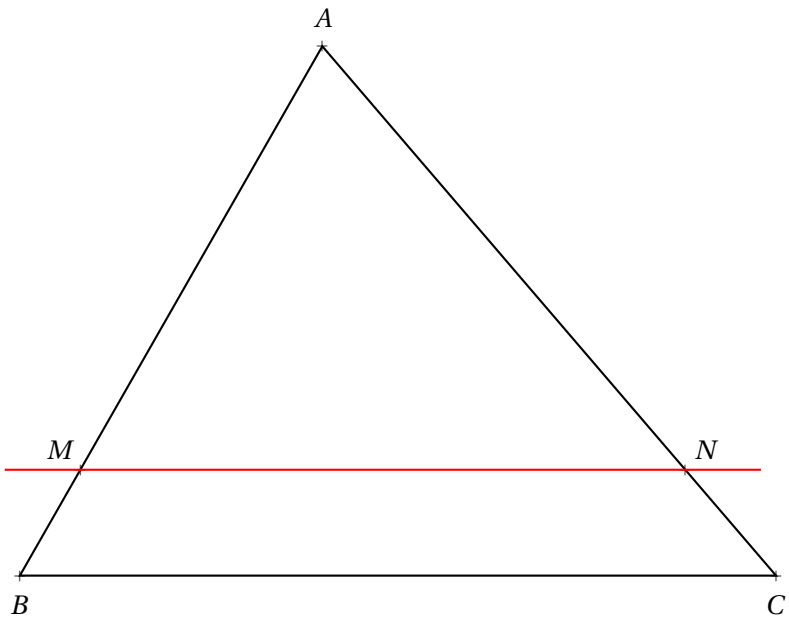
# La leçon — Version prof

*Les textes écrit en violet sont destinés à l'enseignant, ils ne font pas partie de ce qu'on appelle la trace écrite.*
*Les démonstrations sont aussi en violet, elles sont le plus souvent présentée à l'oral.*

## I — Le théorème de Thalès

**Théorème 5.1 : Théorème de Thalès**



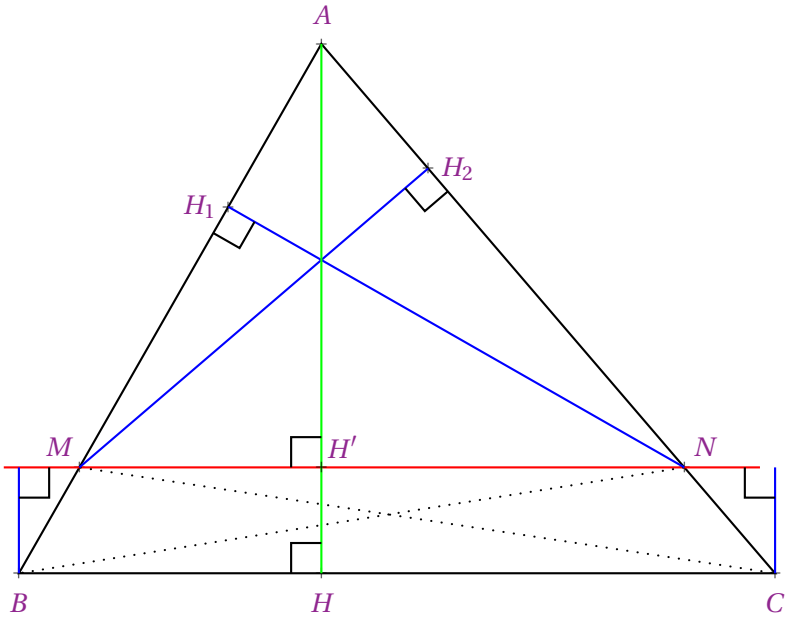

Dans un triangle $ABC$, $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$

**Si** $(MN)//(BC)$ **alors** $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$

**Démonstration :**

Voici une version de la preuve dans le cas d'un triangle acutangle.

Si le triangle possède un angle obtus, la démonstration est tout à fait identique.




Les triangles $MNB$ et $MNC$ ont un côté en commun, $[MN]$.
Comme les droites $(MN)$ et $(BC)$ sont parallèles, ils ont la même hauteur, la distance entre ces droites parallèles.
Par conséquent, ces deux triangles ont la même aire : Aire$(MNB)$ = Aire$(MNC)$.

En ajoutant le triangle $AMN$ on arrive à Aire$(ANB)$ = Aire$(AMC)$.

$H_1N$ est la hauteur qui correspond à la base $AB$ dans le triangle $ANB$.
$H_2M$ est la hauteur qui correspond à la base $AC$ dans le triangle $AMC$

Comme ces triangles ont la même aire, $H1_N \times AB = H_2M \times AC$ ce qui, en utilisant les produits en croix, est équivalent à $\dfrac{H_1N}{H_2M} = \dfrac{AC}{AB}$.

On peut aussi calculer de deux manières l'aire du triangles $AMN$, en considérant la base $AM$ et la hauteur $H_1N$ ou en considérant la base $AN$ et la hauteur $H_2M$.

Ainsi, on arrive à $H_1N \times AM = H_2M \times AN$ ou encore de manière équivalente, $\dfrac{H_1N}{H_2M} = \dfrac{AN}{AM}$.

Par conséquent $\dfrac{H_1N}{H_2M} = \dfrac{AN}{AM} = \dfrac{AC}{AB}$.

Par égalité des produits en croix, on obtient $AN \times AB = AM \times AC$ puis à nouveau avec les produits en croix on conclut à $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$.

Ce qui nous donne la première partie de l'égalité !

On peut reprendre le raisonnement précédent dans les triangles $ABH$ et $AHC$.

On arrive de la même manière à $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AH'}{AH}$ et $\dfrac{AN}{AC} = \dfrac{AH'}{AH}$

Les triangles $NH'C$ et $NH'H$ ont la même base $NH'$ et la même hauteur puisque $(MN)//(BC)$, ils ont donc la même aire.
En ajoutant le triangle $AH'N$ on arrive au fait que les triangles $AH'C$ et $AHN$ ont la même aire.
Comme $H'N$ est la hauteur de la base $HA$ du triangle $AHN$ et que $HC$ est la hauteur de la base $AH'$ du triangle $AH'C$, on arrive à :

$H'N \times AH = HC \times AH'$ d'où $\dfrac{AH'}{AH} = \dfrac{H'N}{HC}$.

On prouve de même que $\dfrac{AH'}{AH} = \dfrac{H'M}{HB}$.

Ainsi $\dfrac{H'M}{HB} = \dfrac{H'N}{HC}$ d'où $H'M \times HC = H'N \times HB$.

Or on sait que $MN = H'M + H'N$ et $BC = HB + HC$.
Il suffit d'ajouter le terme $H'N \times HC$ aux deux termes de $H'M \times HC = H'N \times HB$.
On arrive à :

$$H'M \times HC + H'N \times HC = H'N \times HB + H'N \times HC$$

$$HC(H'M + H'N) = H'N(HB + HC)$$

$$HC \times MN = H'N \times BC$$

On arrive péniblement à $\frac{MN}{BC} = \frac{H'N}{HC}$ c'est à dire $\frac{MN}{BC} = \frac{AH'}{AH}$ ou encore $\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

CQFD

---

## II — Usage du théorème de Thalès

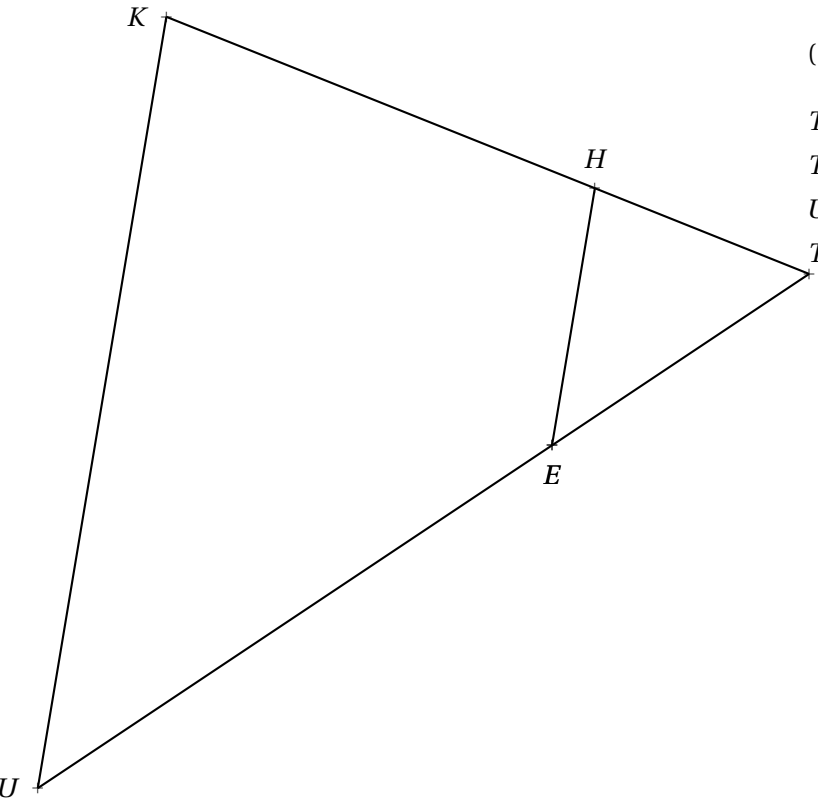
---

**Méthode 5.1 : Calculer des longueurs avec le théorème de Thalès**

On sait que :

$(TH)//(UK)$

$TE = 3\ cm$
$TU = 10\ cm$
$UK = 15\ cm$
$TH = 4\ cm$




On souhaite calculer les longueurs $EH$ et $TK$

**1. Analyse de la figure**

Les droites parallèles sont $(EH)$ et $(UK)$.
Dans le triangle $TUK$ le point $T$ est situé « en face »des deux droites parallèles.
Le point $T$ est donc le point important pour appliquer le théorème de Thalès.

**2. Recherche des trois quotients égaux**

On part du point $T$ : le point important.

Sur le segment $[TU]$ nous avons le point $E$. Donc en regardant dans l'ordre on a $T$, $E$ et $U$.

On écrit dans cet ordre le premier quotient : $\frac{TE}{TU}$.

Sur le segment $[TK]$ nous avons le point $H$. Donc en regardant dans l'ordre on a : $T$, $H$ et $K$.

On écrit dans cet ordre le second quotient : $\frac{TH}{TK}$

Nous en sommes à : $\frac{TE}{TU} = \frac{TH}{TK}$.

En observant les numérateurs et les dénominateurs de ces deux quotients, on obtient le troisième en oubliant $T$ : $\frac{EH}{UK}$

Voici donc l'égalité attendue : $\frac{TE}{TU} = \frac{TH}{TK} = \frac{EH}{UK}$

On vérifie la cohérence de l'écriture : $E$ et $H$ sont au numérateur ; $U$ et $K$ au dénominateur.

**3. Rédaction**

Dans le triangle $TUK$, $E \in [TU]$ et $H \in [TK]$ (cela veut juste dire que $E$ est sur $[TU]$ et $H$ sur $[TK]$ !)
Les droites $(EH)$ et $(UK)$ sont parallèles.

D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{TE}{TU} = \frac{TH}{TK} = \frac{EH}{UK}$$

Remplaçons par les grandeurs connues :

$$\frac{3\ cm}{10\ cm} = \frac{4\ cm}{TK} = \frac{EH}{15\ cm}$$

Comme $\frac{3\ cm}{10\ cm} = \frac{4\ cm}{TK}$, on peut appliquer la règle de trois : $TK = \frac{4\ cm \times 10\ cm}{3\ cm} = \frac{40}{3}\ cm \approx 13{,}3\ cm$

Comme $\frac{3\ cm}{10\ cm} = \frac{EH}{15\ cm}$, on peut appliquer la règle de trois : $EK = \frac{15\ cm \times 3\ cm}{10\ cm} = \frac{45}{10}\ cm = 4{,}5\ cm$

Ainsi $\boxed{TK \approx 13{,}3\ cm}$ et $\boxed{EK = 4{,}5\ cm}$.

*En pratique, quand on rédige seule la partie **3.** doit apparaître sur une copie !*

---

## III — Réciproque du théorème de Thalès

---

# Informations légales

- **Auteur :** Fabrice ARNAUD
- **Web :** pi.ac3j.fr
- **Mail :** contact@ac3j.fr
- **Dernière modification :** 12 novembre 2026 à 20:42

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.2141
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Resolute Raccoon (Le Raton Laveur résolu) 26.04 avec la distribution TeX Live 2025.20260124 et LuaTex 1.22.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
**Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !**

# Licence CC BY-NC-SA 4.0



## Attribution
## Pas d'Utilisation Commerciale
## Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

## Vous êtes autorisé à :

**Partager** — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
**Adapter** — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

## Selon les conditions suivantes :

**Attribution** — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.

**Pas d'Utilisation Commerciale** — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.

**Partage dans les Mêmes Conditions** — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.

**Pas de restrictions complémentaires** — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr

## Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, , a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 12 novembre 2026 à 20:42.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article :