Chapitre IX

Les équations du premier degré

Sommaire

Activité — Situation initiale : Une histoire de balance 394
I Équations et solutions 396
II Résolution des équations du premier degré 398
III Résolution des problèmes du premier degré 401
IV Annexes 403
Fiche d'exercices : — Mise en équation de problèmes 409
Préparation de l'évaluation—Pavé droit — Équation du premier degré — Problème 419
Évaluation commune de mathématiques—Pavé droit — Équation du premier degré — Problème 422
Évaluation — Résolution d'équation 434
Évaluation — Résolution d'équation 436

Une histoire de balance

Quatrième

Situation Initiale

Voici une série d'énigmes visuelles.
Une balance type « Roberval »est en équilibe. Des masses sont posées dans chacun de ses plateaux.
Les carrés jaunes ont une masse inconnue. Les cercles verts ont une masse d'une unité.

L'objectif est toujours le même : déterminer la masse d'un carré jaune.

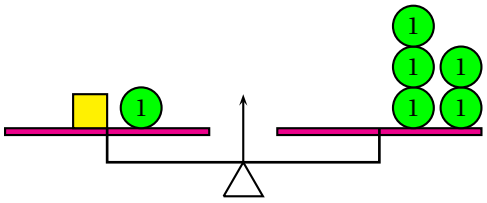
Un carré jaune peut avoir une masse négative!

Pour déterminer la masse du carré jaune, vous pouvez utiliser les deux principes suivants :

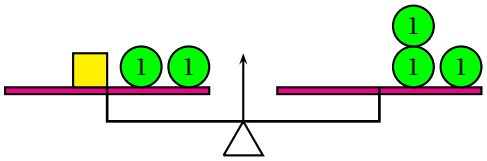
— on peut ajouter la même quantité dans les deux plateaux de la balance sans changer l'équilibre ;

— on peut soustraire la même quantité dans les deux plateaux de la balance sans changer l'équilibre.

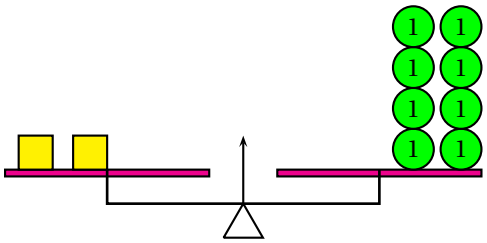
1.



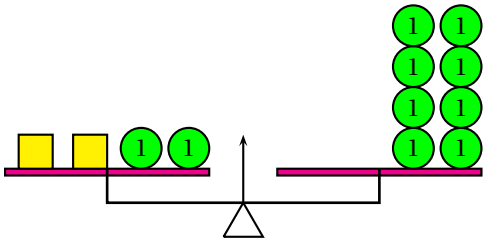
2.



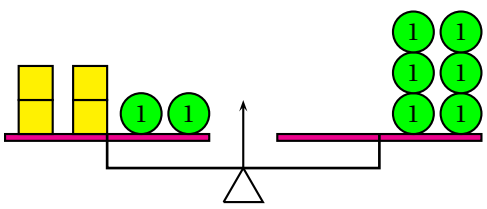
3.



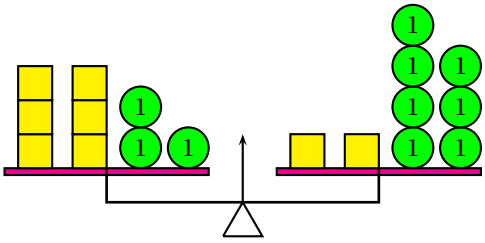
4.



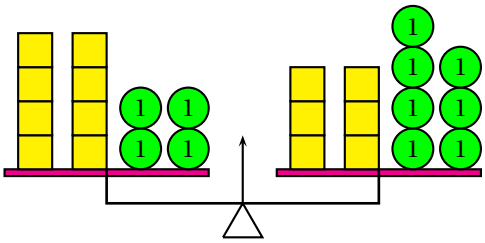
5.



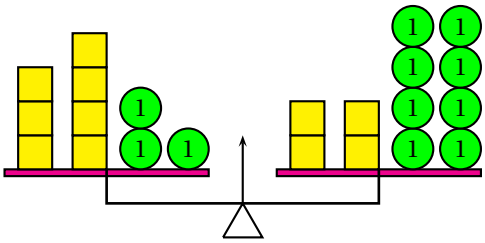
6.



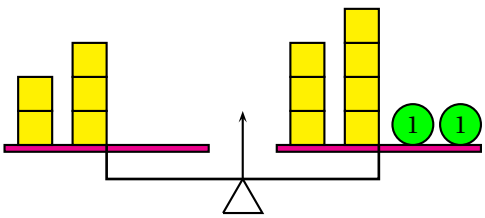
7.



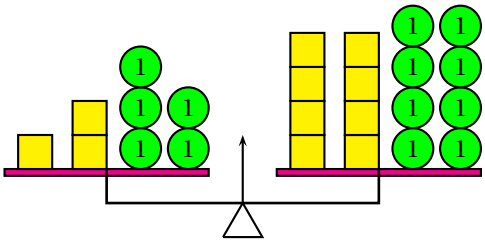
8.



9.



10.



Situation Initiale

I — Équations et solutions

Voici une équation :

$$\underbrace{3x+2}_{\text{Premier membre}} = \underbrace{x+6}_{\text{Second membre}}$$

Une **équation** est constituée de deux membres et d'un symbole d'égalité.
Chaque membre est une expression algébrique.
Une **équation du premier degré à une inconnue** est constituée de deux expressions contenant une même lettre, souvent x, dont l'exposant est au maximum 1. Il n'y a donc pas de termes en x^2 ou en x^3 dans une équation du premier degré.

On dit que x est une **inconnue** de l'équation.

Résoudre une équation c'est déterminer tous les nombres x tels que l'égalité soit vérifiée.

Dans l'exemple ci-dessus, on sait que l'expression $3x+2$ n'est pas équivalente à l'expression $x+6$.
Ainsi par exemple pour $x=3$, on remarque que $3x+2 = 3\times 3+2 = 11$ et $x+6 = 3+6 = 9$.

Résoudre cette équation revient à trouver tous les nombres x tels que cette égalité soit vérifiée (vraie).

Une équation peut avoir une seule solution, plusieurs solutions ou aucune solution.

Une stratégie pour trouver des solutions d'une équation consiste à faire plusieurs essais :

x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
$3x+2$	−13	−10	−7	−4	−1	2	5	8	11	19	22
$x+6$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

On constate que pour $x=2$ les expressions $3x+2$ et $x+6$ sont égales.
On dit que 2 est une **solution** de l'équation.

On ne sait pas si c'est la seule solution. Il en existe peut-être d'autres.

Voici une deuxième équation :

$$7x+3 = 4x+8$$

On peut à nouveau tester plusieurs valeurs dans un tableau :

x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
$7x+3$	−32	−25	−18	−11	−4	3	10	17	24	31	38
$4x+8$	−12	−8	−4	0	4	8	12	16	20	24	28

On remarque que pour $x = 1$ on a $7x + 3 < 4x + 8$ (car $10 < 12$) et que pour $x = 2$ on a $7x + 3 > 4x + 8$ (car $17 > 16$).
Il y a peut-être une solution comprise entre 1 et 2. Nous pouvons « zoomer » :

x	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
$7x+3$	10	10,7	11,4	12,1	12,8	13,5	14,2	14,9	15,6	16,3	17
$4x+8$	12	12,4	12,8	13,2	13,6	14	14,4	14,8	15,2	15,6	16

On remarque à nouveau que pour $x = 1,6$ on a $7x + 3 < 4x + 8$ (car $14,2 < 14,4$) et pour $x = 1,7$ on a $7x + 3 > 4x + 8$ (car $14,9 > 14,8$)
« Zoomons »entre 1,6 et 1,7 :

x	1,60	1,61	1,62	1,63	1,64	1,65	1,66	1,67	1,68	1,69	1,70
$7x+3$	14,20	14,27	14,34	14,41	14,48	14,55	14,62	14,69	14,76	14,83	14,90
$4x+8$	14,40	14,44	14,48	14,52	14,56	14,60	14,64	14,68	14,72	14,76	14,80

On constate à nouveau qu'il existe certainement une solution comprise entre 1,67 et 1,68.
Nous pourrions continuer cette recherche avec un tableur !

Méthode 9 . 1 : Tester si un nombre est solution d'une équation
On peut vérifier si un nombre est solution d'une équation :

- il suffit de remplacer x par le nombre dans chaque membre de l'équation ;
- on vérifie ensuite si les deux calculs donnent le même résultat ;
- si le deux résultats sont égaux alors le nombre choisi est une solution de l'équation ;
- sinon ce n'est pas une solution.

Exemples :
Soit l'équation :

$$5x + 3 = 9 + 6x$$

On peut tester les nombres 1, 6 et -6 :

Pour $x = 1$, $5x + 3 = 5 + 3 = 8$ et $9 + 6x = 9 + 6 = 15$. Comme $8 \neq 15$, 1 n'est pas une solution.

Pour $x = 6$, $5x + 3 = 30 + 3 = 33$ et $9 + 6x = 9 + 36 = 45$. Comme $33 \neq 45$, 6 n'est pas une solution.

Pour $x = -6$, $5x + 3 = -30 + 3 = -27$ et $9 + 6x = 9 - 36 = -27$. Donc -6 est une solution !

Voici une autre équation :

$$7x + 3 = 4x + 8$$

Nous avons déjà testé de nombreux nombres sont succès.

Pour $x = \frac{5}{3}$,

$$7x+3=7\times\frac{5}{3}+3=\frac{35}{3}+\frac{9}{3}=\frac{44}{3}$$

$$4x+8=4\times\frac{5}{3}+8=\frac{20}{3}+\frac{24}{3}=\frac{44}{3}$$

On constate donc que $\frac{5}{3}$ est une solution de cette équation.

Voici une dernière équation qui n'est pas du premier degré :

$$x^3-x=2x^2-2$$

Testons les nombres 0, 1, -1, 2 et -2.

Pour $x=0$, $x^3-x=0^3-0=0$ et $2x^2-2=2\times0^2-2=-2$ comme $0\neq-2$, 0 n'est pas une solution.

Pour $x=1$, $x^3-x=1^3-1=0$ et $2x^2-2=2-2=0$ donc 1 est une solution de l'équation.

Pour $x=-1$, $x^3-x=(-1)^3-(-1)=-1+1=0$ et $2x^2-2=2(-1)^2-2=2-2=0$ donc -1 est une solution.

Pour $x=2$, $x^3-x=2^3-2=8-2=6$ et $2x^2-2=2\times2^2-2=8-2=6$ donc 2 est une solution.

Pour $x=-2$, $x^3-x=(-2)^3-(-2)=-8+2=-6$ et $2x^2-2=2(-2)^2-2=8-2=6$ donc -2 n'est pas une solution.

Nous avons donc trouvé 3 solutions à cette équation : 1, -1 et 2.

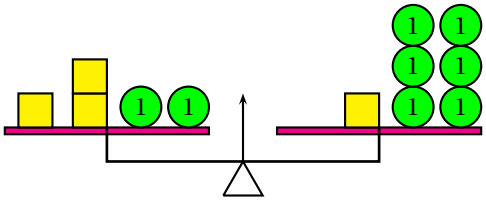
II — Résolution des équations du premier degré

Il y a un principe fondamental qui définit la notion d'égalité.

Définition 9.5 :

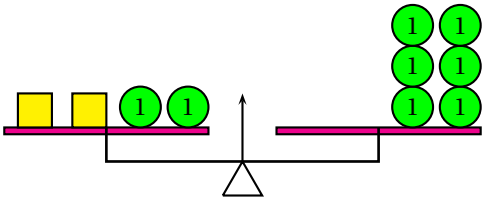
Quand deux quantités sont égales on peut ajouter ou soustraire la même quantité aux deux membres de l'égalité sans changer cette égalité.

Ce principe peut être illustré par une balance à deux plateaux.
On cherche la masse d'un carré jaune. La boule verte a une masse d'une unité. Pour déterminer la masse d'un carré jaune nous allons effectuer des manipulations qui ne modifient pas l'équilibre. Nous allons donc ajouter ou soustraire la même quantité aux deux plateaux.
La balance à gauche peut se modéliser sous la forme de l'équation de droite. x désigne la masse du carré jaune.

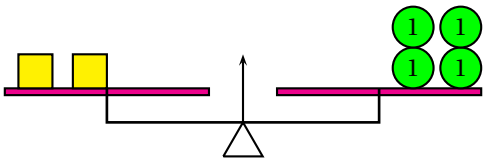


L'objectif est de rassembler les objets semblables dans le même plateau.

On enlève un carré jaune sur chaque plateau.



On enlève deux boules vertes dans les deux plateaux.



$$3x+2=x+6$$

$$3x+2-x=x+6-x$$

$$2x+2=6$$

$$2x+2-2=6-2$$

$$2x=4$$

Arrivé à cette étape on utilise la définition des fractions.

Définition 9.6 : Fraction et quotient

a et b deux nombres non nuls.

La fraction $\frac{a}{b}$ est le nombre vérifiant l'égalité suivante :

$$b\times\frac{a}{b}=a$$

Ainsi la solution de l'équation $2x=4$ est le nombre $\frac{4}{2}$ puisque $2\times\frac{4}{2}=4$.

$\frac{4}{2}=0,5$ est une solution de l'équation.

Remarque :
En résolvant cette équation ainsi nous avons également démontré que $0,5$ est **la seule** solution de cette équation !

Méthode 9 . 2 : Résoudre une équation du premier degré
Pour résoudre une équation du premier degré on effectue une succession de manipulations pour obtenir des équations équivalentes.
Cela revient à ajouter ou soustraire des termes identiques aux deux membres de l'équation comme on le ferait dans une balance en équilibre.
L'objectif consiste à isoler dans un membre les termes contenant l'inconnue (souvent la lettre x) et dans l'autre membre les nombres.
Pour conclure la résolution il faut utiliser la définition de la fraction quotient.

Exemples :
1. Résolvons l'équation :

$$7x+3=4x+8$$

$$7x+3-4x=4x+8-4x$$

(ce qui revient à ajouter $-4x$).

On souhaite rassembler les termes en x à gauche et les nombres à droite.

On enlève 3 à chaque membre (on ajoute -3).

On enlève donc $4x$ à chaque membre

On utilise la définition du quotient.

Remarquons que $\frac{5}{3} \approx 1,67$.
Nous avions approché cette solution dans la première partie sans atteindre la valeur exacte.
La résolution de l'équation par cette méthode est donc bien plus efficace que la recherche en utilisant un tableau de valeurs.

Une nouvelle fois, cette résolution prouve l'unicité de la solution : $\frac{5}{3}$ est la seule solution de l'équation !

2. Résolvons l'équation :

$$5x+3=9+6x$$

On enlève $6x$ dans chaque membre.

$$5x+3-6x=9+6x-6x$$

$$-x+3=9$$

On enlève 3 dans chaque membre.

$$-x+3-3=9-3$$

L'opposé de x vaut -6 donc $x=-6$

$$-x=6$$

$$x=-6$$

3. Résolvons l'équation :

$$8x-9=1-7x$$

On ajoute $7x$ à chaque membre.
Cela revient à enlever $-7x$ car soustraire c'est ajouter l'opposé !

$$8x-9+7x=1-7x+7x$$

$$15x-9=1$$

On ajoute 9 à chaque membre.
Cela revient à enlever -9.

$$15x-9+9=1+9$$

$$15x=10$$

On utilise la définition du quotient.

$$x=\frac{10}{15}$$

$$x=\frac{2}{3}$$

III — Résolution des problèmes du premier degré

On utilise souvent les équations pour résoudre des problèmes.

Méthode 9.3 : Résoudre un problème avec une équation

Voici les étapes nécessaires à la résolution d'un problème avec une équation :

- **Choix de l'inconnue** : en analysant le problème on détermine la grandeur inconnue modélisée par une lettre (souvent x). Il faut préciser clairement à quoi correspond cette lettre en indiquant aussi l'unité de la grandeur ;
- **Mise en équation** : c'est la partie la plus difficile ! Elle consiste à modéliser les données de l'exercice sous formes d'expressions littérales qui dépendent de l'inconnue choisie. Il faut ensuite construire une équation qui correspond à la question posée ;
- **Résolution de l'équation** : il s'agit de résoudre une équation du premier degré avec la méthode habituelle sans se soucier du problème de départ ;
- **Vérification** : il faut vérifier si la solution trouvée correspond bien à la grandeur recherchée. Il faut vérifier qu'elle est bien compatible avec le problème : est-ce un nombre entier ? Un nombre positif ? Un nombre décimal ? ...

Exemples :

Problème n° 1 : Pour un étudiant, la prix d'une place de concert coûte 30 €. Le prix normal est 45 €.
Le soir du concert il a été vendu 80 places. Le montant total de la recette est 3 225 €.

Combien d'étudiant ont assisté à cette séance ?

Première méthode de modélisation :

Choix de l'inconnue : Posons x le nombre d'étudiants ayant assisté au concert.

Mise en équation : Il y a 80 personnes qui assistent au concert dont x étudiants.
Cela signifie qu'il y a $80 - x$ personnes qui ont payé le tarif normal.
Les x étudiants ont payé chacun 30 € donc ensemble ils ont payé $30x$ €.
Les $80 - x$ autres personnes ont payé chacun 45 € donc ensemble ils ont payé $45(80 - x)$ €.
Le montant de la recette est 3 225 € ainsi nous obtenons l'équation suivante :

$$30x + 45(80 - x) = 3\,225$$

Résolution de l'équation :

$$\begin{aligned}
30x + 45(80 - x) &= 3\,225 \\
30x + 45 \times 80 - 45x &= 3\,225 \\
30x + 3\,600 - 45x &= 3\,225 \\
3\,600 - 15x &= 3\,225 \\
3\,600 - 15x + 15x &= 3\,225 + 15x \\
3\,600 &= 3\,225 + 15x \\
3\,600 - 3\,225 &= 3\,225 + 15x - 3\,225 \\
375 &= 15x \\
15x &= 375 \\
x &= \frac{375}{15} \\
x &= 25
\end{aligned}$$

Vérification : Il y a 25 tarifs étudiant donc $80 - 25 = 55$ personnes au tarif normal.
25×30 € = 750 €.
55×45 € = 2 475 €.

Et 750 € + 2 475 € = 3 225 €.
La solution trouvée convient donc bien au problème.

Il y a 25 étudiants à ce concert.

Seconde méthode de modélisation :
Choix de l'inconnue : Posons cette fois ci y le nombre de tarifs normaux pour ce concert.

Mise en équation : Il y a 80 personnes qui assistent au concert dont y tarifs normaux.
Cela signifie qu'il y a $80 - y$ étudiants qui ont payé le tarif réduit.
Les $80 - y$ étudiants ont payé chacun 30 € donc ensemble ils ont payé $30(80 - y)$ €.
Les y autres personnes ont payé chacun 45 € donc ensemble ils ont payé $45y$ €.
Le montant de la recette est 3 225 € ainsi nous obtenons l'équation suivante :

$$30(80 - y) + 45y = 3225$$

Résolution de l'équation :

$$\begin{aligned}
30(80 - y) + 45y &= 3225 \\
30 \times 80 - 30y + 45y &= 3225 \\
2400 + 15y &= 3225 \\
2400 + 15y - 2400 &= 3225 - 2400 \\
15y &= 825 \\
y &= \frac{825}{15} \\
y &= 55
\end{aligned}$$

Vérification : Il y a 55 tarifs normaux donc $80 - 55 = 25$ personnes au tarif étudiant.
25 × 30 € = 750 €.
55 × 45 € = 2 475 €.
Et 750 € + 2 475 € = 3 225 €.
La solution trouvée convient donc bien au problème.

Il y a 25 étudiants à ce concert.

Les deux modélisations permettent d'obtenir deux équations différentes, mais elles aboutissent à la même réponse !
Un problème sans solution ou presque... :
J'ai trois enfants : Jules 11 ans, Marie 17 ans et Pierre 21 ans.
Sachant que je viens d'avoir 45 ans, dans combien d'années mon âge sera-t-il égal à la somme des âges de mes enfants ?

Choix de l'inconnue : Posons n le nombre d'années cherché.

Mise en équation : Dans n année Jules aura $11 + n$ ans, Marie aura $17 + n$ ans, Pierre aura $21 + n$ ans et j'aurai $45 + n$ ans.
La somme des âges de mes enfants sera donc $11 + n + 17 + n + 21 + n$.
Nous obtenons donc l'équation suivante :

$$11 + n + 17 + n + 21 + n = 45 + n$$

Résolution de l'équation :

$$
\begin{aligned}
11+n+17+n+21+n &= 45+n \\
49+3n &= 45+n \\
49+3n-49 &= 45+n-49 \\
3n &= n-4 \\
3n-n &= n-4-n \\
2n &= -4 \\
n &= -\frac{4}{2} \\
n &= -2
\end{aligned}
$$

Vérification : On obtient un nombre négatif! L'événement décrit dans l'énoncé du problème n'arrivera donc pas dans le futur.
Cela signifie en fait que cet événement a eu lieu dans le passé, il y a exactement 2 ans.
En effet, il y a deux ans j'avais 43 ans, Jules avait 9 ans, Marie 15 ans et Pierre 19 ans.
Comme $9+15+19=43$ on constate que la solution de l'équation a bien du sens, même si elle n'est pas la réponse à l'exercice!

IV — Annexes

Exercice n° 9.23 : Vérifier si un nombre est une solution d'une équation

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ?

Affirmation n° 1 : -3 est une solution de l'équation : $3x+1=2x-1$

Affirmation n° 2 : -1 est une solution de l'équation : $5x-7=3x-9$

Affirmation n° 3 : 2 est une solution de l'équation : $5(3x+1)=3(2x-1)$

Affirmation n° 4 : $\frac{5}{3}$ est une solution de l'équation : $6x-7=3x-2$

Affirmation n° 5 : $\frac{3}{4}$ est une solution de l'équation : $5x-8=2x-4$

Affirmation n° 6 : -3 est une solution de l'équation : $3x^2-21=2x^2+4x$

Exercice n° 9.24 : Résoudre des équations du premier degré

Résoudre chacune des équations suivantes :

(1) $5x+3=3x+9$

(2) $3x-2=x+11$

(3) $7x-8=10x-7$

(4) $7-2x=9-5x$

(5) $-3x-9=-1+7x$

(6) $10x-1=1-3x$

(7) $9x-5=8-7x$

(8) $4+8x=1-4x$

Exercice n° 9.25 : Problème et équation

Deux élèves ont chacun une calculatrice. Ils affichent le même nombre sur leurs calculatrices.
Juliette multiplie le nombre par 3 puis ajoute 4 au résultat obtenu. Clément multiplie le nombre affiché par 2 puis ajoute 7 au résultat obtenu.
Quand ils ont terminé, ils constatent que leurs calculatrices affichent les mêmes nombres.

1. En notant x le nombre de départ, exprimer à l'aide de x les calculs effectués par Juliette.
2. Exprimer en utilisant la lettre x les calculs effectués par Clément.
3. En résolvant une équation qui utilise les expressions des questions **1.** et **2.**, trouver quel était le nombre affiché au départ sur les deux calculatrices.
4. Vérifier le résultat obtenu en reprenant les étapes de l'énoncé.

Exercice n° 9.26 : Problème et équation — Épisode 2

Deux élèves ont chacun une calculatrice. Ils affichent le même nombre sur leurs calculatrices.
Alice multiplie le nombre par 6 puis ajoute 7 au résultat obtenu. Adrien multiplie le nombre par 2 puis ajoute 10.
Quand ils ont terminé, ils constatent que leurs calculatrices affichent les mêmes nombres.

Quel était le nombre affiché au départ ?

Exercice n° 9.27 : Problème et équation — Épisode 3

Je pense à un nombre. Son double augmenté de 16 est égal à son triple diminué de 21.

Quel est ce nombre ?

Exercice n° 9.28 : Problème et équation — Épisode 4

Trois personnes se partagent un héritage de 1 900 €.
La seconde personne reçoit 70 € de plus que la première.
La troisième personne reçoit le double de la part de la première moins 150 €.

Calculer la part de chaque personne.

Exercice n° 9.29 : Problème et équation — Épisode 5

a. Trouver trois nombres entiers consécutifs dont la somme est 129.

b. Trouver cinq nombres entiers consécutifs dont la somme est 455.

c. Trouver trois nombres entiers pairs consécutifs dont la somme est 144.

d. Trouver trois nombre entiers impairs consécutifs dont la somme est 633.

Deux nombres entiers sont consécutifs « s'ils se suivent »comme 10 *et* 11 *ou* 101 *et* 102.

Exercice n° 9.30 : Trop difficile !!

Un père à 42 ans. Il a trois enfants qui ont respectivement 4 ans, 9 ans et 11 ans.
Dans combien d'années l'âge du père sera exactement égal à la somme des âges de ses trois enfants ?

Exercice n° 9.13 : Vérifier si un nombre est une solution d'une équation

Correction

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ?

Affirmation n° 1 : -3 est une solution de l'équation : $3x+1=2x-1$

Pour $x=-3$,
$3x+1=3\times(-3)+1=-9+1=-8$
$2x-1=2\times(-3)-1=-6-1=-7$

-3 n'est pas une solution de l'équation

Affirmation n° 2 : -1 est une solution de l'équation : $5x-7=3x-9$

Pour $x=-1$,
$5x-7=5\times(-1)-7=-5-7=-12$
$3x-9=3\times(-1)-9=-3-9=-12$

-1 est une solution de l'équation.

Affirmation n° 3 : 2 est une solution de l'équation : $5(3x+1)=3(2x-1)$

Pour $x=2$,
$5(3x+1)=5(3\times2+1)=5(6+1)=5\times7=35$
$3(2x-1)=3(2\times2-1)=3(4-1)=3\times3=9$

2 n'est pas une solution de l'équation

Affirmation n° 4 : $\frac{5}{3}$ est une solution de l'équation : $6x-7=3x-2$

Pour $x=\frac{5}{3}$,

$$6x-7=6\times\frac{5}{3}-7=\frac{30}{3}-7=10-7=3$$

$$3x-2=3\times\frac{5}{3}-2=5-2=3$$

$\frac{5}{3}$ est une solution de l'équation.

Affirmation n° 5 : $\frac{3}{4}$ est une solution de l'équation : $5x-8=2x-4$

Pour $x=\frac{3}{4}$,

$$5x-8=5\times\frac{3}{4}-8=\frac{15}{4}-\frac{32}{4}=-\frac{17}{4}$$

$$2x-4=2\times\frac{3}{4}-4=\frac{6}{4}-\frac{24}{4}=-\frac{18}{4}$$

$\frac{3}{4}$ n'est pas une solution de l'équation.

Affirmation n° 6 : -3 est une solution de l'équation : $3x^2-21=2x^2+4x$

Pour $x=-3$,
$3x^2-21=3\times3\times(-3)^2-21=3\times9-21=27-21=6$

$2x^2 + 4x = 2 \times (-3)^2 + 4 \times (-3) = 2 \times 9 - 12 = 18 - 12 = 6$

-3 est une solution de l'équation.

Exercice n° 9.14 : Résoudre des équations du premier degré Correction

Résoudre chacune des équations suivantes :

$$5x+3=3x+9$$
$$5x+3-3x=3x+9-3x$$
$$2x+3=9$$
$$2x+3-3=9-3$$
$$2x=6$$
$$x=\frac{6}{2}$$
$$x=3$$

3 est la solution de l'équation.

$$-3x-9=-1+7x$$
$$-3x-9-7x=-1+7x-7x$$
$$-10x-9=-1$$
$$-10x-9+9=-1+9$$
$$-10x=8$$
$$x=-\frac{8}{10}$$
$$x=-0,8$$

$-0,8$ est la solution de l'équation.

$$3x-2=x+11$$
$$3x-2-x=x+11-x$$
$$2x-2=11$$
$$2x-2+2=11+2$$
$$2x=13$$
$$x=\frac{13}{2}$$
$$x=6,5$$

6,5 est la solution de l'équation.

$$10x-1=1-3x$$
$$10x-1+3x=1-3x+3x$$
$$13x-1=1$$
$$13x-1+1=1+1$$
$$13x=2$$
$$x=\frac{2}{13}$$

$\frac{2}{13}$ est la solution de l'équation.

$$7x-8=10x-7$$
$$7x-8-10x=10x-7-10x$$
$$-3x-8=-7$$
$$-3x-8+8=-7+8$$
$$-3x=1$$
$$x=-\frac{1}{3}$$

$-\frac{1}{3}$ est la solution de l'équation.

$$9x-5=8-7x$$
$$9x-5+7x=8-7x+7x$$
$$16x-5=8$$
$$16x-5+5=8+5$$
$$16x=13$$
$$x=\frac{13}{16}$$

$\frac{13}{16}$ est la solution de l'équation.

$$7-2x=9-5x$$
$$7-2x+5x=9-5x+5x$$
$$7+3x=9$$
$$7+3x-7=9-7$$
$$3x=2$$
$$x=\frac{2}{3}$$

$\frac{2}{3}$ est la solution de l'équation.

$$4+8x=1-4x$$
$$4+8x+4x=1-4x+4x$$
$$4+12x=1$$
$$4+12x-4=1-4$$
$$12x=-3$$
$$x=-\frac{3}{12}$$
$$x=-0,25$$

Exercices

Mise en équation de problèmes

Quatrième

Chacun des exercices suivant doit être résolu à l'aide d'une équation. Même s'il est parfois possible d'obtenir la solution sans utiliser cette méthode, il est demandé de passer par une équation. Il est ensuite demandé de vérifier que la solution obtenue est bien celle qui correspond au problème.

Exercice n° 1 : Un problème étape par étape

Deux élèves ont chacun une calculatrice. Ils affichent le même nombre sur leurs calculatrices.

Juliette multiplie le nombre par 3 puis ajoute 4 au résultat obtenu. Clément multiplie le nombre affiché par 2 puis ajoute 7 au résultat obtenu. Quand ils ont terminé, ils constatent que leurs calculatrices affichent les mêmes nombres.

Étape n° 1 : Noter x le nombre affiché sur les deux calculatrices.
Exprimer à l'aide de x les calculs effectués par Juliette.
Exprimer à l'aide de x les calculs effectués par Clément.
Étape n° 2 : Écrire une équation qui modélise la question posée par le problème en utilisant les questions **1.** et **2.**.
Étape n° 3 : Résoudre cette équation.
Étape n° 4 : Vérifier le résultat obtenu en reprenant les étapes de l'énoncé.

Exercice n° 2 : Un problème sans les étapes

Deux élèves ont chacun une calculatrice.

Ils affichent le même nombre sur leurs calculatrices.
Alice multiplie le nombre par 6 puis ajoute 7 au résultat obtenu.
Adrien multiplie le nombre par 2 puis ajoute 10.

Quand ils ont terminé, ils constatent que leurs calculatrices affichent les mêmes nombres.

Quel était le nombre affiché au départ ? *Résoudre cet exercice en utilisant les cinq étapes de l'exercice précédent.*

Exercice n° 3 : Les élèves en classe

Madame Bernouilli, professeure de mathématiques, prétend que quand on multiplie le nombre d'élèves de quatrième par 7 puis qu'on enlève 39 on obtient le même résultat qu'en multipliant le nombre d'élèves par 5 en enlevant ensuite 97.

Est-ce vrai ?

Exercice n° 4 : Le nombre pensé — Épisode 1

Je pense à un nombre.
Je constate que son double augmenté de 16 est égal à son triple diminué de 21.

Quel est ce nombre ?

Exercice n° 5 : Le nombre pensé — Épisode 2

Je pense à un nombre.
Quand je lui ajoute 3 et que je multiplie le tout par 7 j'obtiens le même résultat qu'en lui enlevant 7 et en multipliant le tout par 3.

Quel est ce nombre ?

Exercice n° 6 : Les nombres pensés — Épisode 3

Je pense a trois nombres entiers consécutifs (c'est à dire trois nombres « qui se suivent, comme 11,12 et 13 »).
Leur somme est égale à 2025.

Quels sont ces nombres ?

Exercice n° 6 : Les nombres pensés — Épisode 4

Je pense a cinq nombres entiers consécutifs.
La somme de tous ces nombres est égale au double de la somme des trois premiers.

Quels sont ces nombres ?

Exercice n° 6 : Les nombres pensés — Épisode 5

Je pense a quatre nombres entiers consécutifs.
La somme de tous ces nombres est égale au triple de la somme des trois premiers.

Quels sont ces nombres ?

Exercice n° 7 : L'âge de sa soeur

Olivier a 17 ans et sa soeur a 4 ans.

Dans combien d'années Olivier aura le double de l'âge de sa sœur ?

Est-il possible qu'Olivier ait un jour le triple de l'âge de sa sœur ?

Exercice n° 8 : Le partage d'un héritage

Léo, Léa, Léon et Léandre se partagent un héritage de 39 000 € .
Léa reçoit 5000 € de plus que Léo.
Léon reçoit 2500 € de moins que Léo.
Léandre reçoit le double de la part de Léo moins 1500 €.

Calculer la part de chacun.

Exercice n° 9 : Encore une histoire d'âges

Un père à 42 ans.
Il a trois enfants qui ont respectivement 4 ans, 9 ans et 11 ans.

Dans combien d'années l'âge du père sera exactement égal à la somme des âges de ses trois enfants ?

Exercice n° 10 : Les macarons

Chez mon pâtissier, le sachet de macarons coûte 4 euros de plus que le sachet de chocolats noirs.
Le sachet de chocolats blancs coûte 2 euros de moins que celui de macarons.
J'ai acheté 4 sachets de macarons, 7 sachets de chocolats noirs et 1 sachet de chocolats blancs.
J'ai payé 81 €.

Combien coûte un sachet de chocolats noirs, un sachet de chocolats blancs et un sachet de macarons ?

Exercices — Correction

Exercice n° 1

Correction

Étape n° 1 : Notons x le nombre affiché sur les deux calculatrices.
Juliette multiplie le nombre par 3, elle effectue donc $3x$. Puis elle ajoute 4, soit $\boxed{3x+4}$.
Clément multiplie par 2, soit $2x$. Puis il ajoute 7, c'est à dire $\boxed{2x+7}$

Étape n° 2 : Les deux résultats obtenus, celui de Juliette et celui de Clément sont égaux. On obtient donc l'équation suivante :

$$3x+4=2x+7$$

Étape n° 3 : Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned}3x+4&=2x+7\\3x+4-4&=2x+7-4\\3x&=2x+3\\3x-2x&=2x+3-2x\\x&=3\end{aligned}$$

Étape n° 4 : Vérifions que 3 est bien le nombre cherché.
Juliette a effectué, $3\times 3=9$ puis $9+4=13$.
Clément a effectué, $2\times 3=6$ puis $6+7=13$

Le nombre saisi au départ est 3.

Exercice n° 2

Correction

Étape n° 1 : Posons x le nombre noté au départ sur chacune des calculatrices.
Alice multiplie ce nombre par 6, soit $6x$, puis elle ajoute 7 soit $6x+7$
Adrien multiplie le nombre par 2, soit $2x$ puis il ajoute 10 soit $2x+10$.

Étape n° 2 : Les deux calculatrices affichent le même résultat, on modélise cela avec l'équation :

$$6x+7=2x+10$$

Étape n° 3 : Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned}6x+7&=2x+10\\6x+7-7&=2x+10-7\\6x&=2x+3\\6x-2x&=2x+3-2x\\4x&=3\\x&=\frac{3}{4}\\x&=0,75\end{aligned}$$

Étape n° 4 : Vérification :
Alice a effectué : $6\times 0,75=4,5$ puis $4,5+7=11,5$.
Adrien a effectué : $2\times 0,75=1,5$ puis $1,5+10=11,5$.

Le nombre saisi sur les deux calculatrices est 0,75.

Exercice n° 3

Correction

Étape n° 1 : Posons e le nombre d'élève de quatrième de madame Bernouilli.
Elle multiplie ce nombre par 7, soit $7e$, puis elle enlève 39 soit $7e-39$
Elle multiplie ensuite le nombre par 5, soit $5e$ puis elle enlève 97 soit $5e-97$.

Étape n° 2 : Ces deux calculs amènent au même résultat, soit l'équation :

$$7e-39=5e-97$$

Étape n° 3 : Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned}
7e-39&=5e-97\\
7e-39\textcolor{red}{+39}&=5e-97\textcolor{red}{+39}\\
7e&=5e-58\\
7e\textcolor{red}{-5e}&=5e-58\textcolor{red}{-5e}\\
2e&=-58\\
e&=-\frac{58}{2}\\
e&=-29
\end{aligned}$$

Étape n° 4 : Vérification :
Il n'est pas possible que le nombre d'élèves d'une classe de quatrième soit négatif.

Mme Bernouilli a tort, même si l'équation donne une solution, celle-ci n'est pas un nombre d'élèves !

Exercice n° 4

Correction

Étape n° 1 : Nosons n le nombre auquel je pense.
Son double est $2n$, augmenté de 16 soit $2n+16$.
Son triple est $3n$, diminué de 21 soit $3n-21$

Étape n° 2 : Ces deux calculs amènent au même résultat, soit l'équation :

$$2n+16=3n-21$$

Étape n° 3 : Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned}
2n+16&=3n-21\\
2n+16\textcolor{red}{-16}&=3n-21\textcolor{red}{-16}\\
2n&=3n-37\\
2n\textcolor{red}{-3n}&=3n-37\textcolor{red}{-3n}\\
-n&=-37\\
n&=37
\end{aligned}$$

Étape n° 4 : Vérification :
Le double de 37 vaut 74, on augmente de 16 soit 90.
Le triple de 37 vaut 111, on diminue de 21 soit 90.

Le nombre auquel je pense est 37.

Exercice n° 5

Correction

Étape n° 1 : Posons p le nombre auquel je pense.
On ajoute 3, $p+3$, on multiplie le tout par 7 $7(p+3) = 7p+21$.
On enlève 7, $p-7$, on multiplie le tout par 3, $3(p-7) = 3p-21$.

Étape n° 2 : Ces deux calculs amènent au même résultat, soit l'équation :

$$7p+21 = 3p-21$$

Étape n° 3 : Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned} 7p+21 &= 3p-21 \\ 7p+21-21 &= 3p-21-21 \\ 7p &= 3p-42 \\ 7p-3p &= 3p-42-3p \\ 4p &= -42 \\ p &= -\frac{42}{4} \\ p &= -10,5 \end{aligned}$$

Étape n° 4 : Vérification :
On ajoute 3, on obtient $-10,5+3 = -7,5$, on multiplie par 7 soit $7 \times (-7,5) = -52,5$.
On enlève 7, on obtient $-10,5-7 = -17,5$, on multiplie par 3 soit $3 \times (-17,5) = -52,5$.

Le nombre auquel je pense est -10,5.

Exercice n° 6

Correction

Étape n° 1 : Des nombres consécutifs sont des nombres successifs dont l'écart est 1 comme 11, 12 et 13.
Notons k le premier de ces nombres, le suivant est $k+1$ et le troisième $k+2$.

Étape n° 2 : La somme de ces trois nombres vaut 2025 soit l'équation :

$$k+k+1+k+2 = 2025$$

Étape n° 3 : Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned} k+k+1+k+2 &= 2025 \\ 3k+3 &= 2025 \\ 3k+3-3 &= 2025-3 \\ 3k &= 2022 \\ k &= \frac{2022}{3} \\ k &= 674 \end{aligned}$$

Étape n° 4 : Vérification :
Les trois nombres consécutifs pourraient être 674, 675 et 676.

Comme $674+675+676 = 2025$, les nombres auxquels je pense sont 674, 675 et 676.

On pouvait aussi modéliser ce problème avec deux autres équations :
Étape n° 1 : Notons k le deuxième de ces nombres, le suivant est $k+1$ et le précédent est $k-1$.

Étape n° 2 : La somme de ces trois nombres vaut 2025 soit l'équation :

$$k-1+k+k+1 = 2025$$

Étape n° 3 : Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned} k-1+k+k+1 &= 2025 \\ 3k &= 2025 \\ k &= \frac{2025}{3} \\ k &= 675 \end{aligned}$$

Ou encore :

Étape nº 1 : Notons k le troisième de ces nombres, le précédent est $k-1$ et le premier $k-2$.

Étape nº 2 : La somme de ces trois nombres vaut 2025 soit l'équation :

$$k-2+k-1+k=2025$$

Étape nº 3 : Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned} k-2+k-1+k &= 2025 \\ 3k-3 &= 2025 \\ 3k-3+3 &= 2025+3 \\ 3k &= 2028 \\ k &= \frac{2028}{3} \\ k &= 676 \end{aligned}$$

On obtient bien les mêmes nombres !

Exercice nº 7

Correction

Étape nº 1 : Notons a le nombre d'années à attendre avant que cet événement arrive.
Dans a années, Olivier aura $17+a$ et sa soeur $4+a$.
Le double de l'âge de sa soeur est $2(4+a)$

Étape nº 2 : Olivier doit avoir le double de l'âge de sa soeur, soit l'équation :

$$17+a=2(4+a)$$

Étape nº 3 : Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned} 17+a &= 2(4+a) \\ 17+a &= 8+2a \\ 17+a &= 8+2a \\ 17+a-17 &= 8+2a-17 \\ a &= 2a-9 \\ a-2a &= 2a-9-2a \\ -a &= -9 \\ a &= 9 \end{aligned}$$

Étape nº 4 : Vérification :
Dans 9 ans, Olivier aura $17+9=26$ ans et sa soeur $4+9=13$ ans. On a bien $13\times 2=26$

Dans 9 ans, Olivier aura le double de l'âge de sa soeur.

Au sujet de la question suivante :

Étape nº 1 : Notons a le nombre d'années à attendre avant que cet événement arrive.
Dans a années, Olivier aura $17+a$ et sa soeur $4+a$.

Le triple de l'âge de sa soeur est $3(4+a)$

Étape n° 2 : Olivier doit avoir le triple de l'âge de sa soeur, soit l'équation :

$$17+a=3(4+a)$$

Étape n° 3 : Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned}
17+a&=3(4+a)\\
17+a&=12+3a\\
17+a&=12+3a\\
17+a-17&=12+3a-17\\
a&=3a-5\\
a-3a&=3a-5-3a\\
-2a&=-5\\
a&=\frac{-5}{-2}\\
a&=2,5
\end{aligned}$$

Étape n° 4 : Vérification :
Dans 2,5 ans, deux ans et demi, Olivier aura $17+2,5=19,5$ ans et sa soeur $4+2,5=6,5$ ans. On a bien $6,5\times 3=19,5$

Dans deux ans et demi, Olivier aura le triple de l'âge de sa soeur.

Exercice n° 8 — Correction

1. Étape n° 1 : Notons L la somme que recevra Léo.
Léa va recevoir $L+5000$.
Léon va recevoir $L-2500$.
Léandre va recevoir $2L-1500$

Étape n° 2 : Quand on ajoute les montants reçus par chacun, on obtient le montant total de l'héritage.

$$L+L+5000+L-2500+2L-1500=39000$$

Étape n° 3 : Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned}
L+L+5000+L-2500+2L-1500&=39000\\
5L+1000&=39000\\
5L+1000-1000&=39000-1000\\
5L&=38000\\
L&=\frac{38000}{5}\\
L&=7600
\end{aligned}$$

Étape n° 4 : Vérification :
Léo va recevoir 7600 €.
Léa, 7600 € +5000 € =12 600 € .
Léon, 7600 € -2500 € =5100 € .
Léandre, 2×7600 € -1500 € $=15\,200$ € -1500 € $=13\,700$ € .

On a bien 7600 € $+12\,600$ € $+5100$ € $+13\,700$ € $=39\,000$ € .

Léo aura 7600 € , Léo 12 600 € , Léon 5100 € et Léandre 13 700 €ce qui fait un total de 39 000 € .

Exercice n° 9

Correction

Étape n° 1 : Notons z le nombre d'années à attendre avant que cet événement arrive.
Dans z années, le père aura $42+z$ et ses enfants $4+z$, $9+z$ et $11+z$

Étape n° 2 : On souhaite que la somme des âges des enfants soit égale à l'âge du père soit l'équation :

$$4+z+9+z+11+z=42+z$$

Étape n° 3 : Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned}
4+z+9+z+11+z &= 42+z \\
3z+24 &= 42+z \\
3z+24-24 &= 42+z-24 \\
3z &= z+18 \\
3z-z &= z+18-z \\
2z &= 18 \\
z &= \frac{18}{2} \\
z &= 9
\end{aligned}$$

Étape n° 4 : Vérification :
Dans 9 ans, le père aura $42+9=51$ ans, les enfants auront $4+9=13$ ans, $9+9=18$ ans et $11+9=20$ ans.
On a $13+18+20=51$

Dans 9 ans, le père aura un âge égal à la somme de l'âge de ses enfants.

Un père à 42 ans. Il a trois enfants qui ont respectivement 4 ans, 9 ans et 11 ans.
Dans combien d'années l'âge du père sera exactement égal à la somme des âges de ses trois enfants ?

Exercice n° 1 : Pour travailler la technique

Résoudre chacune des équations suivantes en vous montrant prudent, des obstacles cachés peuvent compliquer la résolution !

(1) $3x+7=2x+5$

(2) $4x+10=2x+3$

(3) $11x+9=8x+13$

(4) $5x+7=2x-5$

(5) $9x-8=3x-5$

(6) $-9x-3=x-5$

(7) $x-11=5-2x$

(8) $3(x+2)=4(5x+1)$

(9) $7x-7=3x-7$

(10) $6x-8=6x-7$

Exercice n° 2 : Encore une histoire de calculatrices

Kodjo et Adjo jouent avec leurs calculatrices.
Ils tapent le même nombre sur chacune de leur calculette.

Kodjo multiplie le nombre par 8 et enlève 13.
Adjo enlève 8 et multiplie le tout par 13.
Quelle suprise, ils obtiennent le même résultat !

Quel nombre, ce frère et cette soeur, avaient-ils choisi au départ ?

Exercice n° 3 : L'héritage de Karl Friedrich Gauss

À sa mort en 1855, le grand mathématicien Carl Friedrich Gauss avait légué une partie de sa fortune 100 000 Thaler, pour trois femmes scientifiques de son temps : Mary Sommerville, Florence Nightingale et Maria Mitchell.

Mary a hérité de 15 000 Thaler de plus que Florence.
Florence a hérité du double du montant obtenu par Maria.

Quelle montant d'héritage chacune a-t-elle reçu ?

Une solution peut-être obtenue en notant x le montant de l'héritage obtenu par Maria...

Cet exercice est une pure fiction, toute ressemblance avec une réalité historique serait fortuite.

Exercice n° 4 : Enigmes avec les âges

Facile

Aujourd'hui, Kazi a 14 ans, son père Nkisi a 41 ans.

Dans combien de temps Kazi aura-t-il exactement la moitié de l'âge de son père ?

Moyen

Est-il possible que Kazi ait le quart de l'âge de son père ?

Défi impossible ! (facultatif)

Ma tante mathématicienne vient de dire à une de ses filles :
« J'ai trois fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez. Quand vous aurez l'âge que j'ai, nous aurons 63 ans à tous les deux. »
Quels sont les âges de ma tante et de ma cousine.

Exercice n° 1 : Pour travailler la technique — Correction

Résoudre chacune des équations suivantes en vous montrant prudent, des obstacles cachés peuvent compliquer la résolution !

$$\begin{aligned} 3x+7 &= 2x+5 \\ 3x+7-7 &= 2x+5-7 \\ 3x &= 2x-2 \\ 3x-2x &= 2x-2-2x \\ x &= -2 \end{aligned}$$

-2 est la solution de cette équation.

$$\begin{aligned} 4x+10 &= 2x+3 \\ 4x+10-10 &= 2x+3-10 \\ 4x &= 2x-7 \\ 4x-2x &= 2x-7-2x \\ 2x &= -7 \\ x &= -\frac{7}{2} \\ x &= -3,5 \end{aligned}$$

$-3,5$ est la solution de cette équation.

(3) $11x+9 = 8x+13$

(4) $5x+7 = 2x-5$

(5) $9x-8 = 3x-5$

(6) $-9x-3 = x-5$

(7) $x-11 = 5-2x$

(8) $3(x+2) = 4(5x+1)$

(9) $7x-7 = 3x-7$

(10) $6x-8 = 6x-7$

Exercice n° 2 : Encore une histoire de calculatrices — Correction

Kodjo et Adjo jouent avec leurs calculatrices.
Ils tapent le même nombre sur chacune de leur calculette.

Kodjo multiplie le nombre par 8 et enlève 13.
Adjo enlève 8 et multiplie le tout par 13.
Quelle suprise, ils obtiennent le même résultat !

Quel nombre, ce frère et cette soeur, avaient-ils choisi au départ ?

Exercice n° 3 : L'héritage de Karl Friedrich Gauss — Correction

À sa mort en 1855, le grand mathématicien Carl Friedrich Gauss avait légué une partie de sa fortune 100 000 Thaler, pour trois femmes scientifiques de son temps : Mary Sommerville, Florence Nightingale et Maria Mitchell.

Mary a hérité de 15 000 Thaler de plus que Florence.
Florence a hérité du double du montant obtenu par Maria.

Quelle montant d'héritage chacune a-t-elle reçu ?

Une solution peut-être obtenue en notant x le montant de l'héritage obtenu par Maria...

Cet exercice est une pure fiction, toute ressemblance avec une réalité historique serait fortuite.

Exercice n° 4 : Enigmes avec les âges — Correction

Facile
Aujourd'hui, Kazi a 14 ans, son père Nkisi a 41 ans.

Dans combien de temps Kazi aura-t-il exactement la moitié de l'âge de son père ?

Moyen
Est-il possible que Kazi ait le quart de l'âge de son père ?

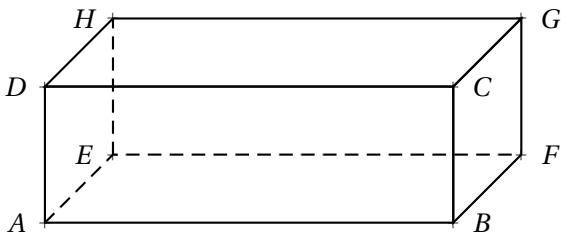
Défi impossible ! (facultatif)
Ma tante mathématicienne vient de dire à une de ses filles :
« J'ai trois fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez. Quand vous aurez l'âge que j'ai, nous aurons 63 ans à tous les deux. »
Quels sont les âges de ma tante et de ma cousine.

Préparation de l'évaluation

Mercredi 8 avril 2026

Quatrième

Exercice n° 1 : Le pavé droit



Le solide $ABCDEFGH$ est un pavé droit dont les mesures sont :
$AB = 72\,\text{m}$, $BC = 24\,\text{m}$ et $BF = 18\,\text{m}$.

1. Un insecte circule sur les arêtes de ce solides en passant succesivement par les sommets E->F->B->C->G->H->D->A->E.
Quelle distance a parcouru cet insecte ?

2. Calculer l'aire du patron de ce pavé droit.

3. Calculer le volume en litres de ce pavé. On rappelle que $1\,\text{L} = 1\,\text{dm}^3$.

4. Calculer la distance AF en justifiant la réponse.

5. Calculer la distance AG en justifiant la réponse.

Exercice n° 2 : Résoudre des équations du premier degré

Résoudre chacune des équations suivantes :

(1) $5x + 6 = 3x + 1$

(2) $7x - 3 = 2x - 1$

(3) $5 - 2x = 3x + 9$

(4) $-7 + 3x = 9 - x$

(5) $5(2x + 1) = 3(x + 3)$

(6) $2x - (3x + 2) = 2(x + 3) - x$

Exercice n° 3 : Un problème géométrique

Un rectangle a une longueur qui mesure 10 unités de plus que sa largeur.
Si on double sa longueur et qu'on retire 3 unités à sa largeur, son périmètre augmente de 50 unités.

Combien mesure la longueur et la largeur du rectangle initial ?

Exercice n° 4 : Le championnat de football Sénior départemental de Haute-Garonne

Saint Simon, Saint Lys, Bouloc, Compans et Castelnau D'Estrétefonds sont les cinq premiers du championnat de football local.

Sur les 25 premières journées du championnat, voici quelques informations :

- Saint-Simon a marqué deux fois plus de buts que Castelnau d'Estrétefond ;
- Saint-Lys a marqué 10 buts de plus de Bouloc ;
- Compans a marqué 12 buts de moins que Bouloc ;
- Bouloc a marqué 14 buts de plus que Castelnau d'Estrétefonds.

Ces cinq équipes ont marqué 232 buts depuis le début de la saison.

Calculer combien de buts chaque équipe a marqué.

☞ Préparation de l'évaluation—Correction ☜

Correction

Évaluation commune de mathématiques

Mercredi 8 avril 2026

Quatrième

Exercice n° 1

(*6 points*)

Résoudre chacune des équations suivantes :

(1) $7x + 11 = 3x + 5$

(2) $5x - 3 = 3x - 1$

(3) $5 - 3x = 4x + 8$

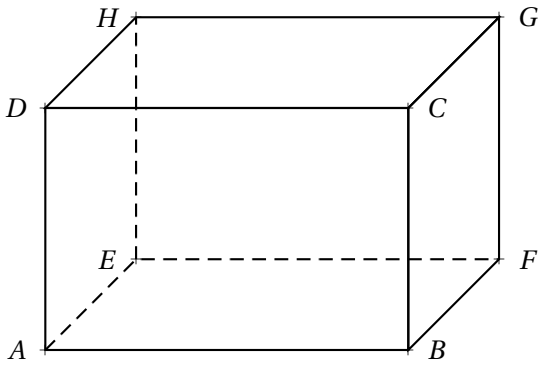
(4) $-3 + 2x = 9 - 5x$

(5) $4(2x + 1) = 3(x + 5)$

(6) $2x - (5x + 2) = 2(3x + 3) - x$

Exercice n° 2

(*6 points*)



Le solide $ABCDEFGH$ est un pavé droit dont les mesures sont :
$AB = 24\,\text{m}$, $BC = 16\,\text{m}$ et $BF = 18\,\text{m}$.

1. Un insecte circule sur les arêtes de ce solides en passant succesivement par les sommets E->F->B->C->G->H->D->A->E.
Quelle distance a parcouru cet insecte ?

2. Calculer le volume en litres de ce pavé. On rappelle que $1\,\text{L} = 1\,\text{dm}^3$.

3. Calculer la distance AF en justifiant la réponse.

4. Calculer la distance AG en justifiant la réponse.

Exercice n° 3

(*4 points*)

Un triangle a un périmètre de 73 cm.

Le côté le plus long mesure le double du plus petit.
Le côté restant mesure 7 cm de moins que le plus long.

Combien mesure chacun des côtés de ce triangle ?

Exercice n° 4

(*4 points*)

Mon oncle professeur de mathématiques au collège de France a laissé à mes deux soeurs et moi l'intégralité de sa fortune, 314 159 €.

Ma petite soeur a hérité de 17 869 € de plus que moi.
Ma grande soeur a hérité de 16 874 € de moins que moi.

Combien chacun a-t-il hérité ?

Évaluation commune de mathématiques—Correction

Exercice n° 1

Correction

6 points

Résoudre chacune des équations suivantes :

$$\begin{aligned}
7x+11 &= 3x+5\\
7x+11-11 &= 3x+5-11\\
7x &= 3x-7\\
7x-3x &= 3x-7-3x\\
4x &= -7\\
x &= -\frac{7}{4}\\
x &= -1,75
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
3+2x &= 9-5x\\
3+2x-3 &= 9-5x-3\\
2x &= 6-5x\\
2x+5x &= 6-5x+5x\\
7x &= 6\\
x &= \frac{6}{7}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
5x-3 &= 3x-1\\
5x-3+3 &= 3x-1+3\\
5x &= 3x+2\\
5x-3x &= 3x+2-3x\\
2x &= 2\\
x &= \frac{2}{2}\\
x &= 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
4(2x+1) &= 3(x+5)\\
8x+4 &= 3x+15\\
8x+4-4 &= 3x+15-4\\
8x &= 3x+11\\
8x-3x &= 3x+11-3x\\
5x &= 11\\
x &= \frac{11}{5}\\
x &= 2,2
\end{aligned}$$

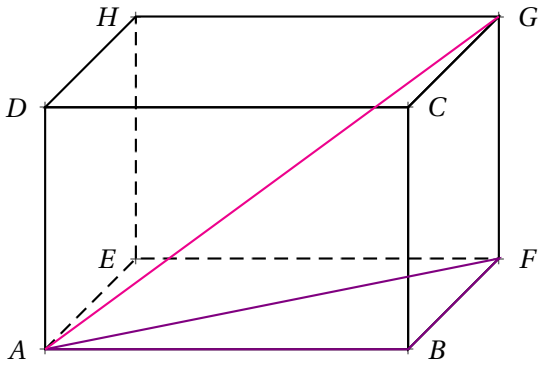
$$\begin{aligned}
5-3x &= 4x+8\\
5-3x-5 &= 4x+8-5\\
-3x &= 4x+3\\
-3x-4x &= 4x+3-4x\\
-7x &= 3\\
x &= -\frac{3}{7}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2x-(5x+2) &= 2(3x+3)-x\\
2x-5x-2 &= 6x+6-x\\
-3x-2 &= 5x+6\\
-3x-2+2 &= 5x+6+2\\
-3x &= 5x+8\\
-3x-5x &= 5x+8-5x\\
-8x &= 8\\
x &= -\frac{8}{8}\\
x &= -1
\end{aligned}$$

Exercice n° 2

Correction

6 points



Le solide $ABCDEFGH$ est un pavé droit dont les mesures sont :
$AB = 24\,\text{m}$, $BC = 16\,\text{m}$ et $BF = 18\,\text{m}$.

1. Un insecte circule sur les arêtes de ce solides en passant succesivement par les sommets E->F->B->C->G->H->D->A->E.
Quelle distance a parcouru cet insecte ?

$EF + FB + BC + CG + GH + HD + DA + AE = 24\,\text{m} + 18\,\text{m} + 16\,\text{m} + 18\,\text{m} + 24\,\text{m} + 18\,\text{m} + 16\,\text{m} + 18\,\text{m} =$ $\boxed{152\,\text{m}}$

2. Calculer le volume en litres de ce pavé. On rappelle que $1\,\text{L} = 1\,\text{dm}^3$.

Volume $= AB \times BF \times BC = 24\,\text{m} \times 18\,\text{m} \times 16\,\text{m} =$ $\boxed{6912\,\text{m}^3 = 6912000\,\text{L}}$

3. Calculer la distance AF en justifiant la réponse.

Dans le triangle ABF rectangle en B,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BA^2 + BF^2 = AF^2$$
$$24^2 + 18^2 = AF^2$$
$$576 + 324 = AF^2$$
$$AF^2 = 900$$
$$AF = \sqrt{900}$$
$$AF = 30$$

4. Calculer la distance AG en justifiant la réponse.

Dans le triangle AFG rectangle en F,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$FA^2 + FG^2 = AG^2$$
$$30^2 + 16^2 = AG^2$$
$$900 + 256 = AG^2$$
$$AG^2 = 1156$$
$$AG = \sqrt{1156}$$
$$AG = 34$$

Exercice n° 3

Correction

4 points

Un triangle a un périmètre de 73 cm.

Le côté le plus long mesure le double du plus petit.
Le côté restant mesure 7 m de moins que le plus long.

Combien mesure chacun des côtés de ce triangle ?

Notons x la mesure en centimètres du côté le plus petit.
Le plus long mesure donc $2x$.
Le côté restant mesure $2x-7$.

Calculons le périmètre, il vaut $x+2x+2x-7$.

Il faut donc résoudre :

$$\begin{aligned} x+2x+2x-7 &= 73 \\ 5x-7 &= 73 \\ 5x-7+7 &= 73+7 \\ 5x &= 80 \\ x &= \frac{80}{5} \\ x &= 16 \end{aligned}$$

Vérifions :
Le plus court côté mesure 16 m, le plus long 32 m et le côté restant 25 m.
Le périmètre vaut $16\,\text{m}+32\,\text{m}+25\,\text{m}=73\,\text{m}$.

Exercice n° 4

Correction

4 points

Mon oncle professeur de mathématiques au collège de France a laissé à mes deux soeurs et moi l'intégralité de sa fortune, 314 159 €.

Ma petite soeur a hérité de 17 869 € de plus que moi.
Ma grande soeur a hérité de 16 874 € de moins que moi.

Combien chacun a-t-il hérité ?

Notons z le montant de mon héritage.
Ma soeur cadette a reçu $z+17\,869$.
Ma soeur ainée a reçu $z-16\,874$.

Le montant total de l'héritage est donc de $z+z+17\,869+z-16\,874$.

Il faut résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} z+z+17\,869+z-16\,874 &= 314\,159 \\ 3z+995 &= 314\,159 \\ 3z+995-995 &= 314\,159-995 \\ 3z &= 313\,164 \\ z &= \frac{313\,164}{3} \\ z &= 104\,388 \end{aligned}$$

Vérifions :
J'ai reçu 104 388 € , ma soeur cadette 122 257 € et ma soeur ainée 87 514 €.
Et on a 104 388 € + 122 257 € + 87 514 € = 314 159 € .

Équations

Exercice n° 1 : *12 points*

Résoudre sur votre copie, chacune des équations suivantes :

$$3x + 7 = 2x - 11$$

$$6x - 3 = 9x + 10$$

$$5x - 8 = 2x - 9$$

$$1 - 7x = 3 - 8x$$

$$2x - 6x + 3 = 9x + 7 - 5$$

$$7(5x + 2) = 6(3x + 9)$$

Exercice n° 2 : *4 points*

Chérazade et Léa ont chacune choisi un nombre sur leurs calculatrice.
Léa multiplie son nombre par 2 puis elle ajoute 7.
Chérazade multiplie son nombre par 5 puis elle enlève 8.
Quand elle observe leurs calculatrices après ces opérations, les deux machines affichent le même nombre !

Quel nombre Léa et Chérazade avait-elle choisi au départ ?

Résoudre ce problème avec une équation et penser à vérifier votre réponse ! Toute trace de recherche sera valorisée !!

Exercice n° 3 : *4 points*

Dans la pâtisserie de Tigran, le sachet de macarons coûte 5 euros de plus que le sachet de chocolats noirs.
Le sachet de chocolats blancs coûte 3 euros de moins que celui de macarons.
J'ai acheté 3 sachets de macarons, 4 sachets de chocolats noirs et 1 sachet de chocolats blancs.
J'ai payé 55 €.

Quel est le prix des macarons, des chocolats noirs et des chocolats blancs ?

Résoudre ce problème avec une équation et penser à vérifier votre réponse ! Toutes traces de recherche sera valorisée !!

Équations et problème

NOM : **PRÉNOM :** **CLASSE :**

Exercice n° 1 :

14 points

Résoudre chacune des équations suivantes :

$5x+4=4x+7$	$6x-3=4x-11$	$7-14x=3+7x$	$5(2x+5)=4(x+7)$

Exercice n° 2 :

6 points

Chez mon pâtissier, le sachet de macarons coûte 5 euros de plus que le sachet de chocolats noirs.
Le sachet de chocolats blancs coûte 3 euros de moins que celui de macarons.
J'ai acheté 3 sachets de macarons, 4 sachets de chocolats noirs et 1 sachet de chocolats blancs.
J'ai payé 55 €.
Combien coûte un sachet de chocolats noirs, un sachet de chocolats blancs et un sachet de macarons ?
Toute traces de recherche sera valorisée.

Équations et problème — **Correction**

Exercice n° 1 : Équations Correction

Résolution des équations du premier degré

Résoudre chacune des équations suivantes :

$5x+4=4x+7$

$5x+4-4=4x+7-4$

$5x=4x+3$

$5x-4x=4x+3-4x$

$x=3$

$6x-3=4x-11$

$6x-3+3=4x+11+3$

$6x=4x+14$

$6x-4x=4x+14-4x$

$2x=14$

$x=\dfrac{14}{2}$

$x=7$

$6x-3=4x-11$

$7-14x=3+7x$

$5(2x+5)=4(x+7)$

Équations et problème

NOM : **PRÉNOM :** **CLASSE :**

Exercice n° 1 :

14 points

Résoudre chacune des équations suivantes :

$7x+4=6x+10$	$6x-3=4x-11$	$11-13x=6+5x$	$6(2x+4)=3(2x+7)$

Exercice n° 2 :

6 points

Chez mon pâtissier, le sachet de macarons coûte 4 euros de plus que le sachet de chocolats noirs.
Le sachet de chocolats blancs coûte 2 euros de moins que celui de macarons.
J'ai acheté 4 sachets de macarons, 7 sachets de chocolats noirs et 1 sachet de chocolats blancs.
J'ai payé 81 €.
Combien coûte un sachet de chocolats noirs, un sachet de chocolats blancs et un sachet de macarons ?
Toute traces de recherche sera valorisée.

Équations et problème

NOM : **PRÉNOM :** **CLASSE :**

Exercice n° 1 :

14 points

Résoudre chacune des équations suivantes :

$8x+4=7x+13$	$7x-3=5x-17$	$15-10x=7+5x$	$5(3x+4)=4(3x+9)$

Exercice n° 2 :

6 points

Chez mon pâtissier, le sachet de macarons coûte 5 euros de plus que le sachet de chocolats noirs.
Le sachet de chocolats blancs coûte 3 euros de moins que celui de macarons.
J'ai acheté 5 sachets de macarons, 6 sachets de chocolats noirs et 1 sachet de chocolats blancs.
J'ai payé 96 €.
Combien coûte un sachet de chocolats noirs, un sachet de chocolats blancs et un sachet de macarons ?
Toute traces de recherche sera valorisée.

Évaluation

Quatrième

$$x+7=39$$
$$x+7-7=39-7$$
$$x=32$$

$$x-11=39$$
$$x-11+11=39+11$$
$$x=50$$

$$7x=56$$
$$x=\frac{56}{7}$$
$$x=8$$

$$8x=-11$$
$$x=-\frac{11}{8}$$

$$3x+5=2x+11$$
$$3x+5-5=2x+11-5$$
$$3x=2x+6$$
$$3x-2x=2x+6-2x$$
$$x=6$$

$$5x+7=2x+17$$
$$5x+7-7=2x+17-7$$
$$5x=2x+10$$
$$5x-2x=2x+10-2x$$
$$3x=10$$
$$x=\frac{10}{3}$$

(7) $11x+8=6x+3$

(8) $8x-7=5x-8$

(9) $9x-13=6x-9$

(10) $11x-9=5x+9$

(11) $8x+9=5x-8$

(12) $9x-9=5x-11$

(13) $7x-7=17-3x$

(14) $11-8x=9-4x$

(15) $17-3x=9x-7$

(16) $9x-13=16-8x$

(17) $1-8x=9x+9$

(18) $8x-8+3x-1=2x-1+3x-9$

☞ Évaluation — Correction ☜

Évaluation

Quatrième

☞ Évaluation — Correction ☜

Remarques et intentions pédagogiques

[2] **Activité — Une histoire de balance**

Mes intentions sont claires

Informations légales

- **Auteur :** Fabrice ARNAUD
- **Web :** pi.ac3j.fr
- **Mail :** contact@ac3j.fr
- **Dernière modification :** 5 novembre 2026 à 6:29

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.2141
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Resolute Raccoon (Le Raton Laveur résolu) 26.04 avec la distribution TeX Live 2025.20260124 et LuaTex 1.22.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !

Licence CC BY-NC-SA 4.0

Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
Adapter — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.

Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.

Partage dans les Mêmes Conditions — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.

Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr

Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, , a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 5 novembre 2026 à 6:29.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article :