Chapitre II

Les triangles semblables

Sommaire

Vous y comprenez quelque chose, Monsieur Arnaud ? **74**

C'est quoi un cosinus, un sinus et une tangente ? 74

I Les cas d'égalité des triangles **75**

II Les triangles semblables **76**

Vous y comprenez quelque chose, Monsieur Arnaud ?

« Si vous ne pouvez pas expliquer quelque chose à un étudiant de première année, c'est que vous n'avez pas vraiment compris. » — **Richard Feynman**

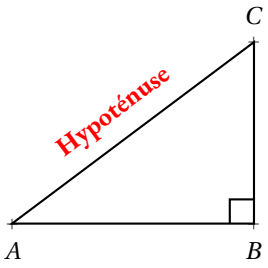
C'est quoi un cosinus, un sinus et une tangente ?

I — Les cas d'égalité des triangles

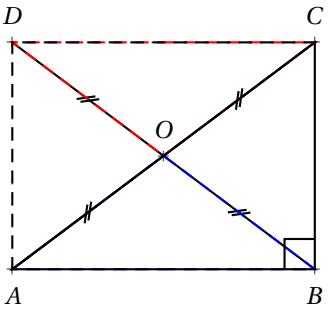
Théorème 2.1 : Hypoténuse d'un triangle rectangle *(Admis)*

Si un triangle est rectangle **alors** son côté le plus long est opposé à l'angle droit.

Le côté opposé à l'angle droit d'un triangle rectangle s'appelle l'**hypoténuse** .



Il suffit de construire le rectangle qui correspond au triangle rectangle ABC, par exemple en considérant la symétrie centrale de centre O où O est le milieu du segment $[AC]$.
On sait que dans un rectangle, les diagonales se coupent en leur milieu et sont de même longueur.



Dans le triangle AOB, **l'inégalité triangulaire** permet d'affirmer que $AB < AO + OB$
Or comme les diagonales ont la même longueur, $OB = OA = OC = OD$ en particulier $AO + OB = AO + OC = AC$
d'où $AB < AC$

Dans le triangle BOC, **l'inégalité triangulaire** permet d'affirmer que $BC < BO + OC$
Or comme les diagonales ont la même longueur, $OB = OA = OC = OD$ en particulier $BO + OC = AO + OC = AC$
d'où $AC < AC$

Ainsi les deux côtés AB et BC ont des mesures inférieures au côté AC.

Ce résultat est bien lié à l'angle droit. C'est une conséquence des proprités des diagonales du rectangle.

Remarque :

Le mot **hypoténuse** est féminin. Il vient du latin *hypotenusa*, lui-même transcrit du grec ancien *hupoteinousa*. Le préfixe *hupo* signifie « sous » et *teino* « tendre ». Hypoténuse signifie donc littéralement « celle qui sous-tend ». Platon, avant Euclide, a utilisé dans le Timée ce terme pour désigner le côté du triangle rectangle qui semble être « tendu » par le secteur angulaire de l'angle droit.

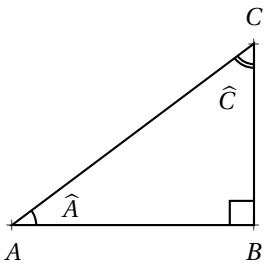
Les deux côtés **adjacent** à l'angle droit sont parfois appelé **cathètes** . Ce terme désigne plus généralement une perpendiculaire et vient du grec ancien *káthetos* qui signifie « mené en bas ».

L'adjectif **adjacent** vient du latin *adjacēre* et signifie « être situé auprès ». Il signifie, ce qui est immédiatement à côté d'un autre. Un côté est adjacent à un angle s'il « touche » l'angle, si c'est un des côtés de l'angle.

Propriété 2.1 : Les angles dans un triangle rectangle

Si un triangle ABC est rectangle en B alors :

- $\widehat{A}$ et $\widehat{C}$ sont deux angles aigus ;
- $\widehat{A}$ et $\widehat{C}$ sont **complémentaires**
  Cela signifie que la somme de leurs mesures est égale à 90°.



On sait que dans un triangle, la somme des trois angles est égale à 180°.
Comme l'angle droit mesure 90°, il reste 90° pour les deux autres angles.
Par conséquent, les deux autres angles ont une mesure inférieure à 90° et par définition, ils sont **complémentaires** .

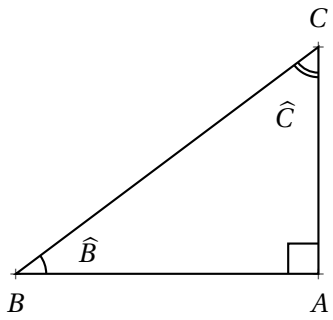
Remarque :

On dit que deux angles sont **complémentaires** si leur somme est égale à un angle droit, c'est-à-dire si la somme de leurs mesures est égale à 90°.

On dit que deux angles sont **supplémentaires** si leur somme est égale à un angle plat, c'est-à-dire si la somme de leurs mesures est égale à 180°.

Définition 2.1 : Vocabulaire dans le triangle rectangle

ABC est un triangle rectangle en A.



- $[BC]$ est l'hypoténuse ;
- $[AC]$ et $[AB]$ sont les côtés de l'angle droit ;
- $[AC]$ est le **côté adjacent** à l'angle $\widehat{C}$;
- $[AB]$ est le **côté opposé** à l'angle $\widehat{C}$;
- $[AB]$ est le **côté adjacent** à l'angle $\widehat{B}$;
- $[AC]$ est le **côté opposé** à l'angle $\widehat{B}$.

Remarque :

Dans un triangle rectangle,

- Le **côté adjacent** à un angle aigu est le **côté opposé** de l'angle **complémentaire** .
- Le **côté opposé** à un angle aigu est le **côté adjacent** de l'angle **complémentaire** .
- Un **côté adjacent** à un angle est un côté dont l'une des extrémités est le sommet de l'angle.
- Un **côté opposé** à un angle est un côté dont aucune des extrémités est le sommet de l'angle.

II — Les triangles semblables

Propriété 2.2 : Triangles rectangles semblables *(Admise)*

Si deux triangles rectangles ont un angle aigu ayant la même mesure alors ils sont semblables.
Si deux triangles rectangles ont un angle aigu ayant la même mesure alors ils ont des côtés proportionnels.

Démonstration :

Considérons deux triangles ABC et $A'B'C'$ rectangle respectivement en A et A' et tel que $\widehat{B} = \widehat{B'}$.
Comme la somme des angles dans un triangle est égal à 180°, les angles $\widehat{C}$ et $\widehat{C'}$ sont égaux.
Ainsi les trois angles de ces triangles sont égaux. D'après la propriété 3.2, les triangles ABC et $A'B'C'$ sont semblables.
Les côtés de ces deux triangles sont donc proportionnels.

CQFD

Remarque :

Considérons deux triangles ABC et $A'B'C'$ rectangles respectivement en A et A' semblables.
Il existe donc un nombre positif non nul k tel que $A'B' = k \times AB$, $A'C' = k \times AC$ et $B'C' = k \times BC$.

Le quotient $\dfrac{A'B'}{B'C'} = \dfrac{k \times AB}{k \times BC} = \dfrac{AB}{BC}$

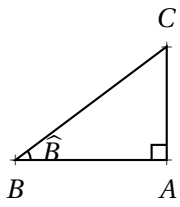
Le quotient $\dfrac{A'C'}{B'C'} = \dfrac{k \times AC}{k \times BC} = \dfrac{AC}{BC}$

Le quotient $\dfrac{A'C'}{A'B'} = \dfrac{k \times AC}{k \times AB} = \dfrac{AC}{AB}$

Ces trois quotients ne dépendent donc pas des mesures des triangles rectangles ABC et $A'B'C'$. Ils ne dépendent donc que d'un des angles aigus de ces triangles, par exemple $\widehat{B}$.
Cela justifie la définition suivante :

Définition 2.2 : Cosinus, sinus et tangente d'un angle aigu

ABC est un triangle rectangle en A.



On définit le cosinus, le sinus et la tangente de l'angle $\widehat{B}$ de la manière suivante :

$$\cos(\widehat{B}) = \frac{AB}{BC} = \frac{\text{côté adjacent à l'angle } \widehat{B}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\sin(\widehat{B}) = \frac{AC}{BC} = \frac{\text{côté opposé à l'angle } \widehat{B}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\cos(\widehat{B}) = \frac{AC}{AB} = \frac{\text{côté opposé à l'angle } \widehat{B}}{\text{côté adjacent à l'angle } \widehat{B}}$$

Moyen mnémotechnique :

Ces trois expressions doivent être connues par coeur !
Voici un moyen pour les mémoriser, il suffit de retenir le mot suivant :

C A H S O H T O A

COSINUS HYPOTÉNUSE OPPOSÉ TANGENTE ADJACENT

ADJACENT SINUS HYPOTÉNUSE OPPOSÉ

Remarques :

Pour une mesure d'angle aigu donnée, par exemple $75°$, $\cos(75°)$, $\sin(75°)$ et $\tan(75°)$ sont des nombres. Ces nombres sont connus, la plupart ne sont pas décimaux mais la calculatrice est capable d'en donner une valeur approchée.
Par exemple $\cos(75°) \approx 0{,}258\,819\,045\,1$ à 10^{-10} près.
Dans les exercices, les cosinus, sinus ou tangente d'un angle aigu doivent être considérés comme des nombres au même titre que π, $\sqrt{2}$, $0{,}5$ ou 2.

Informations légales

— **Auteur :** Fabrice ARNAUD
— **Web :** pi.ac3j.fr
— **Mail :** contact@ac3j.fr
— **Dernière modification :** 27 octobre 2026 à 10:01

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.2141
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Resolute Raccoon (Le Raton Laveur résolu) 26.04 avec la distribution TeX Live 2025.20260124 et LuaTex 1.22.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !

Licence CC BY-NC-SA 4.0

Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
Adapter — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
Partage dans les Mêmes Conditions — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr

Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, **Cours.pdf**, a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 27 octobre 2026 à 10:01.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : **https://pi.ac3j.fr/mathematiques-college**