée par le segment $[EF]$.
Montrer que la clôture doit mesurer 18 m.
4. Pour semer du gazon sur la zone de jeux, l'équipe décide d'acheter des sacs de 5 kg de graines à 22,90 € l'unité.
Chaque sac permet de couvrir une surface d'environ 140 m^2.
Quel budget doit-on prévoir pour semer du gazon sur la totalité de l'aire de jeux ?
5. La directrice du centre affirme que la surface du potager est plus grande que celle de la zone de jeux. A-t-elle raison ?

Exercice n° 3 : Thalès papillon et Pythagore, construction

1. Construire avec précision sur votre copie la figure suivante :

- Tracer un triangle KUG rectangle en G tel que $KU = 8\ cm$ et $GU = 4{,}8\ cm$;
- Placer sur la droite (KG), le point R vérifiant les deux conditions suivantes :
  - $KR = 5{,}2\ cm$;
  - K n'appartient pas à $[KG]$.
- Tracer la droite perpendiculaire à la droite (KR) passant par R. Cette droite coupe la droite (KU) en S.

2. Expliquez pour quelle raison les droites (GU) et (RS) sont parallèles.

3. Calculer KG.

4. Calculer RS et SK.

Exercices — Correction

Exercice n° 1

Correction

Thalès, Pythagore et contraposé

1. Dans le triangle KGV rectangle en K,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$KG^2 + KV^2 = GV^2$$

$$KG^2 + 69^2 = 115^2$$

$$KG^2 + 4761 = 13225$$

$$KG^2 = 13225 - 4761$$

$$KG^2 = 8464$$

$$KG = \sqrt{8464}$$

$$KG = 92$$

$KG = 92\,\text{cm}$

2. On remarque que les droites (KV) et (RB) sont l'une et l'autre perpendiculaire à la droite (KB)
On sait que **si deux droites sont perpendiculaires à la même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

On en déduit que $(KV)(RB)$.

3. Les droites (KB) et (RV) sont sécantes en G, les droites (KV) et (RB) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{GK}{GB} = \frac{GV}{GR} = \frac{KV}{BR}$$

$$\frac{92\ m}{GB} = \frac{115\ m}{92\ m} = \frac{69\ m}{BR}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$GB = \dfrac{92\ m \times 92\ m}{115\ m}$ d'où $GB = \dfrac{8464\ m^2}{115\ m}$ et $GB = 73,6m$
$BR = \dfrac{69\ m \times 92\ m}{115\ m}$ d'où $BR = \dfrac{6348\ m^2}{115\ m}$ et $BR = 55,2\ m$

$GB = 73,6\ m$ et $BR = 55,2\ m$

4.
Comparons $\dfrac{GB}{GU}$ et $\dfrac{GR}{GZ}$:

$$\frac{GB}{GU} = \frac{73,6\ m}{73,6\ m + 26,4\ m}$$

$$\frac{GB}{GU} = \frac{73,6}{100}$$

$$\frac{GB}{GU} = 0,736$$

$$\frac{GR}{GZ} = \frac{92\ m}{92\ m + 32\ m}$$

$$\frac{GR}{G2} = \frac{92}{124}$$

$$\frac{GR}{GZ} \approx 0,742$$

Comme $\dfrac{GB}{GU} \neq \dfrac{GR}{GZ}$ d'après le **théorème contraposé de Thalès**, les droites (RB) et (ZU) ne sont pas parallèles.

Exercice n° 2 — Correction

Asie Pacifique — Juin 2023

1. Comme les points C, E et D sont alignés, $\boxed{CD = CE + ED = 30\,\text{m} + 10\,\text{m} = 40\,\text{m}.}$

2. Dans le triangle CDG rectangle en D,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$DC^2 + DG^2 = CG^2$$
$$30^2 + 24^2 = CG^2$$
$$900 + 576 = CG^2$$
$$CG^2 = 1476$$
$$CG = \sqrt{1476}$$
$$CG \approx 38,42$$

$\boxed{CG \approx 38{,}4\,\text{m au dixième de mètre près.}}$

3. Les droites (ED) et (FG) sont sécantes en C, les droites (EF) et (DG) sont parallèles,
'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{CE}{CD} = \frac{CF}{CG} = \frac{EF}{DG}$$
$$\frac{30\,\text{m}}{40\,\text{m}} = \frac{CF}{CG} = \frac{EF}{24\,\text{m}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$EF = \dfrac{24\,\text{m} \times 30\,\text{m}}{40\,\text{m}}$ d'où $EF = \dfrac{720\,\text{m}^2}{40\,\text{m}}$ et $EF = 18\,\text{m}$

$\boxed{EF = 18\,\text{m}}$

4. La zone de jeux est un triangle rectangle. $\text{Aire}_{CEF} = \dfrac{30\,\text{m} \times 18\,\text{m}}{2} = 270\,\text{m}^2$.

Un sac permet de recouvrir $140\,\text{m}^2$. Comme $270\,\text{m}^2 \div 140\,\text{m}^2 \approx 1{,}92$, il faut 2 sacs.

$\boxed{\text{Le coût du gazon est de } 2 \times 22{,}90\,€ = 45{,}80\,€}$

5. $\text{Aire}_{DEFG} = \text{Aire}_{CDG} - \text{Aire}_{CEF}$

On a vu que $\text{Aire}_{CEF} = 270\,\text{m}^2$.

CDG est un triangle rectangle. $\text{Aire}_{CDG} = \dfrac{40\,\text{m} \times 24\,\text{m}}{2} = 480\,\text{m}^2$.

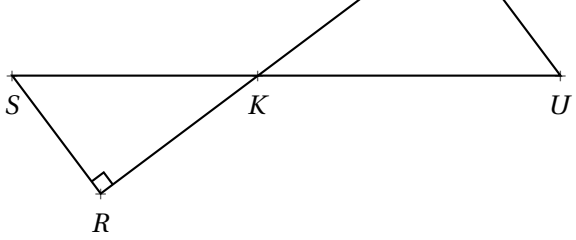
Ainsi $\text{Aire}_{DEFG} = 480\,\text{m}^2 - 270\,\text{m}^2 = 210\,\text{m}^2$.

$\boxed{\text{C'est faux, l'aire du potager qui mesure } 210\,\text{m}^2 \text{ est plus petite que celle de l'aire de jeux qui mesure } 270\,\text{m}^2.}$

Exercice n° 3 — Correction

Thalès papillon et Pythagore, construction

1.



2. Les droites (GU) et (RS) sont l'une et l'autre perpendiculaire à la droite (GR).
On sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

Les droites (GU) et (RS) sont parallèles.

3.
Dans le triangle KUG rectangle en G,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$GK^2 + GU^2 = KU^2$$
$$GK^2 + 4,8^2 = 8^2$$
$$GK^2 + 23,04 = 64$$
$$GK^2 = 64 - 23,04$$
$$GK^2 = 40,96$$
$$GK = \sqrt{40,96}$$
$$GK = 6,4$$

$GK = 6,4\ cm$

4.
Les droites (GR) et (SU) sont sécantes en K, les droites (GU) et (SR) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{KG}{KR} = \frac{KU}{KS} = \frac{GU}{RS}$$
$$\frac{6,4\ cm}{5,2\ cm} = \frac{8\ cm}{KS} = \frac{4,8\ cm}{RS}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$KS = \dfrac{8\ cm \times 5,2\ cm}{6,4\ cm}$ d'où $KS = \dfrac{41,6\ cm^2}{6,4\ cm}$ et $KS = 6,5\ cm$
$RS = \dfrac{4,8\ cm \times 5,2\ cm}{6,4\ cm}$ d'où $RS = \dfrac{24,96\ cm^2}{6,4\ cm}$ et $RS = 3,9\ cm$

Évaluation

Troisième

Exercice n° 1 : *(5 points)*

Pour Noël, une artisane verrier a préparé 1 386 boules de Nöel en verre bleu et 1 638 boules de Noël en verre red. Elle souhaite faire un maximum de lots de boules bleues et reds, lots tous identiques.



1. Décomposer 1 386 et 1 638 en produits de facteurs premiers.

2. Faire la liste des tous les diviseurs communs de 1 386 et 1 638.

3. Combien de lots au maximum pourra-t-elle constituer ?
Combien de boules reds et de boules bleues contient chaque lot ?

Exercice n° 2 : *(4 points)*

1. Développer et réduire $f(x) = (1-3x)(4x-6) + (5x-1)(3x-7)$

2. Développer et réduire $g(x) = 1 - 3x^2 + 3x(5x-1) + 6 + (5x-1)(2x+1)$

3. Résoudre :

$$8x - 3 = 7 - 11x$$

Exercice n° 3 : *(5 points)*

Pour les vacances de Toussaint, je suis allé de Paris à Marseille en train.
À l'aller, j'ai pris le TGV et j'ai parcouru 660 km en 3 h 23 min.

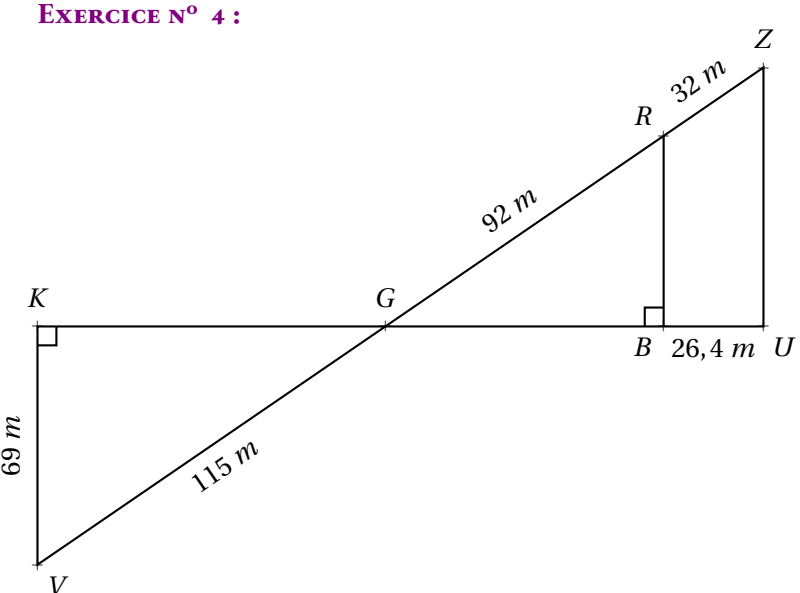
1. Quelle a été ma vitesse moyenne sur ce trajet. Arrondir le résultat au centième de kilomètre par heure près.

Au retour, je suis rentré en voiture. Le trajet est plus long, 776 km. J'ai roulé en moyenne à 88 km/h.

2. Combien de temps, à la minute près, ai-je mis pour rentrer à Paris.

3. Quelle a été ma vitesse moyenne sur cet aller-retour ?

Exercice n° 4 : *(6 points)*



Sur la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur, on sait que :

- Les points K, G, B et U sont alignés ;
- les points V, G, R et Z sont alignés ;
- $(KV) \perp (KU)$ et $(BR) \perp (KU)$;

1. Montrer que $KG = 92\ m$.

2. Expliquer pourquoi $(KV)//(RB)$.

3. Calculer GB et RB.

4. Sachant que $GB = 73,6\ m$, les droites (RB) et (ZU) sont-elles parallèles ?

Évaluation — Correction

Exercice n° 1 : L'artisane verrier Correction

Arithmétique

1.

1386	2
693	3
231	3
77	7
11	11
1	

$1386 = 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 11$

1638	2
819	3
273	3
91	7
13	13
1	

$1638 = 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 13$

2. Les diviseurs de 1386 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 7 ; 9 ; 11 ; 14 ; 18 ; 21 ; 22 ; 33 ; 42 ; 63 ; 66 ; 77 ; 99 ; 126 ; 154 ; 198 ; 231 ; 462 ; 693 ; 1386
Les diviseur de 1638 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 7 ; 9 ; 13 ; 14 ; 18 ; 21 ; 26 ; 42 ; 63 ; 78 ; 91 ; 117 ; 126 ; 182 ; 234 ; 273 ; 549 ; 819 ; 1638

Les diviseurs communs de 1386 et 1638 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 7 9 ; 14 ; 18 ; 21 ; 42 ; 63 ; 126

3. Le plus grand diviseur commun de 1386 et 1638 est 126.
Or $1386 = 126 \times 11$ et $1638 = 126 \times 13$, elle fera 126 lots contenant chacun 11 boules bleues et 13 boules reds.

Exercice n° 2 : Développement Correction

Développer, réduire et résoudre

1. $f(x) = (1-3x)(4x-6) + (5x-1)(3x-7)$
$f(x) = 4x - 6 - 12x^2 + 18x + 15x^2 - 35x - 3x + 7$

$f(x) = 3x^2 - 16x + 1$

2. $g(x) = 1 - 3x^2 + 3x(5x-1) + 6 + (5x-1)(2x+1)$
$g(x) = 1 - 3x^2 + 15x^2 - 3x + 6 + 10x^2 + 5x - 2x - 1$

$g(x) = 22x^2 + 3x + 6$

3. Résoudre :

$$\begin{aligned} 8x - 3 &= 7 - 11x \\ 8x - 3 + 3 &= 7 - 11x + 3 \\ 8x &= 10 - 11x \\ 8x + 11x &= 10 - 11x + 11x \\ 19x &= 10 \\ x &= \frac{10}{19} \end{aligned}$$

Exercice n° 3 : Vitesse Correction

Vitesse

1.

Distance	660 km	$\frac{660\ km \times 60\ min}{203\ min} \approx 195{,}07\ km$
Temps	3 h 23 min = 180 min+23 min=203 min	1 h = 60 min

La vitesse moyenne en TGV est d'environ $195{,}07\ km/h$

2.

Distance	776 km	88 km
Temps	$\frac{776\ km \times 60\ min}{88\ km} \approx 529{,}09\ min$	1 h = 60 min

Comme $529\ min = 8 \times 60\ min + 49\ min$
Le temps de mon trajet est $8\ h\ 49\ min$

3.
Sur l'aller-retour, j'ai parcouru $660\ kl + 776\ km = 1436\ km$ en 3 h 23 min + 8 h 49 min = 12 h 12 min.

Distance	1436 km	$\frac{1436\ km \times 60\ min}{732\ min} \approx 117{,}70\ km$
Temps	12 h 12 min = 12 × 60 min+12 min=720 min+12 min=732 min	1 h = 60 min

Ma vitesse moyenne sur l'ensemble du trajet est $117{,}70\ km/h$

Exercice n° 4 : Thalès, Pythagore et contraposée CORRECTION

Géométrie

1.
Dans le triangle VKG rectangle en K,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$KV^2 + KG^2 = VG^2$$
$$69^2 + KG^2 = 115^2$$
$$3969 + KG^2 = 13225$$
$$KG^2 = 13225 - 4761$$
$$KG^2 = 8464$$
$$KG = \sqrt{8464}$$
$$KG = 92$$

$BG = 92\ m$

2. Les droites (RB) et (KV) sont perpendiculaires à la droite (KU).
On sait que **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

$(RB)//(KV)$

3.
Les droites (KB) et (RV) sont sécantes en G, les droites (KV) et (RB) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{GK}{GB} = \frac{GV}{GR} = \frac{KV}{BR}$$

$$\frac{92\ m}{GB} = \frac{115\ m}{92\ m} = \frac{69\ m}{BR}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$GB = \dfrac{92\ m \times 92\ m}{115\ m}$ d'où $GB = \dfrac{8464\ m^2}{115\ m}$ et $GB = 73,6m$
$BR = \dfrac{69\ m \times 92\ m}{115\ m}$ d'où $BR = \dfrac{6348\ m^2}{115\ m}$ et $BR = 55,2\ m$

$GB = 73,6\ m$ et $BR = 55,2\ m$

4.
Comparons $\dfrac{GB}{GU}$ et $\dfrac{GR}{GZ}$:

$\dfrac{GB}{GU} = \dfrac{73,6\ m}{73,6\ m + 26,4\ m}$

$\dfrac{GB}{GU} = \dfrac{73,6}{100}$

$\dfrac{GB}{GU} = 0,736$

$\dfrac{GR}{GZ} = \dfrac{92\ m}{92\ m + 32\ m}$

$\dfrac{GR}{G2} = \dfrac{92}{124}$

$\dfrac{GR}{GZ} \approx 0,742$

Comme $\dfrac{GB}{GU} \neq \dfrac{GR}{GZ}$ d'après le **théorème contraposé de Thalès**, les droites (RB) et (ZU) ne sont pas parallèles.

Évaluation

Troisième

Exercice n° 1 : Pythagore

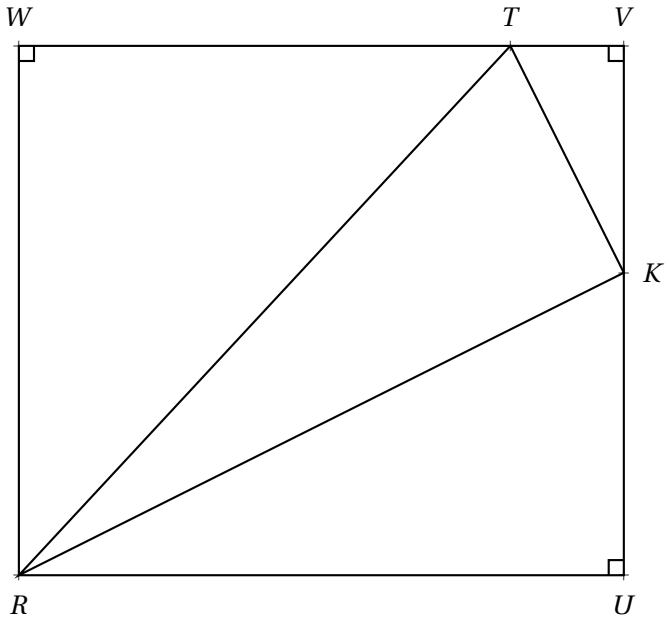
(5 points)

Le quadrilatère $RUVT$ est un rectangle.
On sait que :

- $RU = 48\,\text{m}$
- $WR = 42\,\text{m}$
- $WT = 39\,\text{m}$
- $VK = 18\,\text{m}$

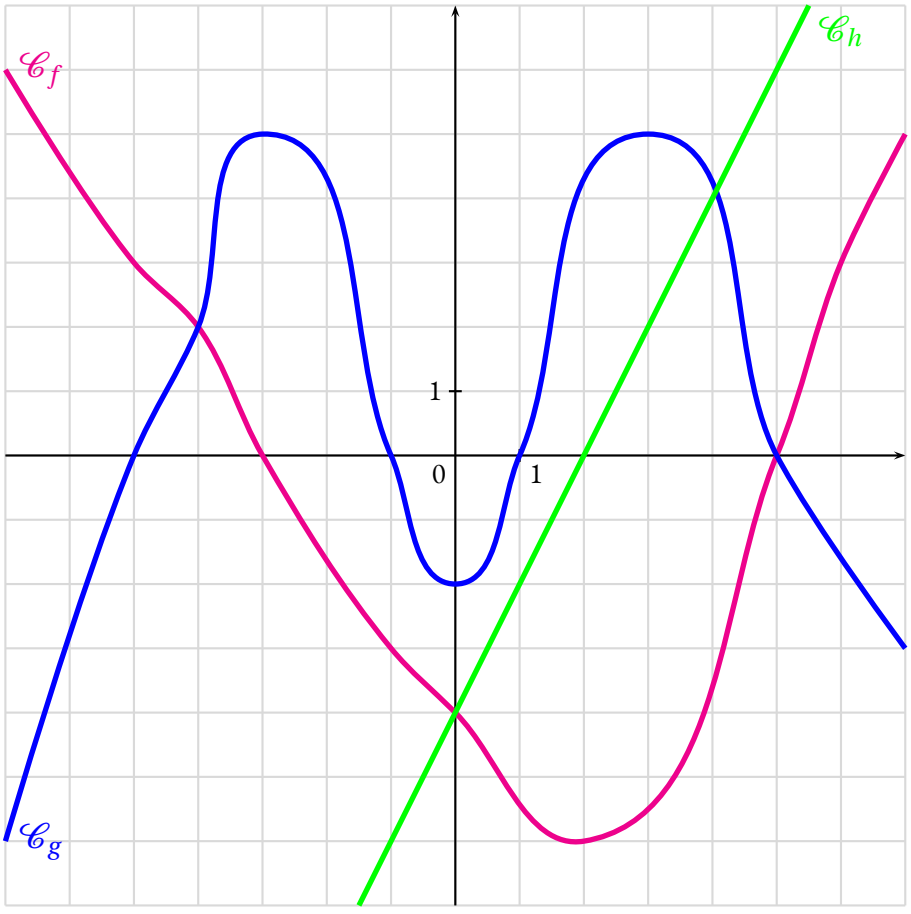
Le triangle RTK est-il rectangle ?

Rédiger soigneusement votre raisonnement.



Exercice n° 2 : Lecture graphique

(5 points)



f, g et h sont des fonctions.

$\mathscr{C}_f$ représente graphiquement f
$\mathscr{C}_g$ représente graphiquement g
$\mathscr{C}_h$ représente graphiquement h

Déterminer graphiquement :

1. L'image de -5 par f
2. $g(-4)$, $g(0)$ et $g(7)$
3. $h(1)$, $h(0)$ et $h(2)$
4. Les antécédents de 0 par f
5. Les antécédents de 3 par f
6. Les antécédents de 0 par g
7. Combien y-a-t-il d'antécédent de -1 par g ?
8. Les antécédents de 5 par g
9. Les antécédents de 6 par g
10. Les solution de l'équation $f(x) = g(x)$

Évaluation — Correction

Exercice n° 1

Correction

Pythagore

Dans le triangle RWT rectangle en W,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$WR^2 + WT^2 = RT^2$$
$$42^2 + 39^2 = RT^2$$
$$1764 + 1521 = RT^2$$
$$RT^2 = 3285$$
$$RT = \sqrt{3285}$$

Dans le triangle TVK rectangle en V,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$VT^2 + VK^2 = TK^2$$
$$9^2 + 18^2 = TK^2$$
$$81 + 324 = TK^2$$
$$TK^2 = 405$$
$$TK = \sqrt{405}$$

Dans le triangle RKU rectangle en U,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$UR^2 + UK^2 = RK^2$$
$$48^2 + 24^2 = RK^2$$
$$2304 + 576 = RK^2$$
$$RK^2 = 2880$$
$$RK = \sqrt{2880}$$

Comparons $KR^2 + KT^2$ et RT^2 :

$KR^2 + KT^2$	RT^2
$2880 + 405$	
3285	3285

Comme

$$KR^2 + KT^2 = RT^2$$

D'après **la réciproque du théorème de Pythagore**

le triangle KRT est rectangle en K .

Exercice n° 2

Correction

Lecture graphique

Déterminer graphiquement :

1. L'image de -5 par f : $f(-5) = 3$
2. $g(-4)$, $g(0)$ et $g(7)$: $g(-4) = 2$, $g(0) = -2$ et $g(7) = -3$
3. $h(1)$, $h(0)$ et $h(2)$: $h(1) = -2$, $h(0) = -4$ et $h(2) = 0$
4. Les antécédents de 0 par f : -3 et 5 sont des antécédents de 0 par f
5. Les antécédents de 3 par f : -5 et 6 sont des antécédents de 3 par f
6. Les antécédents de 0 par g : -5, -1, 1 et 5 sont des antécédents de 0 par g
7. Combien y-a-t-il d'antécédent de -1 par g ? : -1 a 4 antécédents par g
8. Les antécédents de 5 par g -3 et 3 sont des antécédents de 5 par g
9. Les antécédents de 6 par g 6 n'a pas d'antécédent par g
10. Les solution de l'équation $f(x) = g(x)$ -4 et 5 sont des solutions de l'équation $f(x) = g(x)$

Évaluation

Troisième

Exercice n° 1 : Pythagore

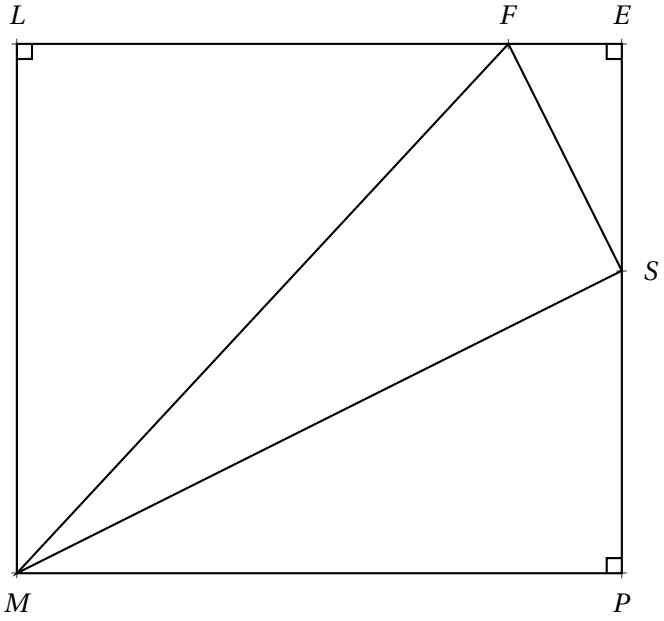
(5 points)

Le quadrilatère $MPEL$ est un rectangle.
On sait que :

- $MP = 64\,\text{m}$
- $LM = 56\,\text{m}$
- $LF = 52\,\text{m}$
- $ES = 24\,\text{m}$

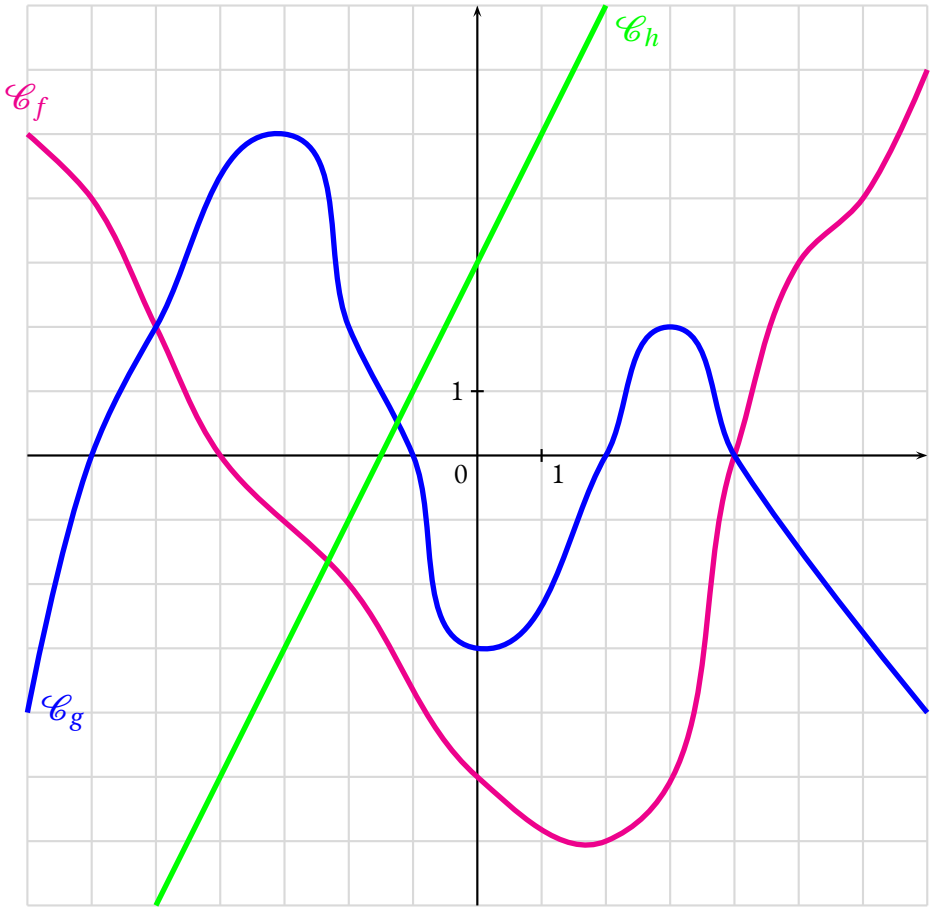
Le triangle MFS est-il rectangle ?

Rédiger soigneusement votre raisonnement.



Exercice n° 2 : Lecture graphique

(5 points)



f, g et h sont des fonctions.

$\mathscr{C}_f$ représente graphiquement f
$\mathscr{C}_g$ représente graphiquement g
$\mathscr{C}_h$ représente graphiquement h

Déterminer graphiquement :

1. L'image de -6 par f
2. $g(-5)$, $g(-2)$ et $g(0)$
3. $h(1)$, $h(-4)$ et $h(0)$
4. Les antécédents de 0 par f
5. Les antécédents de 4 par f
6. Les antécédents de 0 par g
7. Combien y-a-t-il d'antécédent de -1 par g ?
8. Les antécédents de 2 par g
9. Les antécédents de 6 par g
10. Les solution de l'équation $f(x) = g(x)$

Évaluation — Correction

Exercice n° 1 — Correction

Pythagore

Dans le triangle LFM rectangle en L,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$LF^2 + LM^2 = FM^2$$
$$52^2 + 56^2 = FM^2$$
$$2704 + 3136 = FM^2$$
$$FM^2 = 5840$$
$$FM = \sqrt{5840}$$

Dans le triangle FES rectangle en E,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$EF^2 + ES^2 = FS^2$$
$$12^2 + 24^2 = FS^2$$
$$144 + 576 = FS^2$$
$$FS^2 = 720$$
$$FS = \sqrt{720}$$

Dans le triangle SMP rectangle en P,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$PS^2 + PM^2 = SM^2$$
$$32^2 + 64^2 = SM^2$$
$$1024 + 4096 = SM^2$$
$$SM^2 = 5120$$
$$SM = \sqrt{5120}$$

Comparons $SM^2 + SF^2$ et MF^2 :

$SM^2 + SF^2$	MF^2
$5120 + 720$	
5840	5840

Comme

$$SM^2 + SF^2 = MF^2$$

D'après **la réciproque du théorème de Pythagore**

le triangle SMF est rectangle en S .

Exercice n° 2

Correction

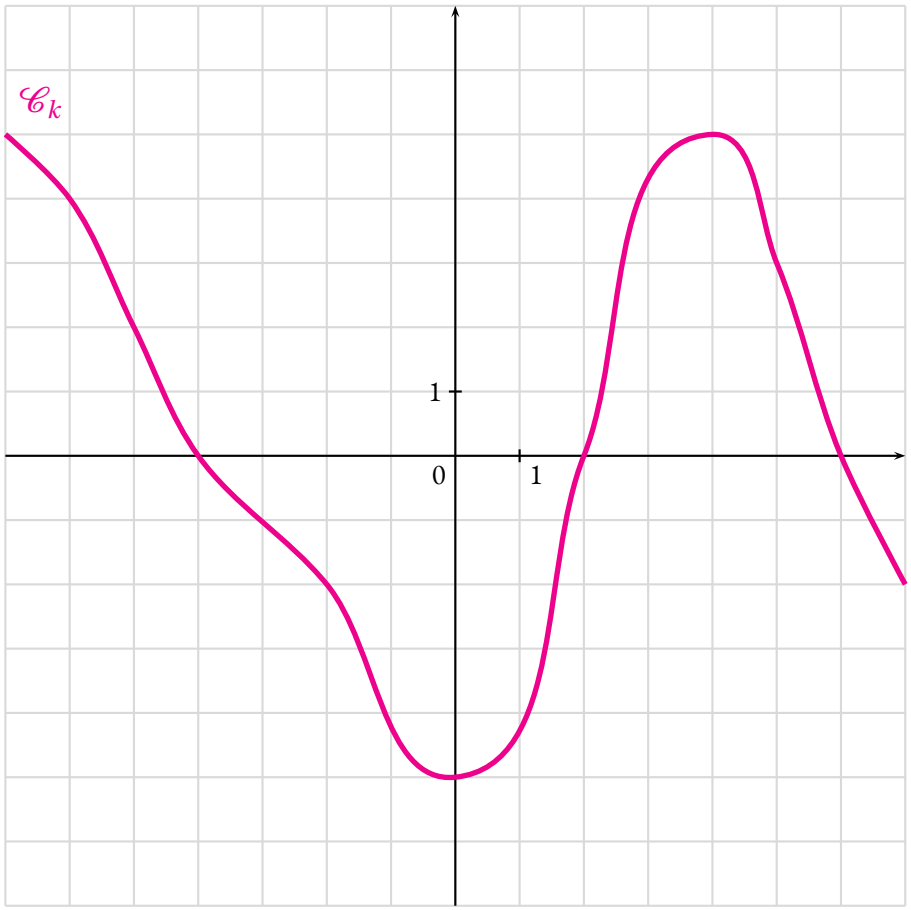
Lecture graphique

Déterminer graphiquement :

1. L'image de -6 par f : $f(-6) = 4$
2. $g(-5)$, $g(-2)$ et $g(0)$: $g(-5) = 2$, $g(-2) = 2$ et $g(0) = -3$
3. $h(1)$, $h(-4)$ et $h(0)$: $h(1) = 5$, $h(-4) = -5$ et $h(0) = 3$
4. Les antécédents de 0 par f : -4 et 4 sont des antécédents de 0 par f
5. Les antécédents de 4 par f : -6 et 6 sont des antécédents de 3 par f
6. Les antécédents de 0 par g : -6, -1, 2 et 4 sont des antécédents de 0 par g
7. Combien y-a-t-il d'antécédent de -1 par g ? : -1 a 4 antécédents par g
8. Les antécédents de 2 par g -5, 2 et 3 sont des antécédents de 2 par g
9. Les antécédents de 6 par g 6 n'a pas d'antécédent par g
10. Les solution de l'équation $f(x) = g(x)$ -5 et 4 sont des solutions de l'équation $f(x) = g(x)$

Exercice n° 2 : Lecture graphique

(5 points) ☘☘☘



f, g et h sont des fonctions.

$\mathscr{C}_f$ représente graphiquement f
$\mathscr{C}_g$ représente graphiquement g
$\mathscr{C}_h$ représente graphiquement h

Déterminer graphiquement :

1. L'image de -6 par f
2. $g(-5)$, $g(-2)$ et $g(0)$
3. $h(1)$, $h(-4)$ et $h(0)$
4. Les antécédents de 0 par f
5. Les antécédents de 4 par f
6. Les antécédents de 0 par g
7. Combien y-a-t-il d'antécédent de -1 par g ?
8. Les antécédents de 2 par g
9. Les antécédents de 6 par g
10. Les solution de l'équation $f(x) = g(x)$

Évaluation

Troisième

Exercice n° 1 : Calcul littéral *(6 points)*

On pose :

$$f(x) = 3x(1-x) + 5(7x-1) + 3$$
$$g(x) = 1 - 5x(1-x) + 3(2x-1) - 8x^2 + 37x$$
$$h(x) = 3x^2 - 3(1-x^2) - 9x(3x-5) + 5x + 18x^2 - 12x + 1$$

Développer et réduire au maximum f, g et h.

Que remarquez-vous ?

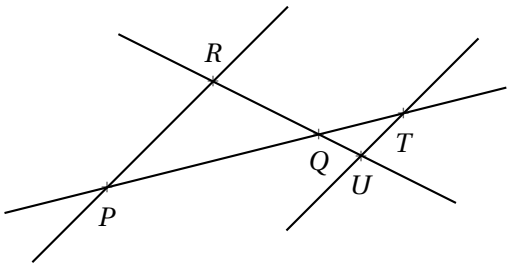
Exercice n° 2 : Théorème de Thalès *(9 points)*

Situation n° 1

La figure n'est pas en vraie grandeur.

On sait que :

- (PT) et (RU) sont sécantes en Q
- $(RP)//(TU)$
- $PQ = 56\,\text{m}$, $RQ = 35\,\text{m}$
- $QU = 10\,\text{m}$ et $TU = 21\,\text{m}$



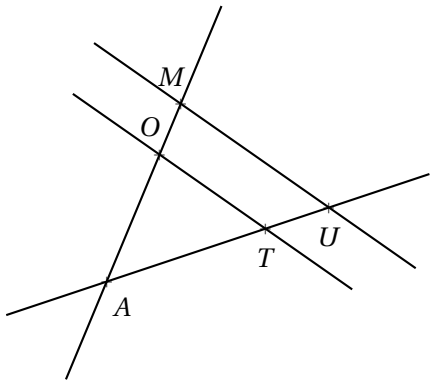
Calculer QT et RP.

Situation n° 2

La figure n'est pas en vraie grandeur.

On sait que :

- (MO) et $(UT$ sont sécantes en A
- $AO = 34\,\text{mm}$, $AU = 34\,\text{mm}$
- $AM = 55\,\text{mm}$ et $AT = 21\,\text{mm}$



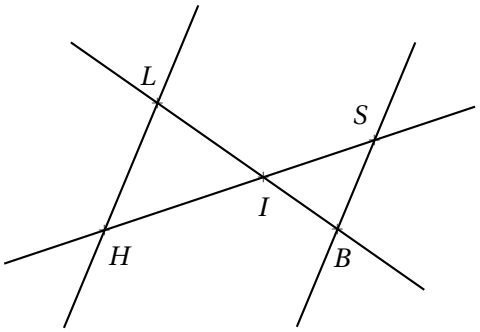
(OT) et (MU) sont-elles parallèles ?

Situation n° 3

La figure n'est pas en vraie grandeur.

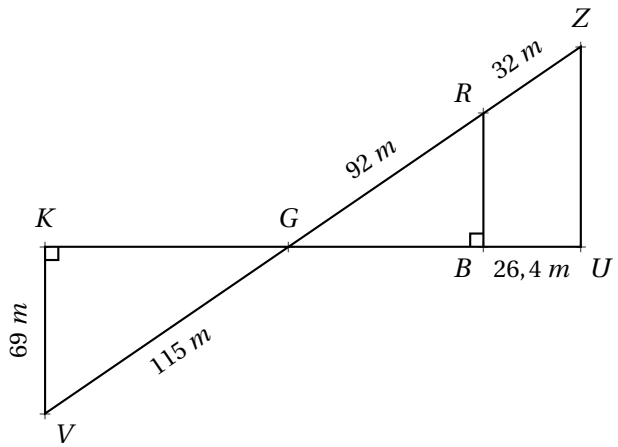
On sait que :

- (HS) et $(LB$ sont sécantes en I
- $LI = 21{,}6\,\text{dm}$, $HI = 15{,}3\,\text{dm}$
- $IS = 11{,}9\,\text{dm}$ et $BI = 16{,}8\,\text{dm}$



(HL) et (SB) sont-elles parallèles ?

Exercice n° 3 : Pythagore et Thalès *(7 points)*



Sur la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur, on sait que :

- Les points K, G, B et U sont alignés ;
- les points V, G, R et Z sont alignés ;
- $(KV) \perp (KU)$ et $(BR) \perp (KU)$;

1. Montrer que $KG = 92\ m$.

2. Expliquer pourquoi $(KV)//(RB)$.

3. Calculer GB et RB.

4. Sachant que $GB = 73{,}6\ m$, (RB) et (ZU) sont-elles parallèles ?

Évaluation — Correction

Exercice n° 1

Correction

Calcul littéral

$f(x) = 3x(1-x) + 5(7x-1) + 3$
$f(x) = 3x - 3x^2 + 35x - 5 + 3$

$\boxed{f(x) = -3x^2 + 38x - 2}$

$g(x) = 1 - 5x(1-x) + 3(2x-1) - 8x^2 + 37x$

$g(x) = 1 - 5x + 5x^2 + 6x - 3 - 8x^2 + 37x$

$\boxed{g(x) = -3x^2 + 35x - 2}$

$h(x) = 3x^2 - 3(1-x^2) - 9x(3x-5) + 5x + 18x^2 - 12x + 1$

$h(x) = 3x^2 - 3 + 3x^2 - 27x^2 + 45x + 5x + 18x^2 - 12x + 1$

$\boxed{h(x) = -3x^2 + 38x - 2}$

Exercice n° 2

Correction

Théorème de Thalès

Situation n° 1

Les droites (RU) et (PT) sont sécantes en Q, les droites (RP) et (TU) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{QP}{QT} = \frac{QR}{QU} = \frac{PR}{TU}$$

$$\frac{56\,\text{m}}{QT} = \frac{35\,\text{m}}{10\,\text{m}} = \frac{PR}{21\,\text{m}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$QT = \dfrac{56\,\text{m} \times 10\,\text{m}}{35\,\text{m}}$ d'où $QT = \dfrac{560\,\text{m}^2}{35\,\text{m}}$ et $QT = 16\,\text{m}$

$PR = \dfrac{21\,\text{m} \times 35\,\text{m}}{10\,\text{m}}$ d'où $PR = \dfrac{735\,\text{m}^2}{10\,\text{m}}$ et $PR = 73{,}5\,\text{m}$

Situation n° 2

Comparons $\dfrac{AO}{AM}$ et $\dfrac{AT}{AU}$.

$\dfrac{AO}{AM} = \dfrac{34\,\text{mm}}{55\,\text{mm}} \approx 0{,}6181$

$\dfrac{AT}{AU} = \dfrac{21\,\text{mm}}{34\,\text{mm}} \approx 0{,}6176$

Ou encore, $21 \times 55 = 1155$ et $34 \times 34 = 1156$

Comme $\dfrac{AO}{AM} \neq \dfrac{AT}{AU}$, d'après **la contraposée du théorème de Thalès**, les droites ne sont pas parallèles.

Situation n° 3

Comparons $\frac{IH}{IS}$ et $\frac{IL}{IB}$.

$\frac{IH}{IS} = \frac{15{,}3\,\text{dm}}{11{,}9\,\text{dm}} \approx 1{,}286$

$\frac{IL}{IB} = \frac{21{,}6\,\text{dm}}{16{,}8\,\text{dm}} \approx 1{,}286$

Ou encore, $16{,}8 \times 15{,}3 = 257{,}04$ et $21{,}6 \times 11{,}9 = 257{,}04$

Comme $\frac{IH}{IS} = \frac{IL}{IB}$, et comme les points I, H et S sont alignés et dans le même ordre que les points alignés I, L et B, d'après **la réciproque du théorème de Thalès**, les droites (HL) et (SB) sont parallèles.

Exercice n° 3

Correction

Thalès et Pythagore

1. Dans le triangle KGV rectangle en K,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$KG^2 + KV^2 = GV^2$$
$$KG^2 + 69^2 = 115^2$$
$$KG^2 + 4761 = 13\,225$$
$$KG^2 = 13\,225 - 4761$$
$$KG^2 = 8464$$
$$KG = \sqrt{8464}$$
$$KG = 92$$

$KG = 92\,\text{cm}$

2. On remarque que les droites (KV) et (RB) sont l'une et l'autre perpendiculaire à la droite (KB)
On sait que **si deux droites sont perpendiculaires à la même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

On en déduit que $(KV)(RB)$.

3. Les droites (KB) et (RV) sont sécantes en G, les droites (KV) et (RB) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{GK}{GB} = \frac{GV}{GR} = \frac{KV}{BR}$$
$$\frac{92\ m}{GB} = \frac{115\ m}{92\ m} = \frac{69\ m}{BR}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$GB = \frac{92\ m \times 92\ m}{115\ m}$ d'où $GB = \frac{8464\ m^2}{115\ m}$ et $GB = 73{,}6m$
$BR = \frac{69\ m \times 92\ m}{115\ m}$ d'où $BR = \frac{6348\ m^2}{115\ m}$ et $BR = 55{,}2\ m$

$GB = 73{,}6\ m$ et $BR = 55{,}2\ m$

4.

Comparons $\frac{GB}{GU}$ et $\frac{GR}{GZ}$:

$\frac{GB}{GU} = \frac{73,6\ m}{73,6\ m + 26,4\ m}$

$\frac{GB}{GU} = \frac{73,6}{100}$

$\frac{GB}{GU} = 0,736$

$\frac{GR}{GZ} = \frac{92\ m}{92\ m + 32\ m}$

$\frac{GR}{G2} = \frac{92}{124}$

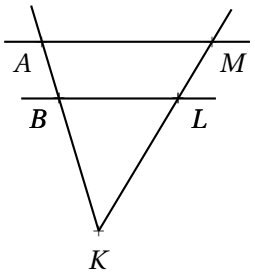
$\frac{GR}{GZ} \approx 0,742$

Comme $\frac{GB}{GU} \neq \frac{GR}{GZ}$ d'après le **théorème contraposé de Thalès**, les droites (RB) et (ZU) ne sont pas parallèles.

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Interrogation de mathématiques

Exercice 1



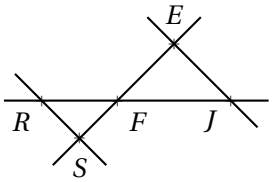
Sur la figure ci-dessus qui n'est pas en vraies grandeurs,

- $(AM)//(BL)$;
- (AB) et (ML) sont sécantes en K ;
- $BL = 5\ cm$, $AM = 9\ cm$, $KL = 3\ cm$ et $KA = 8\ cm$.

Calculer les valeurs exactes des longueurs KB et KM puis en donner une valeur approchée au millimètre près.

Rédigez ci-dessous votre raisonnement

Exercice 2



Sur la figure ci-dessus qui n'est pas en vraies grandeurs,

- $(RS)//(EJ)$;
- (RJ) et (SE) sont sécantes en F ;
- $FJ = 10\ m$, $RF = 7\ m$, $EJ = 12\ m$ et $FS = 5\ m$.

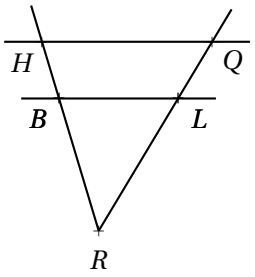
Calculer les valeurs exactes des longueurs FE et RS puis en donner une valeur approchée au centimètre près.

Rédigez ci-dessous votre raisonnement

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Interrogation de mathématiques

Exercice 1



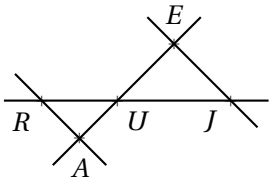
Rédigez ci-dessous votre raisonnement

Sur la figure ci-dessus qui n'est pas en vraies grandeurs,

- $(HQ)//(BL)$;
- (HB) et (QL) sont sécantes en R ;
- $BL = 7\ cm$, $HQ = 9\ cm$, $RL = 3\ cm$ et $RH = 10\ cm$.

Calculer les valeurs exactes des longueurs RB et RQ puis en donner une valeur approchée au millimètre près.

Exercice 2



Rédigez ci-dessous votre raisonnement

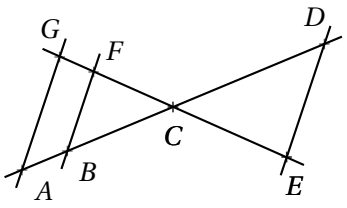
Sur la figure ci-dessus qui n'est pas en vraies grandeurs,

- $(RA)//(EJ)$;
- (RJ) et (AE) sont sécantes en U ;
- $UJ = 10\ m$, $RU = 7\ m$, $EJ = 12\ m$ et $UA = 5\ m$.

Calculer les valeurs exactes des longueurs UE et RA puis en donner une valeur approchée au centimètre près.

Interrogation de mathématiques

Exercice 1



Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraies grandeurs nous savons que :

- Les droites (AD) et (GE) sont sécantes en C ;
- $B \in (AD)$ et $F \in (GE)$;
- $(BF)//(ED)$
- $FC = 51\ mm$, $GF = 18\ mm$, $BF = 68\ mm$;
- $BC = 85\ mm$, $AB = 30\ mm$, $CD = 135\ mm$.

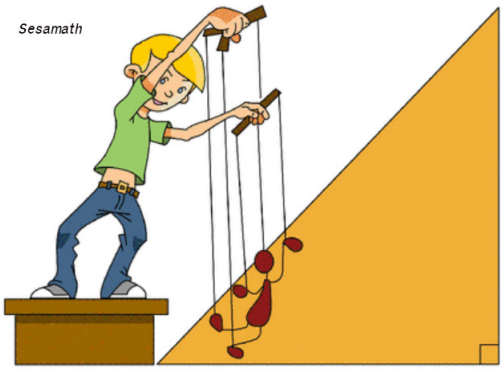
1. Calculer DE et CE.
2. Démontrer que les droites (FB) et (GA) sont parallèles.
3. En utilisant la question **3.**, calculer GA.
4. Les droites (FC) et (FB) sont-elles perpendiculaires ?
5. Démontrer en utilisant la question **4.** que le triangle CDE est rectangle.

Exercice 2

Julien prépare un spectacle de marionnettes et d'ombres chinoises.

Son écran mesure 2 m et sa marionnette 24 cm. Debout sur son estrade, il positionne sa marionnette à 30 cm de la lumière.

À quelle distance de la source de lumière doit-il placer l'écran pour que agrandir la marionnette au maximum ?



Toutes les traces de recherches seront valorisées.

Exercice 3

Voici trois fonctions :

$$f : x \to 6x - 8 \qquad g : x \to 10 - 3x \qquad h : x \to x^2 + 3x - 28$$

1. Calculer $f(4)$, $g(-2)$ et $h(-1)$.
2. Calculer l'antécédent de 5 par f.
3. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.

D3 fx Σ = =10-3*D1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
2	$f(x)$	-38	-32	-26	-20	-14	-8	-2	4	10	16	22
3	$g(x)$	25	22	19	16	13	10	7	4	1	-2	-5
4	$h(x)$	-18	-24	-28	-30	-30	-28	-24	-18	-10	0	12

4. Déterminer sans justification les antécédents de -28 par h.
5. Déterminer sans justification l'image de 4 par h.
6. Quelle formule a été écrite dans la cellule $B4$ puis recopiée vers la droite.

Correction

Exercice 1

1. Les droites (FE) et (BD) sont sécantes en C. Les droites (BF) et (ED) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{CF}{CE} = \frac{CB}{CD} = \frac{FB}{DE}$$

$$\frac{51\ mm}{CE} = \frac{85\ mm}{135\ mm} = \frac{68\ mm}{DE}$$

$CE = \dfrac{51\ mm \times 135\ mm}{85\ mm} = \dfrac{6885}{85}\ mm = 81\ mm$ et $DE = \dfrac{68\ mm \times 135\ mm}{85\ mm} = \dfrac{9180}{85}\ mm = 108\ mm$

2. Comparons $\dfrac{CF}{CG}$ et $\dfrac{CB}{CA}$

$\dfrac{CF}{CG} = \dfrac{51\ mm}{51\ mm + 18\ mm} = \dfrac{51}{69}$ et $\dfrac{CB}{CA} = \dfrac{85\ mm}{85\ mm + 30\ mm} = \dfrac{85}{115}$

Il y a trois méthodes pour vérifier si ces fractions sont égales :

Valeurs approchées	Simplification	Les produits en croix
$\dfrac{51}{69} \approx 0,739$ à $0,001$ près.	$\dfrac{51}{69} = \dfrac{3 \times 17}{3 \times 23} = \dfrac{17}{23}$	$51 \times 115 = 5865$
$\dfrac{85}{115} \approx 0,739$ à $0,001$ près.	$\dfrac{85}{115} = \dfrac{5 \times 17}{5 \times 23} = \dfrac{17}{23}$	$69 \times 85 = 5865$

Ainsi $\dfrac{CF}{CG} = \dfrac{CB}{CA}$. Comme les points C, F et G sont alignés et dans le même ordre que les points alignésC, B et A.
D'après **la réciproque du théorème de Thalès** les droites (FB) et (GA) sont parallèles.

3. Les droites (FG) et (BA) sont sécantes en C. Les droites (FB) et (GA) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{CF}{CG} = \frac{CB}{CA} = \frac{BF}{GA}$$

$$\frac{51}{69} = \frac{85}{115} = \frac{68\ mm}{GA}$$

Donc $GA = \dfrac{68\ mm \times 69}{51} = \dfrac{4692}{51} = 92\ mm$

4. Nous allons démontrer que le triangle BFC est rectangle.

$FC^2 + FB^2 = 51^2 + 68^2$
$FC^2 + FB^2 = 2601 + 4624$
$FC^2 + FB^2 = 7225$

$BC^2 = 85^2$
$BC^2 = 7225$

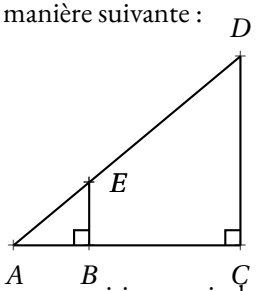
Comme $FC^2 + FB^2 = BC^2$ d'après **la réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle FBC est rectangle en F.
Les droites (FC) et (FB) sont donc perpendiculaires.

5. On sait que $(DE)//(FB)$ et aussi que $(FB) \perp (FE)$
Or **si deux droites sont parallèles alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.**

Ainsi $(DE) \perp (CE)$ et le triangle CED est rectangle en E.

Exercice 2

On peut modéliser la situation de la manière suivante :



Comme la marionnette et l'écran sont en position verticale, on peut raisonnablement dire que $(CD)//(BE)$
Les droites (BC) et (ED) sont sécantes en A.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{BE}{CD}$$

$$\frac{30\ cm}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{24\ cm}{2\ m}$$

Donc $AC = \dfrac{30\ cm \times 2\ m}{24\ cm} = \dfrac{30\ cm \times 200\ cm}{24\ cm} = \dfrac{6000\ cm}{24\ cm} = 250\ cm = 2,5\ m$

Il doit placer l'écran à $2,50\ m$ de la lumière.

Exercice 3

1. $f(4) = 6 \times 4 - 8 = 24 - 8 = 16$
$g(-2) = 10 - 3 \times (-2) = 10 + 6 = 16$

$h(-1) = (-1)^2 + 3 \times (-1) - 28 = 1 - 3 - 28 = -30$

2. Il faut résoudre $f(x) = 5$

$$6x - 8 = 5$$

$$6x - 8 + 8 = 5 + 8$$

$$6x = 13$$

$$x = \frac{13}{6}$$

3.

$$f(x) = g(x)$$

$$6x - 8 = 10 - 3x$$

$$6x - 8 + 8 = 10 - 3x + 8$$

$$6x = 18 - 3x$$

$$6x + 3x = 10 - 3x + 3x$$

$$9x = 10$$

$$x = \frac{10}{9}$$

4. Dans le tableau on lit que -3 et 0 sont des antécédents de -28 par h.

5. Dans le tableau on lit que l'image de 4 par h est 0.

6. Dans la cellule $B4$ il faut écrire $= B4 * B4 + 3 * B4 - 28$ ou $= B4\text{^}2 + 3 * B4 - 28$ ou $= B4^2 + 3 * B4 - 28$

Évaluation de mathématiques

Exercice 1

(6 points)

On pose :

— $f(x) = (x-4)(-6x-2)$;

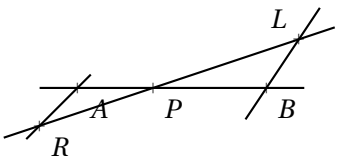
— $g(x) = 8 + 2x(7-3x) + 8x$;

— $h(x) = (x-4)(x+3) + (x-4)(-5-7x)$

Montrer en développant que $f(x) = g(x) = h(x)$

Exercice 2

(4 points)



La figure ci-après n'est pas en vraies grandeurs.
On sait que :

— (AB) et (RL) sont sécantes en P ;

— $LB = 4\ m$, $PR = 5\ m$, $PB = 5\ m$ et $PA = 3\ m$;

— $(AR)//(LB)$

Calculer les valeurs exactes de LP et AR, et le cas échéant, une valeur approchée au millimètre près.

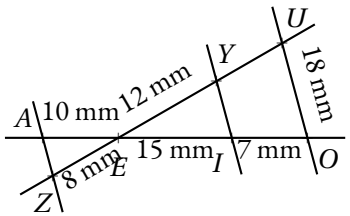
Exercice 3

(6 points)

La figure ci-après n'est pas en vraie grandeur.

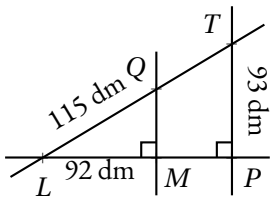
1. On sait que les droites (UY) et (IO) sont sécantes en E et que les droites (YI) et (UO) sont parallèles.
Calculer la valeur exacte de EU et YI puis une valeur approchée au dixième près.

2. Les droites (AZ) et (YI) sont-elles parallèles ?



Exercice 4

(4 points)



Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur on sait que :

— Le triangle LMQ est rectangle en M ;

— Le triangle LPT est rectangle en P ;

— Les droites (QT) et (MP) sont sécantes en L.

1. Calculer QM

2. En admettant que $QM = 69\ dm$, calculer LT et LP.

Évaluation de mathématiques — Correction

Exercice 1

$f(x) = (x-4)(-6x-2)$
$f(x) = -6x^2 - 2x + 24x + 8$

$\boxed{f(x) = -6x^2 + 22x + 8}$

$g(x) = 8 + 2x(7-3x) + 8x$
$g(x) = 8 + 14x - 6x^2 + 8x$

$\boxed{g(x) = -6x^2 + 22x + 8}$

$h(x) = (x-4)(x+3) + (x-4)(-5-7x)$
$h(x) = x^2 + 3x - 4x - 12 - 5x - 7x^2 + 20 + 28x$

$\boxed{h(x) = -6x^2 + 22x + 8}$

Exercice 2

Les droites (LR) et (AB) sont sécantes en P, les droites (AR) et (LB) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{PB}{PA} = \frac{PL}{PR} = \frac{BL}{AR}$$

$$\frac{5\ m}{3\ m} = \frac{PL}{5\ m} = \frac{4\ m}{AR}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$PL = \dfrac{5\ m \times 5\ m}{3\ m}$ d'où $PL = \dfrac{25\ m^2}{3\ m}$ et $PL \approx 8{,}333\ m$

$AR = \dfrac{4\ m \times 3\ m}{5\ m}$ d'où $AR = \dfrac{12\ m^2}{5\ m}$ et $AR = 2{,}4\ m$

$\boxed{PL \approx 8{,}333\ m \text{ et } AR = 2{,}4\ m}$

Exercice 3

1. Les droites (YU) et (IO) sont sécantes en E, les droites (YI) et (UO) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{EY}{EU} = \frac{EI}{EO} = \frac{YI}{UO}$$

$$\frac{12\ mm}{EU} = \frac{15\ mm}{15\ mm + 7\ mm} = \frac{YI}{18\ mm}$$

$$\frac{12\ mm}{EU} = \frac{15\ mm}{22\ mm} = \frac{YI}{18\ mm}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$EU = \dfrac{12\ mm \times 22\ mm}{15\ mm}$ d'où $EU = \dfrac{264\ mm^2}{15\ mm}$ et $EU = 17{,}6\ mm$

$YI = \dfrac{15\ mm \times 18\ mm}{22\ mm}$ d'où $YI = \dfrac{270\ mm^2}{22\ mm}$ et $YI \approx 12{,}3\ mm$

$\boxed{EU = 17{,}6\ mm \text{ et } YI \approx 12{,}3\ mm}$

2. Comparons $\dfrac{EI}{EA}$ et $\dfrac{EY}{EZ}$

$$\frac{EI}{EA} = \frac{15\ mm}{10\ mm} \qquad \frac{EY}{EZ} = \frac{12\ mm}{8\ mm}$$

$$\frac{EI}{EA} = \frac{3}{2} = 1{,}5 \qquad \frac{EY}{EZ} = \frac{3}{2} = 1{,}5$$

Comme $\frac{EY}{EZ} = \frac{EI}{EA}$ et comme les points E, I et A sont alignés et dans le même ordre que les points E, Y et Z, d'après **la réciproque du théorème de Thalès**, les droites (YI) et (AZ) sont parallèles.

$(YI)//(AZ)$

Exercice 4

1. Dans le triangle LMQ rectangle en M,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$ML^2 + MQ^2 = LQ^2$$
$$92^2 + MQ^2 = 115^2$$
$$8\,464 + MQ^2 = 13\,225$$
$$MQ^2 = 13\,225 - 8\,464$$
$$MQ^2 = 4\,761$$
$$MQ = \sqrt{4\,761}$$
$$MQ = 69$$

$MQ = 69\ mm$

2. Les droites (QM) et (TP) sont perpendiculaires à la droite (LP).
Or on sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

Ainsi $(QM)//(TP)$
Les droites (QT) et (MP) sont sécantes en L, les droites (QM) et (TP) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{LQ}{LT} = \frac{LM}{LP} = \frac{QM}{TP}$$

$$\frac{115\ dm}{LT} = \frac{92\ dm}{LP} = \frac{69\ dm}{93\ dm}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$LT = \frac{115\ dm \times 93\ dm}{69\ dm}$ d'où $LT = \frac{10\,695\ dm^2}{69\ dm}$ et $LT = 155\ dm$

$LP = \frac{93\ dm \times 92\ dm}{69\ dm}$ d'où $LP = \frac{8\,556\ dm}{69\ dm}$ et $LP = 124\ dm$

Devoir de mathématiques à rédiger à la maison

L'ensemble de ces exercices est à rédiger sur feuille double, avec le même soin qu'une évaluation en classe. Il va vous demander environ 1h30 de travail. N'attendez pas le dernier moment pour vous y mettre. Il s'agit avant tout d'une préparation à l'évaluation qui aura lieu en fin de semaine précédent les vacances. J'ouvre un fil de discussion sur l'ENT pour que vous puissiez poser vos questions pendant la semaine.

Exercice n° 1 :

Un artisan confiseur souhaite préparer ses boites de bonbons pour Noël. Chacune des boites doit contenir des dragées aux amandes, des dragées au chocolat et des dragées guimauves. La répartition dans chaque boite est identique.
Ce matin, le confiseur vient de préparer 660 dragées aux amandes, 780 dragées au chocolat et 420 dragées guimauves.

1. Faire la liste des diviseurs de 660, 780 et 420.

2. Combien de boites, toutes identiques, pourra-t-il au maximum constituer ?
Combien de dragées de chaque sorte faut-il placer dans une boite ? Expliquer votre démarche.

3. Pour produire l'ensemble de ces dragées, le confiseur à dépensé 430 € en matière première et pour l'ensemble des charges. Sachant que son objectif est de faire un bénéfice égal à 20 % des dépenses, à quel prix doit-il vendre chaque boite ? Expliquer votre démarche.



Exercice n° 2 :

On pose :

— $f(x) = (7x-1)(4x+3) + 10(1-7x)$

— $g(x) = (1-7x)(8-9x) + (5x-1)(1-7x)$

— $h(x) = (1-7x)(7-4x)$

— $k(x) = 28x^2 - 53x + 7$

1. Développer et réduire $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$.

2. Que constatez-vous ?

3. Pour calculer les images de 0, 1 et -2 par la fonction f, quelle expression est la plus pratique ?
Calculer ces images en utilisant l'expression la plus simple de la fonction f.

4. Calculez les images de $\frac{1}{7}$ et $\frac{7}{4}$ par la fonction h.

5. Sans calcul supplémentaire, quels sont les antécédents de 0 par la fonction f ?

Exercice n° 3 :

Résoudre chacune des équations suivantes :

$$3x + 9 = 7x + 4$$

$$4 - 8x = 9 - 5x$$

$$3x + 6 - 7x + 8 = 1 - 2x - 3 + 5x$$

$$5(3x - 7) = 3(6x + 2)$$

Exercice n° 4 :

L'Ultra-Trail du Mont-Blanc ou UTMB est un évènement sportif composé de sept trails (course à pied) dont quatre en ultra-endurance en pleine nature et de très longue durée, qui traverse trois pays (France / Italie / Suisse), trois grandes régions alpines (Auvergne-Rhône-Alpes / la Vallée d'Aoste / le Valais) et dix-huit communes françaises, italiennes et suisses du pays du Mont-Blanc. Il emprunte principalement le sentier de grande randonnée Tour du Mont-Blanc.
La course principale a lieu sur un parcours de 171 km pour un dénivelé positif de 10 000 m.

1. Le 27 août 2022, l'espagnol Kilian Jornet a terminé l'épreuve en 19 h 49 min 30 s.

Calculez sa vitesse moyenne en kilomètre heure. Arrondir au millième près.

2. Le record du monde de Marathon, 42,195 km, a été réalisé le 25 septembre 2022 par le Kényan Eliud Kipchoge avec un temps de 2 h 14 min 4 s.

Calculez sa vitesse moyenne en kilomètre heure. Arrondir au millième près.

3. Usain Bolt a couru le 100 m en 9,58 s le 16 août 2009.

Calculer sa vitesse moyenne en kilomètre heure. Arrondir au millième près.

4. Si Usain Bold courrait l'UTMB à la même vitesse que son record du monde (ce qui me semble humainement impossible), quel serait son temps ?



Exercice n° 5 :

1. Construire avec précision sur votre copie la figure suivante :

- Tracer un triangle KUG rectangle en G tel que $KU = 8\ cm$ et $GU = 4,8\ cm$;
- Placer sur la droite (KG), le point R vérifiant les deux conditions suivantes :
  - $KR = 5,2\ cm$;
  - K n'appartient pas à $[KG]$.
- Tracer la droite perpendiculaire à la droite (KR) passant par R. Cette droite coupe la droite (KU) en S.

2. Expliquez pour quelle raison les droites (GU) et (RS) sont parallèles.

3. Calculer KG.

4. Calculer RS et SK.

Devoir de mathématiques à rédiger à la maison — CORRECTION

Exercice n° 1 : Arithmétique

CORRECTION

Arithmétique

1. Pour faire la liste compléte des diviseurs d'un nombre entier, il souvent pratique de disposer de la décomposition en facteurs premiers :

660	2
330	2
165	3
55	5
11	11
1	

780	2
390	2
195	3
65	5
13	13
1	

420	2
210	2
105	3
35	5
7	7
1	

$660 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 11$

$780 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 13$

$420 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7$

Voici la liste des diviseurs de chacun de ces nombres :
660 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 10 ; 11; 12 ; 15 ; 20 ; 22 ; 30 ; 33 ; 44 ; 55 ; 60 ; 66 ; 110 ; 132 ; 165 ; 220 ; 330 ; 660
780 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 10 ; 12 ; 13 ; 15 ; 20 ; 26 ; 30 ; 39 ; 52 ; 60 ; 65 ; 78 ; 130 ; 156 ; 195 ; 260 ; 390 ; 780
420 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 10 ; 12 ; 14 ; 15 ; 28 ;20 ; 21 ; 30 ; 35 ; 42 ; 60 ; 70 ; 84 ; 105 ; 140 ; 210 ; 420

2. On constate que les diviseurs communs de 660, 780 et 420 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 10 ; 12 ; 15 ; 20 ; 30 ; 60.
Le plus grand diviseur commun au trois nombres est 60.

Comme $660 = 11 \times 60$, $780 = 13 \times 60$ et $420 = 7 \times 60$,

Il va pouvoir constituer 60 boites constituées de 11 dragées aux amandes, 13 dragées au chocolat et 6 dragées guimauve.

3. Il faut ajouter 20 % au montant de ses dépenses.

$\frac{20}{100} \times 430 € = 0,20 \times 430 € = 86 €$.
Il veut donc réaliser un bénéfice de 86 € . Il lui faut un chiffre d'affaire de $430 € + 86 € = 516 €$.
Il a vendre 60 boites. Comme $516 € \div 60 = 8,60 €$.

Il doit vendre chaque boite $8,60 €$.

Exercice n° 2 : Fonctions, développement...

CORRECTION

Calcul littéral

1.
$f(x) = (7x-1)(4x+3) + 10(1-7x)$
$f(x) = 28x^2 + 21x - 4x - 3 + 10 - 70x$

$f(x) = 28x^2 - 53x + 7$

$g(x) = (1-7x)(8-9x) + (5x-1)(1-7x)$
$g(x) = 8 - 9x - 56x + 63x^2 + 5x - 35x^2 - 1 + 7x$

$g(x) = 28x^2 - 53x + 7$

$h(x) = (1-7x)(7-4x)$
$h(x) = 7 - 4x - 49x + 28x^2$

$h(x) = 28x^2 - 53x + 7$

2. On constate que pour tout x, $f(x) = g(x) = h(x) = k(x)$

3. L'expression la plus pratique est la forme développée et réduite $k(x)$.
$k(0) = 28 \times 0^2 - 53 \times 0 + 7$ donc $k(0) = 0$

$k(1) = 28 \times 1^2 - 53 \times 1 + 7 = 28 - 53 + 7$ donc $k(1) = -18$

$k(-2) = 28 \times (-2)^2 - 53 \times (-2) + 7 = 28 \times 4 + 106 + 7 = 112 + 113$ donc $k(-2) = 225$

4.
$$h\left(\frac{1}{7}\right) = \left(1 - 7 \times \frac{1}{7}\right)\left(7 - 4 \times \frac{1}{7}\right)$$
$$h\left(\frac{1}{7}\right) = (1-1)\left(7 - 4 \times \frac{1}{7}\right)$$
$$h\left(\frac{1}{7}\right) = 0 \times \left(7 - 4 \times \frac{1}{7}\right)$$
$$h\left(\frac{1}{7}\right) = 0$$

$$h\left(\frac{7}{4}\right) = \left(1 - 7 \times \frac{7}{4}\right)\left(7 - 4 \times \frac{7}{4}\right)$$
$$h\left(\frac{7}{4}\right) = \left(1 - \frac{49}{4})\right)(7-7)$$
$$h\left(\frac{7}{4}\right) = \left(1 - \frac{49}{4})\right) \times 0$$
$$h\left(\frac{7}{4}\right) = 0$$

5. Comme on le voit dans la question précédente, les nombres $\frac{1}{7}$ et $\frac{4}{7}$ sont deux antécédents de 0 par la fonction h.
Nous démontrerons plus tard cette année que ce sont les seuls.

Exercice n° 3 : Équations CORRECTION

Équations

$$3x + 9 = 7x + 4$$
$$3x + 9 - 9 = 7x + 4 - 9$$
$$3x = 7x - 5$$
$$3x - 7x = 7x - 5 - 7x$$
$$-4x = -5$$
$$x = \frac{-5}{-4}$$
$$x = \frac{5}{4}$$
$$x = 1{,}25$$

$$4 - 8x = 9 - 5x$$
$$4 - 8x - 4 = 9 - 5x - 4$$
$$-8x = 5 - 5x$$
$$-8x + 5x = 5 - 5x + 5x$$
$$-3x = 5$$
$$x = \frac{5}{-3}$$
$$x = -\frac{5}{3}$$

$$3x + 6 - 7x + 8 = 1 - 2x - 3 + 5x$$
$$-4x + 14 = 3x - 2$$
$$-4x + 14 - 14 = 3x - 2 - 14$$
$$-4x = 3x - 16$$
$$-4x - 3x = 3x - 16 - 3x$$
$$-7x = 16$$
$$x = \frac{16}{-7}$$
$$x = -\frac{16}{7}$$

$$5(3x - 7) = 3(6x + 2)$$
$$15x - 35 = 18x + 6$$
$$15x - 35 + 35 = 18x + 6 + 35$$
$$15x = 18x + 41$$
$$15x - 18x = 18x + 41 - 18x$$
$$-3x = 41$$
$$x = \frac{41}{-3}$$
$$x = -\frac{41}{3}$$

Exercice n° 4 : Vitesse CORRECTION

Vitesse

La course principale a lieu sur un parcours de 171 km pour un dénivelé positif de 10 000 m.

1. On sait que la distance et le temps sont deux grandeurs proportionnelles :

Distance	171 km	$\frac{171\ km \times 3600\ s}{71370\ s} \approx 8,625\ km$
Temps	$19\ h\ 49\ min\ 30\ s = 19 \times 3600\ s + 49 \times 60\ s + 30\ s = 71370\ s$	$1\ h\ = 60\ min = 3600\ s$

Il a courru à la vitesse moyenne de 8,625 km/h

2. On sait que la distance et le temps sont deux grandeurs proportionnelles :

Distance	42,195 km	$\frac{42,195\ km \times 3600\ s}{8044\ s} \approx 18,884\ km$
Temps	$2\ h\ 14\ min\ 4\ s = 2 \times 3600\ s + 14 \times 60\ s + 4\ s = 8044\ s$	$1\ h\ = 60\ min = 3600\ s$

Il a courru à la vitesse moyenne de 18,884 km/h

3. On sait que la distance et le temps sont deux grandeurs proportionnelles :

Distance	$100\ km = 0,1\ km$	$\frac{0,1\ km \times 3600\ s}{9,58\ s} \approx 37,578\ km$
Temps	9,58 s	$1\ h\ = 60\ min = 3600\ s$

Il a courru à la vitesse moyenne de 37,578 km/h

4. On sait que la distance et le temps sont deux grandeurs proportionnelles :

Distance	171 km	$100\ m = 0,1\ km$
Temps	$\frac{171\ km \times 9,58\ s}{0,1\ km} = 16381,8\ s$	9,58 s

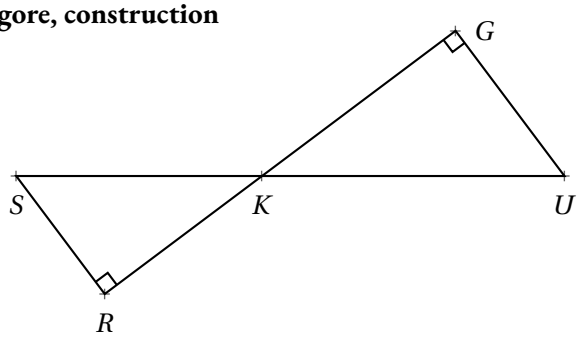
Or $16381\ s = 273 \times 60\ s + 1\ s$ et $273\ min = 4 \times 6 + 33\ min$.

Usain Bolt mettrait environ $4\ h\ 33\ min\ 1\ s$ pour effectuer l'UTMB... ce qui est impossible!

Exercice n° 5 : Thalès papillon et Pythagore, construction Correction

Thalès et Pythagore

1.



2. Les droites (GU) et (RS) sont l'une et l'autre perpendiculaire à la droite (GR).
On sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

Les droites (GU) et (RS) sont parallèles.

3.
Dans le triangle KUG rectangle en G,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$GK^2 + GU^2 = KU^2$$
$$GK^2 + 4,8^2 = 8^2$$
$$GK^2 + 23,04 = 64$$
$$GK^2 = 64 - 23,04$$
$$GK^2 = 40,96$$
$$GK = \sqrt{40,96}$$
$$GK = 6,4$$

$GK = 6,4\ cm$

4.
Les droites (GR) et (SU) sont sécantes en K, les droites (GU) et (SR) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{KG}{KR} = \frac{KU}{KS} = \frac{GU}{RS}$$
$$\frac{6,4\ cm}{5,2\ cm} = \frac{8\ cm}{KS} = \frac{4,8\ cm}{RS}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$KS = \dfrac{8\ cm \times 5,2\ cm}{6,4\ cm}$ d'où $KS = \dfrac{41,6\ cm^2}{6,4\ cm}$ et $KS = 6,5\ cm$
$RS = \dfrac{4,8\ cm \times 5,2\ cm}{6,4\ cm}$ d'où $RS = \dfrac{24,96\ cm^2}{6,4\ cm}$ et $RS = 3,9\ cm$

Contrôle de mathématiques

Exercice n° 1 :

6 points

On pose :

- $f(x) = 9x + 7x(3x - 1) - 9 + 5(3x + 1) - 6x^2$;
- $g(x) = 8x + 2x(7 - 3x) - 13 + 6x^2$;
- $h(x) = (5x - 1)(3x + 4)$;
- $k(x) = 15x^2 + 17x - 4$;
- $l(x) = 22x - 13$.

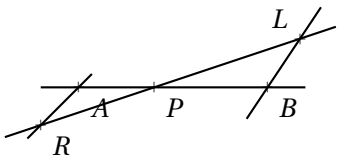
1. Développer et réduire $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$.

2. Calculer les images de 0 et -1 par la fonction k.

3. Calculer l'antécédent de -22 par la fonction l.

Exercice n° 2 :

4 points



La figure ci-après n'est pas en vraies grandeurs.
On sait que :

- (AB) et (RL) sont sécantes en P ;
- $LB = 4\ m$, $PR = 5\ m$, $PB = 5\ m$ et $PA = 3\ m$;
- $(AR)//(LB)$

Calculer les valeurs exactes de LP et AR, et le cas échéant, une valeur approchée au millimètre près.

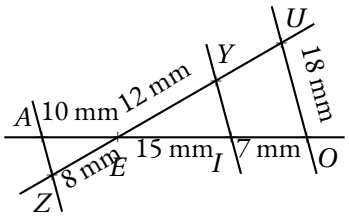
Exercice n° 3 :

6 points

La figure ci-après n'est pas en vraie grandeur.

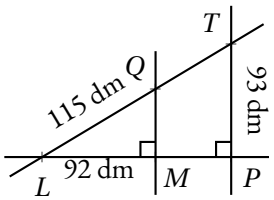
1. On sait que les droites (UY) et (IO) sont sécantes en E et que les droites (YI) et (UO) sont parallèles.
Calculer la valeur exacte de EU et YI puis une valeur approchée au dixième près.

2. Les droites (AZ) et (YI) sont-elles parallèles ?



Exercice n° 4 :

4 points



Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur on sait que :

- Le triangle LMQ est rectangle en M ;
- Le triangle LPT est rectangle en P ;
- Les droites (QT) et (MP) sont sécantes en L.

1. Calculer QM

2. En admettant que $QM = 69\ dm$, calculer LT et LP.

Contrôle de mathématiques — **Correction**

Exercice n° 1 : Fonctions, développement... Correction

Calcul littéral

1.

$f(x) = 9x + 7x(3x-1) - 9 + 5(3x+1) - 6x^2$

$f(x) = 9x + 21x^2 - 7x - 9 + 15x + 5 - 6x^2$

$\boxed{f(x) = 15x^2 + 17x - 4}$

$g(x) = 8x + 2x(7-3x) - 13 + 6x^2$

$g(x) = 8x + 14x - 6x^2 - 13 + 6x^2$

$\boxed{g(x) = 22x - 13}$

$h(x) = (5x-1)(3x+4)$

$h(x) = 15x^2 + 20x - 3x - 4$

$\boxed{h(x) = 15x^2 + 17x - 4}$

2. $k(0) = 15 \times 0^2 + 17 \times 0 - 4 = \boxed{-4}$

$k(-1) = 15 \times (-1)^2 + 17 \times (-1) - 4 = 15 \times 1 - 17 - 4 = 15 - 21 = \boxed{-6}$

3. Il faut résoudre l'équation suivante :

$$\begin{aligned} l(x) &= -22 \\ 22x - 13 &= -22 \\ 22x - 13 {\color{red}+13} &= -22 {\color{red}+13} \\ 22x &= -9 \\ x &= -\frac{9}{22} \end{aligned}$$

$\boxed{-\frac{9}{22} \text{ est l'antécédent de } -22 \text{ par la fonction } l.}$

Exercice n° 2 : Thalès papillon Correction

Thalès

Les droites (LR) et (AB) sont sécantes en P, les droites (AR) et (LB) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{PB}{PA} = \frac{PL}{PR} = \frac{BL}{AR}$$

$$\frac{5\ m}{3\ m} = \frac{PL}{5\ m} = \frac{4\ m}{AR}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$PL = \dfrac{5\ m \times 5\ m}{3\ m}$ d'où $PL = \dfrac{25\ m^2}{3\ m}$ et $PL \approx 8{,}333\ m$

$AR = \dfrac{4\ m \times 3\ m}{5\ m}$ d'où $AR = \dfrac{12\ m^2}{5\ m}$ et $AR = 2{,}4\ m$

$PL \approx 8,333\ m$ et $AR = 2,4\ m$

Exercice n° 3 : Thalès triangle et papillon CORRECTION

Thalès

Exercice 3

1. Les droites (YU) et (IO) sont sécantes en E, les droites (YI) et (UO) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{EY}{EU} = \frac{EI}{EO} = \frac{YI}{UO}$$

$$\frac{12\ mm}{EU} = \frac{15\ mm}{15\ mm + 7\ mm} = \frac{YI}{18\ mm}$$

$$\frac{12\ mm}{EU} = \frac{15\ mm}{22\ mm} = \frac{YI}{18\ mm}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$EU = \dfrac{12\ mm \times 22\ mm}{15\ mm}$ d'où $EU = \dfrac{264\ mm^2}{15\ mm}$ et $EU = 17,6\ mm$

$YI = \dfrac{15\ mm \times 18\ mm}{22\ mm}$ d'où $YI = \dfrac{270\ mm^2}{22\ mm}$ et $YI \approx 12,3\ mm$

$EU = 17,6\ mm$ et $YI \approx 12,3\ mm$

2. Comparons $\dfrac{EI}{EA}$ et $\dfrac{EY}{EZ}$

$$\frac{EI}{EA} = \frac{15\ mm}{10\ mm} \qquad \frac{EY}{EZ} = \frac{12\ mm}{8\ mm}$$

$$\frac{EI}{EA} = \frac{3}{2} = 1,5 \qquad \frac{EY}{EZ} = \frac{3}{2} = 1,5$$

Comme $\dfrac{EY}{EZ} = \dfrac{EI}{EA}$ et comme les points E, I et A sont alignés et dans le même ordre que les points E, Y et Z, d'après **la réciproque du théorème de Thalès**, les droites (YI) et (AZ) sont parallèles.

$(YI)//(AZ)$

Exercice n° 4 : Thalès triangle et Pythagore CORRECTION

Thalès et Pythagore

1. Dans le triangle LMQ rectangle en M,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$ML^2 + MQ^2 = LQ^2$$

$$92^2 + MQ^2 = 115^2$$

$$8464 + MQ^2 = 13225$$

$$MQ^2 = 13225 - 8464$$

$$MQ^2 = 4761$$

$$MQ = \sqrt{4\,761}$$

$$MQ = 69$$

$\boxed{MQ = 69\ mm}$

2. Les droites (QM) et (TP) sont perpendiculaires à la droite (LP).
Or on sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

Ainsi $(QM)//(TP)$
Les droites (QT) et (MP) sont sécantes en L, les droites (QM) et (TP) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{LQ}{LT} = \frac{LM}{LP} = \frac{QM}{TP}$$

$$\frac{115\ dm}{LT} = \frac{92\ dm}{LP} = \frac{69\ dm}{93\ dm}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$LT = \dfrac{115\ dm \times 93\ dm}{69\ dm}$ d'où $LT = \dfrac{10\,695\ dm^2}{69\ dm}$ et $LT = 155\ dm$

$LP = \dfrac{93\ dm \times 92\ dm}{69\ dm}$ d'où $LP = \dfrac{8\,556\ dm}{69\ dm}$ et $LP = 124\ dm$

Contrôle de mathématiques

Exercice n° 1 :

6 points

On pose :

- $f(x) = 9x + 7x(3x - 1) - 9 + 5(3x + 1) - 6x^2$;
- $g(x) = 8x + 2x(7 - 3x) - 13 + 6x^2$;
- $h(x) = (5x - 1)(3x + 4)$;
- $k(x) = 15x^2 + 17x - 4$;
- $l(x) = 22x - 13$.

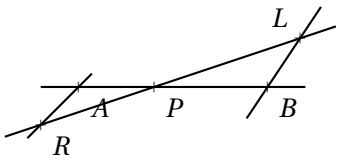
1. Développer et réduire $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$.

2. Calculer les images de 0 et -1 par la fonction k.

3. Calculer l'antécédent de -22 par la fonction l.

Exercice n° 2 :

4 points



La figure ci-après n'est pas en vraies grandeurs.
On sait que :

- (AB) et (RL) sont sécantes en P ;
- $LB = 4\ m$, $PR = 5\ m$, $PB = 5\ m$ et $PA = 3\ m$;
- $(AR)//(LB)$

Calculer les valeurs exactes de LP et AR, et le cas échéant, une valeur approchée au millimètre près.

Exercice n° 3 :

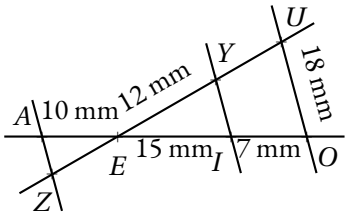
6 points

Sur la figure ci-après qui n'est pas en vraie grandeur on sait que :

- $(UY)//(IO)$
- $(AZ)//(UO)$
- Les points Z, E, Y et U sont alignés ;
- Les points A, E, I et O) sont alignés ;

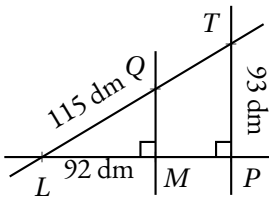
1. Calculer la valeur exacte de EU et YI puis une valeur approchée au dixième près.

2. Calculer la valeur exacte de AZ et ZE puis une valeur approchée au dixième près



Exercice n° 4 :

4 points



Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur on sait que :

- Le triangle LMQ est rectangle en M ;
- Le triangle LPT est rectangle en P ;
- Les droites (QT) et (MP) sont sécantes en L.

1. Calculer QM

2. En admettant que $QM = 69\ dm$, calculer LT et LP.

Contrôle de mathématiques — **Correction**

Exercice n° 1 : Fonctions, développement... Correction

Calcul littéral

1.

$f(x) = 9x + 7x(3x-1) - 9 + 5(3x+1) - 6x^2$

$f(x) = 9x + 21x^2 - 7x - 9 + 15x + 5 - 6x^2$

$\boxed{f(x) = 15x^2 + 17x - 4}$

$g(x) = 8x + 2x(7-3x) - 13 + 6x^2$

$g(x) = 8x + 14x - 6x^2 - 13 + 6x^2$

$\boxed{g(x) = 22x - 13}$

$h(x) = (5x-1)(3x+4)$

$h(x) = 15x^2 + 20x - 3x - 4$

$\boxed{h(x) = 15x^2 + 17x - 4}$

2. $k(0) = 15 \times 0^2 + 17 \times 0 - 4 = \boxed{-4}$

$k(-1) = 15 \times (-1)^2 + 17 \times (-1) - 4 = 15 \times 1 - 17 - 4 = 15 - 21 = \boxed{-6}$

3. Il faut résoudre l'équation suivante :

$$\begin{aligned} l(x) &= -22 \\ 22x - 13 &= -22 \\ 22x - 13 {\color{red}+13} &= -22 {\color{red}+13} \\ 22x &= -9 \\ x &= -\frac{9}{22} \end{aligned}$$

$\boxed{-\frac{9}{22} \text{ est l'antécédent de } -22 \text{ par la fonction } l.}$

Exercice n° 2 : Thalès papillon Correction

Thalès

Les droites (LR) et (AB) sont sécantes en P, les droites (AR) et (LB) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{PB}{PA} = \frac{PL}{PR} = \frac{BL}{AR}$$

$$\frac{5\ m}{3\ m} = \frac{PL}{5\ m} = \frac{4\ m}{AR}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$PL = \dfrac{5\ m \times 5\ m}{3\ m}$ d'où $PL = \dfrac{25\ m^2}{3\ m}$ et $PL \approx 8{,}333\ m$

$AR = \dfrac{4\ m \times 3\ m}{5\ m}$ d'où $AR = \dfrac{12\ m^2}{5\ m}$ et $AR = 2{,}4\ m$

$PL \approx 8,333\ m$ et $AR = 2,4\ m$

Exercice n° 3 : Thalès triangle et papillon CORRECTION

Thalès

Exercice 3

1. Les droites (YU) et (IO) sont sécantes en E, les droites (YI) et (UO) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{EY}{EU} = \frac{EI}{EO} = \frac{YI}{UO}$$

$$\frac{12\ mm}{EU} = \frac{15\ mm}{15\ mm + 7\ mm} = \frac{YI}{18\ mm}$$

$$\frac{12\ mm}{EU} = \frac{15\ mm}{22\ mm} = \frac{YI}{18\ mm}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$EU = \dfrac{12\ mm \times 22\ mm}{15\ mm}$ d'où $EU = \dfrac{264\ mm^2}{15\ mm}$ et $EU = 17,6\ mm$

$YI = \dfrac{15\ mm \times 18\ mm}{22\ mm}$ d'où $YI = \dfrac{270\ mm^2}{22\ mm}$ et $YI \approx 12,3\ mm$

$EU = 17,6\ mm$ et $YI \approx 12,3\ mm$

2. Les droites (AO) et (ZU) sont sécantes en E, les droites (AZ) et (UO) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{EA}{EO} = \frac{EZ}{EU} = \frac{AZ}{UO}$$

$$\frac{10\ mm}{22\ mm} = \frac{EZ}{17,6\ mm} = \frac{AZ}{18\ mm}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$EZ = \dfrac{17,6\ mm \times 10\ mm}{22\ mm}$ d'où $EZ = \dfrac{176\ mm^2}{22\ mm}$ et $EZ = 8\ mm$

$AZ = \dfrac{18\ mm \times 10\ mm}{22\ cm}$ d'où $AZ = \dfrac{180\ mm^2}{22\ cm}$ et $AZ \approx 8,2\ mm$

Exercice n° 4 : Thalès triangle et Pythagore CORRECTION

Thalès et Pythagore

1. Dans le triangle LMQ rectangle en M,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$ML^2 + MQ^2 = LQ^2$$

$$92^2 + MQ^2 = 115^2$$

$$8464 + MQ^2 = 13225$$

$$MQ^2 = 13225 - 8464$$

$$MQ^2 = 4761$$

$$MQ = \sqrt{4761}$$

$MQ = 69$

$\boxed{MQ = 69\ mm}$

2. Les droites (QM) et (TP) sont perpendiculaires à la droite (LP).
Or on sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

Ainsi $(QM)//(TP)$
Les droites (QT) et (MP) sont sécantes en L, les droites (QM) et (TP) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{LQ}{LT} = \frac{LM}{LP} = \frac{QM}{TP}$$

$$\frac{115\ dm}{LT} = \frac{92\ dm}{LP} = \frac{69\ dm}{93\ dm}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$LT = \dfrac{115\ dm \times 93\ dm}{69\ dm}$ d'où $LT = \dfrac{10695\ dm^2}{69\ dm}$ et $LT = 155\ dm$

$LP = \dfrac{93\ dm \times 92\ dm}{69\ dm}$ d'où $LP = \dfrac{8556\ dm}{69\ dm}$ et $LP = 124\ dm$

Contrôle de mathématiques

Exercice n° 1 :

5 points

Un chocolatier vient de préparer 630 poissons et 1 155 cloches de Pâques. Il souhaite préparer des sachets mélangés **tous identiques**, chaque sachet contenant la même quantité de poissons et la même quantité de cloches en chocolat. Après la répartition dans des sachets, **il ne doit rester aucun chocolat !**

1.a. Peut-il constituer des sachets contenant 7 poissons et 11 cloches de Pâques ?
1.b. Peut-il constituer 35 sachets ?
2. Décomposer 630 et 1 155 en produit de facteurs premiers.
3. Déterminer la liste des diviseurs communs à 630 et 1 155.
4. Combien de sachets au maximum ce chocolatier pourra-t-il préparer ?
Combien chacun de ces sachets contiendra de cloches et de poissons de Pâques ?

Exercice n° 2 :

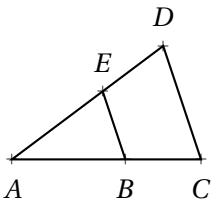
5 points

On note $f(x) = (3x-1)(2x+3) + (5x-1)(3x-1)$ et $g(x) = 5x(2x-1) - 10x^2 + 3$

1. Développer et réduire $f(x)$.
2. Développer et réduire $g(x)$.
3. Démontrer que $f(x) = (3x-1)(7x+2)$.
4. En utilisant l'expression de la question **3.** calculer les images de -1 et 5 par la fonction f.
5. On peut prouver que $g(x) = -5x + 3$. Calculer l'antécédent de 11 par la fonction g.

Exercice n° 3 :

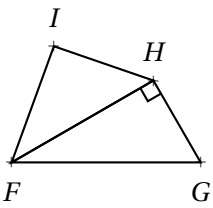
6 points



Sur la figure ci-dessus on sait que :

- $B \in [AC]$ et $E \in [AD]$ et $(BE)//(CD)$;
- $CD = 125\,\text{mm}$, $EB = 75\,\text{mm}$;
- $AD = 165\,\text{mm}$, $AB = 87\,\text{mm}$.

1. Calculer la valeur exacte des longueurs AE et AC.



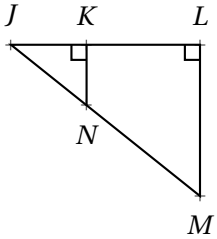
Sur la figure ci-dessus on sait que :

- FHG est rectangle en H ;
- $FG = 97\,\text{m}$, $HG = 72\,\text{m}$, $IH = 36\,\text{m}$, $IF = 54\,\text{m}$.

2. Le triangle FIH est-il rectangle ?

Exercice n° 4 :

4 points



Sur la figure ci-contre on sait que :

- JKN est rectangle en K et JLM est rectangle en L ;
- $K \in [JL]$ et $N \in [JM]$;
- $JN = 70\,\text{cm}$, $KN = 56\,\text{cm}$ et $LM = 136\,\text{cm}$.

1. Calculer la valeur exacte de JK.
2. Démontrer que $(KN)//(LM)$.
3. Calculer JL et JM puis KL et NM.

Contrôle de mathématiques — **Correction**

Exercice n° 1 : Les chocolats

Correction

Arithmétique

1.a. On effectue les divisions euclidiennes de 630 et 1 155 par 7 et 11.
$630 = 7 \times 90$ et $1\,155 = 11 \times 105$

Ce n'est pas possible car les quotients ne sont pas égaux (90 et 105).

1.b. On effectue les divisions euclidiennes de 630 et 1 155 par 35.
$630 = 35 \times 18$ et $1\,155 = 35 \times 33$.

Il peut préparer 35 sachets contenant chacun 18 poissons et 33 cloches de Pâques.

2. Décomposer 630 et 1 155 en produit de facteurs premiers.

630	2
315	3
105	3
35	5
7	7
1	

1 155	3
385	5
77	7
11	11
1	

$630 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$ donc $630 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

$1\,155 = 3 \times 5 \times 7 \times 11$

3. Déterminer la liste des diviseurs communs à 630 et 1 155.
On constate en examinant les produits de facteurs premiers que les facteurs 3, 5 et 7 sont communs aux deux nombres. Les diviseurs communs à ces deux nombres sont donc tous les produits que l'on peut construire à partir des ces nombres :

$1 = 3^0 \times 5^0 \times 7^0$
$3 = 3^1 \times 5^0 \times 7^0$
$5 = 3^0 \times 5^1 \times 7^0$
$7 = 3^0 \times 5^0 \times 7^1$
$15 = 3^1 \times 5^1 \times 7^0$
$21 = 3^1 \times 5^0 \times 7^1$
$35 = 3^0 \times 5^1 \times 7^1$
$105 = 3^1 \times 5^1 \times 7^1$.

La liste des diviseurs communs à 630 et 1 155 sont : 1, 3, 5, 7, 15, 21, 35 et 105.

4. Combien de sachets au maximum ce chocolatier pourra-t-il préparer ?
Combien chacun de ces sachets contiendra de cloches et de poissons de Pâques ?

Il pourra faire au maximum 105 sachets et comme $630 = 105 \times 6$ et $1\,155 = 105 \times 11$,

Il pourra faire 105 sachets au maximum contenant chacun 6 poissons et 11 cloches de Pâques.

Exercice n° 2 : Fonctions et calcul littéral

Correction

Fonction et calcul littéral

On note $f(x) = (3x-1)(2x+3) + (5x-1)(3x-1)$ et $g(x) = 5x(2x-1) - 10x^2 + 3$

1. Développer et réduire $f(x)$.

$f(x) = (3x-1)(2x+3) + (5x-1)(3x-1)$
$f(x) = (6x^2 + 9x - 2x - 3) + (15x^2 - 5x - 3x + 1)$

$f(x) = 21x^2 - x - 2$

2. Développer et réduire $g(x)$.

$g(x) = 5x(2x-1) - 10x^2 + 3$
$g(x) = 10x^2 - 5x - 10x^2 + 3$

$g(x) = -5x + 3$

3. Démontrer que $f(x) = (3x-1)(7x+2)$.

$(3x-1)(7x+2) = 21x^2 + 6x - 7x - 2$
$(3x-1)(7x+2) = 21x^2 - x - 2.$

On constate bien que $f(x) = (3x-1)(7x+2)$.

4. En utilisant l'expression de la question **3.** calculer les images de -1 et 5 par la fonction f.

$f(-1) = (3 \times (-1) - 1)(7 \times (-1) + 2) = (-3-1)(-7+2) = (-4) \times 5 =$ -20

$f(5) = (3 \times 5 - 1)(7 \times 5 + 2) = (15-1)(35+2) = 14 \times 37 =$ 518

5. On peut prouver que $g(x) = -5x + 3$. Calculer l'antécédent de 11 par la fonction g.

Il faut résoudre :

$$\begin{aligned} -5x + 3 &= 11 \\ -5x + 3 - 3 &= 11 - 3 \\ -5x &= 14 \\ x &= -\frac{14}{5} \\ x &= -2,8 \end{aligned}$$

$-2,8$ est l'antécédent de 11 par la fonction g.

Exercice n° 3 : Thales et Pythagore

Correction

Pythagore et Thalès

1. Dans le triangle ADC, les droites (BE) et (DC) sont parallèles.

D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{BE}{CD}$$

$$\frac{87\,\text{mm}}{AC} = \frac{AE}{165\,\text{mm}} = \frac{75\,\text{mm}}{125\,\text{mm}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$AC = \dfrac{87\,\text{mm} \times 125\,\text{mm}}{75\,\text{mm}}$ d'où $AC = \dfrac{10875\,\text{mm}^2}{75\,\text{mm}}$ et $AC = 145\,\text{mm}$

$AE = \dfrac{165\,\text{mm} \times 75\,\text{mm}}{125\,\text{mm}}$ d'où $AE = \dfrac{12375\,\text{mm}^2}{125\,\text{mm}}$ et $AE = 99\,\text{mm}$

$AC = 145\,\text{mm}$ et $AE = 99\,\text{mm}$.

2.

Dans le triangle FHG rectangle en H,

D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$HF^2 + HG^2 = FG^2$$

$$HF^2 + 72^2 = 97^2$$

$$HF^2 + 5\,184 = 9\,409$$

$$HF^2 = 9\,409 - 5\,184$$

$$HF^2 = 4\,225$$

$$HF = \sqrt{4\,225}$$

$$HF = 65$$

Comparons $IF^2 + IH^2$ et HF^2 :

$IF^2 + IH^2$	HF^2
$54^2 + 36^2$	65^2
$2\,916 + 1\,296$	
$4\,212$	$4\,225$

Comme

$$IF^2 + IH^2 \neq HF^2$$

, d'après **la contraposée du théorème de Pythagore** le triangle ABC n'est pas rectangle .

Exercice n° 4 : *4 points*

1. Calculer la valeur exacte de JK.

Dans le triangle JKN rectangle en K,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$KJ^2 + KN^2 = JN^2$$
$$KJ^2 + 56^2 = 70^2$$
$$KJ^2 + 3\,136 = 4\,900$$
$$KJ^2 = 4\,900 - 3\,136$$
$$KJ^2 = 1\,764$$
$$KJ = \sqrt{1\,764}$$
$$KJ = 42$$

$KJ = 42\,\text{cm}$

2. Démontrer que $(KN)//(LM)$.

Les droites (KN) et (LM) sont perpendiculaires à la droite (JL) puisque les deux triangles sont rectangles.
Or on sait que **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

Les droites (KN) et (LM) sont donc parallèles.

3. Calculer JL et JM puis KL et NM.

Dans le triangle JLM, les droites (KN) et (LM) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{JK}{JL} = \frac{JN}{JM} = \frac{KN}{LM}$$
$$\frac{42\,\text{cm}}{JL} = \frac{70\,\text{cm}}{JM} = \frac{56\,\text{cm}}{136\,\text{cm}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$JL = \dfrac{42\,\text{cm} \times 136\,\text{cm}}{56\,\text{cm}}$ d'où $JL = \dfrac{5\,712\,\text{cm}^2}{56\,\text{cm}}$ et $JL = 102\,\text{cm}$

$JM = \dfrac{70\,\text{cm} \times 136\,\text{cm}}{56\,\text{cm}}$ d'où $JM = \dfrac{9\,520\,\text{cm}^2}{56\,\text{cm}}$ et $JM = 170\,\text{cm}$

Comme $KL = JL - JK = 102\,\text{cm} - 42\,\text{cm} = 60\,\text{cm}$ et $NM = JM - JN = 170\,\text{cm} - 70\,\text{cm} = 100\,\text{cm}$.

$JL = 102\,\text{cm}$, $JM = 170\,\text{cm}$, $KL = 100\,\text{cm}$ et $NM = 100\,\text{cm}$.

Contrôle de mathématiques

Exercice n° 1 :

6 points

On pose :

— $f(x) = (x-7)(2x+3) - (5x-3)(5-9x)$

— $g(x) = 3x(-1-x) + (5x-7)(2+10x) + 8$

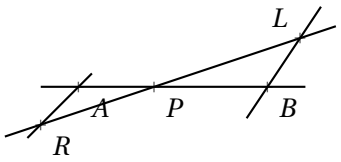
— $h(x) = 47x^2 - 63x - 6$

En développant $f(x)$ et $g(x)$ montrer que :

$$f(x) = g(x) = h(x)$$

Exercice n° 2 :

4 points



La figure ci-après n'est pas en vraies grandeurs.
On sait que :

— (AB) et (RL) sont sécantes en P ;

— $LB = 4\ m$, $PR = 5\ m$, $PB = 5\ m$ et $PA = 3\ m$;

— $(AR)//(LB)$

Calculer les valeurs exactes de LP et AR, et le cas échéant, une valeur approchée au centimètre près.

Exercice n° 3 :

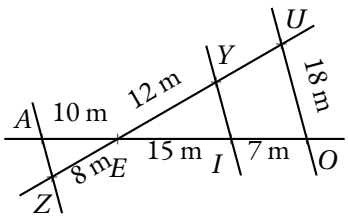
6 points

La figure ci-après n'est pas en vraie grandeur.

On sait que :

— Les droites (UY) et (IO) sont sécantes en E ;

— Les droites (YI) et (UO) sont parallèles.

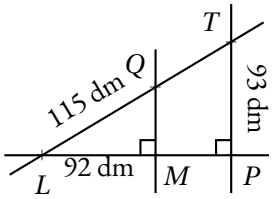


1. Calculer la valeur exacte de EU et YI puis une valeur approchée au centimètre près.

2. Les droites (AZ) et (YI) sont-elles parallèles ?

Exercice n° 4 :

4 points



Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur on sait que :

— Le triangle LMQ est rectangle en M ;

— Le triangle LPT est rectangle en P ;

— Les droites (QT) et (MP) sont sécantes en L.

1. Calculer QM

2. En admettant que $QM = 69\ dm$, calculer LT et LP.

Justifier soigneusement votre démarche.

Contrôle de mathématiques — **Correction**

Exercice n° 1 : Trois fonctions Correction

Calcul littéral

On pose :

- $f(x) = (x-7)(2x+3) - (5x-3)(5-9x)$
- $g(x) = 3x(-1-x) + (5x-7)(2+10x) + 8$
- $h(x) = 47x^2 - 63x - 6$

$f(x) = (x-7)(2x+3) - (5x-3)(5-9x)$
$f(x) = (2x^2 + 3x - 14x - 21) - (25x - 45x^2 - 15 + 27x)$
$f(x) = 2x^2 + 3x - 14x - 21 - 25x + 45x^2 + 15 - 27x$

$\boxed{f(x) = 47x^2 - 63x - 6}$

$g(x) = 3x(-1-x) + (5x-7)(2+10x) + 8$
$g(x) = -3x - 3x^2 + 10x + 50x^2 - 14 - 70x + 8$

$\boxed{g(x) = 47x^2 - 63x - 6}$

On constate que $\boxed{f(x) = g(x) = h(x)}$

Exercice n° 2 : Thalès papillon Correction

Thalès

Les droites (AB) et (RL) sont sécantes en P, les droites (AR) et (LB) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{PA}{PB} = \frac{PR}{PL} = \frac{AR}{BL}$$

$$\frac{3\ m}{5\ m} = \frac{5\ m}{PL} = \frac{AR}{4\ m}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$PL = \dfrac{5\ m \times 5\ m}{3\ m}$ d'où $PL = \dfrac{25\ m^2}{3\ m}$ et $PL\check{a} \approx 8{,}33\ m$
$AR = \dfrac{4\ m \times 3\ m}{5\ m}$ d'où $AR = \dfrac{12\ m^2}{5\ m}$ et $AR \approx 2{,}4\ m$

Exercice n° 3 : Thalès papillon et réciproque Correction

Thalès

1.

Les droites (YU) et (IO) sont sécantes en E, les droites (YI) et (UO) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{EY}{EU} = \frac{EI}{EO} = \frac{YI}{UO}$$

$$\frac{12\ m}{EU} = \frac{15\ m}{22\ m} = \frac{YI}{18\ m}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$EU = \dfrac{12\ m \times 22\ m}{15\ m}$ d'où $EU = \dfrac{264\ m^2}{15\ m}$ et $EU = 17{,}6\ m$

$YI = \dfrac{18\ m \times 15\ m}{22\ m}$ d'où $YI = \dfrac{270\ m}{22\ m}$ et $YU \approx 12{,}27\ m$

2. Comparons $\dfrac{EA}{EI}$ et $\dfrac{EZ}{EY}$.

$\dfrac{EA}{EI} = \dfrac{10\ m}{15\ m} \approx 0{,}67$

$\dfrac{EZ}{EY} = \dfrac{8\ m}{12\ m} \approx 0{,}67$

Comme $\dfrac{10}{15} = \dfrac{5 \times 2}{5 \times 3} = \dfrac{2}{3}$ et $\dfrac{8}{12} = \dfrac{4 \times 2}{4 \times 3} = \dfrac{2}{3}$

Ou encore comme $10 \times 12 = 120$ et $8 \times 15 = 120$

Les quotients $\dfrac{EA}{EI}$ et $\dfrac{EZ}{EY}$ sont égaux, les points A E et I sont alignés et dans le même ordre que les points alignés Z, E et Y, d'après **la réciproque de Thalès** les droites (AZ) et (YI) sont parallèles.

Exercice n° 4 : Thalès et pythagore Correction

DIFFICILE

4 points

Thalès et Pythagore **1.**
Dans le triangle LMQ rectangle en M,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$MQ^2 + ML^2 = QL^2$$
$$MQ^2 + 92^2 = 115^2$$
$$MQ^2 + 8464 = 13225$$
$$MQ^2 = 13225 - 8464$$
$$MQ^2 = 4761$$
$$MQ = 69$$

$\boxed{MQ = 69\ dm}$

2.
On sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**
Comme $(QM) \perp (LP)$ et $(TP) \perp (LP)$, les droites (QM) et (LP) sont parallèles.

Les droites (LP) et (LT) sont sécantes en L, les droites (QM) et (TP) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{LM}{LP} = \frac{LQ}{LT} = \frac{MQ}{PT}$$
$$\frac{92\ dm}{LP} = \frac{115\ dm}{LT} = \frac{69\ dm}{93\ dm}$$

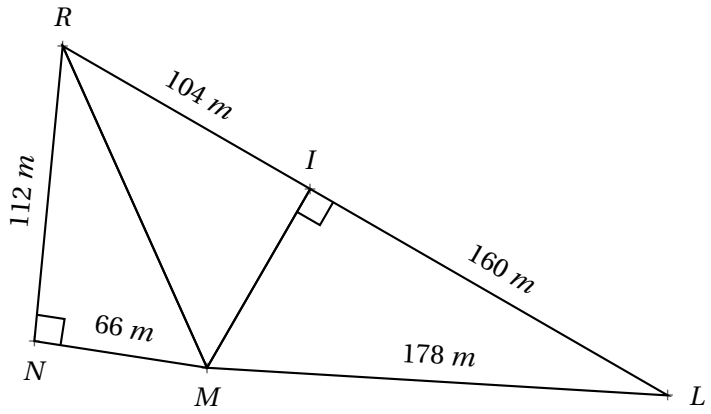
En utilisant la règle de trois on obtient :

$LP = \dfrac{92\ dm \times 93\ dm}{69\ dm}$ d'où $LP = \dfrac{8556\ dm^2}{69\ dm}$ et $LP = 124\ dm$

$LT = \dfrac{115\ dmm \times 93\ dm}{69\ cm}$ d'où $LT = \dfrac{10695\ dm^2}{69\ dm}$ et $LT = 55\ dm$

Interrogation de mathématiques

NOM : PRÉNOM : CLASSE :



La figure ci-dessus n'est pas en vraie grandeur, par exemple les points R, I et L ne sont pas forcément alignés.
Calculer les valeurs exactes de RM et MI puis démontrer que le triangle RIM est rectangle.
Vous rédigerez avec soin les démonstrations nécessaires à cette résolution.

Interrogation de mathématiques — **Correction**

Dans le triangle RNM rectangle en N,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$NR^2 + NM^2 = RM^2$$
$$112^2 + 66^2 = RM^2$$
$$12\,544 + 4356 = RM^2$$
$$RM^2 = 16\,900$$
$$RM = \sqrt{16\,900}$$
$$RM = 130$$

$\boxed{RM = 130\,\text{m}}$

Dans le triangle MIL rectangle en I,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$IM^2 + IL^2 = ML^2$$
$$IM^2 + 160^2 = 178^2$$
$$IM^2 + 25\,600 = 31\,684$$
$$IM^2 = 31\,684 - 25\,600$$
$$IM^2 = 6084$$
$$IM = \sqrt{6084}$$
$$IM = 78$$

$\boxed{IM = 78\,\text{m}}$

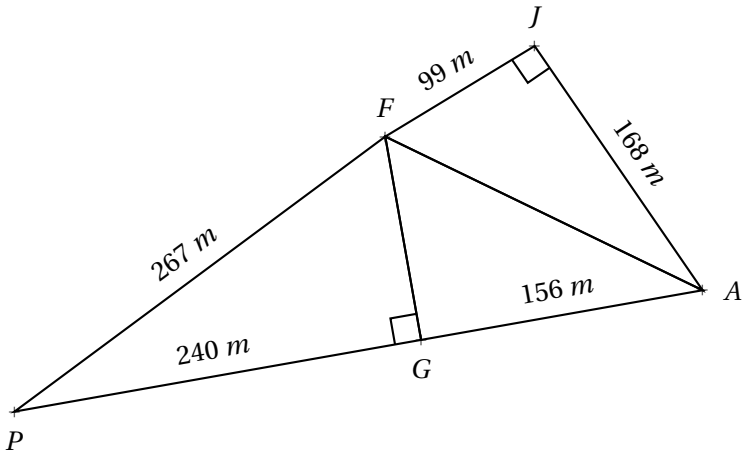
Comparons $IR^2 + IM^2$ et RM^2 :

$IR^2 + IM^2$	RM^2
$104^2 + 78^2$	130^2
$10\,816 + 6084$	
$16\,900$	$16\,900$

Comme $IR^2 + IM^2 = RM^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle } IRM \text{ est rectangle en } I}$.

Interrogation de mathématiques

NOM : PRÉNOM : CLASSE :



La figure ci-dessus n'est pas en vraie grandeur, par exemple les points J, F et P ne sont pas forcément alignés.
Calculer les valeurs exactes de AF et FG puis démontrer que le triangle AGF est rectangle.
Vous rédigerez avec soin les démonstrations nécessaires à cette résolution.

Interrogation de mathématiques — **Correction**

Dans le triangle JFA rectangle en J,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$JF^2 + JA^2 = FA^2$$
$$99^2 + 168^2 = FA^2$$
$$9801 + 28224 = FA^2$$
$$FA^2 = 38025$$
$$FA = \sqrt{38025}$$
$$FA = 195$$

$FA = 195\,\text{m}$

Dans le triangle FPG rectangle en G,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$GP^2 + GF^2 = PF^2$$
$$240^2 + GF^2 = 267^2$$
$$57600 + GF^2 = 71289$$
$$GF^2 = 71289 - 57600$$
$$GF^2 = 13689$$
$$GF = \sqrt{13689}$$
$$GF = 117$$

$GF = 117\,\text{m}$

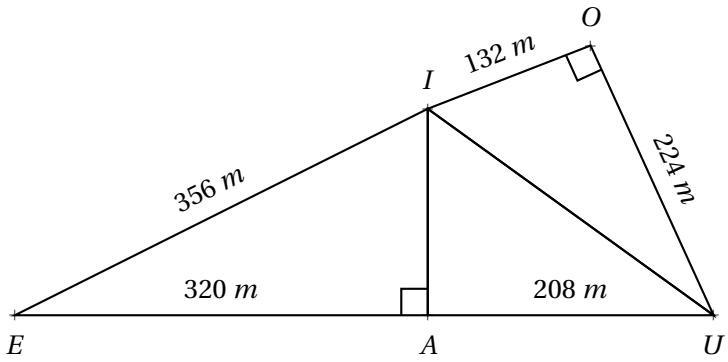
Comparons $GF^2 + GA^2$ et FA^2 :

$GF^2 + GA^2$	FA^2
$117^2 + 156^2$	195^2
$13689 + 24336$	
38025	38025

Comme $GF^2 + GA^2 = FA^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** le triangle GFA est rectangle en G.

Interrogation de mathématiques

NOM : PRÉNOM : CLASSE :



La figure ci-dessus n'est pas en vraie grandeur, par exemple les points E, I et O ne sont pas forcément alignés.
Calculer les valeurs exactes de UI et IA puis démontrer que le triangle UAI est rectangle.
Vous rédigerez avec soin les démonstrations nécessaires à cette résolution.

Interrogation de mathématiques — **Correction**

Dans le triangle IOU rectangle en O,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$OI^2 + OU^2 = IU^2$$
$$132^2 + 224^2 = IU^2$$
$$17\,424 + 50\,176 = IU^2$$
$$IU^2 = 67\,600$$
$$IU = \sqrt{67\,600}$$
$$IU = 260$$

$IU = 260\,\text{m}$

Dans le triangle IAE rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AI^2 + AE^2 = IE^2$$
$$AI^2 + 320^2 = 356^2$$
$$AI^2 + 102\,400 = 126\,736$$
$$AI^2 = 126\,736 - 102\,400$$
$$AI^2 = 24\,336$$
$$AI = \sqrt{24\,336}$$
$$AI = 156$$

$AI = 156\,\text{m}$

Comparons $AI^2 + AU^2$ et IU^2 :

$AI^2 + AU^2$	IU^2
$156^2 + 208^2$	260^2
$24\,336 + 43\,264$	
$67\,600$	$67\,600$

Comme $AI^2 + AU^2 = IU^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** le triangle AIU est rectangle en A.

Interrogation de mathématiques

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Exercice n° 1 :

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$f(x) = 5x(3x+2)+6(2x+1)+3x+7$

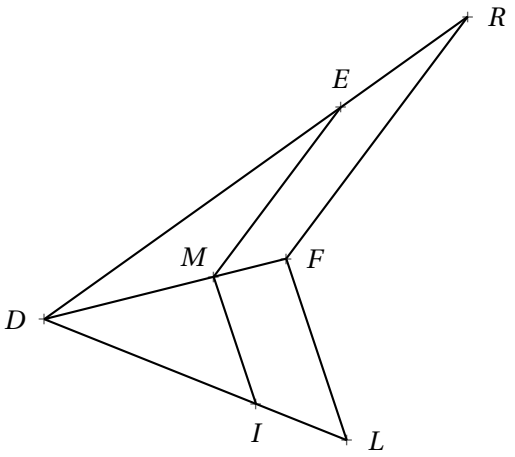
$g(x) = 4x(2x-3)-5(x+2)-7x(-5-3x)$

$h(x) = 7x^2-3(2x-1)+3x-1+4(2-3x)$

Exercice n° 2 :

La figure ci-contre n'est pas tracée en vraie grandeur.

Sur la figure ci-contre, on sait que :
Les points D, L et I sont alignés ;
Les points D, F et M sont alignés ;
Les points D, R et E sont alignés ;
Les droites (LF) et (IM) sont parallèles ;
Les droites (FR) et (ME) sont parallèles ;
$DI = 4\ m$, $DL = 10\ m$, $FL = 5\ m$,
$DM = 3\ m$, $ME = 6\ m$ et $DE = 9\ m$.



Vous rédigerez vos réponses ci-dessous en détaillant votre raisonnement.

1. Montrer que $DF = 7{,}5\ m$ et que $MI = 2\ m$

2. En utilisant la question **1.** calculer RF et RE.

Interrogation de mathématiques — **Correction**

Exercice n° 1 : Développer et réduire

Correction

Distributivité — Développer

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$f(x) = 5x(3x+2)+6(2x+1)+3x+7$
$f(x) = 15x^2+10x+12x+6+3x+7$

$\boxed{f(x) = 15x^2+25x+13}$

$g(x) = 4x(2x-3)-5(x+2)-7x(-5-3x)$
$g(x) = 8x^2-12x-5x-10+35x+21x^2$

$\boxed{g(x) = 29x^2+18x-10}$

$h(x) = 7x^2-3(2x-1)+3x-1+4(2-3x)$
$h(x) = 7x^2-6x+3+3x-1+8-12x$

$\boxed{h(x) = 7x^2-15x+10}$

Exercice n° 2 : Théorème de Thalès

Correction

Théorème de Thalès

1.

Les droites (MF) et (IL) sont sécantes en D, les droites (MI) et (FL) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{DI}{DL} = \frac{DM}{DF} = \frac{IM}{LF}$$

$$\frac{4\ m}{10\ m} = \frac{3\ m}{DF} = \frac{MI}{5\ m}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$DF = \frac{3\ m \times 10\ m}{4\ m} \text{ d'où } DF = \frac{30\ m^2}{4\ m} \text{ et } DF = 7{,}5\ m$$

$$MI = \frac{5\ m \times 4\ m}{10\ m} \text{ d'où } MI = \frac{20\ m^2}{10\ m} \text{ et } MI = 2\ m$$

2.

Les droites (MF) et (ER) sont sécantes en D, les droites (ME) et (FR) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{DM}{DF} = \frac{DE}{DR} = \frac{ME}{FR}$$

$$\frac{3\ m}{7{,}5\ m} = \frac{9\ m}{DR} = \frac{6\ m}{FR}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$DR = \frac{9\ m \times 7{,}5\ m}{3\ m} \text{ d'où } DR = \frac{67{,}5\ m^2}{3\ m} \text{ et } DR = 22{,}5\ m$$

$$FR = \frac{6\ m \times 7{,}5\ m}{3\ m} \text{ d'où } FR = \frac{45\ m^2}{3\ m} \text{ et } FR = 15\ m$$

Ainsi $ER = DR - DE = 22{,}5\ m - 9\ m = 13{,}5\ m$

Interrogation de mathématiques

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Exercice n° 1 :

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$f(x) = 4x(2x+3)+7(2x+1)+4x+7$

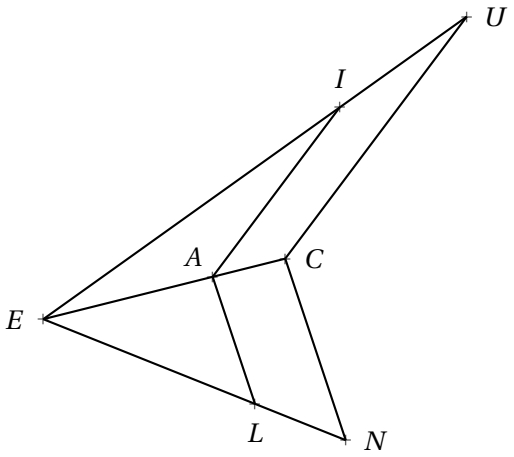
$g(x) = 5x(2x-3)-6(x+2)-5x(-5-3x)$

$h(x) = 7x^2-4(2x-1)+3x-6+5(2-3x)$

Exercice n° 2 :

La figure ci-contre n'est pas tracée en vraie grandeur.

Sur la figure ci-contre, on sait que :
Les points E, N et L sont alignés ;
Les points E, C et A sont alignés ;
Les points E, U et I sont alignés ;
Les droites (NC) et (LA) sont parallèles ;
Les droites (CU) et (AI) sont parallèles ;
$EL = 6\ m$, $EN = 10\ m$, $CN = 7\ m$,
$EA = 3\ m$, $AI = 6\ m$ et $EI = 9\ m$.



Vous rédigerez vos réponses ci-dessous en détaillant votre raisonnement.

1. Montrer que $EC = 5\ m$ et que $AL = 4,2\ m$

2. En utilisant la question **1.** calculer UC et UI.

Interrogation de mathématiques — CORRECTION

Exercice n° 1 : Développer et réduire

CORRECTION

Distributivité — Développer

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$f(x) = 4x(2x+3)+7(2x+1)+4x+7$
$f(x) = 8x^2+12x+14x+7+4x+7$

$\boxed{f(x) = 8x^2+30x+14}$

$g(x) = 5x(2x-3)-6(x+2)-5x(-5-3x)$
$g(x) = 10x^2-15x-6x-12+25x+15x^2$

$\boxed{g(x) = 25x^2+4x-12}$

$h(x) = 7x^2-4(2x-1)+3x-6+5(2-3x)$
$h(x) = 7x^2-8x+4+3x-6+10-15x$

$\boxed{h(x) = 7x^2-20x+8}$

Exercice n° 2 : Théorème de Thalès

CORRECTION

Théorème de Thalès

1.

Les droites (LN) et (AC) sont sécantes en E, les droites (AL) et (CN) sont parallèles,

D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{EL}{EN} = \frac{EA}{EC} = \frac{LA}{NC}$$

$$\frac{6\ m}{10\ m} = \frac{3\ m}{EC} = \frac{LA}{7\ m}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$EC = \frac{3\ m \times 10\ m}{6\ m} \text{ d'où } EC = \frac{30\ m^2}{6\ m} \text{ et } EC = 5\ m$$

$$LA = \frac{7\ m \times 6\ m}{10\ m} \text{ d'où } LA = \frac{42\ m^2}{10\ m} \text{ et } LA = 4{,}2\ m$$

2.

Les droites (AC) et (IU) sont sécantes en E, les droites (AI) et (CU) sont parallèles,

D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{EA}{EC} = \frac{EI}{EU} = \frac{AI}{CU}$$

$$\frac{3\ m}{5\ m} = \frac{9\ m}{EU} = \frac{6\ m}{CU}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$EU = \frac{9\ m \times 5\ m}{3\ m} \text{ d'où } EU = \frac{45\ m^2}{3\ m} \text{ et } EU = 15\ m$$

$$CU = \frac{6\ m \times 5\ m}{3\ m} \text{ d'où } CU = \frac{30\ m^2}{3\ m} \text{ et } CU = 10\ m$$

Ainsi $UI = EU - EI = 15\ m - 9\ m = 4\ m$

Interrogation de mathématiques

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Exercice n° 1 :

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$f(x) = 3x(3x+7)+7(2x+1)+4x+7$

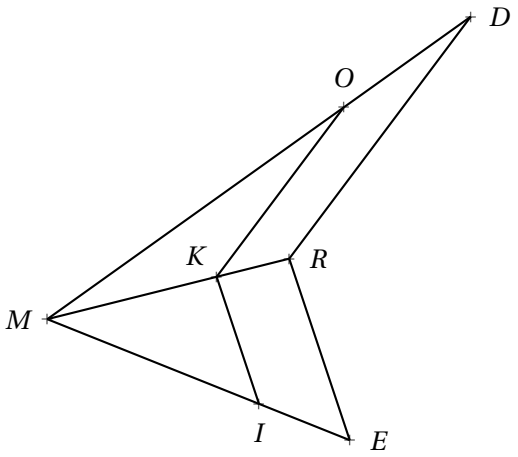
$g(x) = 4x(2x-3)-8(x+2)-6x(-5-3x)$

$h(x) = 7x^2-6(2x-1)+3x-3+4(2-3x)$

Exercice n° 2 :

La figure ci-contre n'est pas tracée en vraie grandeur.

Sur la figure ci-contre, on sait que :
Les points M, E et I sont alignés ;
Les points M, R et K sont alignés ;
Les points M, D et O sont alignés ;
Les droites (ER) et (IK) sont parallèles ;
Les droites (RD) et (KO) sont parallèles ;
$MI = 10\ m$, $ME = 15\ m$, $RE = 6\ m$,
$MK = 8\ m$, $KO = 7\ m$ et $MO = 13\ m$.



Vous rédigerez vos réponses ci-dessous en détaillant votre raisonnement.

1. Montrer que $MR = 12\ m$ et que $KI = 4\ m$

2. En utilisant la question **1.** calculer DR et DO.

Interrogation de mathématiques — CORRECTION

Exercice n° 1 : Développer et réduire

CORRECTION

Distributivité — Développer

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$f(x) = 3x(3x+7)+7(2x+1)+4x+7$
$f(x) = 9x^2+21x+14x+7+4x+7$

$\boxed{f(x) = 9x^2+39x+14}$

$g(x) = 4x(2x-3)-8(x+2)-6x(-5-3x)$
$g(x) = 8x^2-12x-8x-16+30x+18x^2$

$\boxed{g(x) = 26x^2+10x-16}$

$h(x) = 7x^2-6(2x-1)+3x-3+4(2-3x)$
$h(x) = 7x^2-12x+6+3x-3+8-12x$

$\boxed{h(x) = 7x^2-21x+5}$

Exercice n° 2 : Théorème de Thalès

CORRECTION

Théorème de Thalès

1.

Les droites (IE) et (KR) sont sécantes en M, les droites (KI) et (RE) sont parallèles,

D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{MI}{ME} = \frac{MK}{MR} = \frac{IK}{ER}$$

$$\frac{10\ m}{15\ m} = \frac{8\ m}{MR} = \frac{IK}{6\ m}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$MR = \frac{8\ m \times 15\ m}{10\ m} \text{ d'où } MR = \frac{120\ m^2}{10\ m} \text{ et } MR = 12\ m$$

$$IK = \frac{6\ m \times 10\ m}{15\ m} \text{ d'où } IK = \frac{60\ m^2}{15\ m} \text{ et } IK = 4\ m$$

2.

Les droites (KR) et (OD) sont sécantes en M, les droites (KO) et (RD) sont parallèles,

D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{MK}{MR} = \frac{MO}{MD} = \frac{KO}{RD}$$

$$\frac{8\ m}{12\ m} = \frac{13\ m}{MD} = \frac{7\ m}{RD}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$MD = \frac{13\ m \times 12\ m}{8\ m} \text{ d'où } MD = \frac{166\ m^2}{8\ m} \text{ et } MD = 20,75\ m$$

$$RD = \frac{7\ m \times 12\ m}{8\ m} \text{ d'où } RD = \frac{84\ m^2}{8\ m} \text{ et } RD = 10,5\ m$$

Ainsi $OD = MD - MO = 20,75\ m - 13\ m = 7,75\ m$

Interrogation de mathématiques

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Exercice n° 1 :

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$f(x) = 7x(2x+3)+6(2x+1)+4x+7$

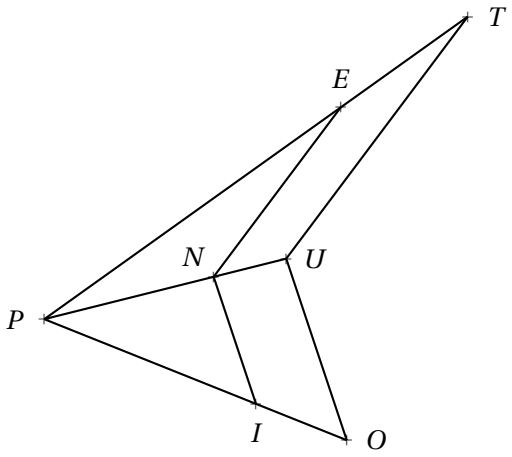
$g(x) = 4x(6x-3)-5(x+2)-6x(-5-3x)$

$h(x) = 7x^2-5(3x-1)+4x-1+4(3-3x)$

Exercice n° 2 :

La figure ci-contre n'est pas tracée en vraie grandeur.

Sur la figure ci-contre, on sait que :
Les points P, O et I sont alignés ;
Les points P, U et N sont alignés ;
Les points P, T et E sont alignés ;
Les droites (OU) et (IN) sont parallèles ;
Les droites (UT) et (NE) sont parallèles ;
$PI = 12\ m$, $PO = 18\ m$, $UO = 9\ m$,
$PN = 9\ m$, $NE = 8\ m$ et $PE = 15\ m$.



Vous rédigerez vos réponses ci-dessous en détaillant votre raisonnement.

1. Montrer que $PU = 13,5\ m$ et que $NI = 6\ m$

2. En utilisant la question **1.** calculer TU et TE.

Interrogation de mathématiques — CORRECTION

Exercice n° 1 : Développer et réduire

CORRECTION

Distributivité — Développer

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$f(x) = 7x(2x+3)+6(2x+1)+4x+7$
$f(x) = 14x^2+21x+12x+6+4x+7$
$\boxed{f(x) = 14x^2+37x+13}$

$g(x) = 4x(6x-3)-5(x+2)-6x(-5-3x)$
$g(x) = 24x^2-12x-5x-10+30x+18x^2$
$\boxed{g(x) = 42x^2+13x-10}$

$h(x) = 7x^2-3(2x-1)+3x-1+4(2-3x)$
$h(x) = 7x^2-6x+3+3x-1+8-12x$
$\boxed{h(x) = 7x^2-15x+10}$

Exercice n° 2 : Théorème de Thalès

CORRECTION

Théorème de Thalès

1.

Les droites (IO) et (NU) sont sécantes en P, les droites (NI) et (UO) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{PI}{PO} = \frac{PN}{PU} = \frac{IN}{OU}$$

$$\frac{12\ m}{18\ m} = \frac{9\ m}{PU} = \frac{IN}{9\ m}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$PU = \frac{9\ m \times 18\ m}{12\ m} \text{ d'où } PU = \frac{162\ m^2}{12\ m} \text{ et } PU = 13{,}5\ m$$

$$IN = \frac{9\ m \times 12\ m}{18\ m} \text{ d'où } IN = \frac{108\ m^2}{18\ m} \text{ et } IN = 6\ m$$

2.

Les droites (NU) et (ET) sont sécantes en P, les droites (NE) et (UT) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{PN}{PU} = \frac{PE}{PT} = \frac{NE}{UT}$$

$$\frac{9\ m}{13{,}5\ m} = \frac{15\ m}{PT} = \frac{8\ m}{UT}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

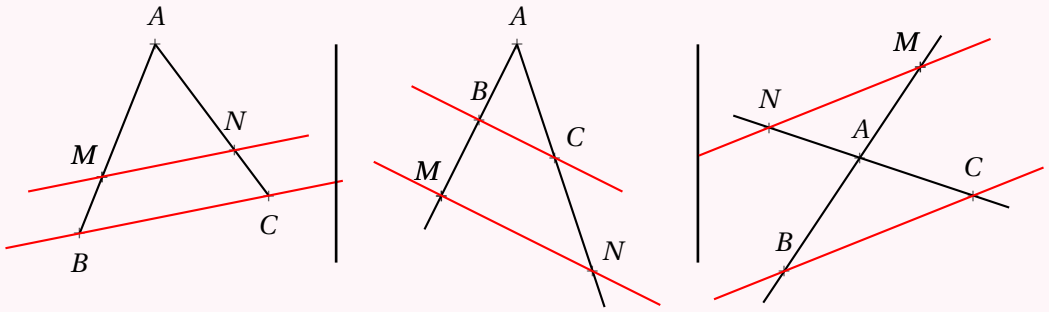
$$PT = \frac{15\ m \times 13{,}5\ m}{9\ m} \text{ d'où } PT = \frac{202{,}5\ m^2}{9\ m} \text{ et } PT = 22{,}5\ m$$

$$UT = \frac{8\ m \times 13{,}5\ m}{9\ m} \text{ d'où } UT = \frac{108\ m^2}{9\ m} \text{ et } UT = 12\ m$$

Ainsi $ET = PT - PE = 22{,}5\ m - 15\ m = 7{,}5\ m$

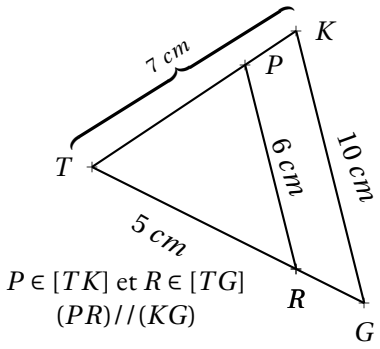
Le théorème de Thalès

Le théorème de Thalès



Si deux droites (BM) et (CN) sont sécantes en A et si $(MN)//(BC)$
alors les mesures des triangles ABC et AMN sont proportionnelles c'est-à-dire

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$



$P \in [TK]$ et $R \in [TG]$
$(PR)//(KG)$

Calculer TG et TP.

Les droites (PK) et (RG) sont sécantes en T.
Les droites (PR) et (KG) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

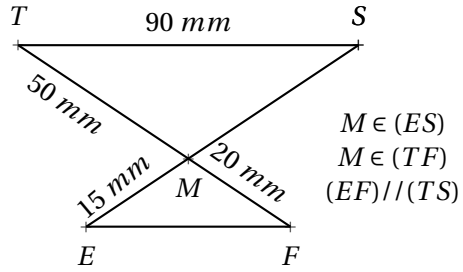
$$\frac{TP}{TK} = \frac{TR}{TG} = \frac{PR}{KG}$$

$$\frac{TP}{7\ cm} = \frac{5\ cm}{TG} = \frac{6\ cm}{10\ cm}$$

On utilise la règle de trois :

$$TP = \frac{7\ cm \times 6\ cm}{10\ cm} = 4{,}2\ cm$$

$$TG = \frac{5\ cm \times 10\ cm}{6\ cm} \approx 8{,}3\ cm$$



Calculer MS et EF.

Les droites (ES) et (TF) sont sécantes en M.
Les droites (EF) et (TS) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{ME}{MS} = \frac{MF}{MT} = \frac{EF}{ST}$$

$$\frac{15\ mm}{MS} = \frac{20\ mm}{50\ mm} = \frac{EF}{90\ mm}$$

On utilise la règle de trois :

$$MS = \frac{50\ mm \times 15\ mm}{20\ mm} = 37{,}5\ mm$$

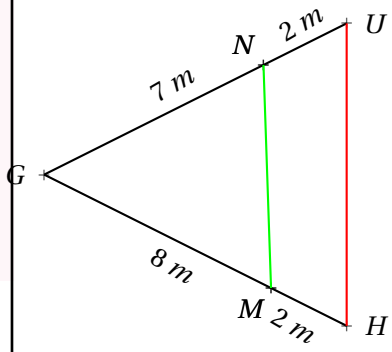
$$EF = \frac{90\ mm \times 20\ mm}{50\ mm} = 36\ mm$$

Théorème de Thalès contraposé

Si deux droites (BM) et (CN) sont sécantes en A et si $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$
Alors les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.

Réciproque du théorème de Thalès

Si deux droites (BM) et (CN) sont sécantes en A avec A, B et M dans le même ordre que A, C et N et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$
Alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.



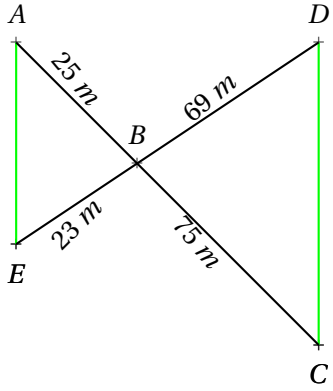
(NM) et (HU) sont-elles parallèles ?

Comparons $\frac{GN}{GU}$ et $\frac{GM}{GH}$

$\frac{GN}{GU} = \frac{7\ m}{9\ m} \approx 0{,}78$ et $\frac{GM}{GH} = \frac{8\ m}{10\ m} = 0{,}8$

Comme $\frac{GN}{GU} \neq \frac{GM}{GH}$ d'après **le théorème de Thalès (contraposé)**, les droites (NM) et (HU) sont sécantes.

On pouvait aussi comparer les produits en croix :
$7 \times 10 = 70$ et $9 \times 8 = 72$ pour conclure au fait que les quotients ne sont pas égaux.



(AE) et (DC) sont-elles parallèles ?

Comparons $\frac{BA}{BC}$ et $\frac{BE}{BD}$

$\frac{BA}{BC} = \frac{25\ m}{75\ m} = \frac{1}{3} \approx 0{,}33$ et $\frac{BE}{BD} = \frac{23\ m}{69\ m} = \frac{1}{3} \approx 0{,}33$

Comme $\frac{BA}{BC} = \frac{BE}{BD}$ et comme les points B, A et C sont alignés et dans le même ordre que les points alignés B, E et D.
D'après **la réciproque du théorème de Thalès** les droites (AE) et (DC) sont parallèles.

Pour comparer les fractions ont peut utiliser la valeur exacte ou la valeur approchée. Le plus pratique est souvent de comparer les produits en croix :
$75 \times 23 = 1725$ et $25 \times 69 = 1725$

Chapitre IV

Statistiques

Sommaire

Infox : Le paradoxe de Simpson — Les calculs rénaux **254**
Infox : Le paradoxe de Simpson — Cigarettes et mortalité **256**
Infox : Le paradoxe de Simpson — Covid et vaccin **259**
Situation initiale : Les équipes de basket-ball **262**
I Moyenne arithmétique et pondérée **266**
Évaluation : Statistiques et calcul littéral **267**
Troisième — Fiche de synthèse : Statistiques 272

Informations légales

— **Auteur :** Fabrice ARNAUD
— **Web :** pi.ac3j.fr
— **Mail :** contact@ac3j.fr
— **Dernière modification :** 12 novembre 2026 à 20:43

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.2141
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Resolute Raccoon (Le Raton Laveur résolu) 26.04 avec la distribution TeX Live 2025.20260124 et LuaTex 1.22.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !

Licence CC BY-NC-SA 4.0



Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
Adapter — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
Partage dans les Mêmes Conditions — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr

Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, **Cours.pdf**, a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 12 novembre 2026 à 20:43.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : **https://pi.ac3j.fr/mathematiques-college**