La leçon — Version prof

I — Définition et comparaison

1 Définition – Notion d'opposé

Définition I.1 : Opposé d'un nombre entier ou décimal

a un nombre entier ou décimal
L'**opposé** du nombre a est l'unique nombre noté $-a$ [1] vérifiant :

$$a + (-a) = 0$$

On dit que a est un nombre **positif** on le note $(+a)$.
Son opposé $(-a)$ est un nombre **négatif** on le note $(-a)$.
Les nombres positifs et négatifs sont des **nombres relatifs** . [2]

Remarque :
Comme $a + (-a) = (-a) + a = 0$ on constate aussi que a est l'opposé du nombre $-a$.
Exemple :
-5 est l'opposé de 5 et 5 est l'opposé de -5 car $5 + (-5) = 0$
$0 + 0 = 0$ donc 0 est son propre opposé.

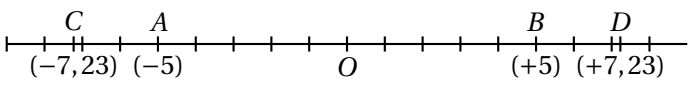
2 Comparaison et distance à zéro

Propriété I.1 : Comparaison des relatifs

a et b des nombres entiers ou décimaux positifs.

1. $(-a) \leqslant (+b)$
2. Si $(+a) < (+b)$ alors $(-b) < (-a)$

Remarque :
Sur la droite graduée on peut positionner ces nombres :

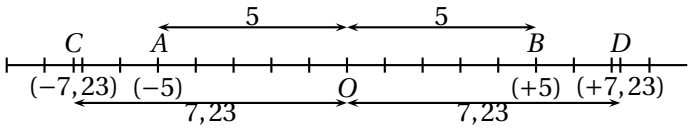


Deux points ayant des abscisses opposés sont symétriques par rapport à l'origine de la droite.
Exemple :
$-10\,000 < -0{,}000\,1$ mais $10\,000 > 0{,}000\,1$

Définition 1.2 : Distance à zéro

a un nombre relatif positif ou négatif.
La **distance à zéro** du nombre a est un nombre positif qui correspond à la distance entre l'origine de la droite graduée et le point ayant pour abscisse a.
Deux nombres relatifs opposés ont la même distance à zéro.

Exemples :



La distance à zéro de (-5) et $(+5)$ est 5.
La distance à zéro de $(-7,23)$ et $(+7,23)$ est $7,23$.

II — Somme algébrique des nombres relatifs

1 Somme des nombres relatifs

3

Propriété 1.2 : Somme des nombres relatifs

a et b deux nombres relatifs.

- Si a et b ont le même signe (positif ou négatif) alors la somme $a+b$ est du même signe et sa distance à zéro est égale à la somme des distances à zéro de a et b.
- Si a et b ont des signes différents alors la somme $a+b$ est du signe de celui des deux qui à la plus grande distance à zéro et la distance à zéro de cette somme est égale à la différence des deux distances à zéro.

Démonstration :

Nous raisonnerons sur des exemples génériques :[4]

- $S = (+5) + (+3)$
  $S = 5 + 3 = 8$: il s'agit de l'addition habituelle sur les nombres décimaux positifs ;
- $S = (-5) + (-3)$
  $S + (+5) + (+3) = S + 8$ et $S + (+5) + (+3) = (-5) + (-3) + (+5) + (+3) = 0$
  Ainsi $S + 8 = 0$ ce qui signifie que S est l'opposé de 8 ;
  $S = (-8)$
- $S = (-5) + (+3)$
  $S + (-3) = (-5) + (+3) + (-3) = (-5)$ donc $S + (-3) = (-5)$
  S est le nombre qui ajouté à (-3) donne (-5) or on sait que $(-3) + (-2) = (-5)$
  $S = (-2)$
- $S = (+5) + (-3)$
  $S + (-5) + (+3) = (+5) + (-3) + (-5) + (+3) = 0$ donc $(+5) + (-3)$ est l'opposé de $(-5) + (+3)$.
  $A = (+2)$

CQFD

Méthode 1 . 1 : Ajouter des nombres relatifs

Pour ajouter des nombres relatifs il est souvent pratique de commencer par ajouter ensemble les nombres de même signe puis d'effectuer à la fin la somme entre les deux nombres de signes différents.

$A = (-3) + (+6) + (-2) + (+8) + (-4)$

$A = \underbrace{(+8) + (+6)}_{(+14)} + \underbrace{(-3) + (-2) + (-4)}_{(-9)}$

$A = (+14) + (-9)$

$A = (+5)$

2 La soustraction — Somme algébrique

Propriété 1.3 : Soustraction des nombres relatifs

Soustraire un nombre relatif revient à ajouter son opposé.

Démonstration :

Démontrons ce résultat sur un exemple générique : [5]

Calculons $D = (-7) - (5)$

On sait que D vérifie $D + (-5) = (-7)$ par définition de la soustraction, D est en effet la différence entre (-7) et (-5) c'est-à-dire le nombre qu'il faut ajouter à (-5) pour obtenir (-7).[6]

$D + (-5) = (-7)$ donc en ajoutant $(+5)$ dans chaque membre on obtient :

$$D + (-5) + (+5) = (-7) + (+5)$$

$$D = (-7) + (+5)$$

CQFD

Exemples :

$(+5) - (+3) = (+5) + (-3) = (+2) = 2$: la soustraction usuelle est devenue une addition. [7]

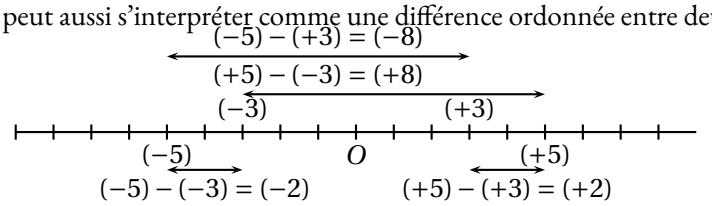
$(+5) - (-3) = (+5) + (+3) = (+8)$

$(-5) - (-3) = (-5) + (+3) = (-2)$

$(-5) - (+3) = (-5) + (-3) = (-8)$

Interprétation :

La soustraction des nombres relatifs peut aussi s'interpréter comme une différence ordonnée entre deux nombres relatifs.



Convention :

On sait que la somme de relatifs $(+7) + (+6) + (+4)$ revient à la somme habituelle $7 + 6 + 4$

On sait aussi que toutes expressions contenant une soustraction peut s'écrire sous la forme d'une somme :

$(-3) + (+7) - (-4) - (+6) + (-3) = (-3) + (+7) + (+4) + (-6) + (-3)$

On convient dorénavant de ne plus écrire les symboles opératoires + dans une somme. On écrit seulement les nombres relatifs précédés des signes + ou −, signes qui indiquent les caractères positifs ou négatif du nombre.

Ainsi $(-6) + (+7) + (-3) + (-4) = -6 + 7 - 3 - 4$ ou encore $(+7) + (-3) + (-2) + (+3) = 7 - 3 - 2 + 3$: le signe + en première position est sous-entendu.

Méthode 1 . 2 : Écrire une expression sous forme de somme algébrique

Dans une expression ne contenant que des additions et des soustractions :

— on transforme toutes les soustractions en addition en utilisant la propriété I.3 ;
— on élimine ensuite les symboles d'addition entre les parenthèses ;
— on supprime alors les parenthèses ;
— un signe + qui débute l'expression peut être supprimé.

Un moyen commode d'obtenir une expression algébrique consiste à appliquer les règles suivantes :[8]

— on supprime les parenthèses ;
— deux signes + ou deux signes − consécutifs deviennent un + ;
— une signe − suivi d'un + ou un signe + suivi d'un − devient un − ;
— un signe + qui débute l'expression peut être supprimé.

Exemple :

$A = (-5) + (+9) - (-4) - (+3) - (-7)$
$A = -5 + 9 + 4 - 3 + 7$
$A = 20 - 8$
$A = 12$

$B = (+7) - (-4) - (+9) + (-6)$
$B = 7 + 4 - 9 - 6$
$B = 11 - 15$
$B = -4$

III — Produit des nombres relatifs

Propriété I.4 : Produit de deux nombres relatifs

La distance à zéro du produit de deux nombres relatifs est égale au produit des distances à zéro des deux facteurs.

— le produit de deux nombres de même signe est positif ;
— le produit de deux nombres de signes contraires est négatif.

Démonstration :

Démontrons ce résultat sur un exemple générique.[9]

— produit de deux nombres positifs : $P = (+5) \times (+7)$
C'est le produit usuel.
$P = 35$.

— produit d'un nombre positif par un nombre négatif : $P = (+5) \times (-7)$
Calculons $A = (+5) \times ((-7) + (+7)) = (+5) \times 0 = 0$
En distribuant $(+5)$, $A = (+5) \times (-7) + (+5) \times (+7) = 0$
Ainsi $(+5) \times (-7)$ est l'opposé de $(+5) \times (+7) = (+35)$
$P = (-35)$

— produit d'un nombre négatif par un nombre positif : $P = (-5) \times (+7)$
Comme la multiplication est commutative, $P = (+7) \times (-5) = -35$ d'après le cas précédent.
$P = (-35)$

— produit de deux nombres négatif : $P = (-5) \times (-7)$
Calculons $A = (-5) \times ((-7) + (+7)) = (-5) \times 0 = 0$
En distribuant (-5), $A = (-5) \times (-7) + (-5) \times (+7) = 0$
Ainsi $(-5) \times (-7)$ est l'opposé de $(-5) \times (+7) = (-35)$
$P = (+35)$

Exemples :
$(-5) \times (+8) = (-40)$ [10]

On peut maintenant aborder des expressions plus complexes en utilisant les règles de priorités usuelles :

$A = (-5) \times (+7) + (-7) \times (-3)$

$A = -35 + 21$

$A = -14$

$B = (1 - 5 \times 2)(-7 \underbrace{-5 \times 2}_{\text{on effectue } -5\times 2})$

$B = (1 - 10)(-7 - 10)$

$B = -9 \times -17$

$B = 153$

$C = (-3 \times 5 - 5 \times (-2))\,(3 \times (-5) - 6 \times 3)$

$C = (-15 + 10) \times (-15 - 18)$

$C = -5 \times (-33)$

$C = 165$

IV — Quotient des nombres relatifs

Propriété 1.5 : Quotient des nombres relatifs

La distance à zéro du quotient de deux nombres relatifs est éga

La leçon — Version élève

I — Définition et comparaison

1 Définition – Notion d'opposé

Définition 1.3 : Opposé d'un nombre entier ou décimal

a un nombre entier ou décimal
L'**opposé** du nombre a est l'unique nombre noté $-a$ [11] vérifiant :

$$a + (-a) = 0$$

On dit que a est un nombre **positif** on le note $(+a)$.
Son opposé $(-a)$ est un nombre **négatif** on le note $(-a)$.
Les nombres positifs et négatifs sont des **nombres relatifs** . [12]

Remarque :
Comme $a + (-a) = (-a) + a = 0$ on constate aussi que a est l'opposé du nombre $-a$.
Exemple :
-5 est l'opposé de 5 et 5 est l'opposé de -5 car $5 + (-5) = 0$
$0 + 0 = 0$ donc 0 est son propre opposé.

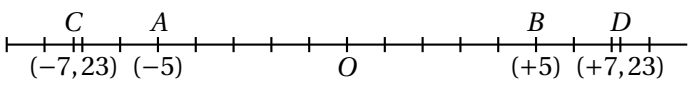
2 Comparaison et distance à zéro

Propriété 1.6 : Comparaison des relatifs

a et b des nombres entiers ou décimaux positifs.

1. $(-a) \leqslant (+b)$
2. Si $(+a) < (+b)$ alors $(-b) < (-a)$

Remarque :
Sur la droite graduée on peut positionner ces nombres :

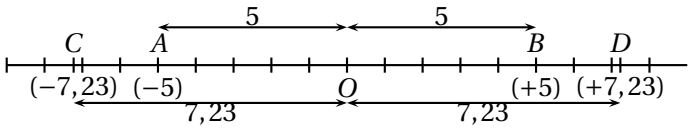


Deux points ayant des abscisses opposés sont symétriques par rapport à l'origine de la droite.
Exemple :
$-10\,000 < -0{,}000\,1$ mais $10\,000 > 0{,}000\,1$

Définition 1.4 : Distance à zéro

a un nombre relatif positif ou négatif.
La **distance à zéro** du nombre a est un nombre positif qui correspond à la distance entre l'origine de la droite graduée et le point ayant pour abscisse a.
Deux nombres relatifs opposés ont la même distance à zéro.

Exemples :



La distance à zéro de (-5) et $(+5)$ est 5.
La distance à zéro de $(-7,23)$ et $(+7,23)$ est $7,23$.

II — Somme algébrique des nombres relatifs

1 Somme des nombres relatifs

13

Propriété 1.7 : Somme des nombres relatifs

a et b deux nombres relatifs.

- Si a et b ont le même signe (positif ou négatif) alors la somme $a+b$ est du même signe et sa distance à zéro est égale à la somme des distances à zéro de a et b.
- Si a et b ont des signes différents alors la somme $a+b$ est du signe de celui des deux qui à la plus grande distance à zéro et la distance à zéro de cette somme est égale à la différence des deux distances à zéro.

Démonstration :

Nous raisonnerons sur des exemples génériques :[14]

- $S = (+5) + (+3)$
  $S = 5 + 3 = 8$: il s'agit de l'addition habituelle sur les nombres décimaux positifs ;
- $S = (-5) + (-3)$
  $S + (+5) + (+3) = S + 8$ et $S + (+5) + (+3) = (-5) + (-3) + (+5) + (+3) = 0$
  Ainsi $S + 8 = 0$ ce qui signifie que S est l'opposé de 8 ;
  $S = (-8)$
- $S = (-5) + (+3)$
  $S + (-3) = (-5) + (+3) + (-3) = (-5)$ donc $S + (-3) = (-5)$
  S est le nombre qui ajouté à (-3) donne (-5) or on sait que $(-3) + (-2) = (-5)$
  $S = (-2)$
- $S = (+5) + (-3)$
  $S + (-5) + (+3) = (+5) + (-3) + (-5) + (+3) = 0$ donc $(+5) + (-3)$ est l'opposé de $(-5) + (+3)$.
  $A = (+2)$

CQFD

Méthode 1 . 3 : Ajouter des nombres relatifs

Pour ajouter des nombres relatifs il est souvent pratique de commencer par ajouter ensemble les nombres de même signe puis d'effectuer à la fin la somme entre les deux nombres de signes différents.

$A = (-3) + (+6) + (-2) + (+8) + (-4)$

$A = \underbrace{(+8) + (+6)}_{(+14)} + \underbrace{(-3) + (-2) + (-4)}_{(-9)}$

$A = (+14) + (-9)$

$A = (+5)$

2 La soustraction — Somme algébrique

Propriété 1.8 : Soustraction des nombres relatifs

Soustraire un nombre relatif revient à ajouter son opposé.

Démonstration :

Démontrons ce résultat sur un exemple générique : [15]

Calculons $D = (-7) - (5)$

On sait que D vérifie $D + (-5) = (-7)$ par définition de la soustraction, D est en effet la différence entre (-7) et (-5) c'est-à-dire le nombre qu'il faut ajouter à (-5) pour obtenir (-7).[16]

$D + (-5) = (-7)$ donc en ajoutant $(+5)$ dans chaque membre on obtient :

$$D + (-5) + (+5) = (-7) + (+5)$$

$$D = (-7) + (+5)$$

CQFD

Exemples :

$(+5) - (+3) = (+5) + (-3) = (+2) = 2$: la soustraction usuelle est devenue une addition. [17]

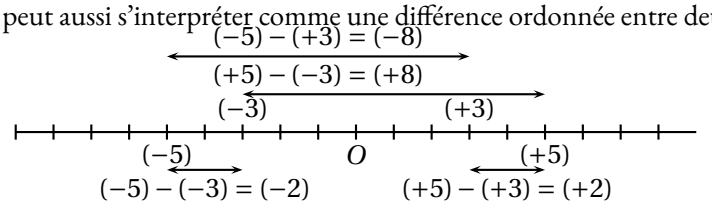
$(+5) - (-3) = (+5) + (+3) = (+8)$

$(-5) - (-3) = (-5) + (+3) = (-2)$

$(-5) - (+3) = (-5) + (-3) = (-8)$

Interprétation :

La soustraction des nombres relatifs peut aussi s'interpréter comme une différence ordonnée entre deux nombres relatifs.



Convention :

On sait que la somme de relatifs $(+7) + (+6) + (+4)$ revient à la somme habituelle $7 + 6 + 4$

On sait aussi que toutes expressions contenant une soustraction peut s'écrire sous la forme d'une somme :

$(-3) + (+7) - (-4) - (+6) + (-3) = (-3) + (+7) + (+4) + (-6) + (-3)$

On convient dorénavant de ne plus écrire les symboles opératoires + dans une somme. On écrit seulement les nombres relatifs précédés des signes + ou −, signes qui indiquent les caractères positifs ou négatif du nombre.

Ainsi $(-6) + (+7) + (-3) + (-4) = -6 + 7 - 3 - 4$ ou encore $(+7) + (-3) + (-2) + (+3) = 7 - 3 - 2 + 3$: le signe + en première position est sous-entendu.

Méthode 1 . 4 : Écrire une expression sous forme de somme algébrique

Dans une expression ne contenant que des additions et des soustractions :

— on transforme toutes les soustractions en addition en utilisant la propriété I.3 ;
— on élimine ensuite les symboles d'addition entre les parenthèses ;
— on supprime alors les parenthèses ;
— un signe + qui débute l'expression peut être supprimé.

Un moyen commode d'obtenir une expression algébrique consiste à appliquer les règles suivantes :[18]

— on supprime les parenthèses ;
— deux signes + ou deux signes − consécutifs deviennent un + ;
— une signe − suivi d'un + ou un signe + suivi d'un − devient un − ;
— un signe + qui débute l'expression peut être supprimé.

Exemple :

$A = (-5) + (+9) - (-4) - (+3) - (-7)$
$A = -5 + 9 + 4 - 3 + 7$
$A = 20 - 8$
$A = 12$

$B = (+7) - (-4) - (+9) + (-6)$
$B = 7 + 4 - 9 - 6$
$B = 11 - 15$
$B = -4$

III — Produit des nombres relatifs

Propriété 1.9 : Produit de deux nombres relatifs

La distance à zéro du produit de deux nombres relatifs est égale au produit des distances à zéro des deux facteurs.

— le produit de deux nombres de même signe est positif ;
— le produit de deux nombres de signes contraires est négatif.

Démonstration :

Démontrons ce résultat sur un exemple générique.[19]

— produit de deux nombres positifs : $P = (+5) \times (+7)$
C'est le produit usuel.
$P = 35$.
— produit d'un nombre positif par un nombre négatif : $P = (+5) \times (-7)$
Calculons $A = (+5) \times ((-7) + (+7)) = (+5) \times 0 = 0$
En distribuant $(+5)$, $A = (+5) \times (-7) + (+5) \times (+7) = 0$
Ainsi $(+5) \times (-7)$ est l'opposé de $(+5) \times (+7) = (+35)$
$P = (-35)$
— produit d'un nombre négatif par un nombre positif : $P = (-5) \times (+7)$
Comme la multiplication est commutative, $P = (+7) \times (-5) = -35$ d'après le cas précédent.
$P = (-35)$
— produit de deux nombres négatif : $P = (-5) \times (-7)$
Calculons $A = (-5) \times ((-7) + (+7)) = (-5) \times 0 = 0$
En distribuant (-5), $A = (-5) \times (-7) + (-5) \times (+7) = 0$
Ainsi $(-5) \times (-7)$ est l'opposé de $(-5) \times (+7) = (-35)$
$P = (+35)$

Exemples :
$(-5) \times (+8) = (-40)$ [20]

On peut maintenant aborder des expressions plus complexes en utilisant les règles de priorités usuelles :

$A = (-5) \times (+7) + (-7) \times (-3)$

$A = -35 + 21$

$A = -14$

$B = (1 - 5 \times 2)(-7 \underbrace{-5 \times 2}_{\text{on effectue } -5\times 2})$

$B = (1 - 10)(-7 - 10)$

$B = -9 \times -17$

$B = 153$

$C = (-3 \times 5 - 5 \times (-2))\,(3 \times (-5) - 6 \times 3)$

$C = (-15 + 10) \times (-15 - 18)$

$C = -5 \times (-33)$

$C = 165$

IV — Quotient des nombres relatifs

Propriété I.10 : Quotient des nombres relatifs

La distance à zéro du quotient de deux nombres relatifs est éga

Informations légales

- **Auteur :** Fabrice ARNAUD
- **Web :** pi.ac3j.fr
- **Mail :** contact@ac3j.fr
- **Dernière modification :** 5 novembre 2026 à 6:29

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.2141
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Resolute Raccoon (Le Raton Laveur résolu) 26.04 avec la distribution TeX Live 2025.20260124 et LuaTex 1.22.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !

Licence CC BY-NC-SA 4.0

Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
Adapter — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.

Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.

Partage dans les Mêmes Conditions — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.

Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr

Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, , a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 5 novembre 2026 à 6:29.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article :