La leçon — Version prof

Les textes écrit en violet sont destinés à l'enseignant, ils ne font pas partie de ce qu'on appelle la trace écrite.
Les démonstrations sont aussi en violet, elles sont le plus souvent présentée à l'oral.

I — Notion d'opposé

Objectifs

Nous savons que depuis l'école primaire, quelques opérations semblent impossibles. Par exemple.

Définition 3.1 : Opposé d'un nombre ordinaire

Considérons un nombre a quelconque.
Nous admettons qu'il existe un nombre unique, que nous notons $(-a)$, qui vérifie la propriété suivante :

$$a + (-a) = 0$$

Ce nombre s'appelle **l'opposé** du nombre a.

Exemple :

L'opposé du nombre 3 est (-3) et on a $3 + (-3) = 0$.
L'opposé du nombre $3,1415$ est $(-3,1415$ et on a $3,1415 + (-3,1415) = 0$.

Remarque :

Voici les cinq symboles de comparaison :

- $=$: **égal** , $7 = 7$.
- $<$: **strictement inférieur à** ou strictement plus petit que, $6 < 7$
- $>$: **strictement supérieur à** ou strictement plus grand que, $19 > 18,9$
- $\leqslant$: **inférieur à** ou plus petit que, $6 \leqslant 7$ et $6 \leqslant 6$
- $\geqslant$: **supérieur à** ou plus grand que, $11 \geqslant 10,8$ et $11 \geqslant 11$

On dit que les deux derniers symboles sont larges et que les deux précédents sont larges.

Par exemple, si on veut choisir un nombre x tel que $x > 2027$, on peut choisir 5000, 2028, 2027,01 ou 2027,00001 mais pas 2027.
En revanche, si on veut choisir un nombre y tel que $y \geqslant 2027$, on peut choisir tous les nombres vus ci-dessus mais aussi 2027.

Les nombres ordinaires que nous avons étudiés depuis l'école primaire sont supérieurs ou égaux au nombre 0.

Considérons un nombre $a \geqslant 0$
En ajoutant l'opposé de a à chaque membre de cette relation de comparaison, on arrive à :

$$a \geqslant 0$$
$$a + (-a) \geqslant 0 + (-a)$$
$$0 \geqslant (-a)$$

Nous constatons que l'opposé d'un nombre ordinaire est inférieur à 0.

Cela justifie la définition suivante :

Définition 3.2 :

Considérons un nombre quelconque a.

On dit que a est **positif** si $a \geqslant 0$.
On dit que a est **négatif** si $a \leqslant 0$.

0 est positif et négatif, mais cela n'a pas beaucoup d'importance !

Si a est un nombre positif, on le note souvent $(+a)$ pour rappeler qu'il est positif. On note son opposé $(-a)$ ce qui indique qu'il est négatif.
Quand on considère l'ensemble des nombres positifs et négatifs on parle de **nombres relatifs** .

Remarque :
Par extension de la définition précédente, deux nombres a et b vérifiant $a + b = 0$ sont dits **opposé l'un de l'autre** .
On note $(-b)$ l'opposé de b même si b est négatif.
Le symbole $-$ code ainsi le signe du nombre ou l'opposé d'un nombre.

(-7) est l'opposé de $(+7)$.
$-(+9)$ désigne l'opposé de $(+9)$, il s'agit du nombre (-9).
$-(-11)$ désigne l'opposé de (-11), il s'agit du nombre $(+11)$.

II — Ordre, droite graduée et distance à zéro

La définition et l'existence des nombres négatifs nous conduisent à prolonger la demi-droite numérique usuelle en une droite numérique comprenant ces nouveaux nombres.

III — Somme de nombres relatifs

Nous allons étudier, sur des exemples génériques, les quatre situations possibles

Premier cas : somme de deux nombres positifs

On sait effectuer des sommes de nombres positifs, il s'agit de la somme ordinaire des nombres telle que nous l'avons effectuée par le passé.
Ainsi la somme $S = (+6) + (+9) = (+15)$

Deuxième cas : somme de deux nombres négatifs

Calculons $S = (-6) + (-9)$
Effectuons $S + (+6) + (+9) = (-6) + (-9) + (+6) + (+9)$
$S + (+15) = (-6) + (+6) + (-9) + (+9)$
$S + (+15) = 0$ donc $S = (-15)$, l'opposé de $(+15)$

Troisième cas : somme de deux nombres de signes différents

Avec un nombre positif plus éloigné de zéro que le nombre négatif
Calculons $S = (-6) + (+9)$
$S + (+6) = (-6) + (+9) + (+6)$
$S + (+6) = (-6) + (+6) + (+9)$
$S + (+6) = (+9)$ donc $S = (+3)$

Avec un nombre négatif plus éloigné de zéro que le nombre positif

Calculons $S = (-9) + (+6)$
$S + (+9) + (-6) = (-9) + (+6) + (+9) + (-6)$
$S + (+3) = (-9) + (+9) + (+6) + (-6)$
$S + (+3) = 0$ donc $S = (-3)$

Bilan :

- $(+9) + (+6) = (+15)$
- $(-9) + (-6) = (-15)$
- $(+9) + (-6) = (+3)$
- $(-9) + (+6) = (-3)$

IV — Ordre et droite graduée

Partons d'un exemple générique.
On sait que : $6 < 10$
On peut ajouter un nombre de notre choix à cette inégalité :

Informations légales

— **Auteur :** Fabrice ARNAUD
— **Web :** pi.ac3j.fr
— **Mail :** contact@ac3j.fr

— **Dernière modification :** 5 novembre 2026 à 6:25

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.2141
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Resolute Raccoon (Le Raton Laveur résolu) 26.04 avec la distribution TeX Live 2025.20260124 et LuaTex 1.22.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !

Licence CC BY-NC-SA 4.0

Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
Adapter — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
Partage dans les Mêmes Conditions — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr

Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, **Cours.pdf**, a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 5 novembre 2026 à 6:25.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : https://pi.ac3j.fr/mathematiques-college