# Chapitre I

## Les nombres relatifs

**Sommaire**


Activité—Culture De Pythagore au dernier théorème de Fermat . . . 6
Activité—Cryptographie Chiffre de César . . . 10
Activité—Situation initiale Moins c'est rouge et plus c'est noir ! . . . 13
La leçon — Version prof . . . 15
I Définition et comparaison . . . 15
II Somme algébrique des nombres relatifs . . . 16
III Produit des nombres relatifs . . . 18
IV Quotient des nombres relatifs . . . 19
La leçon — Version élève . . . 20
I Définition et comparaison . . . 20
II Somme algébrique des nombres relatifs . . . 21
III Produit des nombres relatifs . . . 23
IV Quotient des nombres relatifs . . . 24
Évaluation—Somme algébrique . . . 25
Évaluation—Somme algébrique . . . 27
Évaluation—Somme algébrique . . . 29
Activité — Curiosité mathématique : Le cygne et les signes . . . 31
Évaluation — Somme algébrique . . . 39
Évaluation — Somme algébrique . . . 41
V Annexes . . . 43
Vocabulaire . . . 44
Exercices . . . 48
Évaluation — Relatifs, addition, soustraction et somme algébrique . . . 50
Activité—Tâche complexe La pharmacie . . . 79
Activité — Développement durable : Empreinte carbone . . . 81

Culture

# De Pythagore au dernier théorème de Fermat

*Quatrième*

## Une liste de carrés et de cube

Compléter en vous aidant de votre calculatrice, la liste suivante des carrés, des cubes, et quelques autres puissances des entiers de 1 à 20.

| $n$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n^2$ | | | | | | | | | | |
| $n^3$ | | | | | | | | | | |
| $n^4$ | | | | | | | | | | |
| $n^5$ | | | | | | | | | | |

| $n$ | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n^2$ | | | | | | | | | | |
| $n^3$ | | | | | | | | | | |

| $n$ | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n^2$ | | | | | | | | | | |

## Théorème des deux carrés de Fermat

*Pierre de Fermat est né vers 1610 à Beaumont-de-Lomagne, près de Montauban. Il est mort le 12 janvier 1665 à Castres. Fermat est un magistrat et mathématicien français, il est surnommé « le prince des amateurs ». Il est connu pour avoir énoncé et démontré de nombreuses propriétés arithmétique, les étudiants connaissent bien le petit théorème de Fermat. Il est aussi poète, latiniste et helléniste, et s'est intéressé aux sciences et en particulier à la physique, on lui doit notamment le principe de Fermat en optique. Il est particulièrement connu pour avoir énoncé le dernier théorème de Fermat, dont la démonstration n'a été établie que plus de 300 ans plus tard, par le mathématicien britannique Andrew Wiles en 1994.*

Le problème de deux carrés consiste à se demander quels sont les nombres entiers que l'on peut écrire sous la forme d'une somme de deux carrés. Par exemple : $0 = 0^2 + 0^2$, $1 = 0^2 + 1^2$, $2 = 1^2 + 1^2$. 3, en revanche, ne peut pas s'écrire de cette manière.
Indiquer ci-dessous, pour tous les nombres entiers de 2 à 50, ceux qui sont décomposables en somme de deux carrés :

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $2 = 1^2 + 1^2$ | $9 =$ | $16 =$ | $23 =$ | $30 =$ | $37 =$ | $44 =$ |
| $3 = 3$ | $10 =$ | $17 =$ | $24 =$ | $31 =$ | $38 =$ | $45 =$ |
| $4 =$ | $11 =$ | $18 =$ | $25 =$ | $32 =$ | $39 =$ | $46 =$ |
| $5 =$ | $12 =$ | $19 =$ | $26 =$ | $33 =$ | $40 =$ | $47 =$ |
| $6 =$ | $13 =$ | $20 =$ | $27 =$ | $34 =$ | $41 =$ | $48 =$ |
| $7 =$ | $14 =$ | $21 =$ | $28 =$ | $35 =$ | $42 =$ | $49 =$ |
| $8 =$ | $15 =$ | $22 =$ | $29 =$ | $36 =$ | $43 =$ | $50 =$ |

Observer la liste précédente et repérer les nombres entiers qui ne sont pas la somme de deux carréa.

*Dans une lettre à Mersenne de Noël 1640, Pierre de Fermat formule le théorème de deux carrés qui donne une condition nécessaire et suffisante pour qu'un nombre entier soit la somme de deux carrés. On appelle parfois ce résultat, le théorème de Fermat de Noël.*

## Théorème de Gauss sur la somme des trois carrés

Reprendre la liste précédente des nombres entiers de 1 à 50 qui ne sont pas la somme de deux carrés et tenter de les écrire sous la forme d'une somme de trois carrés :

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $3 = 1^2 + 1^2 + 1^2$ | 12 = | 21 = | 27 = | 33 = | 42 = | 46 = |
| 6 = | 14 = | 22 = | 28 = | 35 = | 43 = | 47 = |
| 7 = | 15 = | 23 = | 30 = | 38 = | 44 = | 48 = |
| 11 = | 19 = | 24 = | 31 = | 39 = | 45 = | |

Quels sont les nombres entiers inférieurs à 50 qui ne sont pas la somme de trois carrés ?
*En 1801, Carl Friedrich Gauss donne la première preuve correcte et complète de ce théorème*

## Théorème des quatre carrés de Lagrange

*Ce théorème a été conjecturé par Claude-Gaspard Bachet de Méziriac en 1621. Fermat affirma avoir une preuve de cette conjecture et même d'une généralisation. Le théorème fut démontré en 1770 par Joseph Louis Lagrange et redémontré en 1772 par Euler.*

Ce théorème affirme que tout nombre entier peut s'écrire sous la forme d'une somme de quatre carrés.
Reprendre la liste précédente des nombres entiers de 1 à 50 qui ne sont pas la somme de trois carrés et tenter de les écrire sous la forme d'une somme de quatre carrés :

| | | | |
|---|---|---|---|
| 7 = | 23 = | 31 = | 47 = |
| 15 = | 28 = | 39 = | |

## Le théorème de Pythagore

En observant la liste des carrés obtenue au verso, faire une liste de carrés égaux à une somme de deux carrés.
Par exemple, $3^2 = 9$, $4^2 = 16$ et $5^2 = 25$. Or $9 + 16 = 25$ donc $5^2 = 3^2 + 4^2$.
On dit que le triplet $(3;4;5)$ est un triplet Pythagoricien.

*Indice :* il y a 10 triplets Pythagoriciens disponibles dans le tableau précédent !

Il y a une infinité de triplets Pythagoriciens, on le sait depuis Euclide.

## Le dernier théorème de Fermat

En utilisant la liste précédente, calculer :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $4^3 + 4^3$ | $5^3 + 6^3$ | $6^3 + 8^3$ | $9^3 + 10^3$ | $7^4 + 8^4$ |

*Le nombre 1729 est célèbre en mathématiques. Godfrey Harold Hardy, mathématicien britannique de la première moitié du XXe siècle, rapporte l'anecdote suivante, concernant le mathématicien indien Srinivasa Ramanujan. « Je me souviens que j'allais le voir une fois, alors qu'il était malade, à Putney. J'avais pris un taxi portant le numéro 1729 et je remarquai que ce nombre me semblait peu intéressant, ajoutant que j'espérais que ce ne fût pas mauvais signe. Non, me répondit-il, c'est un nombre très intéressant : c'est le plus petit nombre décomposable en somme de deux cubes de deux manières différentes. ».*

*En 1819, la mathématicienne Sophie Germain démontre qu'il n'existe aucun cube égal à la somme de deux cubes, c'est une conséquence du théorème de Sophie Germain.*

*Vers 1637, Pierre de Fermat laisse une note en marge du livre* ***Arithmetica*** *de Diophante, une livre écrit au troisième siècle avant notre ère. Alors que Fermat étudie les triplets Pythagoriciens, il écrit ceci :*
*« Il est impossible de séparer un cube en deux cubes, ou une puissance quatrième en deux puissances quatrièmes, ou, plus généralement, toute puissance supérieure à deux en deux puissances semblables. Je possède une preuve véritablement merveilleuse, mais la marge est trop étroite pour la contenir. »*
*Cette conjecture est restée sans démonstration pendant 350 ans. Il faudra attendre le travail du mathématicien anglais Andrew Wiles, qui lui dédiera 7 ans de sa vie, pour obtenir la preuve définitive en 1994. En 2016, il reçoit le prix Abel pour « sa démonstration stupéfiante du dernier théorème de Fermat ».*
*En 1995, il se rend à Beaumont-de-Lomagne pour recevoir le prix Fermat décerné tous les deux ans par l'Institut de Mathématiques de Toulouse depuis 1989. Grâce à Fermat et à Andrew Wiles, Beaumont-de-Lomagne est connue dans le monde entier, en particulier dans la communauté mathématique.*

## Une liste de carrés et de cube

Compléter en vous aidant de votre calculatrice, la liste suivante des carrés, des cubes, et quelques autres puissances des entiers de 1 à 20.

| $n$ | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n^2$ | 0 | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64 | 81 |
| $n^3$ | 0 | 1 | 8 | 27 | 64 | 125 | 216 | 343 | 512 | 729 |
| $n^4$ | 0 | 1 | 16 | 81 | 256 | 625 | 1296 | 2401 | 4096 | 6561 |
| $n^5$ | 0 | 1 | 32 | 243 | 1024 | 3125 | 7776 | 16807 | 32768 | 59049 |

| $n$ | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** | **19** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n^2$ | 100 | 121 | 144 | 169 | 196 | 225 | 256 | 289 | 324 | 361 |
| $n^3$ | 1000 | 1331 | 1728 | 2197 | 2744 | 3375 | 4096 | 4913 | 5832 | 6859 |

| $n$ | **20** | **21** | **22** | **23** | **24** | **25** | **26** | **27** | **28** | **29** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n^2$ | 400 | 441 | 484 | 529 | 576 | 625 | 676 | 729 | 784 | 841 |

## Théorème des deux carrés de Fermat

*Pierre de Fermat est né vers 1610 à Beaumont-de-Lomagne, près de Montauban. Il est mort le 12 janvier 1665 à Castres. Fermat est un magistrat et mathématicien français, il est surnommé « le prince des amateurs ». Il est connu pour avoir énoncé et démontré de nombreuses propriétés arithmétique, les étudiants connaissent bien le petit théorème de Fermat. Il est aussi poète, latiniste et helléniste, et s'est intéressé aux sciences et en particulier à la physique, on lui doit notamment le principe de Fermat en optique. Il est particulièrement connu pour avoir énoncé le dernier théorème de Fermat, dont la démonstration n'a été établie que plus de 300 ans plus tard, par le mathématicien britannique Andrew Wiles en 1994.*

Le problème de deux carrés consiste à se demander quels sont les nombres entiers que l'on peut écrire sous la forme d'une somme de deux carrés. Par exemple : $0 = 0^2 + 0^2$, $1 = 0^2 + 1^2$, $2 = 1^2 + 1^2$. 3, en revanche, ne peut pas s'écrire de cette manière.
Indiquer ci-dessous, pour tous les nombres entiers de 2 à 50, ceux qui sont décomposables en somme de deux carrés :

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $2 = 1^2 + 1^2$ | $9 = 0^2 + 3^2$ | $16 = 0^2 + 4^2$ | 23 = | 30 = | $37 = 1^2 + 6^2$ | 44 = |
| $3 = 3$ | $10 = 1^2 + 3^2$ | $17 = 1^2 + 4^2$ | 24 = | 31 = | 38 = | 45 = |
| $4 = 0^2 + 2^2$ | 11 = | $18 = 3^2 + 3^2$ | $25 = 0^2 + 5^2$ | $32 = 4^2 + 4^2$ | 39 = | 46 = |
| $5 = 1^2 + 2^2$ | 12 = | 19 = | $26 = 1^2 + 5^2$ | 33 = | $40 = 2^2 + 6^2$ | 47 = |
| 6 = | $13 = 2^2 + 3^2$ | $20 = 2^2 + 4^2$ | 27 = | $34 = 3^2 + 5^2$ | $41 = 4^2 + 5^2$ | 48 = |
| 7 = | 14 = | 21 = | 28 = | 35 = | 42 = | $49 = 0^2 + 7^2$ |
| $8 = 2^2 + 2^2$ | 15 = | 22 = | $29 = 2^2 + 5^2$ | $36 = 0^2 + 6^2$ | 43 = | $50 = 5^2 + 5^2$ |

Observer la liste précédente et repérer les nombres entiers qui ne sont pas la somme de deux carrés : 3, 6, 7, 11, 12, 14, 15, 19, 21, 22, 23, 24,27, 28, 30, 31, 33, 35, 38, 39, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48.

**Un nombre entier est somme de deux carrés si et seulement si les facteurs premiers de ce nombre de la forme $4k + 3$ ont un exposant pair.**

## Théorème de Gauss sur la somme des trois carrés

Reprendre la liste précédente des nombres entiers de 1 à 50 qui ne sont pas la somme de deux carrés et tenter de les écrire sous la forme d'une somme de trois carrés :

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $3 = 1^2 + 1^2 + 1^2$ | $12 = 2^2 + 2^2 + 2^2$ | $21 = 1^2 + 2^2 + 4^2$ | $27 = 1^2 + 1^2 + 5^2$ | $33 = 2^2 + 2^2 + 5^2$ | $42 = 1^2 + 4^2 + 5^2$ | $46 = 1^2 + 3^2 + 6^2$ |
| $6 = 1^2 + 1^2 + 2^2$ | $14 = 1^2 + 2^2 + 3^2$ | $22 = 2^2 + 3^2 + 3^2$ | $28 =$ | $35 = 1^2 + 3^2 + 5^2$ | $43 = 3^2 + 3^2 + 5^2$ | $47 =$ |
| $7 =$ | $15 =$ | $23 =$ | $30 = 1^2 + 2^2 + 5^2$ | $38 = 1^2 + 1^2 + 6^2$ | $44 = 2^2 + 2^2 + 6^2$ | $48 = 4^2 + 4^2 + 4^2$ |
| $11 = 1^2 + 1^2 + 3^2$ | $19 = 1^2 + 3^2 + 3^2$ | $24 = 2^2 + 2^2 + 4^2$ | $31 =$ | $39 =$ | $45 = 2^2 + 4^2 + 5^2$ | |

Quels sont les nombres entiers inférieurs à 50 qui ne sont pas la somme de trois carrés ? 7, 15, 23, 28, 31, 39, 47
*En 1801, Carl Friedrich Gauss donne la première preuve correcte et complète de ce théorème*

## Théorème des quatre carrés de Lagrange

*Ce théorème a été conjecturé par Claude-Gaspard Bachet de Méziriac en 1621. Fermat affirma avoir une preuve de cette conjecture et même d'une généralisation. Le théorème fut démontré en 1770 par Joseph Louis Lagrange et redémontré en 1772 par Euler.*

Ce théorème affirme que tout nombre entier peut s'écrire sous la forme d'une somme de quatre carrés.
Reprendre la liste précédente des nombres entiers de 1 à 50 qui ne sont pas la somme de trois carrés et tenter de les écrire sous la forme d'une somme de quatre carrés :

| | | | |
|---|---|---|---|
| $7 = 1^2 + 1^2 + 1^2 + 2^2$ | $23 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 3^2$ | $31 = 1^2 + 1^2 + 2^2 + 5^2$ | $47 = 1^2 + 1^2 + 3^2 + 6^2$ |
| $15 = 1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2$ | $28 = 1^2 + 1^2 + 1^2 + 5^2$ | $39 = 1^2 + 1^2 + 1^2 + 6^2$ | |

## Le théorème de Pythagore

En observant la liste des carrés obtenue au verso, faire une liste de carrés égaux à une somme de deux carrés.
Par exemple, $3^2 = 9$, $4^2 = 16$ et $5^2 = 25$. Or $9 + 16 = 25$ donc $5^2 = 3^2 + 4^2$.
On dit que le triplet $(3;4;5)$ est un triplet Pythagoricien.

*Indice :* il y a 10 triplets Pythagoriciens disponibles dans le tableau précédent !
$(3;4;5)$ ; $5;12;13)$ ; $(6;8;10)$ ; $7;24;25)$ ; $8;15;17)$ ; $9;12;15)$ ; $10;24;26)$ ; $12;16;20)$ ; $15;20;25)$ ; $(20;21;29)$
Il y a une infinité de triplets Pythagoriciens, on le sait depuis Euclide.
Soit $p$ et $q$ deux nombres premiers entre eux, de parité différentes avec $p > q$, alors le triplet $(p^2 - q^2; 2pq; p^2 + q^2)$ est Pythagoricien.
Tous les triplets peuvent s'écrire sous cette forme. Par exemple $(5;12;13)$ pour $p = 3$, $q = 2$, $p^2 - q^2 = 9 - 4 = 5$, $2pq = 12$ et $p^2 + q^2 = 13$

## Le dernier théorème de Fermat

En utilisant la liste précédente, calculer :

$4^3 + 4^3 = 64 + 64 = 128 \neq 125 = 5^3$
$5^3 + 6^3 = 125 + 216 = 341 \neq 343 = 7^3$
$6^3 + 8^3 = 216 + 512 = 728 \neq 729 = 9^3$
$9^3 + 10^3 = 729 + 1000 = 1729 \neq 1728 = 12^3 =$
$7^4 + 8^4 = 2401 + 4096 = 6497 \neq 6561 = 9^4$

*Le nombre 1729 est célèbre en mathématiques. Godfrey Harold Hardy, mathématicien britannique de la première moitié du XXe siècle, rapporte l'anecdote suivante, concernant le mathématicien indien Srinivasa Ramanujan. « Je me souviens que j'allais le voir une fois, alors qu'il était malade, à Putney. J'avais pris un taxi portant le numéro 1729 et je remarquai que ce nombre me semblait peu intéressant, ajoutant que j'espérais que ce ne fût pas mauvais signe. Non, me répondit-il, c'est un nombre très intéressant : c'est le plus petit nombre décomposable en somme de deux cubes de deux manières différentes. ».*

*En 1819, la mathématicienne Sophie Germain démontre qu'il n'existe aucun cube égal à la somme de deux cubes, c'est une conséquence du théorème de Sophie Germain.*

*Vers 1637, Pierre de Fermat laisse une note en marge du livre* ***Arithmetica*** *de Diophante, une livre écrit au troisième siècle avant notre ère. Alors que Fermat étudie les triplets Pythagoriciens, il écrit ceci :*
*« Il est impossible de séparer un cube en deux cubes, ou une puissance quatrième en deux puissances quatrièmes, ou, plus généralement, toute puissance supérieure à deux en deux puissances semblables. Je possède une preuve véritablement merveilleuse, mais la marge est trop étroite pour la contenir. »*
*Cette conjecture est restée sans démonstration pendant 350 ans. Il faudra attendre le travail du mathématicien anglais Andrew Wiles, qui lui dédiera 7 ans de sa vie, pour obtenir la preuve définitive en 1994. En 2016, il reçoit le prix Abel pour « sa démonstration stupéfiante du dernier théorème de Fermat ».*
*En 1995, il se rend à Beaumont-de-Lomagne pour recevoir le prix Fermat décerné tous les deux ans par l'Institut de Mathématiques de Toulouse depuis 1989. Grâce à Fermat et à Andrew Wiles, Beaumont-de-Lomagne est connue dans le monde entier, en particulier dans la communauté mathématique.*

Cryptographie

# Chiffre de César

*Quatrième*

## Additionner une lettre et un nombre

Nous allons créer une nouvelle opération mathématique, l'addition entre les lettres de l'alphabet et les nombres entiers. Pour ne pas confondre cette opération étrange avec l'addition habituelle, nous allons utiliser un nouveau symbole $\oplus$. Avant d'effectuer cette opération il est nécessaire de numéroter les 26 lettres de l'alphabet de la manière suivante :

| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P | Q | R | S | T | U | V | W | X | Y | Z |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |

Pour ajouter un nombre entier à une lettre on applique l'algorithme suivant :

- effectuer la somme du numéro de la lettre et du nombre entier ;
- si la somme est comprise entre 0 et 25, ne rien faire ;
- sinon retirer 26 à cette somme jusqu'à obtenir un nombre entier compris entre 0 et 25 (il faut parfois effectuer plusieurs fois cette soustraction !) ;
- le résultat est la lettre qui correspond au numéro obtenu.

☞ Effectuer les additions suivantes :

$A \oplus 1 =$ $\quad D \oplus 9 =$ $\quad T \oplus 8 =$ $\quad A \oplus 26 =$ $\quad R \oplus 32 =$

$Z \oplus 1 =$ $\quad M \oplus 8 =$ $\quad M \oplus 13 =$ $\quad L \oplus 27 =$ $\quad L \oplus 100 =$

## Le chiffre de César

*On appelle chiffre de César toutes les méthodes de cryptage qui consistent à décaler les lettres de l'alphabet d'un nombre de rang fixé ce qui revient à ajouter un nombre entier secret aux lettres en utilisant la méthode précédente. Le nombre entier secret s'appelle* ***la clé de cryptage****. La connaissance de cette clé permet de décrypter le message. L'histoire atteste que l'empereur romain Jules Cesar (Rome -102 — Rome -44) utilisait ce chiffre en décalant les lettres de 3 rangs.*

☞ Combien il y a-t-il de clés de cryptages différentes pour un chiffre de César ?

☞ Cryptez la citation suivante du logicien britannique Bertrand Russel (Trellech 1872 — Penrhyndeudraeth 1970) en utilisant le chiffre de César dont la clé est 10.

**« LES MATHEMATIQUES PEUVENT ETRE DEFINIES COMME UNE SCIENCE DANS LAQUELLE ON NE SAIT JAMAIS DE QUOI ON PARLE NI SI CE QU ON DIT EST VRAI »**

☞ Pour vous aider dans cette tâche, vous devez compléter le tableau suivant. Avant cela calculez $A \oplus 10 =$ .

| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P | Q | R | S | T | U | V | W | X | Y | Z |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

**Cryptage :**

## Cryptanalyse d'un chiffre de César

Voici une citation du journaliste Laurent Lemire chiffrée avec un code de César :

YRFZN GURZN GVDHR FABAG CRHGR GEREV RANIB VENIR PYNIV RDHBG VQVRA ARRYY RFVAG RERFF RAGAR NAZBV AFQVN OYRZR AGYRF ZVYVG NVERF QRCHV FDHRY YRFCR EZRGG RAGQR PNYPH YREYN GENWR PGBVE RQHAC EBWRP GVYR

☞ Quelles sont les cinq lettres qui apparaissent le plus dans ce texte chiffré ?

Voici les lettres de l'alphabet français les plus fréquentes dans un texte quelconque :

| E | A | I | S | T | N | R | U | L | O | D | M | P | C | V | Q | G |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 16% | 9% | 8% | 8% | 7% | 7% | 6% | 6% | 5% | 4% | 3% | 3% | 3% | 3% | 2% | 1% | 1% |

*Le philosophe arabe Abū Yūsuf Ya'qūb ibn Isḥāq al-Kindī dit Al-Kindi (Koufa 801 — Bagdad 873) au IX^e siècle fait la plus ancienne description de l'analyse fréquentielle. Il est très probable que cette analyse soit née des travaux effectués pour reconstituer la chronologie des révélations du Coran1. Il expose alors les fondements de cette méthode de cryptanalyse dans son traité intitulé Manuscrit sur le déchiffrement des messages cryptographiques. Il montre qu'un message chiffré conserve la trace du message clair original en gardant les fréquences d'apparitions de certaines lettres.*

☞ En observant la fréquence d'apparition des lettres dans le texte chiffré, déterminer la clé correspondant à ce code de César.
☞ Compléter le tableau suivant :

| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P | Q | R | S | T | U | V | W | X | Y | Z |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

☞ Déchiffrer ensuite ce message.

**Décryptage :**

*Le ROT13 (rotate by 13 places) est un cas particulier du chiffre de César, un algorithme simpliste de chiffrement de texte. Comme son nom l'indique, il s'agit d'un décalage de 13 caractères de chaque lettre du texte à chiffrer. Son principal aspect pratique est que le codage et le décodage se font exactement de la même manière. Bien qu'il ne soit pas évident de lire un texte une fois qu'il est chiffré avec ROT13, ce chiffrement est inapproprié pour conserver des secrets en sécurité. Il est plutôt utilisé dans les pages web pour ne pas dévoiler à tous des solutions de jeux, des fins de films ou pour ne pas divulgâcher l'intrigue d'une série...*

# Chiffre de César — Correction

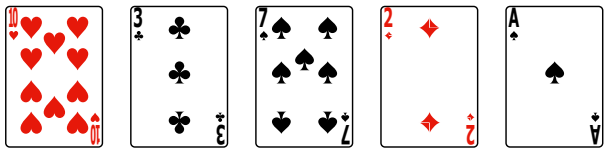
À rédiger

# Moins c'est rouge et plus c'est noir !

*Quatrième*

## Situation initiale

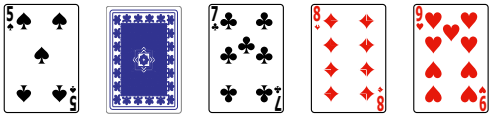
Chaque binôme a un paquet de 20 cartes, 10 cartes rouges et 10 cartes noires, numérotées pour chaque couleur de 1 à 10. Les cartes rouges (carreau et coeur) symbolisent des nombres négatifs (« être dans le rouge », quand le compte bancaire est à découvert), les cartes noires (pique et trèfle) correspondent à des nombres positifs.
Chacun des joueurs piochent, sans les montrer, 5 cartes. Chacun effectue la somme des nombres relatifs correspondants.
Par exemple, en observant cette main, déterminer la somme correspondante :



$(-10) + (+3) + (+7) + (-2) + (+1) =$

Noter en dessous de chacune des mains suivantes, la somme puis effectuer le calcul, mentalement.

Pour les mains ci-dessous, on connaît la somme, mais il manque une carte. Déterminer cette carte.

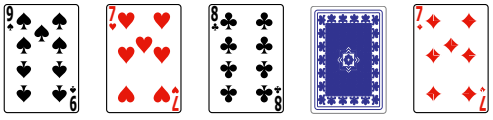


Somme : $(-8)$

Somme : $(+2)$

Somme : $(+3)$

Somme : $-15)$



Somme : $(-6)$

Somme : $(+13)$

Vous allez maintenant jouer à deux en suivant la règle suivante :

- Chacun prend 5 cartes dans le jeu sans les montrer à son adversaire ;
- à son tour, un joueur prend une carte, sans regarder, dans le jeu de l'adversaire puis lui en donne une des siennes ;
- les deux joueurs font alors la somme de leurs cartes ;
- si l'un des deux obtient 0, il a gagné la partie ;
- si après que chaque joueur ait joué 5 fois, aucun n'a obtenu 0, celui qui est le plus près de 0 gagne la partie.

Situation initiale

# La leçon — Version prof

## I — Définition et comparaison

### 1 Définition – Notion d'opposé

**Définition I.1 : Opposé d'un nombre entier ou décimal**

$a$ un nombre entier ou décimal
L'**opposé** du nombre $a$ est l'unique nombre noté $-a$ [1] vérifiant :

$$a + (-a) = 0$$

On dit que $a$ est un nombre **positif** on le note $(+a)$.
Son opposé $(-a)$ est un nombre **négatif** on le note $(-a)$.
Les nombres positifs et négatifs sont des **nombres relatifs** . [2]

**Remarque :**
Comme $a + (-a) = (-a) + a = 0$ on constate aussi que $a$ est l'opposé du nombre $-a$.
**Exemple :**
$-5$ est l'opposé de 5 et 5 est l'opposé de $-5$ car $5 + (-5) = 0$
$0 + 0 = 0$ donc 0 est son propre opposé.

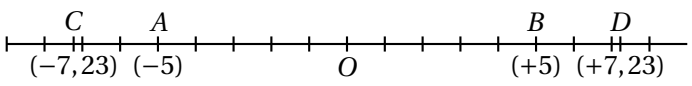
### 2 Comparaison et distance à zéro

**Propriété I.1 : Comparaison des relatifs**

$a$ et $b$ des nombres entiers ou décimaux positifs.

1. $(-a) \leqslant (+b)$
2. Si $(+a) < (+b)$ alors $(-b) < (-a)$

**Remarque :**
Sur la droite graduée on peut positionner ces nombres :

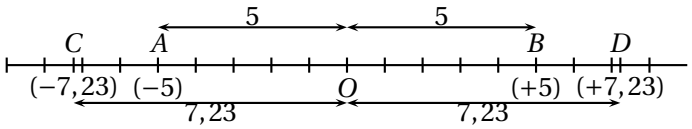



Deux points ayant des abscisses opposés sont symétriques par rapport à l'origine de la droite.
**Exemple :**
$-10\,000 < -0{,}000\,1$ mais $10\,000 > 0{,}000\,1$

**Définition 1.2 : Distance à zéro**

$a$ un nombre relatif positif ou négatif.
La **distance à zéro** du nombre $a$ est un nombre positif qui correspond à la distance entre l'origine de la droite graduée et le point ayant pour abscisse $a$.
Deux nombres relatifs opposés ont la même distance à zéro.

**Exemples :**




La distance à zéro de $(-5)$ et $(+5)$ est 5.
La distance à zéro de $(-7,23)$ et $(+7,23)$ est $7,23$.

# II — Somme algébrique des nombres relatifs

## 1 Somme des nombres relatifs

3

**Propriété 1.2 : Somme des nombres relatifs**

$a$ et $b$ deux nombres relatifs.

- Si $a$ et $b$ ont le même signe (positif ou négatif) alors la somme $a+b$ est du même signe et sa distance à zéro est égale à la somme des distances à zéro de $a$ et $b$.
- Si $a$ et $b$ ont des signes différents alors la somme $a+b$ est du signe de celui des deux qui à la plus grande distance à zéro et la distance à zéro de cette somme est égale à la différence des deux distances à zéro.

**Démonstration :**

Nous raisonnerons sur des exemples génériques :[4]

- $S = (+5) + (+3)$
  $S = 5 + 3 = 8$ : il s'agit de l'addition habituelle sur les nombres décimaux positifs ;
- $S = (-5) + (-3)$
  $S + (+5) + (+3) = S + 8$ et $S + (+5) + (+3) = (-5) + (-3) + (+5) + (+3) = 0$
  Ainsi $S + 8 = 0$ ce qui signifie que $S$ est l'opposé de 8 ;
  $S = (-8)$
- $S = (-5) + (+3)$
  $S + (-3) = (-5) + (+3) + (-3) = (-5)$ donc $S + (-3) = (-5)$
  $S$ est le nombre qui ajouté à $(-3)$ donne $(-5)$ or on sait que $(-3) + (-2) = (-5)$
  $S = (-2)$
- $S = (+5) + (-3)$
  $S + (-5) + (+3) = (+5) + (-3) + (-5) + (+3) = 0$ donc $(+5) + (-3)$ est l'opposé de $(-5) + (+3)$.
  $A = (+2)$

CQFD

**Méthode 1 . 1 : Ajouter des nombres relatifs**

Pour ajouter des nombres relatifs il est souvent pratique de commencer par ajouter ensemble les nombres de même signe puis d'effectuer à la fin la somme entre les deux nombres de signes différents.

$A = (-3) + (+6) + (-2) + (+8) + (-4)$

$A = \underbrace{(+8) + (+6)}_{(+14)} + \underbrace{(-3) + (-2) + (-4)}_{(-9)}$

$A = (+14) + (-9)$

$A = (+5)$

## 2 La soustraction — Somme algébrique

**Propriété 1.3 : Soustraction des nombres relatifs**

Soustraire un nombre relatif revient à ajouter son opposé.

**Démonstration :**

Démontrons ce résultat sur un exemple générique : [5]

Calculons $D = (-7) - (5)$

On sait que $D$ vérifie $D + (-5) = (-7)$ par définition de la soustraction, $D$ est en effet la différence entre $(-7)$ et $(-5)$ c'est-à-dire le nombre qu'il faut ajouter à $(-5)$ pour obtenir $(-7)$.[6]

$D + (-5) = (-7)$ donc en ajoutant $(+5)$ dans chaque membre on obtient :

$$D + (-5) + (+5) = (-7) + (+5)$$

$$D = (-7) + (+5)$$

CQFD

**Exemples :**

$(+5) - (+3) = (+5) + (-3) = (+2) = 2$ : la soustraction usuelle est devenue une addition. [7]

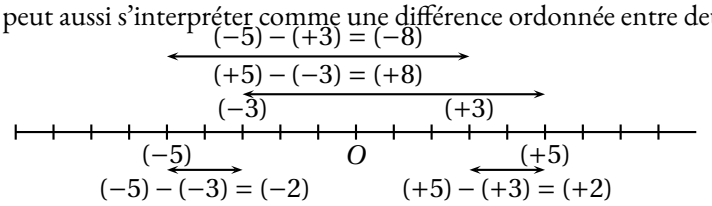
$(+5) - (-3) = (+5) + (+3) = (+8)$

$(-5) - (-3) = (-5) + (+3) = (-2)$

$(-5) - (+3) = (-5) + (-3) = (-8)$

**Interprétation :**

La soustraction des nombres relatifs peut aussi s'interpréter comme une différence ordonnée entre deux nombres relatifs.




**Convention :**

On sait que la somme de relatifs $(+7) + (+6) + (+4)$ revient à la somme habituelle $7 + 6 + 4$

On sait aussi que toutes expressions contenant une soustraction peut s'écrire sous la forme d'une somme :

$(-3) + (+7) - (-4) - (+6) + (-3) = (-3) + (+7) + (+4) + (-6) + (-3)$

On convient dorénavant de ne plus écrire les symboles opératoires + dans une somme. On écrit seulement les nombres relatifs précédés des signes + ou −, signes qui indiquent les caractères positifs ou négatif du nombre.

Ainsi $(-6) + (+7) + (-3) + (-4) = -6 + 7 - 3 - 4$ ou encore $(+7) + (-3) + (-2) + (+3) = 7 - 3 - 2 + 3$ : le signe + en première position est sous-entendu.

**Méthode 1 . 2 : Écrire une expression sous forme de somme algébrique**

Dans une expression ne contenant que des additions et des soustractions :

— on transforme toutes les soustractions en addition en utilisant la propriété I.3 ;
— on élimine ensuite les symboles d'addition entre les parenthèses ;
— on supprime alors les parenthèses ;
— un signe + qui débute l'expression peut être supprimé.

Un moyen commode d'obtenir une expression algébrique consiste à appliquer les règles suivantes :[8]

— on supprime les parenthèses ;
— deux signes + ou deux signes − consécutifs deviennent un + ;
— une signe − suivi d'un + ou un signe + suivi d'un − devient un − ;
— un signe + qui débute l'expression peut être supprimé.

---

**Exemple :**

$A = (-5) + (+9) - (-4) - (+3) - (-7)$
$A = -5 + 9 + 4 - 3 + 7$
$A = 20 - 8$
$A = 12$

$B = (+7) - (-4) - (+9) + (-6)$
$B = 7 + 4 - 9 - 6$
$B = 11 - 15$
$B = -4$

---

## III — Produit des nombres relatifs

---

**Propriété I.4 : Produit de deux nombres relatifs**

La distance à zéro du produit de deux nombres relatifs est égale au produit des distances à zéro des deux facteurs.

— le produit de deux nombres de même signe est positif ;
— le produit de deux nombres de signes contraires est négatif.

---

**Démonstration :**

Démontrons ce résultat sur un exemple générique.[9]

— produit de deux nombres positifs : $P = (+5) \times (+7)$
C'est le produit usuel.
$P = 35$.

— produit d'un nombre positif par un nombre négatif : $P = (+5) \times (-7)$
Calculons $A = (+5) \times ((-7) + (+7)) = (+5) \times 0 = 0$
En distribuant $(+5)$, $A = (+5) \times (-7) + (+5) \times (+7) = 0$
Ainsi $(+5) \times (-7)$ est l'opposé de $(+5) \times (+7) = (+35)$
$P = (-35)$

— produit d'un nombre négatif par un nombre positif : $P = (-5) \times (+7)$
Comme la multiplication est commutative, $P = (+7) \times (-5) = -35$ d'après le cas précédent.
$P = (-35)$

— produit de deux nombres négatif : $P = (-5) \times (-7)$
Calculons $A = (-5) \times ((-7) + (+7)) = (-5) \times 0 = 0$
En distribuant $(-5)$, $A = (-5) \times (-7) + (-5) \times (+7) = 0$
Ainsi $(-5) \times (-7)$ est l'opposé de $(-5) \times (+7) = (-35)$
$P = (+35)$

**Exemples :**
$(-5) \times (+8) = (-40)$ [10]

On peut maintenant aborder des expressions plus complexes en utilisant les règles de priorités usuelles :

$A = (-5) \times (+7) + (-7) \times (-3)$

$A = -35 + 21$

$A = -14$

$B = (1 - 5 \times 2)(-7 \underbrace{-5 \times 2}_{\text{on effectue } -5\times 2})$

$B = (1 - 10)(-7 - 10)$

$B = -9 \times -17$

$B = 153$

$C = (-3 \times 5 - 5 \times (-2))\,(3 \times (-5) - 6 \times 3)$

$C = (-15 + 10) \times (-15 - 18)$

$C = -5 \times (-33)$

$C = 165$

## IV — Quotient des nombres relatifs

**Propriété 1.5 : Quotient des nombres relatifs**

La distance à zéro du quotient de deux nombres relatifs est éga

# La leçon — Version élève

## I — Définition et comparaison

### 1 Définition – Notion d'opposé

**Définition 1.3 : Opposé d'un nombre entier ou décimal**

$a$ un nombre entier ou décimal
L'**opposé** du nombre $a$ est l'unique nombre noté $-a$ [11] vérifiant :

$$a + (-a) = 0$$

On dit que $a$ est un nombre **positif** on le note $(+a)$.
Son opposé $(-a)$ est un nombre **négatif** on le note $(-a)$.
Les nombres positifs et négatifs sont des **nombres relatifs** . [12]

**Remarque :**
Comme $a + (-a) = (-a) + a = 0$ on constate aussi que $a$ est l'opposé du nombre $-a$.
**Exemple :**
$-5$ est l'opposé de 5 et 5 est l'opposé de $-5$ car $5 + (-5) = 0$
$0 + 0 = 0$ donc 0 est son propre opposé.

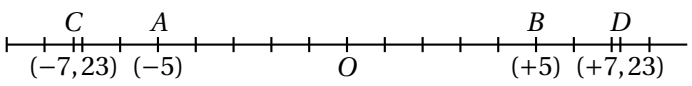
### 2 Comparaison et distance à zéro

**Propriété 1.6 : Comparaison des relatifs**

$a$ et $b$ des nombres entiers ou décimaux positifs.

1. $(-a) \leqslant (+b)$
2. Si $(+a) < (+b)$ alors $(-b) < (-a)$

**Remarque :**
Sur la droite graduée on peut positionner ces nombres :

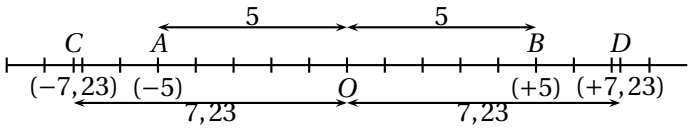



Deux points ayant des abscisses opposés sont symétriques par rapport à l'origine de la droite.
**Exemple :**
$-10\,000 < -0{,}000\,1$ mais $10\,000 > 0{,}000\,1$

**Définition 1.4 : Distance à zéro**

$a$ un nombre relatif positif ou négatif.
La **distance à zéro** du nombre $a$ est un nombre positif qui correspond à la distance entre l'origine de la droite graduée et le point ayant pour abscisse $a$.
Deux nombres relatifs opposés ont la même distance à zéro.

**Exemples :**




La distance à zéro de $(-5)$ et $(+5)$ est 5.
La distance à zéro de $(-7,23)$ et $(+7,23)$ est $7,23$.

# II — Somme algébrique des nombres relatifs

## 1 Somme des nombres relatifs

13

**Propriété 1.7 : Somme des nombres relatifs**

$a$ et $b$ deux nombres relatifs.

- Si $a$ et $b$ ont le même signe (positif ou négatif) alors la somme $a+b$ est du même signe et sa distance à zéro est égale à la somme des distances à zéro de $a$ et $b$.
- Si $a$ et $b$ ont des signes différents alors la somme $a+b$ est du signe de celui des deux qui à la plus grande distance à zéro et la distance à zéro de cette somme est égale à la différence des deux distances à zéro.

**Démonstration :**

Nous raisonnerons sur des exemples génériques :[14]

- $S = (+5) + (+3)$
  $S = 5 + 3 = 8$ : il s'agit de l'addition habituelle sur les nombres décimaux positifs ;
- $S = (-5) + (-3)$
  $S + (+5) + (+3) = S + 8$ et $S + (+5) + (+3) = (-5) + (-3) + (+5) + (+3) = 0$
  Ainsi $S + 8 = 0$ ce qui signifie que $S$ est l'opposé de 8 ;
  $S = (-8)$
- $S = (-5) + (+3)$
  $S + (-3) = (-5) + (+3) + (-3) = (-5)$ donc $S + (-3) = (-5)$
  $S$ est le nombre qui ajouté à $(-3)$ donne $(-5)$ or on sait que $(-3) + (-2) = (-5)$
  $S = (-2)$
- $S = (+5) + (-3)$
  $S + (-5) + (+3) = (+5) + (-3) + (-5) + (+3) = 0$ donc $(+5) + (-3)$ est l'opposé de $(-5) + (+3)$.
  $A = (+2)$

CQFD

**Méthode 1 . 3 : Ajouter des nombres relatifs**

Pour ajouter des nombres relatifs il est souvent pratique de commencer par ajouter ensemble les nombres de même signe puis d'effectuer à la fin la somme entre les deux nombres de signes différents.

$A = (-3) + (+6) + (-2) + (+8) + (-4)$

$A = \underbrace{(+8) + (+6)}_{(+14)} + \underbrace{(-3) + (-2) + (-4)}_{(-9)}$

$A = (+14) + (-9)$

$A = (+5)$

## 2 La soustraction — Somme algébrique

**Propriété 1.8 : Soustraction des nombres relatifs**

Soustraire un nombre relatif revient à ajouter son opposé.

**Démonstration :**

Démontrons ce résultat sur un exemple générique : [15]

Calculons $D = (-7) - (5)$

On sait que $D$ vérifie $D + (-5) = (-7)$ par définition de la soustraction, $D$ est en effet la différence entre $(-7)$ et $(-5)$ c'est-à-dire le nombre qu'il faut ajouter à $(-5)$ pour obtenir $(-7)$.[16]

$D + (-5) = (-7)$ donc en ajoutant $(+5)$ dans chaque membre on obtient :

$$D + (-5) + (+5) = (-7) + (+5)$$

$$D = (-7) + (+5)$$

CQFD

**Exemples :**

$(+5) - (+3) = (+5) + (-3) = (+2) = 2$ : la soustraction usuelle est devenue une addition. [17]

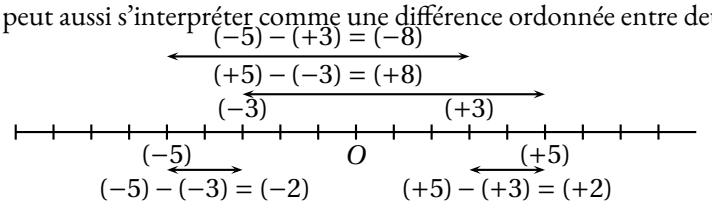
$(+5) - (-3) = (+5) + (+3) = (+8)$

$(-5) - (-3) = (-5) + (+3) = (-2)$

$(-5) - (+3) = (-5) + (-3) = (-8)$

**Interprétation :**

La soustraction des nombres relatifs peut aussi s'interpréter comme une différence ordonnée entre deux nombres relatifs.




**Convention :**

On sait que la somme de relatifs $(+7) + (+6) + (+4)$ revient à la somme habituelle $7 + 6 + 4$

On sait aussi que toutes expressions contenant une soustraction peut s'écrire sous la forme d'une somme :

$(-3) + (+7) - (-4) - (+6) + (-3) = (-3) + (+7) + (+4) + (-6) + (-3)$

On convient dorénavant de ne plus écrire les symboles opératoires + dans une somme. On écrit seulement les nombres relatifs précédés des signes + ou −, signes qui indiquent les caractères positifs ou négatif du nombre.

Ainsi $(-6) + (+7) + (-3) + (-4) = -6 + 7 - 3 - 4$ ou encore $(+7) + (-3) + (-2) + (+3) = 7 - 3 - 2 + 3$ : le signe + en première position est sous-entendu.

**Méthode 1 . 4 : Écrire une expression sous forme de somme algébrique**

Dans une expression ne contenant que des additions et des soustractions :

— on transforme toutes les soustractions en addition en utilisant la propriété I.3 ;
— on élimine ensuite les symboles d'addition entre les parenthèses ;
— on supprime alors les parenthèses ;
— un signe + qui débute l'expression peut être supprimé.

Un moyen commode d'obtenir une expression algébrique consiste à appliquer les règles suivantes :[18]

— on supprime les parenthèses ;
— deux signes + ou deux signes − consécutifs deviennent un + ;
— une signe − suivi d'un + ou un signe + suivi d'un − devient un − ;
— un signe + qui débute l'expression peut être supprimé.

---

**Exemple :**

$A = (-5) + (+9) - (-4) - (+3) - (-7)$
$A = -5 + 9 + 4 - 3 + 7$
$A = 20 - 8$
$A = 12$

$B = (+7) - (-4) - (+9) + (-6)$
$B = 7 + 4 - 9 - 6$
$B = 11 - 15$
$B = -4$

---

## III — Produit des nombres relatifs

---

**Propriété 1.9 : Produit de deux nombres relatifs**

La distance à zéro du produit de deux nombres relatifs est égale au produit des distances à zéro des deux facteurs.

— le produit de deux nombres de même signe est positif ;
— le produit de deux nombres de signes contraires est négatif.

---

**Démonstration :**

Démontrons ce résultat sur un exemple générique.[19]

— produit de deux nombres positifs : $P = (+5) \times (+7)$
C'est le produit usuel.
$P = 35$.
— produit d'un nombre positif par un nombre négatif : $P = (+5) \times (-7)$
Calculons $A = (+5) \times ((-7) + (+7)) = (+5) \times 0 = 0$
En distribuant $(+5)$, $A = (+5) \times (-7) + (+5) \times (+7) = 0$
Ainsi $(+5) \times (-7)$ est l'opposé de $(+5) \times (+7) = (+35)$
$P = (-35)$
— produit d'un nombre négatif par un nombre positif : $P = (-5) \times (+7)$
Comme la multiplication est commutative, $P = (+7) \times (-5) = -35$ d'après le cas précédent.
$P = (-35)$
— produit de deux nombres négatif : $P = (-5) \times (-7)$
Calculons $A = (-5) \times ((-7) + (+7)) = (-5) \times 0 = 0$
En distribuant $(-5)$, $A = (-5) \times (-7) + (-5) \times (+7) = 0$
Ainsi $(-5) \times (-7)$ est l'opposé de $(-5) \times (+7) = (-35)$
$P = (+35)$

**Exemples :**
$(-5) \times (+8) = (-40)$ [20]

On peut maintenant aborder des expressions plus complexes en utilisant les règles de priorités usuelles :

$A = (-5) \times (+7) + (-7) \times (-3)$

$A = -35 + 21$

$A = -14$

$B = (1 - 5 \times 2)(-7 \underbrace{-5 \times 2}_{\text{on effectue } -5\times 2})$

$B = (1 - 10)(-7 - 10)$

$B = -9 \times -17$

$B = 153$

$C = (-3 \times 5 - 5 \times (-2))\,(3 \times (-5) - 6 \times 3)$

$C = (-15 + 10) \times (-15 - 18)$

$C = -5 \times (-33)$

$C = 165$

## IV — Quotient des nombres relatifs

**Propriété I.10 : Quotient des nombres relatifs**

La distance à zéro du quotient de deux nombres relatifs est éga

# Évaluation

*Quatrième*

Calculer et détaillant chaque étape en colonne :

$A = -8 + 7 - 3 + 1$

$B = 11 - 3 + 3 - 8 - 1 - 2$

$C = (1 - 7) + (8 - 5) - (3 - 8)$

$D = (-5 - 3) - (7 - 11) + (6 - 12) - (-3 + 4)$

$E = (-3 + 4 - 8) - (11 - 3 - 9) - 1$

$F = 5 - (-3 + 2 - 1) - (-1 - 9 - 8) - 2$

$G = 3 - [1 - (-3 - 2 + 6) - 3] - 1$

$H = [1 - (-3 - 2) - 1] - [-1 - (-3 + 7) + 1]$

$I = 1 - [2 - (3 - 4) - 5] - 6 + (7 - 8)$

$J = 13 - [1 - 3 + (-7 + 1 - 2) - 1] - (-3 - 4) - 2$

Sachant que $x = -3$, $y = 5$ et que $z = -1$, calculer l'expression :

$Z = (x + y - z) - (y - z - x) + (z - y - x)$

# Évaluation—Correction

Calculer et détaillant chaque étape en colonne :

$A = -8 + 7 - 3 + 1$

$A = -11 + 8$

$\boxed{A = -3}$

$B = 11 - 3 + 3 - 8 - 1 - 2$

$B = 14 - 14$

$\boxed{B = 0}$

$C = (1 - 7) + (8 - 5) - (3 - 8)$

$C = (-6) + (+3) - (-5)$

$C = -6 + 3 + 5$

$\boxed{C = 2}$

$D = (-5 - 3) - (7 - 11) + (6 - 12) - (-3 + 4)$

$D = (-8) - (-4) + (-6) - (+1)$

$D = -8 + 4 - 6 - 1$

$D = -15 + 4$

$\boxed{D = -11}$

$E = (-3 + 4 - 8) - (11 - 3 - 9) - 1$

$E = (-11 + 4) - (11 - 12) - 1$

$E = -7 - (-1) - 1$

$E = -7 + 1 - 1$

$\boxed{E = -7}$

$F = 5 - (-3 + 2 - 1) - (-1 - 9 - 8) - 2$
$F = 5 - (-2) - (-18) - 2$
$F = 5 + 2 + 18 - 2$
$\boxed{F = 23}$

$G = 3 - [1 - (-3 - 2 + 6) - 3] - 1$
$G = 3 - [1 - (+1) - 3] - 1$
$G = 3 - [1 - 1 - 3] - 1$
$G = 3 - (-3) - 1$
$G = 3 + 3 - 1$
$\boxed{G = 5}$

$H = [1 - (-3 - 2) - 1] - [-1 - (-3 + 7) + 1]$
$H = [1 - (-5) - 1] - [-1 - (+4) + 1]$
$H = [1 + 5 - 1] - [-1 - 4 + 1]$
$H = 5 - (-4)$
$H = 5 + 4$
$\boxed{H = 9}$

$I = 1 - [2 - (3 - 4) - 5] - 6 + (7 - 8)$
$I = 1 - [2 - (-1) - 5] - 6 + (-1)$
$I = 1 - [2 + 1 - 5] - 6 - 1$
$I = 1 - (-2) - 7$
$I = 1 + 2 - 7$
$\boxed{I = -4}$

$J = 13 - [1 - 3 + (-7 + 1 - 2) - 1] - (-3 - 4) - 2$
$J = 13 - [1 - 3 + (-9 + 1) - 1] - (-7) - 2$
$J = 13 - [1 - 3 + (-8) - 1] + 7 - 2$
$J = 13 - [1 - 3 - 8 - 1] + 5$
$J = 13 - (-11) + 5$
$J = 13 + 11 + 5$
$\boxed{J = 29}$

Sachant que $x = -3$, $y = 5$ et que $z = -1$, calculer l'expression :
$Z = (x + y - z) - (y - z - x) + (z - y - x)$

$Z = (-3 + 5 - (-1)) - (5 - (-1) - (-3)) + (-1 - 5 - (-3))$
$Z = (-3 + 5 + 1) - (5 + 1 + 3) + (-1 - 5 + 3)$
$Z = 3 - 9 + (-3)$
$Z = -6 - 3$
$\boxed{Z = -9}$

# Évaluation

*Quatrième*

**NOM :** **PRÉNOM :** **CLASSE :**

- ☐ **Insuffisant :** La somme algébrique de plusieurs nombres relatifs n'est pas maîtrisée.
- ☐ **Fragile :** Confusion entre la somme algébrique et le produit des nombres relatifs.
- ☐ **Satisfaisant :** Les expressions complexes qui mélangent somme et produit sont maîtrisées avec quelques erreurs.
- ☐ **Expert :** Les calculs même complexes sur les nombres relatifs sont parfaitement maîtrisés.

Calculer et détaillant chaque étape en colonne. **La calculatrice n'est pas autorisée !**.
Les expressions suivies de ⚙ sont les plus difficiles !

$A = -8 + 7 - 3 + 1$

$B = 11 - 3 + 3 - 8 - 1 - 2$

$C = (1 - 7) + (8 - 5) - (3 - 8)$

$D = (-5 - 3) - (7 - 11) + (6 - 12) - (-3 + 4)$

$E = (-3 + 4 - 8) - (11 - 3 - 9) - 1$

$F = 5 - (-3 + 2 - 1) - (-1 - 9 - 8) - 2$

$G = (-4) \times (+3)$

$H = (+5) \times (-4)$

$I = (+5) \times (+6)$

$J = (-7) \times (-3)$

$K = (-3) \times (-2) \times (-1)$ ⚙

$L = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1)$ ⚙

$M = (-3) \times (+4) + (-3) \times (-2)$

$N = (6 - 7)(5 - 3) + (7 - 4)(3 - 8)$

$O = (-3) \times (-1) - (+4) \times (-3) - 7$

$P = (-3 + 7 - 4)(6 - 7 + 13)$

$Q = 3 \times 4 - 5 \times 5 + 7 \times 3$ ⚙

$R = (-1) \times (-3) + 7 - (-3) \times (+4) + 7$ ⚙

# Évaluation—Correction

Calculer et détaillant chaque étape en colonne :
La calculatrice n'est pas autorisée !

$A = -8 + 7 - 3 + 1$
$A = -11 + 8$
$\boxed{A = -3}$

$B = 11 - 3 + 3 - 8 - 1 - 2$
$B = 11 - 11$
$\boxed{B = 0}$

$C = (1 - 7) + (8 - 5) - (3 - 8)$
$C = (-6) + (+3) - (-5)$
$C = -6 + 3 + 5$
$\boxed{C = 2}$

$D = (-5 - 3) - (7 - 11) + (6 - 12) - (-3 + 4)$
$D = (-8) - (-4) + (-6) - (+1)$
$D = -8 + 4 - 6 - 1$
$D = 4 - 15$
$\boxed{D = -11}$

$E = (-3 + 4 - 8) - (11 - 3 - 9) - 1$
$E = (-7) - (-1) - 1$
$E = -7 + 1 - 1$
$\boxed{E = -7}$

$F = 5 - (-3 + 2 - 1) - (-1 - 9 - 8) - 2$
$F = 5 - (-2) - (-18) - 2$
$F = 5 + 2 + 18 - 2$
$\boxed{F = 23}$

$G = (-4) \times (+3)$
$\boxed{G = -12}$

$H = (+5) \times (-4)$
$\boxed{H = -20}$

$I = (+5) \times (+6)$
$\boxed{I = 30}$

$J = (-7) \times (-3)$
$\boxed{J = 21}$

$K = (-3) \times (-2) \times (-1)$
$K = (+6) \times (-1)$
$\boxed{K = -6}$

$L = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1)$
$L = (+1) \times (+1)$
$\boxed{L = 1}$

$M = (-3) \times (+4) + (-3) \times (-2)$
$M = -12 + (+6)$
$M = -12 + 6$
$\boxed{M = -6}$

$N = (6 - 7)(5 - 3) + (7 - 4)(3 - 8)$
$N = (-1) \times (+2) + (+3) \times (-5)$
$N = -2 + (-15)$
$N = -2 - 15$
$\boxed{N = -17}$

$O = (-3) \times (-1) - (+4) \times (-3) - 7$
$O = (+3) - (-12) - 7$
$O = 3 + 12 - 7$
$\boxed{O = 8}$

$P = (-3 + 7 - 4)(6 - 7 + 13)$
$P = (-7 + 7)(-1 + 13)$
$P = 0 \times (-1 + 13)$
$\boxed{P = 0}$

$Q = 3 \times 4 - 5 \times 5 + 7 \times 3$
$Q = 12 - 25 + 21$
$Q = 33 - 25$
$\boxed{Q = 8}$

$R = (-1) \times (-3) + 7 - (-3) \times (+4) + 7$
$R = (+3) + 7 - (-12) + 7$
$R = 3 + 7 + 12 + 7$
$\boxed{R = 29}$

# Évaluation

*Quatrième*

**NOM :** **PRÉNOM :** **CLASSE :**

- ☐ **Insuffisant :** La somme algébrique de plusieurs nombres relatifs n'est pas maîtrisée.
- ☐ **Fragile :** Confusion entre la somme algébrique et le produit des nombres relatifs.
- ☐ **Satisfaisant :** Les expressions complexes qui mélangent somme et produit sont maîtrisées avec quelques erreurs.
- ☐ **Expert :** Les calculs même complexes sur les nombres relatifs sont parfaitement maîtrisés.

Calculer et détaillant chaque étape en colonne. **La calculatrice n'est pas autorisée !**.
Les expressions suivies de ⚙ sont les plus difficiles !

$A = -9 + 7 - 4 + 2$

$B = 13 - 4 + 4 - 8 - 2 - 3$

$C = (1 - 8) + (9 - 5) - (3 - 9)$

$D = (-6 - 3) - (7 - 12) + (5 - 12) - (-3 + 5)$

$E = (-2 + 4 - 9) - (12 - 5 - 8) - 1$

$F = 6 - (-4 + 2 - 1) - (-2 - 9 - 8) - 3$

$G = (-5) \times (+3)$

$H = (+6) \times (-4)$

$I = (+5) \times (+4)$

$J = (-8) \times (-3)$

$K = (-4) \times (-3) \times (-1)$ ⚙

$L = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1)$ ⚙

$M = (-4) \times (+4) + (-3) \times (-3)$

$N = (6 - 7)(6 - 3) + (7 - 3)(4 - 8)$

$O = (-4) \times (-1) - (+5) \times (-3) - 6$

$P = (-2 + 7 - 5)(6 - 8 + 12)$

$Q = 3 \times 5 - 4 \times 5 + 7 \times 4$ ⚙

$R = (-1) \times (-4) + 8 - (-5) \times (+4) + 8$ ⚙

# Évaluation—Correction

Calculer et détaillant chaque étape en colonne :
La calculatrice n'est pas autorisée !

$A = -9 + 7 - 4 + 2$
$A = -13 + 9$
$\boxed{A = -4}$

$B = 13 - 4 + 4 - 8 - 2 - 3$
$B = 13 - 13$
$\boxed{B = 0}$

$C = (1 - 8) + (9 - 5) - (3 - 9)$
$C = (-7) + (+4) - (-6)$
$C = -7 + 4 + 6$
$\boxed{C = 3}$

$D = (-6 - 3) - (7 - 12) + (5 - 12) - (-3 + 5)$
$D = (-9) - (-5) + (-7) - (+2)$
$D = -9 + 5 - 7 - 2$
$D = 5 - 18$
$\boxed{D = -13}$

$E = (-2 + 4 - 9) - (12 - 5 - 8) - 1$
$E = (-7) - (-1) - 1$
$E = -7 + 1 - 1$
$\boxed{E = -7}$

$F = 6 - (-4 + 2 - 1) - (-2 - 9 - 8) - 3$
$F = 6 - (-3) - (-19) - 3$
$F = 6 + 3 + 19 - 3$
$\boxed{F = 28}$

$G = (-5) \times (+3)$
$\boxed{G = -15}$

$H = (+6) \times (-4)$
$\boxed{H = -24}$

$I = (+5) \times (+4)$
$\boxed{I = 20}$

$J = (-8) \times (-3)$
$\boxed{J = 24}$

$K = (-4) \times (-3) \times (-1)$
$K = (+12) \times (-1)$
$\boxed{K = -12}$

$L = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1)$
$L = (+1) \times (+1)$
$\boxed{L = 1}$

$M = (-4) \times (+4) + (-3) \times (-3)$
$M = -16 + (+9)$
$M = -12 + 9$
$\boxed{M = -3}$

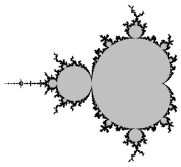
$N = (6 - 7)(6 - 3) + (7 - 3)(4 - 8)$
$N = (-1) \times (+3) + (+4) \times (-4)$
$N = -3 + (-16)$
$N = -3 - 16$
$\boxed{N = -19}$

$O = (-4) \times (-1) - (+5) \times (-3) - 6$
$O = (+4) - (-15) - 6$
$O = 4 + 15 - 6$
$\boxed{O = 13}$

$P = (-2 + 7 - 5)(6 - 8 + 12)$
$P = (-7 + 7)(-2 + 12)$
$P = 0 \times (-2 + 12)$
$\boxed{P = 0}$

$Q = 3 \times 5 - 4 \times 5 + 7 \times 4$
$Q = 15 - 20 + 28$
$Q = 28 - 5$
$\boxed{Q = 23}$

$R = (-1) \times (-4) + 8 - (-5) \times (+4) + 8$
$R = (+4) + 8 - (-20) + 8$
$R = 4 + 8 + 20 + 8$
$\boxed{R = 40}$



Curiosité mathématique

# Le cygne et les signes

## Quatrième

Pour cet exercice un repère au format portrait est fourni.

**1.** Dans ce repère placer les points suivants puis relier les segments.

$A(-5;4)$ — $B(-4;5)$ — $C(-3;4)$ — $D(-3;2)$ —- $E(-4;1)$ — $F(0;1)$ — $G(-2;-1)$

$H(-1;-2)$ — $I(-3;-2)$ — $J(-5;0)$ — $K(-5;2)$ — $L(-4;3)$ — $M(-4,4)$

**2.** On définit maintenant le point $A_1(-5;-4)$ ainsi :

- l'abscisse est la même de l'abscisse du point $A$ ;
- l'ordonnée est l'opposé de l'ordonnée du point $A$.

Faire de même avec les 12 autres points.

Tracer la figure d'une autre couleur. Quelle transformation géométrique est illustrée par cette figure ?

**3.** On définit le point $A_2(5;-4)$ ainsi :

- l'abscisse est l'opposé de l'abscisse du point $A$ ;
- l'ordonnée est l'opposé de l'ordonnée du point $A$.

Faire de même avec les 12 autres points.

Tracer la figure d'une autre couleur. Quelle transformation géométrique est illustrée par cette figure ?

**4.** On définit le point $A_3(1;-2)$ ainsi :

- l'abscisse est la somme de l'abscisse de $A$ et de $6$ ;
- l'ordonnée est la somme de l'ordonnée de $A$ et de $-6$ ;

Faire de même avec les 12 autres points.

Tracer la figure d'un autre couleur. Quelle transformation géométrique est illustrée par cette figure ?

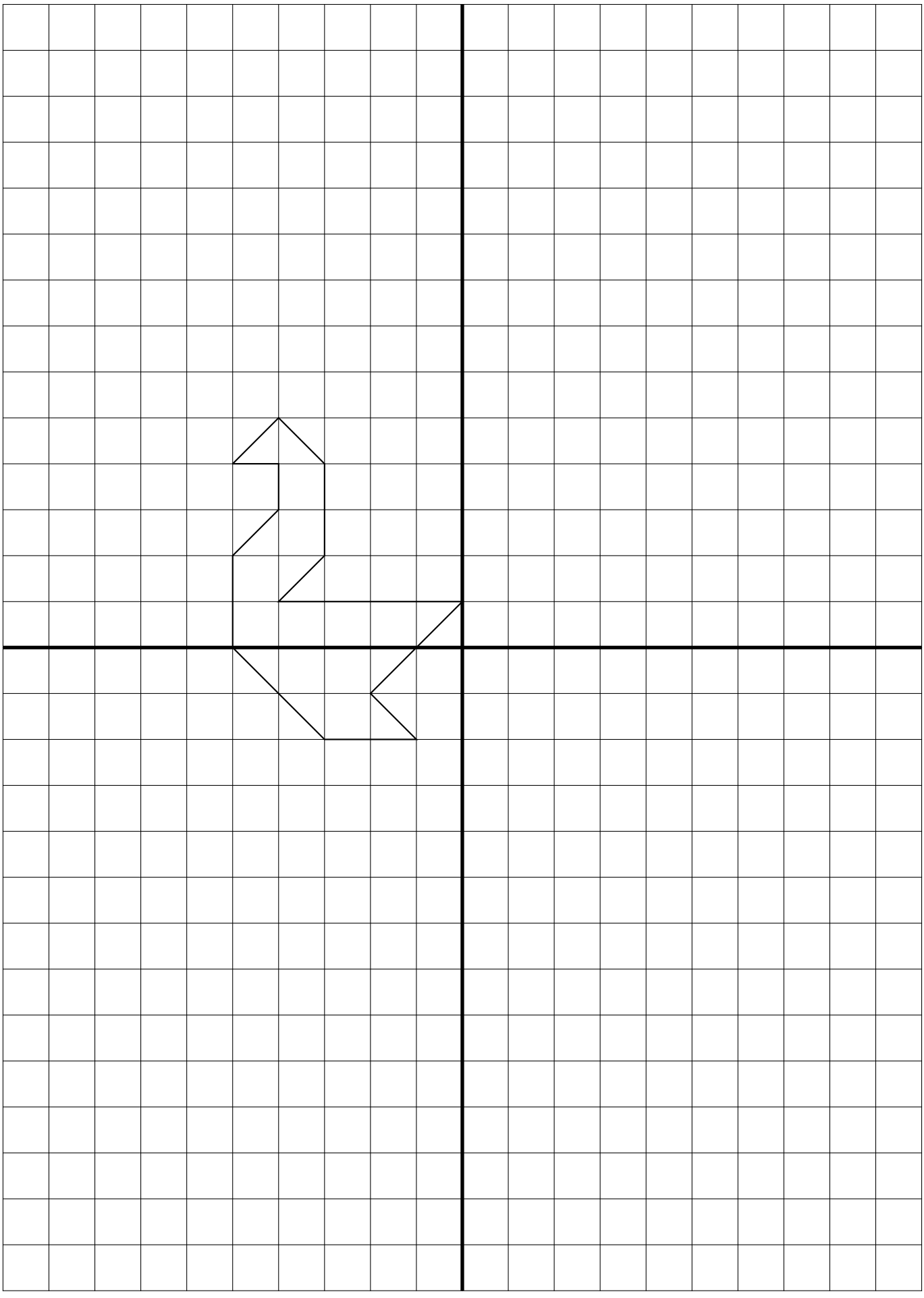
**5.** On définit le point $A_4(-10;8)$ ainsi :

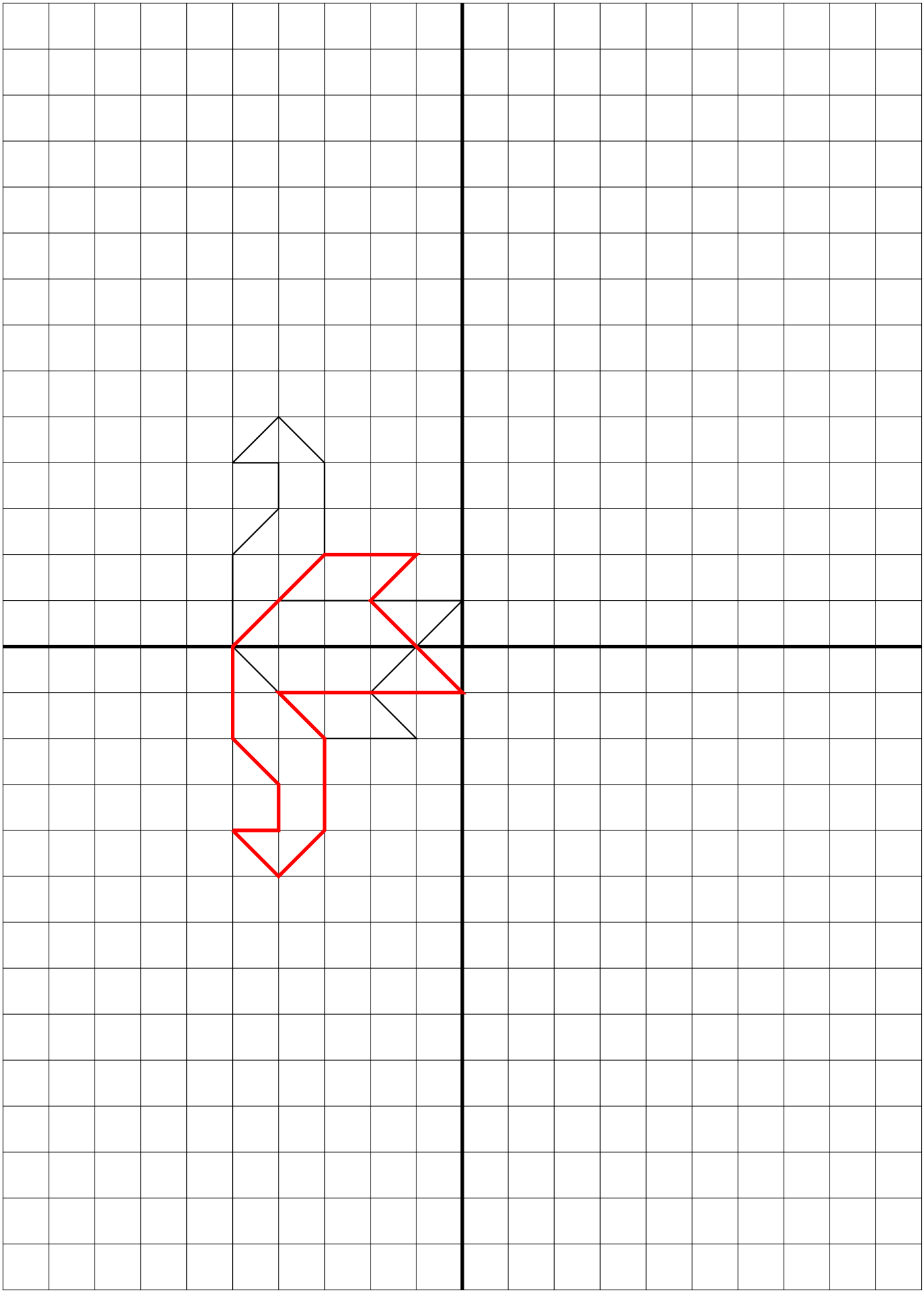
- l'abscisse est le double de l'abscisse de $A$ ;
- l'ordonnée est le double de l'ordonnée de $A$ ;

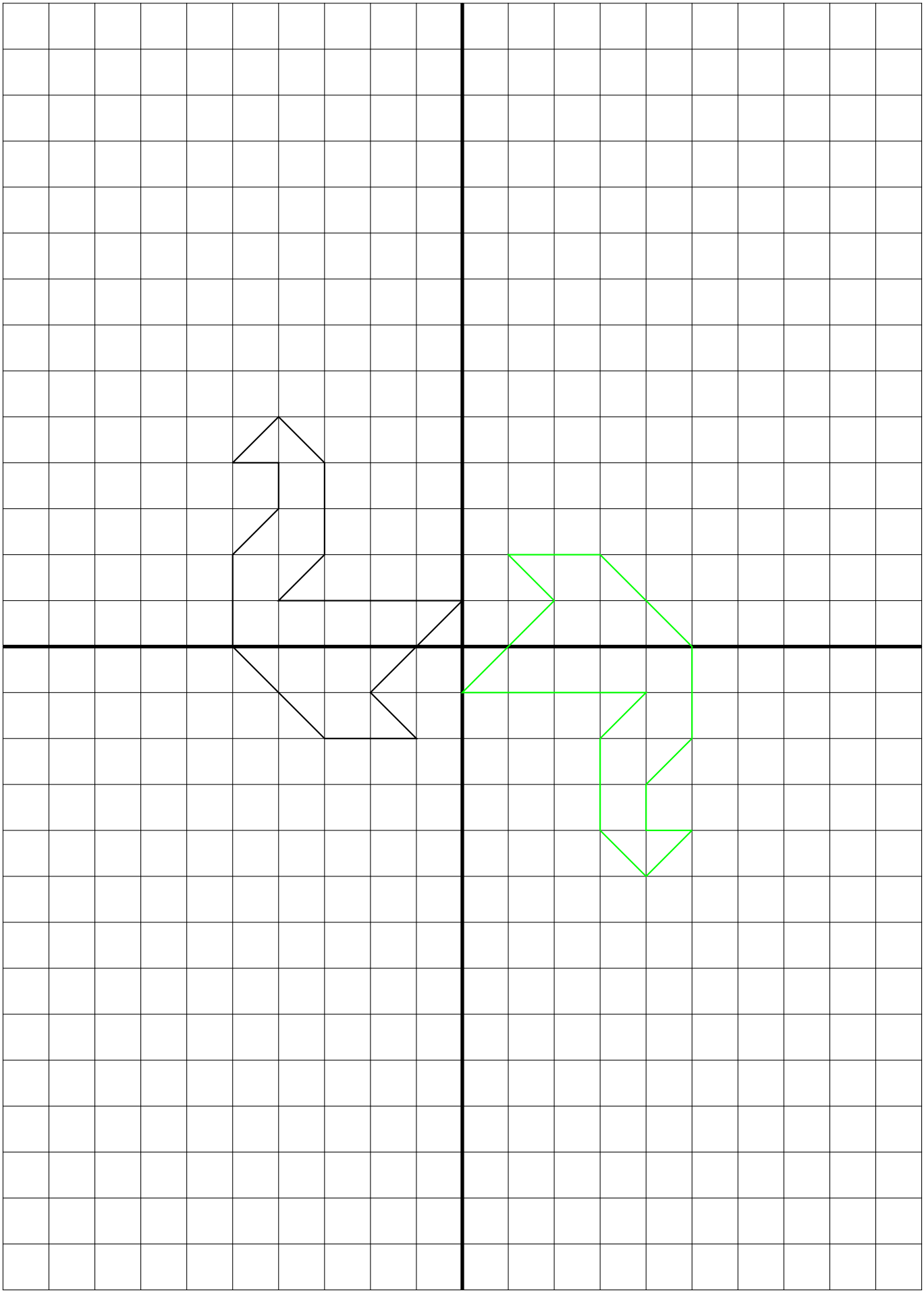
Faire de même avec les 12 autres points.

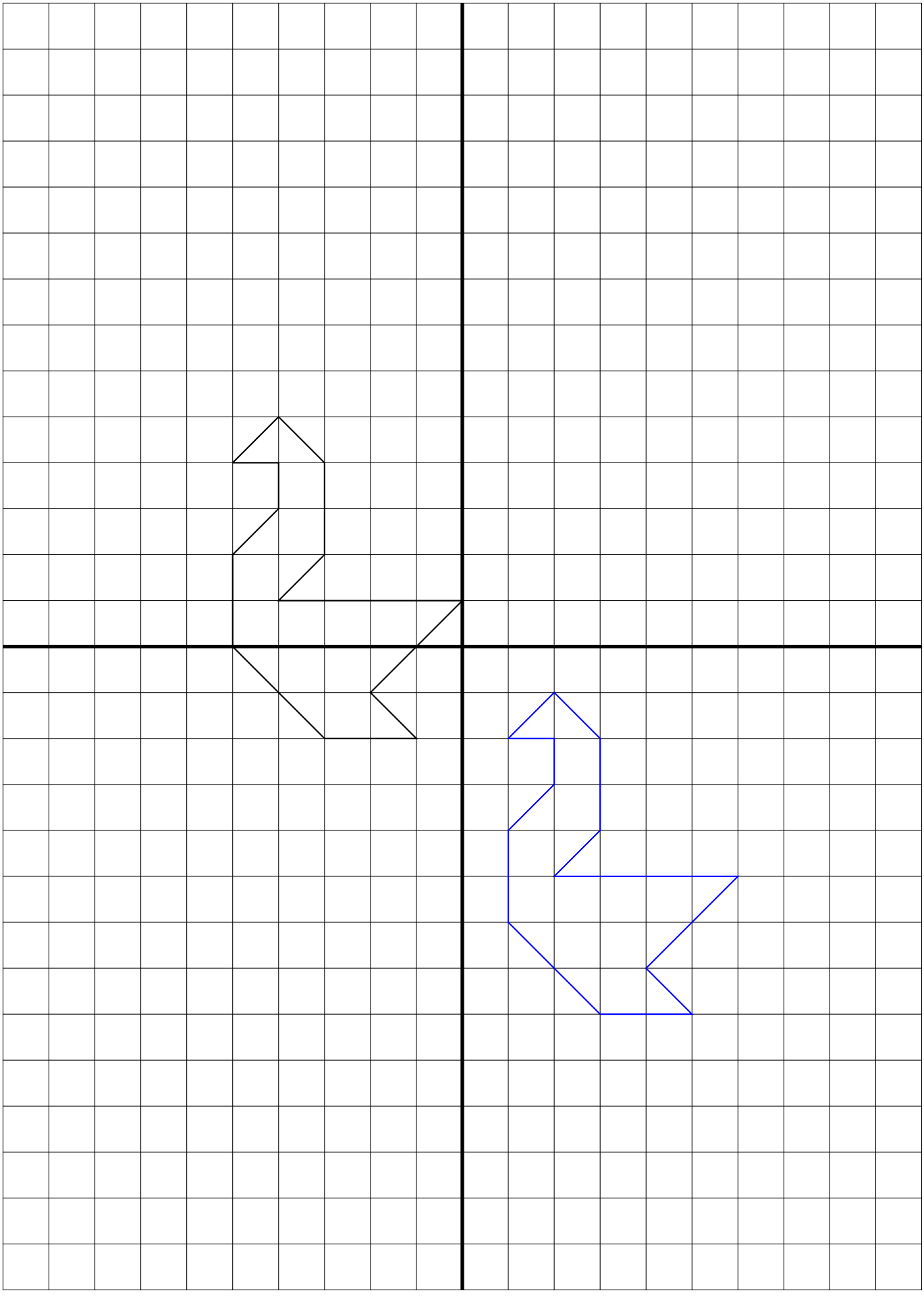
Tracer la figure d'un autre couleur. Quelle transformation géométrique est illustrée par cette figure ?

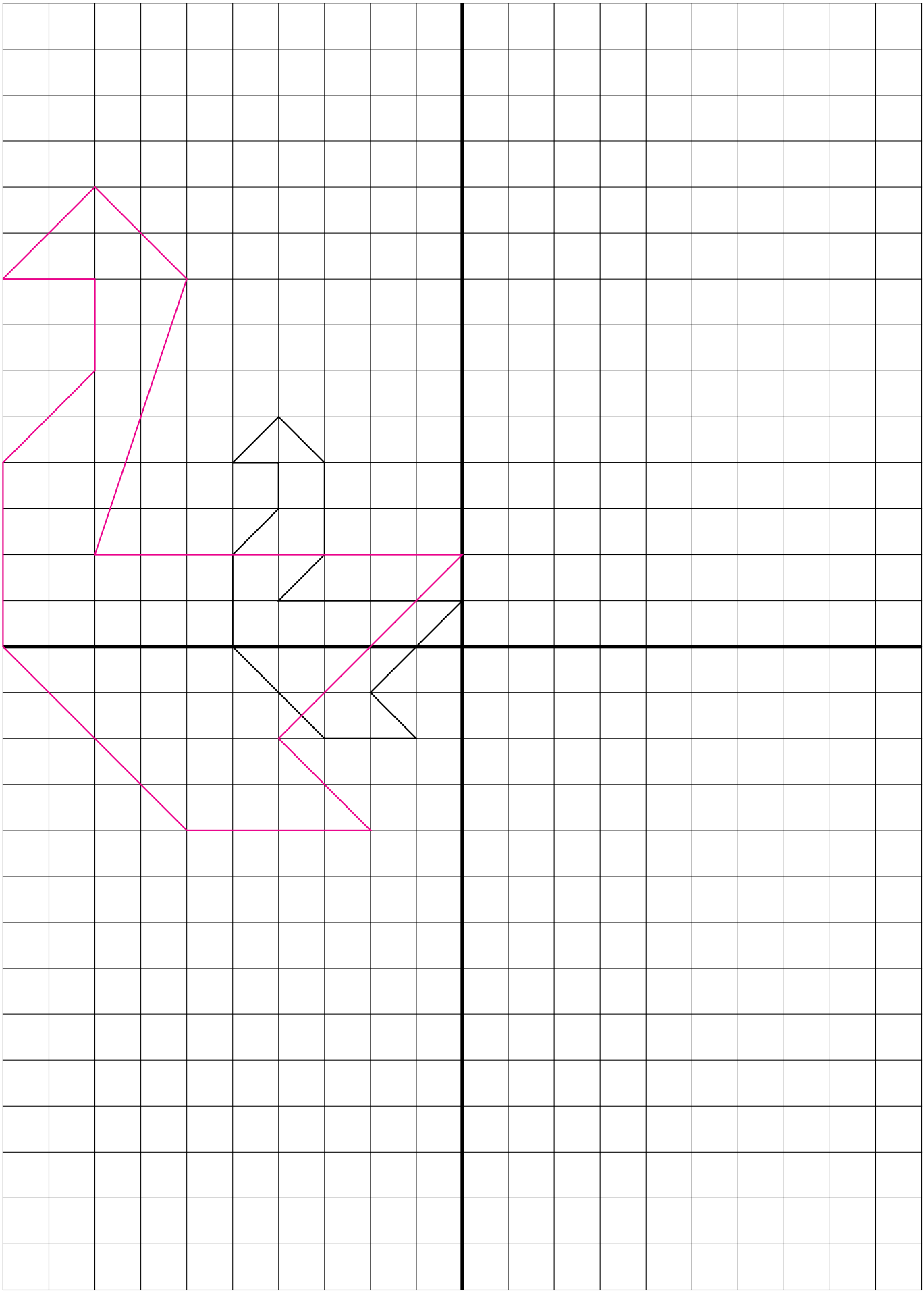
# Le cygne et les signes — Correction

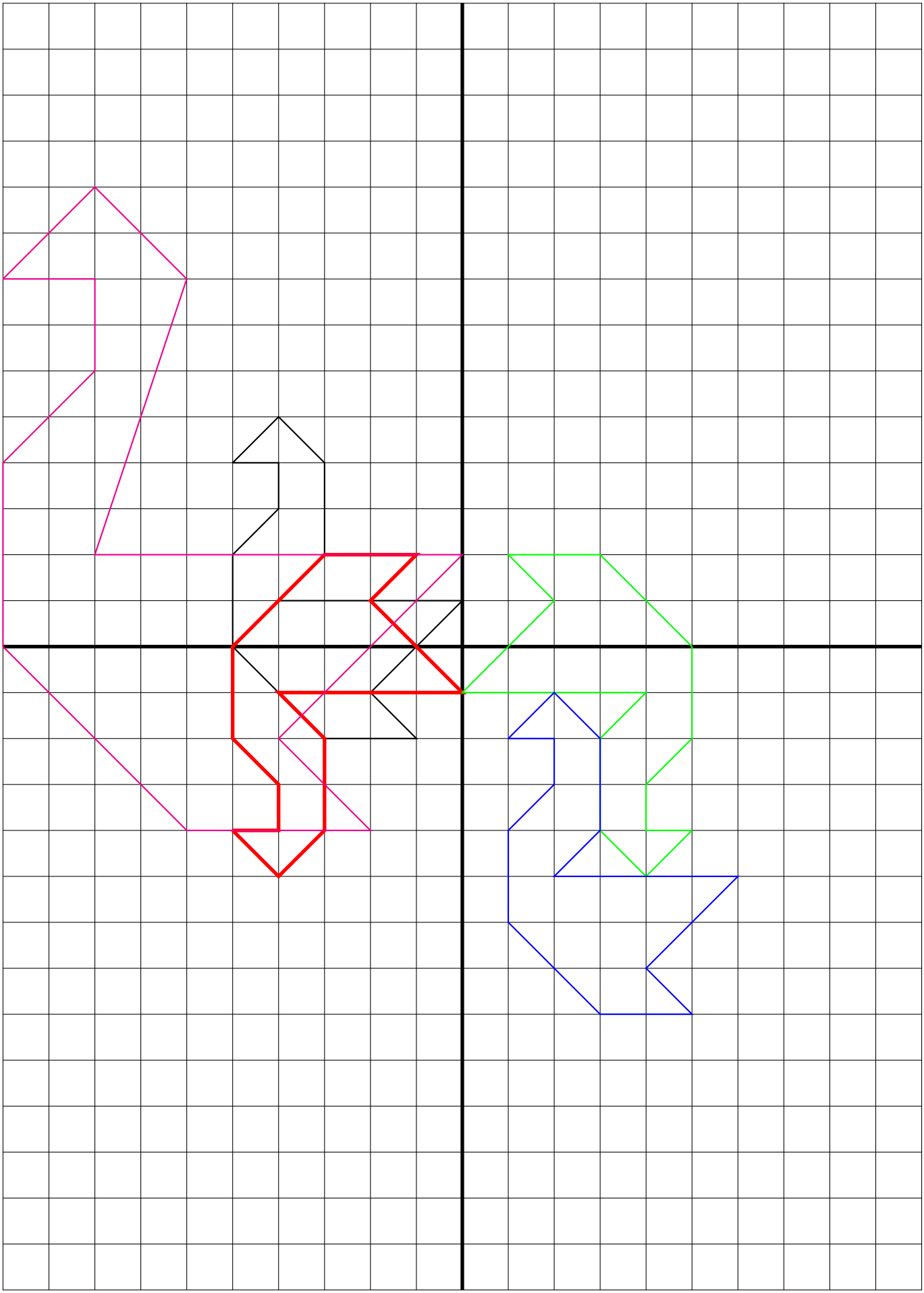












# Évaluation

*Quatrième*

**NOM :** **PRÉNOM :** **Classe :**

**Commentaires :**

Calculer et détaillant chaque étape en colonne :

$A = -8 + 7 - 3 + 1$

$B = 11 - 3 + 3 - 8 - 1 - 2$

$C = (1 - 7) + (8 - 5) - (3 - 8)$

$D = (-5 - 3) - (7 - 11) + (6 - 12) - (-3 + 4)$

$E = (-3 + 4 - 8) - (11 - 3 - 9) - 1$

$F = 5 - (-3 + 2 - 1) - (-1 - 9 - 8) - 2$

$G = 3 - [1 - (-3 - 2 + 6) - 3] - 1$

$H = [1 - (-3 - 2) - 1] - [-1 - (-3 + 7) + 1]$

$I = 1 - [2 - (3 - 4) - 5] - 6 + (7 - 8)$

$J = 13 - [1 - 3 + (-7 + 1 - 2) - 1] - (-3 - 4) - 2$

Sachant que $x = -3$, $y = 5$ et que $z = -1$, calculer l'expression :

$Z = (x + y - z) - (y - z - x) + (z - y - x)$

# Évaluation — Correction

Calculer et détaillant chaque étape en colonne :

$A = -8 + 7 - 3 + 1$

$A = -11 + 8$

$\boxed{A = -3}$

$B = 11 - 3 + 3 - 8 - 1 - 2$

$B = 14 - 14$

$\boxed{B = 0}$

$C = (1 - 7) + (8 - 5) - (3 - 8)$

$C = (-6) + (+3) - (-5)$

$C = -6 + 3 + 5$

$\boxed{C = 2}$

$D = (-5 - 3) - (7 - 11) + (6 - 12) - (-3 + 4)$

$D = (-8) - (-4) + (-6) - (+1)$

$D = -8 + 4 - 6 - 1$

$D = -15 + 4$

$\boxed{D = -11}$

$E = (-3 + 4 - 8) - (11 - 3 - 9) - 1$

$E = (-11 + 4) - (11 - 12) - 1$

$E = -7 - (-1) - 1$

$E = -7 + 1 - 1$

$\boxed{E = -7}$

$F = 5 - (-3 + 2 - 1) - (-1 - 9 - 8) - 2$
$F = 5 - (-2) - (-18) - 2$
$F = 5 + 2 + 18 - 2$
$\boxed{F = 23}$

$G = 3 - [1 - (-3 - 2 + 6) - 3] - 1$
$G = 3 - [1 - (+1) - 3] - 1$
$G = 3 - [1 - 1 - 3] - 1$
$G = 3 - (-3) - 1$
$G = 3 + 3 - 1$
$\boxed{G = 5}$

$H = [1 - (-3 - 2) - 1] - [-1 - (-3 + 7) + 1]$
$H = [1 - (-5) - 1] - [-1 - (+4) + 1]$
$H = [1 + 5 - 1] - [-1 - 4 + 1]$
$H = 5 - (-4)$
$H = 5 + 4$
$\boxed{H = 9}$

$I = 1 - [2 - (3 - 4) - 5] - 6 + (7 - 8)$
$I = 1 - [2 - (-1) - 5] - 6 + (-1)$
$I = 1 - [2 + 1 - 5] - 6 - 1$
$I = 1 - (-2) - 7$
$I = 1 + 2 - 7$
$\boxed{I = -4}$

$J = 13 - [1 - 3 + (-7 + 1 - 2) - 1] - (-3 - 4) - 2$
$J = 13 - [1 - 3 + (-9 + 1) - 1] - (-7) - 2$
$J = 13 - [1 - 3 + (-8) - 1] + 7 - 2$
$J = 13 - [1 - 3 - 8 - 1] + 5$
$J = 13 - (-11) + 5$
$J = 13 + 11 + 5$
$\boxed{J = 29}$

Sachant que $x = -3$, $y = 5$ et que $z = -1$, calculer l'expression :
$Z = (x + y - z) - (y - z - x) + (z - y - x)$

$Z = (-3 + 5 - (-1)) - (5 - (-1) - (-3)) + (-1 - 5 - (-3))$
$Z = (-3 + 5 + 1) - (5 + 1 + 3) + (-1 - 5 + 3)$
$Z = 3 - 9 + (-3)$
$Z = -6 - 3$
$\boxed{Z = -9}$

# Évaluation

*Quatrième*

**NOM :** **PRÉNOM :** **Classe :**

**Commentaires :**

Calculer et détaillant chaque étape en colonne :

$A = -7 + 9 - 3 + 1$

$B = 12 - 3 + 3 - 7 - 1 - 2$

$C = (1 - 9) + (7 - 5) - (3 - 8)$

$D = (-5 - 3) - (9 - 12) + (6 - 12) - (-3 + 4)$

$E = (-3 + 4 - 7) - (12 - 3 - 9) - 1$

$F = 5 - (-3 + 2 - 1) - (-1 - 9 - 7) - 2$

$G = 3 - [1 - (-3 - 2 + 6) - 3] - 1$

$H = [1 - (-3 - 2) - 1] - [-1 - (-3 + 9) + 1]$

$I = 1 - [2 - (3 - 4) - 5] - 6 + (9 - 7)$

$J = 14 - [1 - 3 + (-9 + 1 - 2) - 1] - (-3 - 4) - 2$

Sachant que $x = -3$, $y = 5$ et que $z = -1$, calculer l'expression :

$Z = (x - y + z) - (z - y - x) + (y - z - x)$

# Évaluation — Correction

Calculer et détaillant chaque étape en colonne :

$A = -7 + 9 - 3 + 1$

$A = -10 + 10$

$\boxed{A = 0}$

$B = 12 - 3 + 3 - 7 - 1 - 2$

$B = 15 - 13$

$\boxed{B = 2}$

$C = (1 - 9) + (7 - 5) - (3 - 8)$

$C = (-8) + (+2) - (-5)$

$C = -8 + 2 + 5$

$C = -8 + 7$

$\boxed{C = -1}$

$D = (-5 - 3) - (9 - 12) + (6 - 12) - (-3 + 4)$

$D = (-8) - (-3) + (-6) - (+1)$

$D = -8 + 3 - 6 - 1$

$D = -15 + 3$

$\boxed{D = -12}$

$E = (-3 + 4 - 7) - (12 - 3 - 9) - 1$

$E = (-10 + 4) - (12 - 12) - 1$

$E = -6 - 0 - 1$

$\boxed{E = -7}$

$F = 5 - (-3 + 2 - 1) - (-1 - 9 - 7) - 2$
$F = 5 - (-4 + 2) - (-17) - 2$
$F = 5 - (-2) + 17 - 2$
$F = 5 + 2 + 17 - 2$
$F = 24 - 2$
$\boxed{F = 22}$

$G = 3 - [1 - (-3 - 2 + 6) - 3] - 1$
$G = 3 - [1 - (-5 + 6) - 3] - 1$
$G = 3 - [1 - (+1) - 3] - 1$
$G = 3 - (1 - 1 - 3) - 1$
$G = 3 - (-3) - 1$
$G = 3 + 3 - 1$
$\boxed{G = 5}$

$H = [1 - (-3 - 2) - 1] - [-1 - (-3 + 9) + 1]$
$H = [1 - (-5) - 1] - [-1 - (+6) + 1]$
$H = [1 + 5 - 1] - [-1 - 6 + 1]$
$H = (+5) - (-6)$
$H = 5 + 6$
$\boxed{H = 11}$

$I = 1 - [2 - (3 - 4) - 5] - 6 + (9 - 7)$
$I = 1 - [2 - (-1) - 5] - 6 + (+2)$
$I = 1 - [2 + 1 - 5] - 6 + 2$
$I = 1 - (-2) - 4$
$I = 1 + 2 - 4$
$\boxed{I = -1}$

$J = 14 - [1 - 3 + (-9 + 1 - 2) - 1] - (-3 - 4) - 2$
$J = 14 - [1 - 3 + (-11 + 1) - 1] - (-7) - 2$
$J = 14 - [1 - 3 + (-10) - 1] + 7 - 2$
$J = 14 - (-2 - 10 - 1) + 5$
$J = 14 - (-13) + 5$
$J = -14 + 13 + 5$
$\boxed{J = 32}$

Sachant que $x = -3$, $y = 5$ et que $z = -1$, calculer l'expression :

$Z = (x - y + z) - (z - y - x) + (y - z - x)$
$Z = (-3 - 5 + (-1)) - (-1 - 5 - (-3)) + (5 - (-1) - (-3))$
$Z = (-3 - 5 - 1) - (-1 - 5 + 3) + (5 + 1 + 3)$
$Z = -9 - (-3) + 9$
$Z = -9 + 3 + 9$
$\boxed{Z = 3}$

# V — Annexes

# ❋ Vocabulaire ❋

**Vocabulaire :**

✧ **Nombres relatifs :** Ce sont les nombres dont le signe est déterminé par leurs positions par rapport à 0. Ces nombres sont positifs ou négatif.

✧ **Nombres positifs :** C'est un nombre relatif supérieur à 0.

✧ **Nombres négatifs :** C'est un nombre relatif inférieur à 0.

✧ **Somme algébrique :** Expression mathématiques où les symboles + et − indiquent le signe du terme suivant. L'addition, la somme, est sous-entendue et la soustraction devient la somme de l'opposé.

✧ **Zéro :** L'origine de la droite graduée qui permet par symétrie de construire la notion d'opposé et de nombres positifs et négatifs. 0 est positif. 0 est négatif.

**Question du jour n° 1 :** Somme de nombres relatifs

Calculer les deux expressions suivantes :
$A = (-3) + (-7) + (+8) + (+9) + (-5)$
$B = (-11) + (-8) + (+9) + (+11) + (+8) + (-9) + (-25)$

**Question du jour n° 2 :** Somme de nombres relatifs – Épisode 2

Calculer les deux expressions suivantes :
$A = (-1,5) + (-3,4) + (+2,8) + (+3,1) + (-3,2)$
$B = (+7,1) + (-3,7) + (+3,9) + (-3,7) + (-7,1) + (+3,9)$

**Question du jour n° 3 :** Différence de nombres relatifs

Écrire ces expressions sous forme de somme puis calculer :
$A = (-5) + (+9) - (+7) - (-3) + (-4)$
$B = (+9) - (-9) - (+8) - (-7) + (-3) + (-8)$

**Question du jour n° 4 :** Différence de nombres relatifs — Épisode 2

Écrire ces expressions sous forme de somme puis calculer :
$U = (-37) + (+81) - (+74) - (-37) + (-43)$
$V = (+32) - (-27) - (+18) - (-17) + (-23) + (-81)$

**Question du jour n° 5 :** Différence de nombres relatifs — Épisode 3

Écrire ces expressions sous forme de somme puis calculer :
$P = (-2,1) + (+3,5) - (+7,4) + (-3,7) - (-0,4)$
$B = (-1,2) - (-2,7) - (+0,18) - (-0,7) + (-2,3) + (-8,1)$

**Question du jour n° 6 :** Écriture algébrique

Écrire l'expression sous forme algébrique puis calculer :
$K = (-7) - (-4) + (-8) - (+9) - (-8)$
$G = (-3) + (-5) - (-8) + (-7) + (+9)$

**Question du jour n° 7 :** Écriture algébrique — Épisode 2

Écrire l'expression sous forme algébrique puis calculer :
$L = (-7,1) - (-3,4) + (-0,8) - (+0,9) - (-3,8)$
$J = (-3,2) + (-0,5) - (-3,8) + (-7,3) + (+1,9)$

**Question du jour n° 8 :** Expressions complexes et nombres relatifs

Calculer en plusieurs étapes les expressions suivantes :
$F = (-5-7) - (3-8) + (7-11)$
$U = (1-4-5) + (-1-2+8) - (-5+7-8+3) - 2$

**Question du jour n° 9 :** Expressions complexes et nombres relatifs — Épisode 2

Calculer en plusieurs étapes les expressions suivantes :
$R = [1-(1-2)-1] - [(3-7)-(6-9)]$
$U = 1 - [1-(-1-1)-1] - [(-1+1-1)-(-1-1-1)-1]$

**Question du jour n° 10 :** Substitution de nombres relatifs

On pose $Z = a - b + c - d$
**1.** Calculer $Z$ pour $a = -1$, $b = 3$, $c = -2$ et $d = 5$
**2.** Calculer $Z$ pour $a = -3$, $b = -4$, $c = 2$ et $d = -7$

**Question du jour n° 11 :** Substitution de nombres relatifs — Épisode 2

On pose $T = -a - (b + c) + d$
**1.** Calculer $T$ pour $a = -1$, $b = 3$, $c = -2$ et $d = 5$
**2.** Calculer $T$ pour $a = -3$, $b = -4$, $c = 2$ et $d = -7$

**Question du jour n° 12 :** Substitution de nombres relatifs — Épisode 3

On pose $Q = (a - b) - (c - d)$
**1.** Calculer $Q$ pour $a = -1$, $b = 3$, $c = -2$ et $d = 5$
**2.** Calculer $Q$ pour $a = -3$, $b = -4$, $c = 2$ et $d = -7$

## Correction du jour n° 1 : Somme de relatifs

$A = (-3) + (-7) + (+8) + (+9) + (-5)$
$A = (-15) + (+17)$
$A = (+2)$

$B = (-11) + (-8) + (+9) + (+11) + (+8) + (-9) + (-25)$

$B = (-25)$

---

## Correction du jour n° 2 : Somme de relatifs – Épisode 2

$A = (-1,5) + (-3,4) + (+2,8) + (+3,1) + (-3,2)$
$A = (-8,1) + (+5,9)$
$A = (-2,2)$

$B = (+7,1) + (-3,7) + (+3,9) + (-3,7) + (-7,1) + (+3,9)$
$B = (-7,4) + (+7,8)$
$B = (-0,4)$

---

# Exercices

## Exercice n° 1.1 : Le cygne et les signes

Pour cet exercice un repère au format portrait est fourni.

**1.** Dans ce repère placer les points suivants puis relier les segments.
$A(-5;4)$ — $B(-4;5)$ — $C(-3;4)$ — $D(-3;2)$ —- $E(-4;1)$ — $F(0;1)$ — $G(-2;-1)$
$H(-1;-2)$ — $I(-3;-2)$ — $J(-5;0)$ — $K(-5;2)$ — $L(-4;3)$ — $M(-4,4)$

**2.** On définit maintenant le point $A_1(-5;-4)$ ainsi :
- l'abscisse est la même de l'abscisse du point $A$;
- l'ordonnée est l'opposé de l'ordonnée du point $A$.

Faire de même avec les 12 autres points.
Tracer la figure d'une autre couleur. Quelle transformation géométrique est illustrée par cette figure ?

**3.** On définit le point $A_2(5;-4)$ ainsi :
- l'abscisse est l'opposé de l'abscisse du point $A$;
- l'ordonnée est l'opposé de l'ordonnée du point $A$.

Faire de même avec les 12 autres points.
Tracer la figure d'une autre couleur. Quelle transformation géométrique est illustrée par cette figure ?

**4.** On définit le point $A_3(1;-2)$ ainsi :
- l'abscisse est la somme de l'abscisse de $A$ et de $6$;
- l'ordonnée est la somme de l'ordonnée de $A$ et de $-6$;

Faire de même avec les 12 autres points.
Tracer la figure d'un autre couleur. Quelle transformation géométrique est illustrée par cette figure ?

**5.** On définit le point $A_4(-10;8)$ ainsi :
- l'abscisse est le double de l'abscisse de $A$;
- l'ordonnée est le double de l'ordonnée de $A$;

Faire de même avec les 12 autres points.
Tracer la figure d'un autre couleur. Quelle transformation géométrique est illustrée par cette figure ?

## Exercice n° 1.2 : Somme de nombres relatifs

Calculer en détaillant les étapes :
$A = (-4) + (-7) + (+11) + (+12) + (-10)$
$B = (-8) + (+13) + (-7) + (-13) + (+7) + (+8)$
$C = (-76) + (+34) + (-24) + (+66) + (-28) + (+42)$

**Devoir maison :** Nombres relatifs — **Le jeu**

Dans un jeu le candidat doit répondre à 10 questions. Voici la règle du compte des points :

- réponse juste : $+5\ pt$ ;
- réponse fausse : $-4\ pt$ ;
- aucune réponse : pas de point perdu ni gagné !

**1.** Quel est le score maximal à ce jeu ? Quel est le score minimal ?

**2.a** Marie a répondu juste à 4 questions, faux à 3 questions et n'a pas répondu aux autres. Quel est son score ?
**2.b** Nicolas a 7 mauvaises réponses et 3 bonnes réponses. Quel est son score ?

**3.** Sarah souhaite avoir un score le plus près possible de 0. Combien de réponses justes, fausses et non réponses doit-elle obtenir ?

L'animateur du jeu décide maintenant que l'absence de réponse est pénalisé par $-2\ pt$

**4.** Compléter le tableau suivant :

| | Réponses justes | Réponses fausses | Absence de réponse | Total des points |
|---|---|---|---|---|
| Marie | 7 | 2 | 1 | |
| Adam | 3 | 5 | 2 | |
| Kelya | 2 | 4 | | |
| Mouna | | 3 | 4 | |

**5.** Comment obtenir 0 avec cette nouvelle règle de comptage des points.

*Toutes traces de recherche sera valorisée !*

# Évaluation

*Quatrième*

Tout le travail doit être effectué sur votre copie.

## Exercice n° 1 :

*5 points*

Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$A = (-3) + (+5) + (-7) + (-11)$
$B = (-5) + (-7) + (+15) + (-4) + (+9)$
$C = (-3,1) + (+7,5) + (-5,2) + (-7,5) + (+3,1)$
$D = (-113) + (+132) + (-13) + (+18) + (-24)$

## Exercice n° 2 :

*5 points*

Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$E = (-4) - (-6) + (-6) - (+7)$
$F = (-5) + (-4) - (-10) - (+11)$
$G = (-3) + (-4) + (+9) - (-6) - (+7)$

## Exercice n° 3 :

*5 points*

Calculer ces expressions algébriques en détaillant les étapes.

$H = -7 + 3 - 8 + 10 - 3$
$I = -3 - 7 - 10 + 3 + 2 - 7$
$K = (-3 + 5 - 3) - (-8 + 11 - 3 + 4)$
$L = [1 - (-1 - 1) - 1] - [2 + (-2 - 3) + 2]$

## Exercice n° 4 :

*5 points*

On se donne les expressions suivantes :

$Z = (a - b + c) - (a + b - c)$ et $W = (c - a - b) + (c + a - b)$

**1.** Calculer $Z$ et $W$ pour $a = 1$, $b = -3$ et $c = -5$
**2.** Calculer $Z$ et $W$ pour $a = -2$, $b = 5$ et $c = -3$
**3.** Calculer $Z$ et $W$ pour trois nombre $a$, $b$ et $c$ de votre choix.
**4.** Quelle conjecture pouvez-vous faire ?

# Évaluation — Correction

**Exercice 1** : Calculer les sommes de relatifs suivantes en détaillant les étapes.

$A = (-3) + (+5) + (-7) + (-11)$
$A = (-21) + (+5)$
$\boxed{A = (-16)}$

$B = (-5) + (-7) + (+15) + (-4) + (+9)$
$B = (-16) + (+24)$
$\boxed{B = (+8)}$

$C = (-3,1) + (+7,5) + (-5,2) + (-7,5) + (+3,1)$
$\boxed{C = (-5,2)}$

$D = (-113) + (+132) + (-13) + (+18) + (-24)$
$D = (-150) + (+150)$
$\boxed{D = 0}$

**Exercice 2** : Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$E = (-4) - (-6) + (-6) - (+7)$
$E = (-4) + (+6) + (-6) + (-7)$
$\boxed{E = (-11)}$

$F = (-5) + (-4) - (-10) - (+11)$
$F = (-5) + (-4) + (+10) + (-11)$
$F = (-20) + (+10)$
$\boxed{F = (-10)}$

$G = (-3) + (-4) + (+9) - (-6) - (+7)$
$G = (-3) + (-4) + (+9) + (+6) + (-7)$
$G = (-14) + (+15)$
$\boxed{G = (+1)}$

**Exercice 3** : Calculer ces expressions algébriques en détaillant les étapes.

$H = -7 + 3 - 8 + 10 - 3$
$H = -18 + 13$
$\boxed{H = -5}$

$I = -3 - 7 - 10 + 3 + 2 - 7$
$I = -27 + 5$
$\boxed{I = -22}$

$K = (-3 + 5 - 3) - (-8 + 11 - 3 + 4)$
$K = (-6 + 5) - (-11 + 15)$
$K = -1 - 4$
$\boxed{K = -5}$

$L = [1 - (-1 - 1) - 1] - [2 + (-2 - 3) + 2]$
$L = [1 - (-2) - 1] - [2 + (-5) + 2]$
$L = [1 + 2 - 1] - [2 - 5 + 2]$
$L = 2 - (-1)$
$L = 2 + 1$
$\boxed{L = 3}$

**Exercice 4** : On se donne les expressions suivantes :
**1.** Calculer $Z$ et $W$ pour $a = 1$, $b = -3$ et $c = -5$

$Z = (1 - (-3) + (-5)) - (1 + (-3) - (-5))$
$Z = (1 + 3 - 5) - (1 - 3 + 5)$
$Z = -1 - 3$
$\boxed{Z = -4}$

$W = (-5 - 1 - (-3)) + (-5 + 1 - (-3))$
$W = (-5 - 1 + 3) + (-5 + 1 + 3)$
$W = -3 + (-1)$
$\boxed{W = -4}$

**2.** Calculer $Z$ et $W$ pour $a = -2$, $b = 5$ et $c = -3$

$Z = (-2 - 5 + (-3)) - (-2 + 5 - (-3))$
$Z = -10 - (3 + 3))$
$Z = -10 - 6$ donc $\boxed{Z = -16}$

$W = (-3 - (-2) - 5) + (-3 + (-2) - 5)$
$W = (-3 + 2 - 5) + (-3 - 2 - 5)$
$W = -6 - 10$ donc $\boxed{W = -16}$

**3.** Calculer $Z$ et $W$ pour $a = 1$, $b = 0$ et $c = -1$ on a :

$Z = (1 - 0 + (-1)) - (1 + 0 - (-1))$
$Z = 0 - 2$ donc $\boxed{Z = -2}$

$W = (-1 - 1 - 0) + (-1 + 1 - 0)$
$\boxed{W = -2}$

**4.** Quelle conjecture pouvez-vous faire ?
Les expressions $Z$ et $W$ semblent toujours donner le même résultat.

# Contrôle de mathématiques

Tout le travail doit être effectué sur votre copie.

## Exercice n° 1 :

*5 points*

Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$A = (-4) + (+5) + (-9) + (-11)$
$B = (-5) + (-10) + (+13) + (-4) + (+9)$
$C = (-3,8) + (+7,9) + (-5,2) + (-7,9) + (+3,8)$
$D = (-117) + (+132) + (-13) + (+18) + (-20)$

## Exercice n° 2 :

*5 points*

Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$E = (-4) - (-6) + (-7) - (+7)$
$F = (-5) + (-4) - (-13) - (+11)$
$G = (-3) + (-4) + (+10) - (-6) - (+7)$

## Exercice n° 3 :

*5 points*

Calculer ces expressions algébriques en détaillant les étapes.

$H = -8 + 3 - 8 + 10 - 3$
$I = -5 - 7 - 10 + 3 + 2 - 7$
$K = (-2 + 5 - 3) - (-8 + 11 - 3 + 4)$
$L = [1 - (-1 - 1) - 1] - [2 + (-2 - 4) + 2]$

## Exercice n° 4 :

*5 points*

On se donne les expressions suivantes :

$Z = (a - b + c) - (a + b - c)$ et $W = (c - a - b) + (c + a - b)$

**1.** Calculer $Z$ et $W$ pour $a = 2$, $b = -4$ et $c = -5$
**2.** Calculer $Z$ et $W$ pour $a = -3$, $b = 5$ et $c = -3$
**3.** Calculer $Z$ et $W$ pour trois nombre $a$, $b$ et $c$ de votre choix.
**4.** Quelle conjecture pouvez-vous faire ?

# Contrôle de mathématiques — **Correction**

**Exercice 1** : Calculer les sommes de relatifs suivantes en détaillant les étapes.

$A = (-4) + (+5) + (-9) + (-11)$
$A = (-24) + (+5)$
$\boxed{A = (-19)}$

$B = (-5) + (-10) + (+13) + (-4) + (+9)$
$B = (-19) + (+22)$
$\boxed{B = (+3)}$

$C = (-3,8) + (+7,9) + (-5,2) + (-7,9) + (+3,8)$
$\boxed{C = (-5,2)}$

$D = (-117) + (+132) + (-13) + (+18) + (-20)$
$D = (-150) + (+150)$
$\boxed{D = 0}$

**Exercice 2** : Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$E = (-4) - (-6) + (-7) - (+7)$
$E = (-4) + (+6) + (-7) + (-7)$
$E = (-18) + (+6)$
$\boxed{E = (-12)}$

$F = (-5) + (-4) - (-13) - (+11)$
$F = (-5) + (-4) + (+13) + (-11)$
$F = (-20) + (+13)$
$\boxed{F = (-7)}$

$G = (-3) + (-4) + (+10) - (-6) - (+7)$
$G = (-3) + (-4) + (+10) + (+6) + (-7)$
$G = (-14) + (+16)$
$\boxed{G = (+2)}$

**Exercice 3** : Calculer ces expressions algébriques en détaillant les étapes.

$H = -8 + 3 - 8 + 10 - 3$

$H = -19 + 13$

$\boxed{H = -6}$

$I = -5 - 7 - 10 + 3 + 2 - 7$

$I = -29 + 5$

$\boxed{I = -24}$

$K = (-2 + 5 - 3) - (-8 + 11 - 3 + 4)$
$K = (-5 + 5) - (-11 + 15)$
$K = 0 - 4$
$\boxed{K = -4}$

$L = [1 - (-1 - 1) - 1] - [2 + (-2 - 4) + 2]$
$L = [1 - (-2) - 1] - [2 + (-6) + 2]$
$L = [1 + 2 - 1] - [2 - 6 + 2]$
$L = 2 - (-2)$
$L = 2 + 2$
$\boxed{L = 4}$

**Exercice 4** : On se donne les expressions suivantes :
**1.** Calculer $Z$ et $W$ pour $a = 2$, $b = -4$ et $c = -5$

$Z = (2 - (-4) + (-5)) - (2 + (-4) - (-5))$
$Z = (2 + 4 - 5) - (2 - 4 + 5)$
$Z = 1 - 3$
$\boxed{Z = -2}$

$W = (-5 - 2 - (-4)) + (-5 + 2 - (-4))$
$W = (-5 - 2 + 4) + (-5 + 2 + 4)$
$W = -3 + 1$
$\boxed{W = -2}$

**2.** Calculer $Z$ et $W$ pour $a = -3$, $b = 5$ et $c = -3$

$Z = (-3 - 5 + (-3)) - (-3 + 5 - (-3))$
$Z = (-3 - 5 - 3) - (-3 + 5 + 3)$
$Z = -11 - 5$
$\boxed{Z = -16}$

$W = (-3 - (-3) - 5) + (-3 + (-3) - 5)$
$W = (-3 + 3 - 5) + (-3 - 3 - 5)$
$W = -5 + (-11)$
$W = -5 - 11$
$\boxed{W = -16}$

**3.** Calculer $Z$ et $W$ pour $a = 1$, $b = 0$ et $c = -1$

$Z = (1 - 0 + (-1)) - (1 + 0 - (-1))$
$Z = 0 - 2$
$\boxed{Z = -2}$

$W = (-1 - 1 - 0) + (-1 + 1 - 0)$
$W = -2 + 0$
$\boxed{W = -2}$

**4.** Quelle conjecture pouvez-vous faire ?
Les expressions $Z$ et $W$ semblent toujours donner le même résultat.

# Contrôle de mathématiques

Tout le travail doit être effectué sur votre copie.

**Exercice 1** : Calculer les sommes de relatifs suivantes en détaillant les étapes.

$A = (-3) + (+5) + (-7) + (-11)$
$B = (-5) + (-7) + (+15) + (-4) + (+9)$
$C = (-3,1) + (+7,5) + (-5,2) + (-7,5) + (+3,1)$
$D = (-113) + (+132) + (-13) + (+18) + (-24)$

**Exercice 2** : Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$E = (-4) - (-6) + (-6) - (+7)$
$F = (-5) + (-4) - (-10) - (+11)$
$G = (-3) + (-4) + (+9) - (-6) - (+7)$

**Exercice 3** : Calculer ces expressions algébriques en détaillant les étapes.

$H = -7 + 3 - 8 + 10 - 3$
$I = -3 - 7 - 10 + 3 + 2 - 7$
$K = (-3 + 5 - 3) - (-8 + 11 - 3 + 4)$
$L = [1 - (-1 - 1) - 1] - [2 + (-2 - 3) + 2]$

**Exercice 4** : On se donne les expressions suivantes :

$Z = (a - b + c) - (a + b - c)$ et $W = (c - a - b) + (c + a - b)$

**1.** Calculer $Z$ et $W$ pour $a = 1$, $b = -3$ et $c = -5$
**2.** Calculer $Z$ et $W$ pour $a = -2$, $b = 5$ et $c = -3$
**3.** Calculer $Z$ et $W$ pour trois nombre $a$, $b$ et $c$ de votre choix.
**4.** Quelle conjecture pouvez-vous faire ?

# Contrôle de mathématiques — **Correction**

**Exercice 1** : Calculer les sommes de relatifs suivantes en détaillant les étapes.

$A = (-3) + (+5) + (-7) + (-11)$
$A = (-21) + (+5)$
$\boxed{A = (-16)}$

$B = (-5) + (-7) + (+15) + (-4) + (+9)$
$B = (-16) + (+24)$
$\boxed{B = (+8)}$

$C = (-3,1) + (+7,5) + (-5,2) + (-7,5) + (+3,1)$
$\boxed{C = (-5,2)}$

$D = (-113) + (+132) + (-13) + (+18) + (-24)$
$D = (-150) + (+150)$
$\boxed{D = 0}$

**Exercice 2** : Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$E = (-4) - (-6) + (-6) - (+7)$
$E = (-4) + (+6) + (-6) + (-7)$
$\boxed{E = (-11)}$

$F = (-5) + (-4) - (-10) - (+11)$
$F = (-5) + (-4) + (+10) + (-11)$
$F = (-20) + (+10)$
$\boxed{F = (-10)}$

$G = (-3) + (-4) + (+9) - (-6) - (+7)$
$G = (-3) + (-4) + (+9) + (+6) + (-7)$
$G = (-14) + (+15)$
$\boxed{G = (+1)}$

**Exercice 3** : Calculer ces expressions algébriques en détaillant les étapes.

$H = -7 + 3 - 8 + 10 - 3$
$H = -18 + 13$
$\boxed{H = -5}$

$I = -3 - 7 - 10 + 3 + 2 - 7$
$I = -27 + 6$
$\boxed{I = -21}$

$K = (-3 + 5 - 3) - (-8 + 11 - 3 + 4)$
$K = (-6 + 5) - (-11 + 15)$
$K = -1 - 4$
$\boxed{K = -5}$

$L = [1 - (-1 - 1) - 1] - [2 + (-2 - 3) + 2]$
$L = [1 - (-2) - 1] - [2 + (-5) + 2]$
$L = [1 + 2 - 1] - [2 - 5 + 2]$
$L = 2 - (-1)$
$L = 2 + 1$
$\boxed{L = 3}$

**Exercice 4** : On se donne les expressions suivantes :
**1.** Calculer $Z$ et $W$ pour $a = 1$, $b = -3$ et $c = -5$

$Z = (1 - (-3) + (-5)) - (1 + (-3) - (-5))$
$Z = (1 + 3 - 5) - (1 - 3 + 5)$
$Z = -1 - 3$
$\boxed{Z = -4}$

$W = (-5 - 1 - (-3)) + (-5 + 1 - (-3))$
$W = (-5 - 1 + 3) + (-5 + 1 + 3)$
$W = -3 + (-1)$
$\boxed{W = -4}$

**2.** Calculer $Z$ et $W$ pour $a = -2$, $b = 5$ et $c = -3$

$Z = (-2 - 5 + (-3)) - (-2 + 5 - (-3))$
$Z = -10 - (3 + 3))$
$Z = -10 - 6$ donc $\boxed{Z = -16}$

$W = (-3 - (-2) - 5) + (-3 + (-2) - 5)$
$W = (-3 + 2 - 5) + (-3 - 2 - 5)$
$W = -6 - 10$ donc $\boxed{W = -16}$

**3.** Calculer $Z$ et $W$ pour $a = 1$, $b = 0$ et $c = -1$ on a :

$Z = (1 - 0 + (-1)) - (1 + 0 - (-1))$
$Z = 0 - 2$ donc $\boxed{Z = -2}$

$W = (-1 - 1 - 0) + (-1 + 1 - 0)$
$\boxed{W = -2}$

**4.** Quelle conjecture pouvez-vous faire ?
Les expressions $Z$ et $W$ semblent toujours donner le même résultat.

# Contrôle de mathématiques

Tout le travail doit être effectué sur votre copie.

**Exercice 1** : Calculer les sommes de relatifs suivantes en détaillant les étapes.

$A = (-4) + (+5) + (-9) + (-11)$
$B = (-5) + (-10) + (+13) + (-4) + (+9)$
$C = (-3,8) + (+7,9) + (-5,2) + (-7,9) + (+3,8)$
$D = (-117) + (+132) + (-13) + (+18) + (-20)$

**Exercice 2** : Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$E = (-4) - (-6) + (-7) - (+7)$
$F = (-5) + (-4) - (-13) - (+11)$
$G = (-3) + (-4) + (+10) - (-6) - (+7)$

**Exercice 3** : Calculer ces expressions algébriques en détaillant les étapes.

$H = -8 + 3 - 8 + 10 - 3$
$I = -5 - 7 - 10 + 3 + 2 - 7$
$K = (-2 + 5 - 3) - (-8 + 11 - 3 + 4)$
$L = [1 - (-1 - 1) - 1] - [2 + (-2 - 4) + 2]$

**Exercice 4** : On se donne les expressions suivantes :

$Z = (a - b + c) - (a + b - c)$ et $W = (c - a - b) + (c + a - b)$

**1.** Calculer $Z$ et $W$ pour $a = 2$, $b = -4$ et $c = -5$
**2.** Calculer $Z$ et $W$ pour $a = -3$, $b = 5$ et $c = -3$
**3.** Calculer $Z$ et $W$ pour trois nombre $a$, $b$ et $c$ de votre choix.
**4.** Quelle conjecture pouvez-vous faire ?

# Contrôle de mathématiques — **Correction**

**Exercice 1** : Calculer les sommes de relatifs suivantes en détaillant les étapes.

$A = (-4) + (+5) + (-9) + (-11)$
$A = (-24) + (+5)$
$\boxed{A = (-19)}$

$B = (-5) + (-10) + (+13) + (-4) + (+9)$
$B = (-19) + (+22)$
$\boxed{B = (+3)}$

$C = (-3,8) + (+7,9) + (-5,2) + (-7,9) + (+3,8)$
$\boxed{C = (-5,2)}$

$D = (-117) + (+132) + (-13) + (+18) + (-20)$
$D = (-150) + (+150)$
$\boxed{D = 0}$

**Exercice 2** : Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$E = (-4) - (-6) + (-7) - (+7)$
$E = (-4) + (+6) + (-7) + (-7)$
$E = (-18) + (+6)$
$\boxed{E = (-12)}$

$F = (-5) + (-4) - (-13) - (+11)$
$F = (-5) + (-4) + (+13) + (-11)$
$F = (-20) + (+13)$
$\boxed{F = (-7)}$

$G = (-3) + (-4) + (+10) - (-6) - (+7)$
$G = (-3) + (-4) + (+10) + (+6) + (-7)$
$G = (-14) + (+16)$
$\boxed{G = (+2)}$

**Exercice 3** : Calculer ces expressions algébriques en détaillant les étapes.

$H = -8 + 3 - 8 + 10 - 3$

$H = -19 + 13$

$\boxed{H = -6}$

$I = -5 - 7 - 10 + 3 + 2 - 7$

$I = -29 + 5$

$\boxed{I = -24}$

$K = (-2 + 5 - 3) - (-8 + 11 - 3 + 4)$
$K = (-5 + 5) - (-11 + 15)$
$K = 0 - 4$
$\boxed{K = -4}$

$L = [1 - (-1 - 1) - 1] - [2 + (-2 - 4) + 2]$
$L = [1 - (-2) - 1] - [2 + (-6) + 2]$
$L = [1 + 2 - 1] - [2 - 6 + 2]$
$L = 2 - (-2)$
$L = 2 + 2$
$\boxed{L = 4}$

**Exercice 4** : On se donne les expressions suivantes :
**1.** Calculer $Z$ et $W$ pour $a = 2$, $b = -4$ et $c = -5$

$Z = (2 - (-4) + (-5)) - (2 + (-4) - (-5))$
$Z = (2 + 4 - 5) - (2 - 4 + 5)$
$Z = 1 - 3$
$\boxed{Z = -2}$

$W = (-5 - 2 - (-4)) + (-5 + 2 - (-4))$
$W = (-5 - 2 + 4) + (-5 + 2 + 4)$
$W = -3 + 1$
$\boxed{W = -2}$

**2.** Calculer $Z$ et $W$ pour $a = -3$, $b = 5$ et $c = -3$

$Z = (-3 - 5 + (-3)) - (-3 + 5 - (-3))$
$Z = (-3 - 5 - 3) - (-3 + 5 + 3)$
$Z = -11 - 5$
$\boxed{Z = -16}$

$W = (-3 - (-3) - 5) + (-3 + (-3) - 5)$
$W = (-3 + 3 - 5) + (-3 - 3 - 5)$
$W = -5 + (-11)$
$W = -5 - 11$
$\boxed{W = -16}$

**3.** Calculer $Z$ et $W$ pour $a = 1$, $b = 0$ et $c = -1$

$Z = (1 - 0 + (-1)) - (1 + 0 - (-1))$
$Z = 0 - 2$
$\boxed{Z = -2}$

$W = (-1 - 1 - 0) + (-1 + 1 - 0)$
$W = -2 + 0$
$\boxed{W = -2}$

**4.** Quelle conjecture pouvez-vous faire ?
Les expressions $Z$ et $W$ semblent toujours donner le même résultat.

# Contrôle de mathématiques

**Exercice 1** : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant, quand c'est nécessaire, votre démarche :

$A = (-7) + (-9)$
$B = (-11) + (+6)$
$C = (+8) + (+10)$
$D = (+6) + (-13)$

$E = (+7) + (-8) + (+9) + (-5)$

$F = (-7) + (-8) + (+9) + (-2) + (+5) + (-1)$

$G = (-56) + (+78) + (-105) + (+56) + (-78)$

**Exercice 2** : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant votre démarche :

$H = (-6) - (-7) - (+8)$
$I = (+7) - (+9) + (-10) - (-7)$
$J = (-10) - (-11) - (+9) + (-8)$
$K = (-13) - (+13) - (-13) + (-13)$

**Exercice 3**

On pose $X = (-7)$, $Y = (+11)$ et $Z = (-5)$
Calculer en recopiant l'expression puis en détaillant vos calculs :
**1.** $Z - X + Y$
**2.** $X + Y - Z$

# Contrôle de mathématiques — **Correction**

**Exercice 1** : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant votre démarche :

$A = (-7) + (-9)$
$\boxed{A = (-16)}$
$B = (-11) + (+6)$
$\boxed{= (-5)}$
$C = (+8) + (+10)$
$\boxed{C = (+18)}$

$D = (+6) + (-13)$
$\boxed{D = (-7)}$
$E = (+7) + (-8) + (+9) + (-5)$
$E = (+16) + (-13)$
$\boxed{E = (+3)}$

$F = (-7) + (-8) + (+9) + (-2) + (+5) + (-1)$
$F = (-18) + (+14)$
$\boxed{F = (-4)}$
$G = (-56) + (+78) + (-105) + (+56) + (-78)$
$\boxed{G = (-105)}$

**Exercice 2** : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant votre démarche :

$H = (-6) - (-7) - (+8)$
$H = (-6) + (+7) + (-8)$
$H = (-14) + (+7)$
$\boxed{H = (-7)}$
$I = (+7) - (+9) + (-10) - (-7)$
$I = (+7) + (-9) + (-10) + (+7)$
$I = (-19) + (+14)$
$\boxed{I = (-5)}$

$J = (-10) - (-11) - (+9) + (-8)$
$J = (-10) + (+11) + (-9) + (-8)$
$J = (-27) + (+11)$
$\boxed{J = (-16)}$
$K = (-13) - (+13) - (-13) + (-13)$
$K = (-13) + (-13) + (+13) + (-13)$
$\boxed{K = (-26)}$

**Exercice 3**
On pose $X = (-7)$, $Y = (+11)$ et $Z = (-5)$
Calculer en recopiant l'expression puis en détaillant vos calculs :

**1.** $Z - X + Y$
$(-5) - (-7) + (+11)$
$(-5) + (+7) + (+11)$
$(-5) + (+18)$
$\boxed{(-13)}$

**2.** $X + Y - Z$
$(-7) + (+11) - (-5)$
$(-7) + (+11) + (+5)$
$(-7) + (+16)$
$\boxed{(+9)}$

# Contrôle de mathématiques

**Exercice 1** : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant, quand c'est nécessaire, votre démarche :

$A = (-5) + (-11)$
$B = (-12) + (+6)$
$C = (+8) + (+11)$
$D = (+7) + (-13)$

$E = (+8) + (-9) + (+10) + (-5)$

$F = (-5) + (-8) + (+9) + (-2) + (+7) + (-1)$

$G = (-65) + (+87) + (-106) + (+65) + (-87)$

**Exercice 2** : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant votre démarche :

$H = (-7) - (-6) - (+8)$
$I = (+7) - (+10) + (-9) - (-7)$
$J = (-11) - (-10) - (+9) + (-8)$
$K = (-15) - (+15) - (-15) + (-15)$

**Exercice 3**

On pose $X = (-7)$, $Y = (+11)$ et $Z = (-5)$
Calculer en recopiant l'expression puis en détaillant vos calculs :
**1.** $Z + X - Y$
**2.** $Y - X - Z$

# Contrôle de mathématiques — **Correction**

**Exercice 1** : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant votre démarche :

$A = (-5) + (-11)$
$\boxed{A = (-16)}$
$B = (-12) + (+6)$
$\boxed{B = (-6)}$
$C = (+8) + (+11)$
$\boxed{C = (+19)}$

$D = (+7) + (-13)$
$\boxed{D = (-6)}$
$E = (+8) + (-9) + (+10) + (-5)$
$E = (-14) + (+18)$
$\boxed{E = (+4)}$

$F = (-5) + (-8) + (+9) + (-2) + (+7) + (-1)$
$F = (-16) + (+16)$
$\boxed{F = 0}$
$G = (-65) + (+87) + (-106) + (+65) + (-87)$
$\boxed{G = (-106)}$

**Exercice 2** : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant votre démarche :

$H = (-7) - (-6) - (+8)$
$H = (-7) + (+6) + (-8)$
$H = (-15) + (+6)$
$\boxed{H = (-9)}$
$I = (+7) - (+10) + (-9) - (-7)$
$I = (+7) + (-10) + (-9) + (+7)$
$I = (-19) + (+14)$
$\boxed{I = (-5)}$

$J = (-11) - (-10) - (+9) + (-8)$
$J = (-11) + (+10) + (-9) + (-8)$
$J = (-28) + (+10)$
$\boxed{J = (-18)}$
$K = (-15) - (+15) - (-15) + (-15)$
$K = (-15) + (-15) + (+15) + (-15)$
$\boxed{K = (-30)}$

**Exercice 3**
On pose $X = (-7)$, $Y = (+11)$ et $Z = (-5)$
Calculer en recopiant l'expression puis en détaillant vos calculs :

**1.** $Z + X - Y$
$(-5) + (-7) - (+11)$
$(-5) + (-7) + (-11)$
$\boxed{(-23)}$

**2.** $Y - X - Z$
$(+11) - (-7) - (-5)$
$(+11) + (+7) + (+5)$
$\boxed{(+23)}$

# Contrôle de mathématiques

**Exercice 1** : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant, quand c'est nécessaire, votre démarche :

$A = -3 + 6 - 7 + 5$
$B = -11 - 10 + 21 + 8$
$C = -123 + 238 - 456 + 123 - 238 + 456 - 17$
$D = -7 + 11 - 13 + 10 - 1 + 8 - 9 - 3$

**Exercice 2** : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant votre démarche :

$E = -3 - (-3 + 7 - 1 + 4)$
$F = 5 - (3 - 2 - 4 + 3) - (1 - 3 - 4 + 5)$
$G = (-3 + 6 - 11 + 4) - (-6 - 8 + 10 - 11)$
$H = 1 - [1 - (1 - 3 + 2) - 2] - 3$

**Exercice 3**

On pose $a = -7$, $b = 11$, $c = -5$ et $d = -3$
Calculer en recopiant l'expression puis en détaillant vos calculs :
**1.** $(a - b) - (c - d) + (d - a)$
**2.** $(d - a - b + c) - (a - b + d - c)$

# Contrôle de mathématiques — **Correction**

**Exercice 1** : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant, quand c'est nécessaire, votre démarche :

$A = -3 + 6 - 7 + 5$
$A = -10 + 11$
$\boxed{A = 1}$
$B = -11 - 10 + 21 + 8$
$B = -20 + 29$
$\boxed{B = 9}$

$C = -123 + 238 - 456 + 123 - 238 + 456 - 17$
$C = (-123 + 123) + (238 - 238) + (-456 + 456) - 17$
$\boxed{C = -17}$
$D = -7 + 11 - 13 + 10 - 1 + 8 - 9 - 3$
$D = -33 + 29$
$\boxed{D = -4}$

**Exercice 2** : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant votre démarche :

$E = -3 - (-3 + 7 - 1 + 4)$
$E = -3 - (-4 + 11)$
$E = -3 - 7$
$\boxed{E = -10}$
$F = 5 - (3 - 2 - 4 + 3) - (1 - 3 - 4 + 5)$
$F = 5 - (6 - 6) - (6 - 7)$
$F = 5 - 0 - (-1)$
$F = 5 + 1$
$\boxed{F = 6}$

$G = (-3 + 6 - 11 + 4) - (-6 - 8 + 10 - 11)$
$G = (-14 + 10) - (-25 + 10)$
$G = -4 - (-15)$
$G = -4 + 15$
$\boxed{G = 11}$
$H = 1 - [1 - (1 - 3 + 2) - 2] - 3$
$H = 1 - [1 - (3 - 3) - 2] - 3$
$H = 1 - [1 - 0 - 2] - 3$
$H = 1 - (-1) - 3$
$H = 1 + 1 - 3$
$\boxed{H = -1}$

**Exercice 3** On pose $a = -7$, $b = 11$, $c = -5$ et $d = -3$. Calculer en recopiant l'expression puis en détaillant vos calculs :

**1.** $(a - b) - (c - d) + (d - a) = (-7 - 11) - (-5 + 3) + (-3 + 7) =$
$-18 - (-2) + 4$
$-18 + 2 + 4 = \boxed{-12}$

**2.** $(d - a - b + c) - (a - b + d - c) = (-3 + 7 - 11 - 5) - (-7 - 11 - 3 + 5) = (-19 + 7) - (-21 + 5)$
$-12 - (-16) = -12 + 1 = \boxed{4}$

# Contrôle de mathématiques

**Exercice 1** : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant, quand c'est nécessaire, votre démarche :

$A = -6 + 5 - 7 + 5$
$B = -13 - 10 + 22 + 8$
$C = -132 + 238 - 456 + 132 - 238 + 456 - 19$
$D = -8 + 13 - 11 + 12 - 1 + 8 - 9 - 3$

**Exercice 2** : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant votre démarche :

$E = -4 - (-4 + 7 - 1 + 3)$
$F = 6 - (5 - 2 - 4 + 3) - (1 - 3 - 6 + 5)$
$G = (-4 + 6 - 12 + 4) - (-6 - 8 + 10 - 12)$
$H = 1 - [2 - (2 - 3 + 1) - 2] - 3$

**Exercice 3**

On pose $a = -6$, $b = 12$, $c = -5$ et $d = -3$
Calculer en recopiant l'expression puis en détaillant vos calculs :
**1.** $(a - d) - (c - b) + (d - a)$
**2.** $(b - a - d + c) - (a - b + d - c)$

# Contrôle de mathématiques — **Correction**

**Exercice 1** : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant, quand c'est nécessaire, votre démarche :

$A = -6 + 5 - 7 + 5$
$A = -13 + 10$
$\boxed{A = -3}$
$B = -13 - 10 + 22 + 8$
$B = -23 + 30$
$\boxed{B = 7}$

$C = -132 + 238 - 456 + 132 - 238 + 456 - 19$
$C = (-132 + 132) + (238 - 238) + (-456 + 456) - 19$
$\boxed{C = -19}$
$D = -8 + 13 - 11 + 12 - 1 + 8 - 9 - 3$
$D = -32 + 33$
$\boxed{D = 1}$

**Exercice 2** : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant votre démarche :

$E = -4 - (-4 + 7 - 1 + 3)$
$E = -4 - (-5 + 10)$
$E = -4 - 5$
$\boxed{E = -9}$
$F = 6 - (5 - 2 - 4 + 3) - (1 - 3 - 6 + 5)$
$F = 6 - (8 - 6) - (6 - 9)$
$F = 6 - 2 - (-3)$
$F = 4 + 3$
$\boxed{F = 7}$

$G = (-4 + 6 - 12 + 4) - (-6 - 8 + 10 - 12)$
$G = (-16 + 10) - (-26 + 10)$
$G = -6 - (-16)$
$G = -6 + 16$
$\boxed{G = 10}$
$H = 1 - [2 - (2 - 3 + 1) - 2] - 3$
$H = 1 - [2 - (0) - 2] - 3$
$H = 1 - [0] - 3$
$H = 1 - 3$
$\boxed{H = -2}$

**Exercice 3** On pose $a = -6$, $b = 12$, $c = -5$ et $d = -3$. Calculer en recopiant l'expression puis en détaillant vos calculs :

**1.** $(a - d) - (c - b) + (d - a) = (-6 + 3) - (-5 - 12) + (-3 + 6)$

$-3 - (-17) + 3 = -3 + 17 + 3 = \boxed{17}$

**2.** $(b - a - d + c) - (a - b + d - c) = (-12 + 6 + 3 - 5) - (-6 - 12 - 3 + 5) = (-17 + 9) - (-21 + 5)$
$-8 - (-16) = -8 + 16 = \boxed{8}$

# Contrôle de mathématiques

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

# Évaluation – Nombres relatifs

**Exercice 1** : Calculer en détaillant votre méthode.

$A = (-4) \times 3 + (-5) \times (-7) + 5 \times 2 + (-6) \times (-2)$

$B = (-3) \times (-3) - (-4) \times 5 - 9 \times 7 - (-5) \times (-4)$

$C = 5 - 3 \times 7 + 7 - (-5) \times (-2) + 3$

$D = (1 - 3 \times 2)(3 \times (-2) + 1)$

**Exercice 2**

On pose $a = -2$, $b = 5$, $c = -3$ et $d = -5$. Calculer :

$Z = a \times b + b \times c + c \times d + d \times a$

$Y = (a - b) \times (c - d)$

$X = (1 - b + c)(2 + a - d)$

$$W = (a-d)(b-a) - (c-b)(b-a)$$

# Contrôle de mathématiques

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

# Évaluation – Nombres relatifs

**Exercice 1** : Calculer en détaillant votre méthode.

$A = (-4) \times 3 + (-5) \times (-6) + 5 \times 2 + (-5) \times (-2)$

$B = (-3) \times (-3) - (-4) \times 5 - 8 \times 7 - (-5) \times (-4)$

$C = 7 - 3 \times 7 + 7 - (-5) \times (-2) + 3$

$D = (2 - 3 \times 2)(3 \times (-2) + 1)$

**Exercice 2**

On pose $a = -3$, $b = 5$, $c = -2$ et $d = -5$. Calculer :

$Z = a \times b + b \times c + c \times d + d \times a$

$Y = (a - b) \times (c - d)$

$X = (1 - b + c)(2 + a - d)$

$$W = (a-d)(b-a) - (c-b)(b-a)$$

# Contrôle de mathématiques

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

# Évaluation – Nombres relatifs

**Exercice 1** : Calculer en détaillant votre méthode.

$A = (-5) \times 3 + (-5) \times (-7) + 5 \times 2 + (-6) \times (-2)$

$B = (-4) \times (-3) - (-4) \times 5 - 9 \times 7 - (-5) \times (-4)$

$C = 2 - 3 \times 7 + 7 - (-5) \times (-2) + 3$

$D = (3 - 3 \times 2)(3 \times (-2) + 1)$

**Exercice 2**

On pose $a = -4$, $b = 5$, $c = -3$ et $d = -5$. Calculer :

$Z = a \times b + b \times c + c \times d + d \times a$

$Y = (a - b) \times (c - d)$

$X = (1 - b + c)(2 + a - d)$

$$W = (a-d)(b-a) - (c-b)(b-a)$$

**Devoir maison :** Nombres relatifs — **Les Repunits**

Un **Repunit** est un nombre dont l'écriture décimale est constituée que du chiffre 1.
1, 11, 111, 11 111... 111 111 111 111 sont des Repunits.

**1.** Effectuer la division euclidienne en la posant de 11 par 9, de 111 par 9, de 1 111 par 9 et enfin de 11 111 par 9

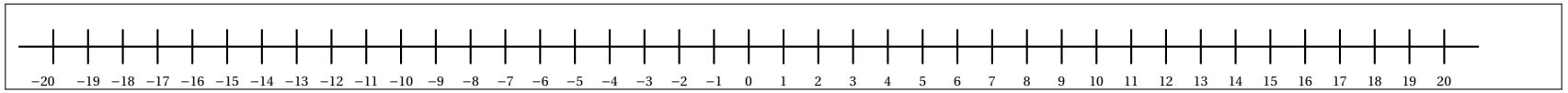
**2.** En utilisant votre calculatrice, écrire l'égalité euclidienne qui correspond à la division par 9 des Repunits 111 111, 1 111 111, 11 111 111 et 111 111 111.

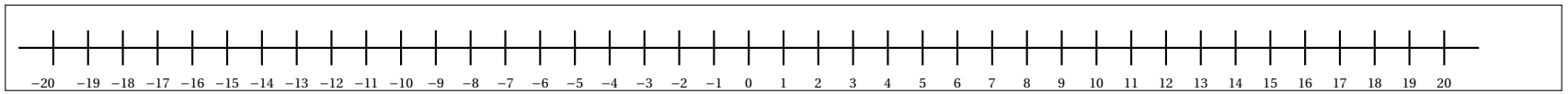
**3.** Que remarquez-vous ?

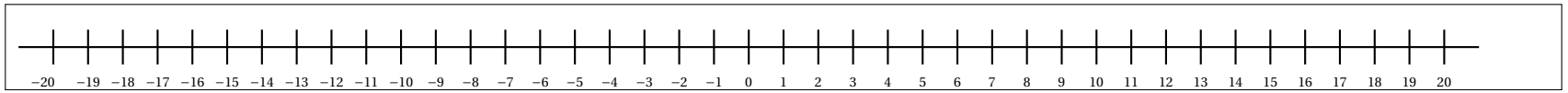
**4.** Quels sont les Repunits inférieurs à $10^{18}$ qui sont divisibles par 3 ?

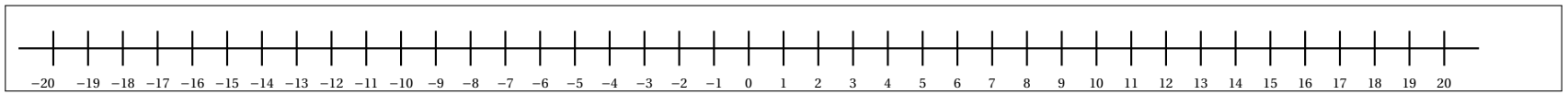
**5.** Quels sont les Repunits inférieurs à $10^{18}$ qui sont divisibles par 9 ?

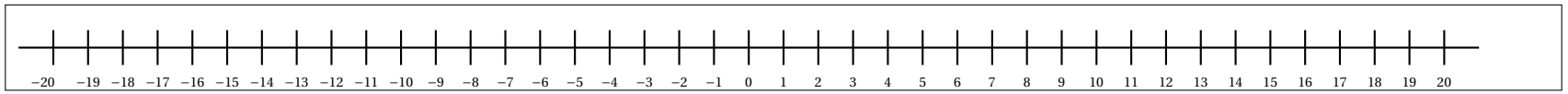
**6.** [INTERNET] – Un Repunit peut-il être premier ?

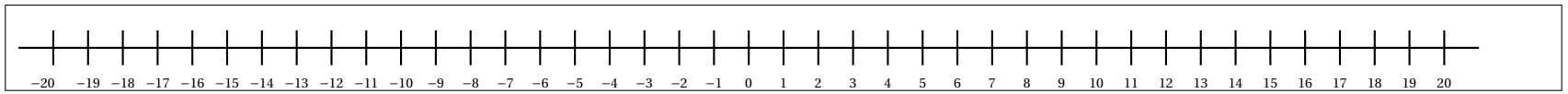

−20 −19 −18 −17 −16 −15 −14 −13 −12 −11 −10 −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

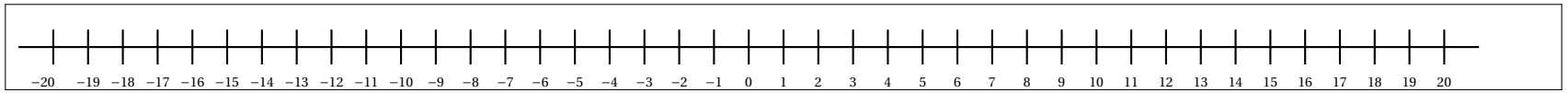

−20 −19 −18 −17 −16 −15 −14 −13 −12 −11 −10 −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

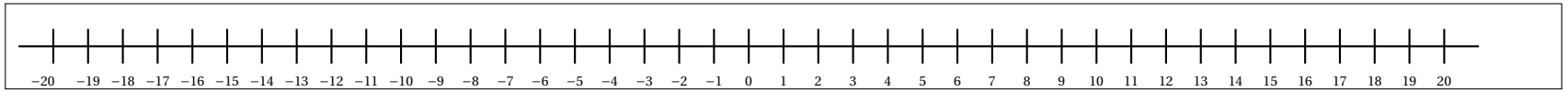

−20 −19 −18 −17 −16 −15 −14 −13 −12 −11 −10 −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

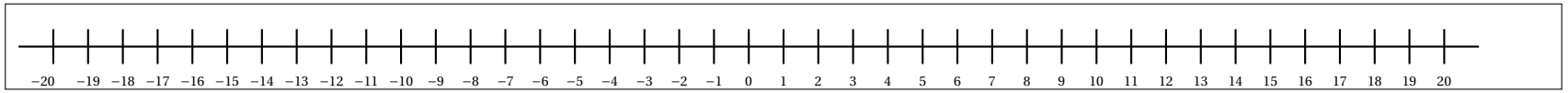

−20 −19 −18 −17 −16 −15 −14 −13 −12 −11 −10 −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

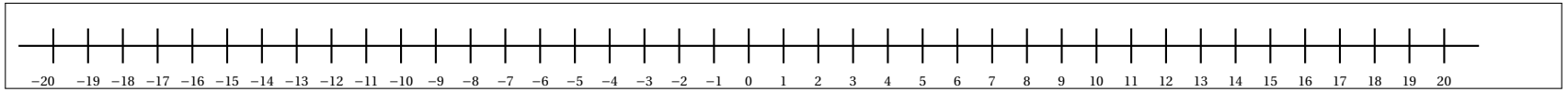

−20 −19 −18 −17 −16 −15 −14 −13 −12 −11 −10 −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

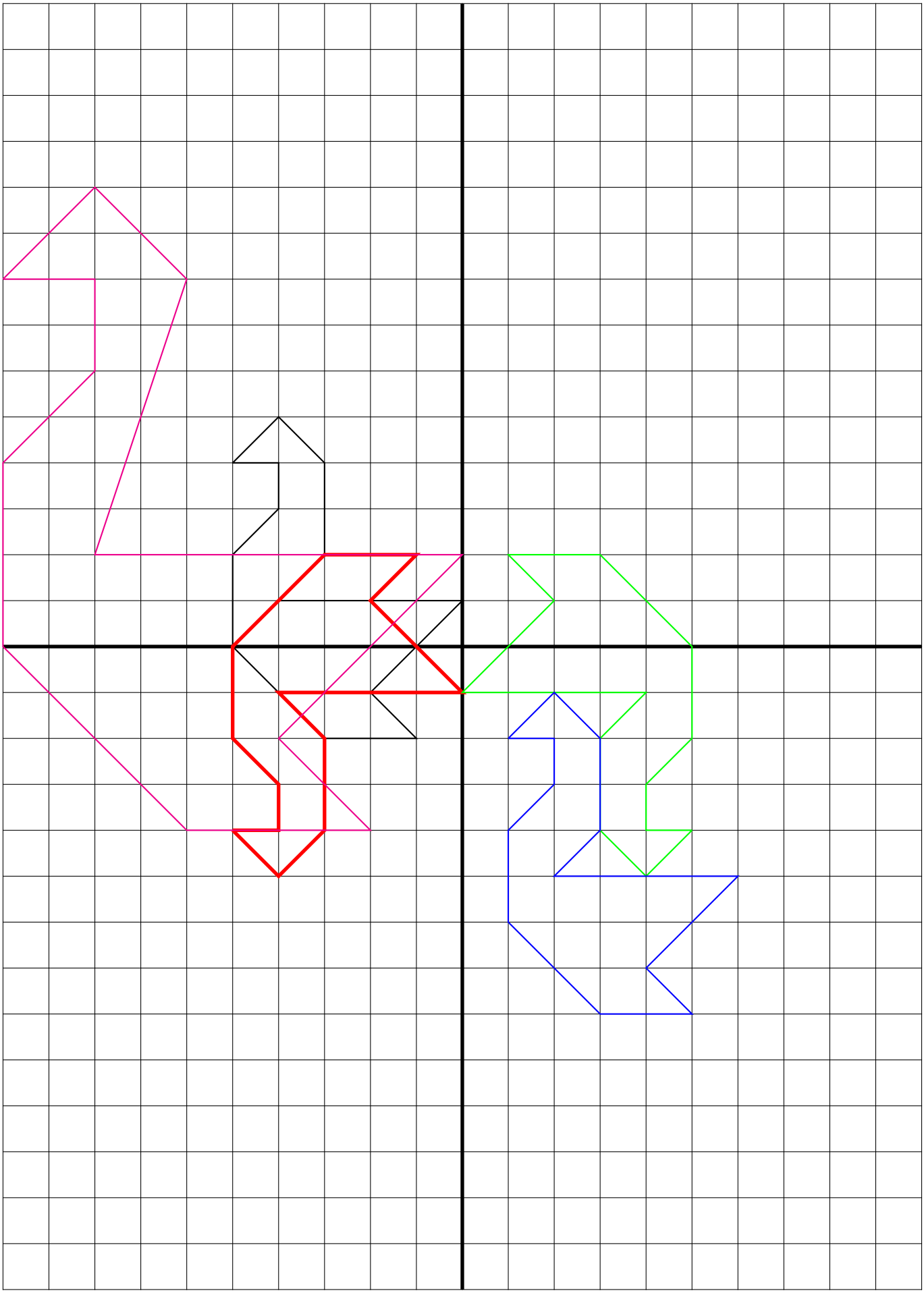

−20 −19 −18 −17 −16 −15 −14 −13 −12 −11 −10 −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20


−20 −19 −18 −17 −16 −15 −14 −13 −12 −11 −10 −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20


−20 −19 −18 −17 −16 −15 −14 −13 −12 −11 −10 −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20


−20 −19 −18 −17 −16 −15 −14 −13 −12 −11 −10 −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20


−20 −19 −18 −17 −16 −15 −14 −13 −12 −11 −10 −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20



# La pharmacie

*Quatrième*

Tâche complexe

Sophie ne se sent pas très bien depuis plusieurs jours. Elle est allée voir son médecin qui lui a diagnostiqué une pneumopathie infectieuse.

**Document n° 1 :** médicaments disponibles à la pharmacie

**Document n° 2 :** ordonnance du médecin

Cabinet médical des Drs GAUSS-FERMAT-GALOIS

Médecine générale
314, boulevard Ada Lovelace
82500 BEAUMONT DE LOMAGNE
03 14 15 92 65

Docteur Évariste GALOIS

Consultation sur rendez-vous
Lundi au vendredi
de 3h14 à 15h09 et 16h26 à 19h39
ADELI 3141592

Sophie GERMAIN — mardi 1er octobre 2024

Née le 01/04/1776

Clamoxyl 1g
3 comprimés par jour pendant 1 mois

Doliprane 1g
1 comprimé par jour pendant 10 jours
Non substituable

Aprovel 150 mg
3 comprimé par jour le soir pendant 3 semaines
AR 5 fois

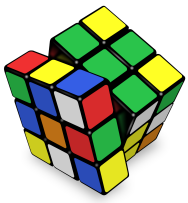
En cas d'urgence, de nuits, dimanches et jours fériés, appeler le 314.
Membre d'une A.G.A., le règlement par chèque est accepté.

**Document n° 3 :** Wikipédia

*Un médicament générique est un médicament identique ou équivalent à celui d'une marque. Ces médicaments génériques peuvent être produits après expiration du brevet, ou en l'absence de brevet. La posologie, les indications et contre-indications, les effets secondaires et les garanties d'innocuité sont les mêmes. En revanche, un médicament générique est, par principe, à sa sortie, vendu à un prix moindre.*
*Dans le cas des médicaments nécessitant une ordonnance, le pharmacien a pour obligation de substituer le générique sauf si le médecin s'oppose à la substitution en inscrivant sur l'ordonnance la mention « Non substituable ». Si le patient refuse la substitution d'un générique à un médicament princeps, la dispense d'avance de frais peut lui être refusée. Il sera néanmoins intégralement remboursé par son organisme de sécurité sociale.*

Sophie se rend à la pharmacie avec l'ordonnance ci-contre de son médecin. Les médicaments présentés ci-dessus sont disponibles.

En respectant la loi sur les médicaments génériques et avec l'accord de Sophie, quelles économies la Sécurité Sociale va-t-elle pouvoir faire sur cette ordonnance ?



# La pharmacie — Correction

Tâche complexe

Pour répondre à la question posée il faut comparer le prix de cet ordonnance en prenant les médicaments de marque et avec les médicaments génériques.

**1.** Identification des médicaments

On lit sous la marque Clamoxyl le nom de la molécule active : amoxicilline. L'amoxicilline de Mylan Pharma est donc le médicament générique du Clamoxyl.
Pour la même raison, Irbsértan de Ranbaxy est le médicament générique de l'Aprovel.
Le Doliprane est la marque qui correspond au médicament générique Paracétamol de Mylan Pharma.

**2.** En consultant le **Document n° 3** et l'ordonnance, on remarque que le Doliprane a été signalé comme « Non substituable ». Cela signifie qu'il est inutile d'en tenir compte dans les calculs.

**3.** Clamoxyl et Amoxicilline

L'ordonnance indique qu'il faut trois comprimés par jour pendant 1 mois. Nous allons considérer qu'un mois correspond à 30 jours (d'autant que nous sommes en novembre).
Il faut donc $3 \times 30 = 90$ comprimé de Clamoxyl ou d'Amoxicilline.

Une boite de Clamoxyl contient 14 comprimés. Comme $90 = 14 \times 6 + 6$, 6 boites ne suffiront pas. Il en faudra une septième.
Le prix des 7 boites de Clamoxyl $7 \times 5,11 € = 35,77 €$.

Une boite d'Amoxicilline Mylan Pharma contient 6 comprimés. Comme $90 = 6 \times 15$, il faut 15 boites.
Le prix des 15 boites d'Amoxicilline $15 \times 1,76 € = 26,40 €$.

**4.** Aprovel et Irbésartan

L'ordonnance indique qu'il faut 3 comprimés par jour pendant 3 semaines soit 21 jours. Il faut donc $21 \times 3 = 63$ comprimés.

Une boite d'Aprovel contient 30 comprimés, il en faut donc 3 boites.
Le prix de 3 boites d'Aprovel $3 \times 15,77 €47,31 €$.

Une boite d'Irbésartan contient 90 comprimés. Une boite à $15,08 €$suffit.

Z Les plus experts auront remarqué que le dosage d'Irbésartan n'est pas celui de l'ordonnance, 75 mg. Comme $2 \times 75\,\text{mg} = 150\,\text{mg}$, il faut doubler la quantité d'Irbésartan pour arriver au dosage préconisé par le médecin.
Il faut alors deux boites soit $2 \times 15,08 € = 30,16 €$ .

**5.** Comparaison

Sur l'Amoxicilline, l'économie réalisable est $35,77 € - 26,40 € = 9,37 €$.

Sur l'Irbésartan, l'économie réalisable est $47,31 € - 15,08 € = 32,23 €$.

Z En tenant compte du dosage, l'économie réalisable passe à $47,31 € - 30,16 € = 17,15 €$.

Au final, en choisissant des médicaments génériques, la Sécurité sociale va économiser $9,37 € + 28,09 € = 37,46 €$.

Z Il faut retirer $15,08 €$ en tenant compte du dosage soit $22,38 €$ .

E3D

# Empreinte carbone

## Quatrième

E3D

# Empreinte carbone — Correction

Le bilan carbone est une méthode de comptabilisation des émissions de gaz à effet de serre. Les émissions de gaz à effet de serre, dont le $CO_2$, sont des facteurs importants des changements climatiques en France et dans le monde. Ils sont ainsi une priorité de la transition énergétique. Une fois émis dans l'atmosphère, le $CO_2$ y reste environ 100 ans. Les autres gaz à effets de serre, tels que le $CH_4$ ou encore le $N_2O$, ont également une masse et resteront eux aussi dans l'atmosphère durant plus ou moins de 100 ans. Pour simplifier les calculs, on rapporte l'impact de chaque gaz à effet de serre à son impact équivalent en $CO_2$, qui est le principal gaz à effet de serre. On exprime donc les émissions de gaz à effet de serre en kg équivalents de CO2 ($kg\ CO2e$).

À l'occasion de la COP 26 du 30 octobre au 12 novembre 2021, Greta a décidé de modifier certaines de ses habitudes de consommation en 2022 pour diminuer son empreinte carbone. Elle profite des vacances de Toussaint pour faire quelques recherches et prendre quelques résolutions.

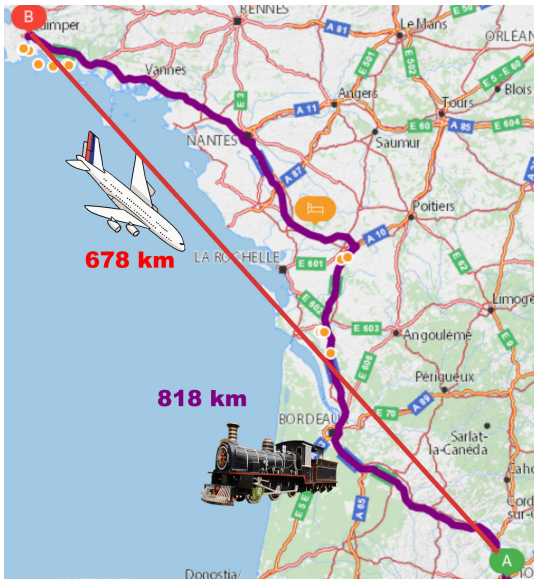
**Document n° 1 : les résolutions de Greta**

- se rendre au collège en vélo quand il fait beau ;
- passer à un régime flexitarien ;
- voyager en train plutôt qu'en avion ;
- ne pas changer de téléphone portable cette année ;
- ne plus utiliser TikTok.

**Document n° 2 : le mode de vie de Greta**

- elle habite rue Francazal à Toulouse et va au collège Vauquelin ;
- sa mère la conduit au collège en voiture tous les matins et vient la chercher le soir ;
- elle a un régime alimentaire classique ;
- elle se rend chez sa grand-mère à Quimper en avion à chaque période de vacances scolaires ;
- elle utilise TikTok et Snapchat environ 30 minutes chacun par jour.

**Document n° 3 : Trajet Toulouse Quimper**




**Document n° 4 : Trajet pour se rendre au collège**

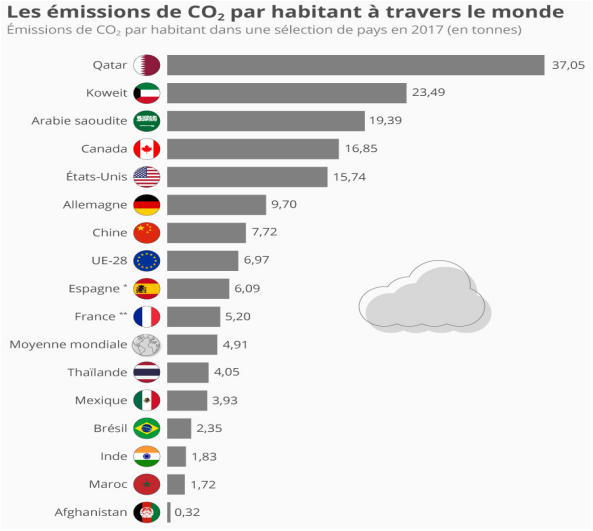
**Document nº 5 : la météo à Toulouse**

| | Janvier | Février | Mars | Avril | Mai | Juin | Juillet | Août | Septembre | Octobre | Novembre | Décembre |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Température moyenne (°C) | 5.8 | 6.2 | 9.5 | 12.4 | 15.9 | 20.2 | 22.4 | 22.4 | 19.3 | 15.4 | 9.7 | 6.6 |
| Température minimale moyenne (°C) | 2.7 | 2.4 | 5.1 | 7.8 | 11.2 | 15.2 | 17.2 | 17.4 | 14.5 | 11.5 | 6.6 | 3.5 |
| Température maximale (°C) | 9.4 | 10.5 | 14.3 | 17.3 | 20.7 | 25.3 | 27.5 | 27.7 | 24.5 | 20 | 13.3 | 10.2 |
| Précipitations (mm) | 70 | 58 | 62 | 84 | 87 | 68 | 55 | 69 | 57 | 68 | 80 | 65 |
| Humidité(%) | 83% | 77% | 72% | 71% | 70% | 65% | 60% | 61% | 63% | 73% | 81% | 82% |
| Jours de pluie (jrée) | 9 | 7 | 8 | 9 | 9 | 7 | 6 | 7 | 6 | 8 | 9 | 8 |
| Heures de soleil (h) | 4.3 | 5.8 | 7.2 | 8.2 | 8.7 | 9.9 | 9.8 | 9.5 | 8.7 | 7.1 | 5.1 | 4.8 |

**Document nº 6 : émission carbone (source : ADEME)**

| **Transports** | | **Équipements électroniques** | |
|---|---|---|---|
| Voiture | $0,192\ kg\ CO_2e/km$ | Console de salon | $73,7\ kg\ CO_2e/unit$ |
| Cyclomoteur | $0,0644\ kg\ CO_2e/km$ | Montre connectée | $9,72\ kg\ CO_2e/unit$ |
| Autobus | $0,137\ kg\ CO_2e/passager.km$ | Ordinateur portable | $156\ kg\ CO_2e/unit$ |
| Train | $0,0265\ kg\ CO_2e/passager.km$ | Téléphone | $39,1\ kg\ CO_2e/unit$ |
| TGV | $0,0019\ kg\ CO_2e/passager.km$ | Tablette | $63,2\ kg\ CO_2e/unit$ |
| Avion | $0,126\ kg\ CO_2e/passager.km$ | Télévision | $371\ kg\ CO_2e/unit$ |
| **Électroménager** | | **Alimentation** | |
| Appareil à raclette | $16,8\ kg\ CO_2e/unit$ | Régime classique | $136\ kg\ CO_2e/personne.mois$ |
| Aspirateur | $47,3\ kg\ CO_2e/unit$ | Régime flexitarien | $85,7\ kg\ CO_2e/personne.mois$ |
| Four | $217\ kg\ CO_2e/unit$ | Régime végétarien | $45,9\ kg\ CO_2e/personne.mois$ |
| Lave-linge | $342\ kg\ CO_2e/unit$ | | |
| Lave-vaisselle | $235\ kg\ CO_2e/unit$ | **Réseaux sociaux** | |
| Machine à café | $47,6kg\ CO_2e/unit$ | | |
| Réfrigérateur | $300\ kg\ CO_2e/unit$ | Instagram | $1,05\ g\ CO_2e/min$ |
| | | Reddit | $2,48\ g\ CO_2e/min$ |
| | | Snapchat | $0,87\ g\ CO_2e/min$ |
| | | TikTok | $2,63\ g\ CO_2e/min$ |
| | | Twitter | $0,60\ g\ CO_2e/min$ |
| | | Youtube | $0,6\ g\ CO_2e/min$ |

**Document nº 7 : émissions mondiales de CO2**




En utilisant l'ensemble des documents selectionnés par Greta, déterminer la quantité de dioxyde de carbone que Greta n'émettra pas en 2022.

Cette économie représente quelle proportion de sa consommation annuelle ?

Nous allons examiner les résolutions de Greta les unes après les autres.

**Résolution n° 1 : se rendre au collège en vélo quand il fait beau**

D'après le document n° 4, Greta habite a 8 km du collège. Elle parcourt donc 16 km par jour d'école.
Il faut déterminer le nombre de jours de collège dans une année. En utilisant le carnet de correspondance, on constate qu'il y a 36 semaines scolaires dans une année civile. En considérant que Greta se rend au collège 5 jours par semaine cela fait $5 \times 36 = 180$ jours de collège.

D'après le document n° 5, le nombre de jours de pluie en dehors des vacances d'été sont au nombre de : $6+8+9+8+9+7+8+9+9+7 = 80$ jours.

Greta va donc pouvoir se rendre au collège en vélo $180 - 80 = 100$ jours dans l'année.

Cela correspond à $100 \times 16\,\text{km} = 1\,600\,\text{km}$.

D'après le document n° 6, une voiture consomme $0,192\ kg\ CO_2e$ par kilomètre parcouru.

$1\,600 \times 0,192\ kg\ CO_2e = 307\ kg\ CO_2e$.

En prenant le vélo pour aller au collège Greta va économiser $307\ kg\ CO_2e$.

**Résolution n° 2 : passer au régime flexitarien**

En examinant le document n° 6 on constate que le régime classique consomme $136\ kg\ CO_2e$ par mois et le régime flexitarien $85,7\ kg\ CO_2e$.
La différence entre les deux régimes permet d'économiser $136\ kg\ CO_2e - 85,7\ kg\ CO_2e = 50,3\ kg\ CO_2e$ par mois.

Comme $12 \times 50,3\ kg\ CO_2e = 603,6\ kg\ CO_2e$, Greta va économiser $603,6\ kg\ CO_2e$ en passant au régime flexitarien.

**Résolution n° 3 : voyager en train plutôt qu'en avion**

On compte les périodes de vacances scolaires : Toussaint, Noël, Hiver, Printemps et Été. Greta se rend donc 5 fois par an chez sa grand-mère en avion.
En lisant le document n° 3 on voit que la distance en avion entre Toulouse et Quimper fait 678 km. 5 allers-retours correspondent à $10 \times 678\,\text{km} = 6\,780\,\text{km}$ en avion.
En examinant le document n° 6 on note qu'il faut $0,126\ kg\ CO_2e$ par kilomètre parcouru en avion.
Comme $0,126\ kg\ CO_2e \times 6\,780 = 854,28\ kg\ CO_2e$, Greta emet $854,28\ kg\ CO_2e$ pour se rendre chez sa grand-mère en avion.

Le voyage en train fait 818 km d'après le document n° 3. Pour 5 allers-retours cela fait $10 \times 818\,\text{km} = 8\,180\,\text{km}$.
En examinant le document n° 6 on note qu'il faut $0,0265\ kg\ CO_2e$ par kilomètre parcouru en train. On considère qu'il s'agit d'un TER et pas du TGV !
Comme $0,0265\ kg\ CO_2e \times 8\,180 = 216,77\ kg\ CO_2e$, Greta emet $216,77\ kg\ CO_2e$ pour se rendre chez sa grand-mère en train.

Finalement Greta va économiser $854,28\ kg\ CO_2e - 216,77\ kg\ CO_2e = 637,51\ kg\ CO_2e$ en prenant le train à la place de l'avion.

**Résolution n° 4 : ne pas changer de téléphone cette année.**

D'après le document n° 6, cela fait économiser $39,1\ kg\ CO_2e$.

**Résolution n° 5 : ne plus utiliser TikTok**

Greta utilise pour l'instant TikTok 30 min par jour.
D'après le document n° 6, une minute de TikTok émet $2,63\ g\ CO_2e$.
Comme $30 \times 2,63\ g\ CO_2e = 78,9\ g\ CO_2e$, Greta émet $78,9\ g\ CO_2e$ par jour pour TikTok.
$365 \times 78,9\ g\ CO_2e = 28\,798,5\ g\ CO_2e = 28,798\,5\ kg\ CO_2e$, Greta va économiser environ $28,8\ kg\ CO_2e$ en abandonnant TikTok.

**Bilan :**

En suivant ses cinq résolutions, Greta va économiser :
$307\ kg\ CO_2e + 603,6\ kg\ CO_2e + 637,51\ kg\ CO_2e + 39,1\ kg\ CO_2e + 28,8\ kg\ CO_2e = 1\,616\ kg\ CO_2e \approx 1,6\ t\ CO_2e$

Greta va économiser $1,6\ t\ CO_2e$.

D'après le document n° 7, un Français emet environ $5,20\ t\ CO_2e$ par an en 2017.

Comme $\dfrac{1,6\ t\ CO_2e}{5,20\ t\ CO_2e} \approx 0,31$, Greta aura diminué ses émissions de $CO_2$ de 31 %.

# Les nombres relatifs

## Nombres opposés

Deux nombres relatifs sont **opposés** si leur somme est nulle.

0 est égal à son opposé.
Quand deux nombres sont opposés, l'un des deux est **positif** et l'autre est **négatif** .
Deux nombres opposés sont situés à la même distance de zéro.

**Exemples :**

$(-5)+(+5)=0$, $(-5)$ et $(+5)$ sont opposés. $(-5)$ est négatif et $(+5)$ est positif.
Le nombre relatif $(+5)$ correspond au nombre entier 5. On écrit le plus souvent 5 au lieu de $(+5)$.
Ces deux nombres sont situés à la même distance de zéro : 5 unités.
$0+0=0$ : 0 est son propre opposé.

## Somme de deux nombres relatifs

Pour calculer la somme de deux nombres relatifs :

- Si les deux nombres ont **le même signe** :
  - on **ajoute** les distances à zéro ;
  - la somme a le même signe que les deux nombres.
- Si les deux nombres ont **des signes différents** :
  - on **soustrait** les distances à zéro ;
  - la somme est du même signe que celui des nombres le plus éloigné de zéro.

**Exemples :**

$(+5)+(+7)=(+12)$ car $5+7=12$ et les deux nombres sont positifs.
$(-5)+(-7)=(-12)$ car $5+7=12$ et les deux nombres sont négatifs.
$(+5)+(-7)=(-2)$ car $7-5=2$ et $-7$ est le plus éloigné de zéro.
$(-5)+(+7)=(+2)$ car $7-5=2$ et $+7$ est le plus éloigné de zéro.

## Différence de deux nombres relatifs

Soustraire un nombre revient à ajouter son opposé.

**Exemples :**

$(-5)-(+7)=(-5)+(-7)=(-12)$
$(-6)-(-7)=(-6)+(+7)=(+1)$

## Somme algébrique

L'expression $-5+7-8-9+9$ est une somme algébrique.
Elle correspond à la somme suivante : $(-5)+(+7)+(-8)+(-9)+(+9)$.
L'expression $5-7-8+9-9$ est une somme algébrique.
Elle correspond à la somme suivante : $(+5)+(-7)+(-8)+(+9)+(-9)$.

Dans cette écriture les symboles + et − donne le signe du nombre qui suit.
Ce ne sont plus des symboles opératoires car l'addition est sous-entendue.

On n'écrit pas le signe + devant le premier terme d'une somme algébrique.

**Exemple :**

$A=(-6)+(-3)-(+7)-(-5)+(+9)$ peut s'écrire $A=(-6)+(-3)+(-7)+(+5)+(+9)$
Ainsi $A=-6-3-7+5+9$
On remarque que deux signes + consécutifs correspondent à un +, que deux signes − à un + et un signe + suivi d'un − ou le contraire à un −.

## Produit de deux nombres relatifs

Pour calculer le produit de deux nombres relatifs :

- Si les deux nombres ont **le même signe** :
  - on multiplie les distances à zéro ;
  - le produit est **positif** .
- Si les deux nombres ont **des signes différents** :
  - on multiplie les distances à zéro ;
  - le produit est **négatif** .

**Exemples :**

$(+5)\times(+7)=(+35)$ $(-5)\times(-7)=(+35)$ $(+5)\times(-7)=(-35)$ $(-5)\times(+7)=(-35)$

## Quotient de deux nombres relatifs

La règle est la même que pour le produit en calculant les quotients des distances à zéro.

**Remarque :**

$(+5)\div(+3)$ est positif.
$(-5)\div(-3)$ est positif.
$(-5)\div(+3)$ est négatif.
$(+5)\div(-3)$ est négatif.

$$\frac{+5}{+3}=\frac{-5}{-3}=\frac{5}{3}$$

$$\frac{-5}{+3}=\frac{+5}{-3}=-\frac{5}{3}$$

# Remarques et intentions pédagogiques

[1]Il aurait été plus judicieux d'utiliser un autre symbole que $-$ pour désigner l'opposé d'un nombre, par exemple $opp(a)$ ce qui aurait pour mérite d'éviter la confusion quand on aborde la soustraction

[2]C'est une des constructions possibles de cet ensemble.

[3]L'idée est de prolonger la somme des nombres positifs aux nombres relatifs. Cette prolongation doit respecter les propriétés usuelles de l'addition dont la commutativité

[4]Une démonstration dans le cas général demande d'utiliser la notation $opp(a)$ pour l'opposé de $a$ un nombre relatif et éviter la confusion avec la soustraction.

$a$ et $b$ deux relatifs, $S = a + b$

$S + opp(a) + opp(b) = a + b + opp(a) + opp(b) = 0$ donc $opp(a) + opp(b)$ est l'opposé de $a + b$ c'est-à-dire $opp(a + b) = opp(a) + opp(b)$

- Si $a \geqslant 0$ et $b \geqslant 0$ on a la somme habituelle ;
- Si $a \leqslant 0$ et $b \leqslant 0$ alors $opp(a) \geqslant 0$ et $opp(b) \geqslant 0$ ainsi $opp(a) + opp(b) = opp(a + b) > O$ Ainsi $a + b \leqslant 0$ et sa distance à zéro est la même que celle de $opp(a) + opp(b)$
- Si $a \leqslant 0$ et $b \geqslant 0$, $S = a + b$ donc $S + opp(a) = a + b + opp(a)$ ainsi $S + opp(a) = b$
  - si $b \geqslant opp(a)$ alors $S$ est la différence entre $b$ et $opp(a)$, $S = b - opp(a) \geqslant 0$
  - si $b \leqslant opp(a)$ On a $S + opp(a) = b$ donc $opp(S + opp(a)) = opp(b)$ et $opp(S) + a = opp(b)$ Comme $b \leqslant opp(a)$ on a $opp(b) \geqslant a$ Ainsi $opp(S)$ est la différence entre $opp(b)$ et $a$, $opp(S) = opp(b) - a \geqslant 0$. Finalement $S$ est négatif.

[5]Une démonstration dans le cas général demanderait pour plus de clarté de noter l'opposé d'un nombre relatif $a$ sous la forme $opp(a)$ par exemple, pour éviter la confusion entre les symboles.

Dans ce cas on obtiendrait pour $a$ et $b$ deux relatifs, $D = a - b$ donc $D$ vérifie $D + b = a$ (par définition étendue de la différence de deux nombres).

Comme $D + b = a$ on arrive à $D + b + opp(b) = a + opp(b)$ et finalement $D = a + opp(b)$

[6]On définit la soustraction comme nombre répondant à la question des « additions à trous ». Dans une théorie plus axiomatique des opérations dans $\mathbb{Z}$, la soustraction n'est pas une opération en tant que telle, elle est définit comme somme de l'opposé.

[7]J'aime à dire à ce moment-là que nous venons de faire disparaître la soustraction. Plus précisément, nous avions quatre opérations fondamentales sur les nombres avant ce chapitre et il n'en reste maintenant plus que trois ! La soustraction n'est qu'une addition particulière. Ce sera bientôt le tour de la division. Cette manière de penser tient à la structure de groupe additif de $\mathbb{Z}$ et celle de corps pour $\mathbb{R}$.

[8]C'est une règle usuelle mais qui peut présenter une difficulté didactique. Cela n'a en effet aucun lien avec la multiplication des nombres relatifs et cela peut contribuer à créer de la confusion entre l'addition et la multiplication des nombres relatifs. Il est nécessaire de bien distinguer à l'oral ces deux notions.

Ainsi « $- - 5$ devient $+5$ »est une phrase à proscrire. Il est raisonnable de dire « $- - 5$ revient à soustraire l'opposé de 5 c'est-à-dire ajouter 5 ce qu'on écrit $+5$ »

[9]On souhaite que le produit de deux nombres relatifs ait les mêmes propriétés que le produit habituel sur les nombres décimaux positifs. En particulier l'associativité, la commutativité et la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

Une démonstration dans le cas général est hors de portée du collège.

$a$ et $b$ deux nombres relatifs.

$a \times \big(b + opp(b)\big) = a \times 0 = 0$ en distribuant $a \times b + a \times opp(b) = 0$

Ainsi $a \times b$ est l'opposé de $a \times opp(b)$, ces deux nombres sont donc de signe contraire et $opp(ab) = a \times opp(b)$

En échangeant le rôle de $a$ et $b$ et en invoquant la commutativité de la multiplication on arrive ainsi à :

$opp(a \times b) = a \times opp(b) = b \times opp(a)$.

Développons $\big(a + opp(a)\big)\big(b + opp(b)\big) = 0$

$a \times b + a \times opp(b) + b \times opp(a) + opp(a) \times opp(b) = 0$

Comme $a \times opp(b) = b \times opp(a) = opp(a \times b)$

$a \times b + opp(a \times b) + opp(a \times b) + opp(a) \times opp(b) = 0$

$opp(a \times b) + opp(a) \times opp(b) = 0$ ce qui signifie que $opp(a) \times opp(b)$ est l'opposé de $opp(a \times b)$

C'est-à-dire $opp(a) \times opp(b) = a \times b$.

Par disjonction de cas sur les signes respectifs de $a$ et $b$ on obtient la propriété précédente.

[10]On se gardera bien à l'oral de dire que « $-$ par $+$ égal $-$ »pour éviter les confusions avec l'addition, on préférera « le produit d'un négatif par un positif est négatif. »

[11]Il aurait été plus judicieux d'utiliser un autre symbole que $-$ pour désigner l'opposé d'un nombre, par exemple $opp(a)$ ce qui aurait pour mérite d'éviter la confusion quand on aborde la soustraction

[12]C'est une des constructions possibles de cet ensemble.

[13]L'idée est de prolonger la somme des nombres positifs aux nombres relatifs. Cette prolongation doit respecter les propriétés usuelles de l'addition dont la commutativité

[14]Une démonstration dans le cas général demande d'utiliser la notation $opp(a)$ pour l'opposé de $a$ un nombre relatif et éviter la confusion avec la soustraction.

$a$ et $b$ deux relatifs, $S = a + b$

$S + opp(a) + opp(b) = a + b + opp(a) + opp(b) = 0$ donc $opp(a) + opp(b)$ est l'opposé de $a + b$ c'est-à-dire $opp(a + b) = opp(a) + opp(b)$

- Si $a \geqslant 0$ et $b \geqslant 0$ on a la somme habituelle ;
- Si $a \leqslant 0$ et $b \leqslant 0$ alors $opp(a) \geqslant 0$ et $opp(b) \geqslant 0$ ainsi $opp(a) + opp(b) = opp(a + b) > O$ Ainsi $a + b \leqslant 0$ et sa distance à zéro est la même que celle de $opp(a) + opp(b)$
- Si $a \leqslant 0$ et $b \geqslant 0$, $S = a + b$ donc $S + opp(a) = a + b + opp(a)$ ainsi $S + opp(a) = b$
  - si $b \geqslant opp(a)$ alors $S$ est la différence entre $b$ et $opp(a)$, $S = b - opp(a) \geqslant 0$
  - si $b \leqslant opp(a)$ On a $S + opp(a) = b$ donc $opp(S + opp(a)) = opp(b)$ et $opp(S) + a = opp(b)$ Comme $b \leqslant opp(a)$ on a $opp(b) \geqslant a$ Ainsi $opp(S)$ est la différence entre $opp(b)$ et $a$, $opp(S) = opp(b) - a \geqslant 0$. Finalement $S$ est négatif.

[15] Une démonstration dans le cas général demanderait pour plus de clarté de noter l'opposé d'un nombre relatif $a$ sous la forme $opp(a)$ par exemple, pour éviter la confusion entre les symboles.

Dans ce cas on obtiendrait pour $a$ et $b$ deux relatifs, $D = a - b$ donc $D$ vérifie $D + b = a$ (par définition étendue de la différence de deux nombres).

Comme $D + b = a$ on arrive à $D + b + opp(b) = a + opp(b)$ et finalement $D = a + opp(b)$

[16] On définit la soustraction comme nombre répondant à la question des « additions à trous ». Dans une théorie plus axiomatique des opérations dans $\mathbb{Z}$, la soustraction n'est pas une opération en tant que telle, elle est définit comme somme de l'opposé.

[17] J'aime à dire à ce moment-là que nous venons de faire disparaître la soustraction. Plus précisément, nous avions quatre opérations fondamentales sur les nombres avant ce chapitre et il n'en reste maintenant plus que trois ! La soustraction n'est qu'une addition particulière. Ce sera bientôt le tour de la division. Cette manière de penser tient à la structure de groupe additif de $\mathbb{Z}$ et celle de corps pour $\mathbb{R}$.

[18] C'est une règle usuelle mais qui peut présenter une difficulté didactique. Cela n'a en effet aucun lien avec la multiplication des nombres relatifs et cela peut contribuer à créer de la confusion entre l'addition et la multiplication des nombres relatifs. Il est nécessaire de bien distinguer à l'oral ces deux notions.

Ainsi « $- - 5$ devient $+5$ »est une phrase à proscrire. Il est raisonnable de dire « $- - 5$ revient à soustraire l'opposé de 5 c'est-à-dire ajouter 5 ce qu'on écrit $+5$ »

[19] On souhaite que le produit de deux nombres relatifs ait les mêmes propriétés que le produit habituel sur les nombres décimaux positifs. En particulier l'associativité, la commutativité et la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

Une démonstration dans le cas général est hors de portée du collège.

$a$ et $b$ deux nombres relatifs.

$a \times \big(b + opp(b)\big) = a \times 0 = 0$ en distribuant $a \times b + a \times opp(b) = 0$

Ainsi $a \times b$ est l'opposé de $a \times opp(b)$, ces deux nombres sont donc de signe contraire et $opp(ab) = a \times opp(b)$

En échangeant le rôle de $a$ et $b$ et en invoquant la commutativité de la multiplication on arrive ainsi à :

$opp(a \times b) = a \times opp(b) = b \times opp(a)$.

Développons $\big(a + opp(a)\big)\big(b + opp(b)\big) = 0$

$a \times b + a \times opp(b) + b \times opp(a) + opp(a) \times opp(b) = 0$

Comme $a \times opp(b) = b \times opp(a) = opp(a \times b)$

$a \times b + opp(a \times b) + opp(a \times b) + opp(a) \times opp(b) = 0$

$opp(a \times b) + opp(a) \times opp(b) = 0$ ce qui signifie que $opp(a) \times opp(b)$ est l'opposé de $opp(a \times b)$

C'est-à-dire $opp(a) \times opp(b) = a \times b$.

Par disjonction de cas sur les signes respectifs de $a$ et $b$ on obtient la propriété précédente.

[20] On se gardera bien à l'oral de dire que « $-$ par $+$ égal $-$ »pour éviter les confusions avec l'addition, on préférera « le produit d'un négatif par un positif est négatif. »

# Informations légales

- **Auteur :** Fabrice ARNAUD
- **Web :** pi.ac3j.fr
- **Mail :** contact@ac3j.fr
- **Dernière modification :** 5 novembre 2026 à 6:29

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.2141
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Resolute Raccoon (Le Raton Laveur résolu) 26.04 avec la distribution TeX Live 2025.20260124 et LuaTex 1.22.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
**Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !**

# Licence CC BY-NC-SA 4.0

## Attribution
## Pas d'Utilisation Commerciale
## Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

## Vous êtes autorisé à :

**Partager** — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
**Adapter** — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

## Selon les conditions suivantes :

**Attribution** — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.

**Pas d'Utilisation Commerciale** — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.

**Partage dans les Mêmes Conditions** — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.

**Pas de restrictions complémentaires** — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr

## Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, , a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 5 novembre 2026 à 6:29.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article :