Culture

Le jeu de Juniper-Green

Troisième

Le jeu de Juniper-Green a été inventé par Richard Porteus en 1996 pour aider des enfants de l'école primaire à manipuler les tables de multiplication. Ce jeu porte le nom de l'école. Il a été popularisé par le mathématicien Ian Stewart dans un article du magazine Pour la Science au mois de juillet 1997. L'activité ci-dessous est librement inspiré de cet article.

Diviseurs et multiples d'un nombre entier

Multiple : un multiple b d'un nombre entier a est un nombre entier appartenant à la table de multiplication de a.
Diviseur : un diviseur b d'un nombre entier a est un nombre entier pour lequel a est un multiple de b.

1. Faire la liste de tous les diviseurs de 48 puis de 60.

18 :

48 :

60 :

2. Faire la liste des multiples de 13 compris entre 256 et 312.

Les multiples sont :

3. Juniper-Green en mode « bataille »

Règle du jeu :

- Le joueur qui commence la partie choisit un nombre entier compris entre 1 et 100 ;
- Le second joueur doit choisir un nombre entier compris entre 1 et 100 vérifiant les deux conditions suivantes :
  - Ce nombre n'a pas encore été choisi dans cette partie ;
  - Ce nombre est un **multiple** ou un **diviseur** du nombre précédent.
- Si un joueur ne peut plus choisir de nombre entier, il a perdu la partie.

Faire quelques parties avec votre voisin en notant à chaque fois en ligne les nombres entiers successifs choisis.
Quelle est la stratégie gagnante à ce jeu ?

4. On ajoute une règle supplémentaire : « *le premier nombre choisi doit obligatoirement être un nombre pair.* »
Refaire quelques parties avec votre voisin en utilisant cette règle.

5. Juniper-Green en mode « collaboratif »

Vous n'êtes plus obligé de commencer par un nombre pair. Dans ce mode, votre objectif, à deux, est d'obtenir la partie de Juniper-Green la plus longue possible.

5.a. Déterminer la plus longue partie de Juniper-Green en vous limitant à des nombres compris entre 1 et 40.

5.b. Déterminer la plus longue partie de Juniper-Green en élargissant votre recherche à des nombres compris entre 1 et 100.

5.c. Serez-vous assez persévérant pour déterminer la suite la plus longue avec des nombres compris entre 1 et 200 ?

Le jeu de Juniper Green

IAN STEWART

Cherchez la stratégie gagnante au jeu des diviseurs et des multiples.

Il y a un an, mon ami Ian Porteous, de l'Université de Liverpool, m'a fait découvrir un jeu amusant que son fils Richard avait inventé pour enseigner la division et la multiplication. Ce jeu est aujourd'hui nommé Juniper Green, du nom de l'école où Richard enseigne. On utilise 100 cartes, numérotées de 1 à 100, que l'on place dans l'ordre des numéros sur une table, numéros visibles ; pour que les deux joueurs puissent retrouver rapidement la carte qu'ils veulent jouer, on peut disposer les cartes en dix rangées de dix cartes, par exemple. Les règles sont simples :

1. Chaque joueur, quand vient son tour, prend une des cartes. Les cartes enlevées ne sont pas remises sur la table ni utilisées ensuite.

2. À l'exception du coup d'ouverture, chaque joueur doit choisir une carte dont le numéro est un diviseur ou un multiple du nombre choisi par l'adversaire au coup précédent.

3. Un joueur perd quand il ne peut plus prendre une carte qui soit un multiple ou un diviseur de la précédente carte retirée.

Avec ces trois règles seulement, le premier joueur pourrait toujours gagner, en tirant une carte qui porte un nombre premier supérieur à 50. Comme un nombre premier n'a que 1 et lui-même pour diviseur, l'adversaire devrait choisir la carte portant le nombre 1, mais, alors, si le premier joueur tire un autre nombre premier supérieur à 50, le second joueur perd, car il ne peut plus jouer ni 1 ni un multiple de ce second nombre premier. Pour éviter ce cas sans intérêt, on ajoute la règle :

4. Le coup d'ouverture doit être un nombre pair.

Même ainsi les grands nombres premiers conservent une importance stratégique. Si un joueur tire la carte 1, alors son adversaire peut gagner. Imaginons Bob jouant contre Alice : si Bob tire le 1, alors Alice choisit un grand nombre premier, tel que 97 (ce nombre est nécessairement resté sur la table, parce qu'il ne peut être choisi qu'après le choix de 1, car il est impair), et Bob perd la partie. Autrement dit, un joueur gagne s'il parvient à faire tirer la carte 1 à son adversaire. L'encadré inférieur montre un exemple de partie entre deux joueurs qui manquaient de sens tactique.

Mais trêve de discussion : pourquoi ne joueriez-vous pas d'abord quelques parties avec des amis, afin de découvrir par vous-même les arcanes de ce jeu ? Je m'en voudrais de vous gâcher le plaisir en vous dévoilant les stratégies gagnantes, que je garde pour une «Réactions» d'un prochain numéro, et je vous propose d'examiner seulement le jeu de Juniper Green simplifié, avec 40 cartes numérotées de 1 à 40. Ainsi vous pourrez vous-même découvrir quelques principes utiles pour la recherche de ces stratégies gagnantes, au jeu à 100 cartes. Une remarque, encore : de jeunes enfants peuvent utiliser un jeu à 20 cartes seulement.

Observons maintenant que certaines ouvertures sont très mauvaises. Par exemple, dans le jeu à 40 cartes :

COUPS	ALICE	BOB
1	38	
2		19
3	1	
4		37
5	PERD	

Le résultat aurait été identique si Alice avait commencé en tirant la carte 34, mais d'autres nombres sont aussi à éviter. Par exemple, si Alice tire inconsidérément le 5, alors Bob peut alors en profiter :

COUPS	ALICE	BOB
X	5	
X + 1		25
X + 2	1	

COUPS	ALICE	BOB	COMMENTAIRES
1	48		Nombre pair, comme l'exige la règle 4
2		96	Double du choix d'Alice
3	32		Un tiers du choix de Bob
4		64	Bob est forcé de choisir une puissance de 2
5	16		... et Alice de même
6		80	Bob multiplie par 5
7	10		Alice divise par 8
8		70	Multiplication par 7
9	35		Division par 2
10		5	Seuls choix : 5 ; 7 (ou 1, qui est perdant)
11	25		
12		75	Seuls 50 et 75 sont possibles
13	3		
14		81	
15	9		Seuls 27 et 9 sont possibles
16		27	Mauvais coup!
17	54		Imposé, car 1 est perdant
18		2	Imposé
19	62		Variante d'inspiration tactique
20		31	Imposé
21	93		Seul choix, mais excellent
22		1	Imposé... et perdant, car...
23	97		Tactique des grands nombres premiers

Nous l'avons vu, ce dernier choix fait perdre la partie à Alice (notez que 25 est nécessairement disponible, puisque, impair, il ne peut être choisi qu'après 1 ou 5).

Alice peut-elle, plutôt, obliger Bob à tirer le 5 à sa place ? Si Bob tire le 7, elle peut jouer 35 et contraindre Bob à tirer le 1 ou le 5, ce qui le fait perdre dans les deux cas. Peut-elle obliger Bob à tirer le 7 ? Oui : si Bob a joué le 3, elle peut jouer le 21 qui impose ensuite un 7. Et comment faire jouer le 3 à Bob ? S'il a joué le 13, alors Alice joue le 39, qui pousse Bob à jouer le 3. De nombre en nombre, Alice peut ainsi prévoir le jeu de Bob et le mener à la défaite.

Avec les nombres impairs, le problème est simple, mais la règle 4 impose de commencer avec des nombres pairs. La carte 2 joue vraisemblablement un rôle charnière : si Bob joue 2, Alice peut prendre le 26 et piéger Bob dans la séquence 13. Nous voici au cœur du problème : comment Alice forcera-t-elle Bob à jouer 2 ?

Si Alice commence en tirant le 22, alors Bob joue soit 2, et il est alors piégé, comme nous l'avons vu, soit 11. Dans ce dernier cas, Alice, évitant le 1 perdant, jouera 33. Le 11 ayant été joué, Bob devra prendre le 3 et Alice gagnera. Le tableau ci-dessous montre la stratégie d'Alice : chaque groupe de deux colonnes montre un des deux choix de Bob (nous supposons que chaque joueur sait qu'il faut éviter le 1).

COUPS	ALICE	BOB	ALICE	BOB
1	22			
2		11		2
3	33		26	
4		3		13
5	21		39	
6		7		3
7	35		21	
8		5		7
9	25		35	
10		PERD		5
11			25	
12				PERD

Il existe une autre ouverture avec laquelle Alice force la victoire : le 26. Les deux possibilités sont alors les suivantes :

COUPS	ALICE	BOB	ALICE	BOB
1	26			
2		13		2
3	39		22	
4		3		11
5	21		33	
6		7		3
7	35		21	
8		5		7
9	25		35	
10		PERD		5
11			25	
12				PERD

Réactions

Beaucoup de lettres que j'ai reçues à propos de *L'erreur du Grand Inquisiteur* (*Pour la Science*, décembre 1996) montrent qu'on se trompe facilement quand on manie les probabilités conditionnelles. Aussi vais-je tenter d'éclaircir les points à la source des principales difficultés. Certains lecteurs sont arrêtés dès l'exemple initial. Nous savions que la famille Dupont avait deux enfants dont un était une fille. Quelle est la probabilité que les deux soient des filles ? On supposait les sexes équiprobables, ce qui n'est pas tout à fait exact dans la réalité ; en outre, lorsque j'indiquais «l'un d'eux est une fille», je ne prétendais pas qu'un seul est une fille, mais que l'un *au moins* est une fille.

J'ai semé le trouble en ordonnant les enfants d'après leurs naissances. Il y a quatre types de familles à deux enfants, tous équiprobables : GG, GF, FG, FF. Si l'un des enfants est une fille, trois possibilités demeurent : GF, FG et FF, et un seul cas se présente, où la famille compte deux filles. De sorte que la probabilité que les Dupont aient deux filles, sachant qu'ils en ont au moins une, est égale 1/3. Si nous avions su que «l'aîné est une fille», alors la probabilité conditionnelle d'avoir deux filles aurait été 1/2.

Certains lecteurs m'ont écrit que je ne devais pas distinguer les cas GF et FG. Pourquoi pas lancer deux pièces pour représenter le phénomènes ? Les pièces représentent les sexes avec les bonnes probabilités (1/2 chacune). Si, comme moi, vous allez au moindre effort, vous simulerez l'expérience à l'aide d'un ordinateur muni d'un générateur de nombres aléatoires. Pour un million de lancers, voici ce que j'ai obtenu :

Deux «face» : 250 025
Deux «pile» : 250 719
Autres résultats : 499 256

Essayez vous-même. Si GF et FG étaient identiques, le dernier nombre devrait être proche de 333 333.

Un autre raisonnement proposé était le suivant : que nous sachions ou non qu'un enfant était F, l'autre est F ou G avec la même probabilité. Il est instructif de voir en quoi ce raisonnement est faux. Lorsque les deux enfants sont des filles, il n'y a pas d'«autre fille», à moins que je spécifie à laquelle des filles je suis en train de penser (par exemple, la plus âgée). Cette spécification détruit la symétrie supposée entre les filles et les garçons, et modifie les probabilités conditionnelles. En fait, la proposition «le plus âgé des enfants est une fille» porte plus d'information que la proposition «un enfant au moins est une fille» (la première implique la seconde, mais l'inverse n'est pas vrai). Ce ne doit pas être une surprise que les probabilités conditionnelles associées soient différentes.

Cette fois, les nombres premiers 11 et 13 sont la clef du succès. Si l'ouverture est le double d'un tel nombre (22 ou 26), Bob est conduit à tirer 2 – qui mène Alice à la victoire – ou le nombre premier. Alors Alice répond par son triple, ce qui force Bob à jouer 3 – et Alice gagne encore. Ainsi Alice gagne parce que, à part le double du nombre premier, il y a exactement un autre multiple inférieur à 40, à savoir 33 ou 39. Ces nombres premiers «centraux», compris entre le quart et le tiers du nombre de cartes, permettent à Alice de gagner. D'autres ouvertures que 22 ou 26 mènent-elles à la victoire ? Je vous laisse y réfléchir, et aussi chercher la stratégie gagnante pour le jeu Juniper Green à 100 cartes, voire à 1 000 cartes. Le premier joueur a-t-il toujours une stratégie gagnante ?

Envisageons finalement le problème dans sa généralité. Considérons le jeu de Juniper Green à n cartes, où n est un nombre entier quelconque. Les parties nulles étant exclues, la théorie des jeux prévoit que soit Alice – qui joue la première –, soit Bob, a une stratégie gagnante, mais pas les deux. Un nombre n est «primaire» si c'est Alice qui a une stratégie gagnante, et «secondaire» si c'est Bob.

Pour de très petites valeurs de n, quelques rapides calculs montrent que 1, 3, 8 et 9 sont primaires, tandis que 2, 4, 5, 6 et 7 sont secondaires. 100 est-il un nombre primaire ou secondaire ? Et, plus généralement, quels sont les nombres n primaires et quels sont les nombres n secondaires ?

Ian STEWART est professeur de mathématiques à l'Université de Warwick.

1

Culture

Le jeu de Juniper-Green — Correction

Informations légales

— **Auteur :** Fabrice ARNAUD
— **Web :** pi.ac3j.fr
— **Mail :** contact@ac3j.fr
— **Dernière modification :** 12 novembre 2026 à 20:43

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.2141
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Resolute Raccoon (Le Raton Laveur résolu) 26.04 avec la distribution TeX Live 2025.20260124 et LuaTex 1.22.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !

Licence CC BY-NC-SA 4.0

Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
Adapter — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
Partage dans les Mêmes Conditions — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr

Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, **Cours.pdf**, a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 12 novembre 2026 à 20:43.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : **https://pi.ac3j.fr/mathematiques-college**