Chapitre X

Proportionnalité

Sommaire

La leçon — Version prof 444
I Définition et premières propriétés 444
II Vitesse 444
III Pourcentage 444
IV Proportionnalité et représentation graphique 444
La leçon — Version élève 448
I Définition et premières propriétés 448
II Vitesse 448
III Pourcentage 448
IV Proportionnalité et représentation graphique 448
Activité — Sécurité Routière : Distance de freinage 451
Activité — Entraînement : Vitesse moyenne 463
Préparation de l'évaluation—Vitesse et pourcentages 466
Évaluation commune de mathématiques—Vitesse et pourcentages 471
Activité—Tâche complexe Le mur 475

La leçon — Version prof

I — Définition et premières propriétés

Définition 10.1 : Grandeurs proportionnelles

Deux grandeurs sont **proportionnelles** quand on peut passer de l'une à l'autre en **multipliant** par le même nombre.
Ce nombre unique qui relie ces deux grandeurs est appelé le **coefficient de proportionnalité** .

On parle de grandeurs proportionnelles et pas de nombres proportionnels. Une grandeur désigne une quantité que l'on peut évaluer ou mesurer. Cela n'a pas de sens de parler de nombres proportionnels. 6 et 12 ne sont pas proportionnel. Dire que un prix est proportionnel à la quantité acheté signifie quelque chose.
Quand la fonction linéaire apparaîtra en troisième, on dira qu'elle modélise la relation entre deux grandeurs proportionnelles.

Exemples :
Le prix d'un litre de E10 étant fixé à 1,68 €, le prix payé à la station service est proportionnel au volume de carburant acheté.

Le périmètre d'un cercle est proportionnel à son rayons puisque le périmètre d'un cercle est donné par la relation $P = 2\pi R$ où $\pi \approx 3,14$

En considérant une personne en particulier, la taille en centimètres de cette personne n'est pas proportionnel à son âge exprimé en années. On peut par exemple dire qu'entre 25 et 40 ans, la taille d'une personne n'évolue pas. Si le coefficient de proportionnalité unique existait, cela ne serait pas le cas !

II — Vitesse

III — Pourcentage

IV — Proportionnalité et représentation graphique

Exemple : Trois boulangeries voisines proposent les offres suivantes :

- **À la mie a hou** : 0,90 € le croissant ;
- **Love mie blender** : 1,10 € le croissant, le quatrième offert ;
- **Mie à Culpa** : 0,7 € le croissant pour les possesseurs de la carte fidélité à 2 € , payante une seule fois !

Compléter le tableau suivant avec les prix en euros :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
À la mie à hou	0	0,90	1,80	2,70	3,60	4,50	5,40	6,30	7,20	8,10	9	9,90	10,80	11,70	12,60	13,50	14,40	15,30	16,20	17,10	18
Love mie blender	0	1,10	2,20	3,30	3,30	4,40	5,50	6,60	6,60	7,70	8,80	9,90	9.90	11	12,10	13,20	13,20	14,30	15,40	16,50	16,50
Mie à Culpa	2	2,70	3,40	4,10	4,80	5,50	6,20	6,90	7,60	8,30	9	9,70	10,40	11,10	11,80	12,50	13,20	13,90	14,60	15,30	16

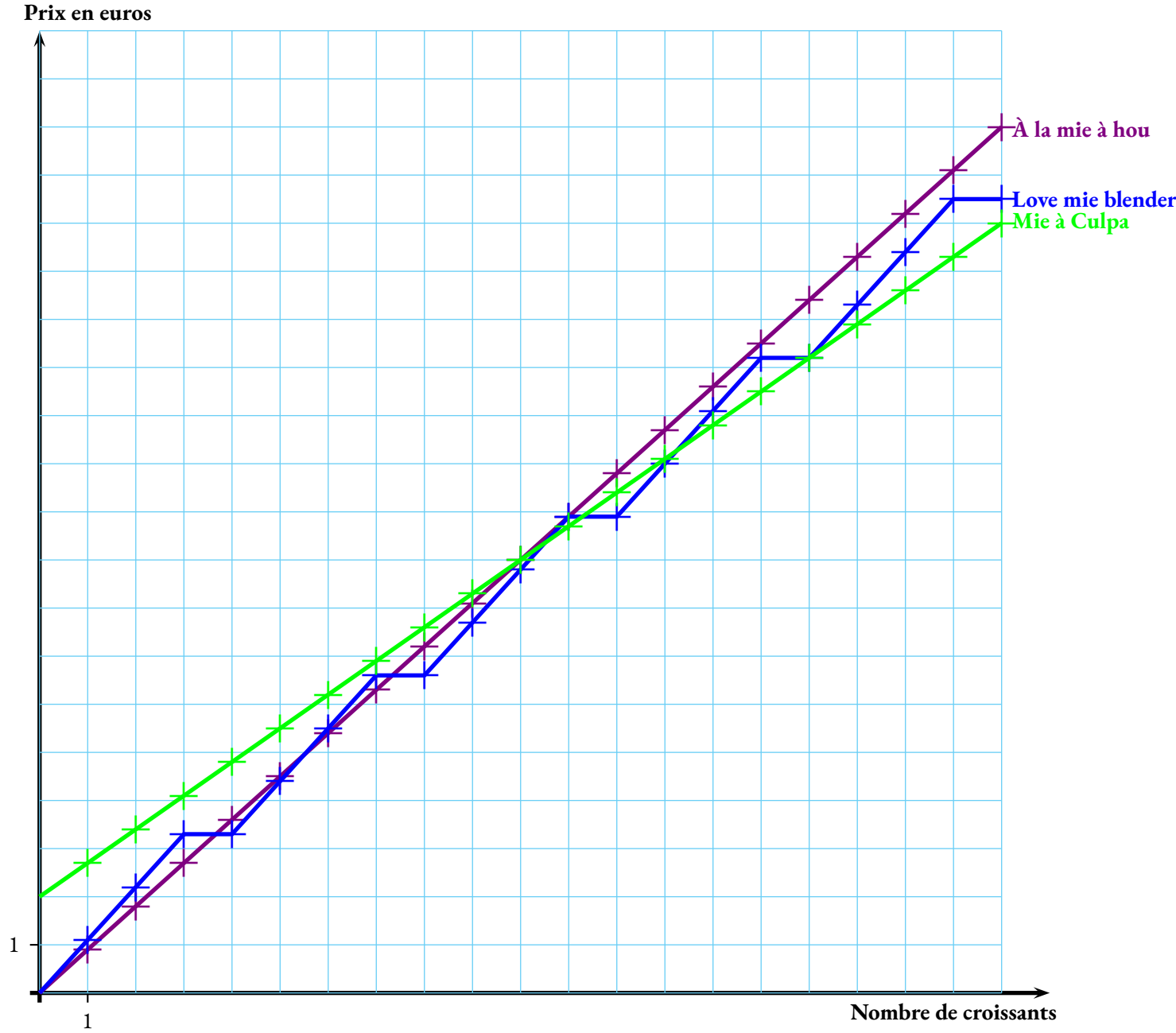
On constate que :

— À la mie à hou, le prix payé est proportionnel au nombre de croissants achetés. En effet, il suffit de multiplier le nombre de croissants par 0,90 pour obtenir le prix payé en euro ;

— Pour Love mie blender, le prix payé n'est pas proportionnel au nombre de croissants achetés. On peut bien sûr diviser le prix payé par le nombre de croissants pour constater que cette valeur n'est pas constante dans tous le tableau. On peut aussi observer certaines combinaisons : par exemple pour 7 croissants on paye 6,60 € et pour le double, 14 croissants on ne paye que 12,10 € qui n'est pas le double du prix pour 7 ;

— Pour Mie Culpa, comme pour aucun croissant on paye déjà 3 € , le prix n'est pas proportionnel au nombre de croissants.

Représentons graphiquement ces trois situations, en plaçant le nombre de croissants en abscisse et le prix payé en ordonnée.



Théorème 10.1 : Représentation graphique de grandeurs proportionnelles

Si deux grandeurs sont **proportionnelles** **alors** leur représentation graphique est une **droite passant par l'origine du repère** .

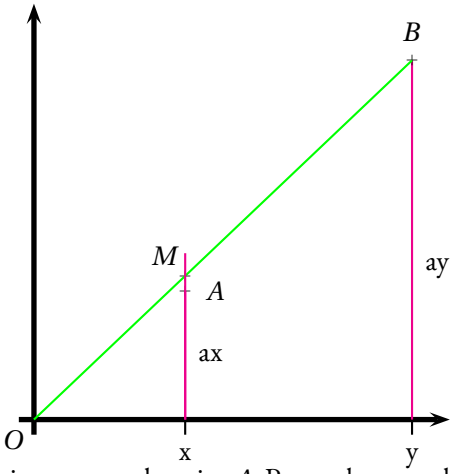
Réciproquement,

Si la représentation graphique de deux grandeurs est **une droite passant par l'origine du repère** **alors** ces deux grandeurs sont **proportionnelles** .

Démonstration :
Considérons deux grandeurs proportionnelles.
L'une peut être obtenue en multipliant l'autre par un nombre unique que nous noterons a.

Grandeur n° 1	0	x	y
Grandeur n° 2	0	ax	ay

La représentation graphique de ces deux grandeurs passe par les points de coordonnées $O(0;0)$, $A(x;ax)$ et $B(y;ay)$.



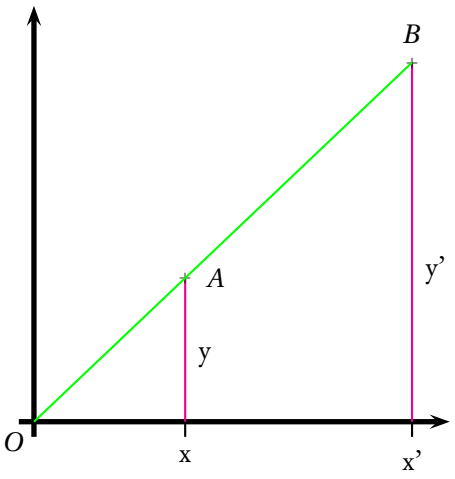
Traçons la droite (OB), on se demande si cette droite passe par le point A. Pour cela on prolonge la perpendiculaire à l'axe des absices passant par A, elle coupe la droite (OB) en M.
Les droites (Mx) et (By) sont perpendiculaires à l'axe des absisses, elles sont donc parallèles entre elles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{Ox}{Oy} = \frac{OM}{OB} = \frac{Mx}{By}$$

On a donc $\frac{x}{y} = \frac{Mx}{ay}$ d'où $Mx = \frac{x \times ay}{y} = ax$.
Comme $Mx = ax$ et que $Ax = ax$ on en déduit que $A = M$. Le point A est donc aligné avec O et B.
Ainsi les points O, A et B sont alignés si les grandeurs sont proportionnelles, ce qu'il fallait démontrer.

Réciproquement.

Soit deux points $A(x;y)$ et $B(x';y')$ alignés avec l'origine du repère $O(0;0)$.
On souhaite démontrer que les grandeurs 0 x et x' sont proportionnelles aux grandeurs 0, y et y'.



Comme dans la situation précédente, on peut utiliser le théorème de Thalès et on obtient :

$$\frac{Ox}{Ox'} = \frac{OA}{OB} = \frac{Ax}{Bx'}$$

$\frac{x}{x'} = \frac{y}{y'}$ ou encore par l'égalité des produits en croix $xy' = x'y$ et enfin $\frac{x}{y} = \frac{x'}{y'}$.

Il existe donc un unique nombre $a = \frac{x}{y}$ tel que $x = ay$ et $x' = ay'$.

Ce qui prouve que les grandeurs 0, x et x' sont proportionnelles à 0, y et y'.

Ces deux démonstrations ne sont pas envisageables en classe dans l'état. On peut en revanche les proposer sur des exemples génériques en fixant les valeurs des variables pour expliciter les deux démarches.

Une démonstration plus élégante est possible en utilisant les propriétés caractéristiques des triangles semblables... qui malheureusement ne sont pas au programme !.

Pour la partie directe, comme les grandeurs sont proportionnelles, les triangles OxA et OyB sont semblables, les angles au sommets O sont donc égaux et les points sont alignés.

Réciproquement, si les points sont alignés, comme la droite $(Ax)//(By)$, les triangles sont semblables et les grandeurs sont proportionnelles. Facile !

La leçon — Version élève

I — Définition et premières propriétés

Définition 10.2 : Grandeurs proportionnelles

Deux grandeurs sont **proportionnelles** quand on peut passer de l'une à l'autre en **multipliant** par le même nombre.
Ce nombre unique qui relie ces deux grandeurs est appelé le **coefficient de proportionnalité** .

On parle de grandeurs proportionnelles et pas de nombres proportionnels. Une grandeur désigne une quantité que l'on peut évaluer ou mesurer. Cela n'a pas de sens de parler de nombres proportionnels. 6 et 12 ne sont pas proportionnel. Dire que un prix est proportionnel à la quantité acheté signifie quelque chose.
Quand la fonction linéaire apparaîtra en troisième, on dira qu'elle modélise la relation entre deux grandeurs proportionnelles.

Exemples :
Le prix d'un litre de E10 étant fixé à 1,68 €, le prix payé à la station service est proportionnel au volume de carburant acheté.

Le périmètre d'un cercle est proportionnel à son rayons puisque le périmètre d'un cercle est donné par la relation $P = 2\pi R$ où $\pi \approx 3,14$

En considérant une personne en particulier, la taille en centimètres de cette personne n'est pas proportionnel à son âge exprimé en années. On peut par exemple dire qu'entre 25 et 40 ans, la taille d'une personne n'évolue pas. Si le coefficient de proportionnalité unique existait, cela ne serait pas le cas !

II — Vitesse

III — Pourcentage

IV — Proportionnalité et représentation graphique

Exemple : Trois boulangeries voisines proposent les offres suivantes :

- **À la mie a hou** : 0,90 € le croissant ;
- **Love mie blender** : 1,10 € le croissant, le quatrième offert ;
- **Mie à Culpa** : 0,7 € le croissant pour les possesseurs de la carte fidélité à 2 € , payante une seule fois !

Compléter le tableau suivant avec les prix en euros :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
À la mie à hou	0	0,90	1,80	2,70	3,60	4,50	5,40	6,30	7,20	8,10	9	9,90	10,80	11,70	12,60	13,50	14,40	15,30	16,20	17,10	18
Love mie blender	0	1,10	2,20	3,30	3,30	4,40	5,50	6,60	6,60	7,70	8,80	9,90	9.90	11	12,10	13,20	13,20	14,30	15,40	16,50	16,50
Mie à Culpa	2	2,70	3,40	4,10	4,80	5,50	6,20	6,90	7,60	8,30	9	9,70	10,40	11,10	11,80	12,50	13,20	13,90	14,60	15,30	16

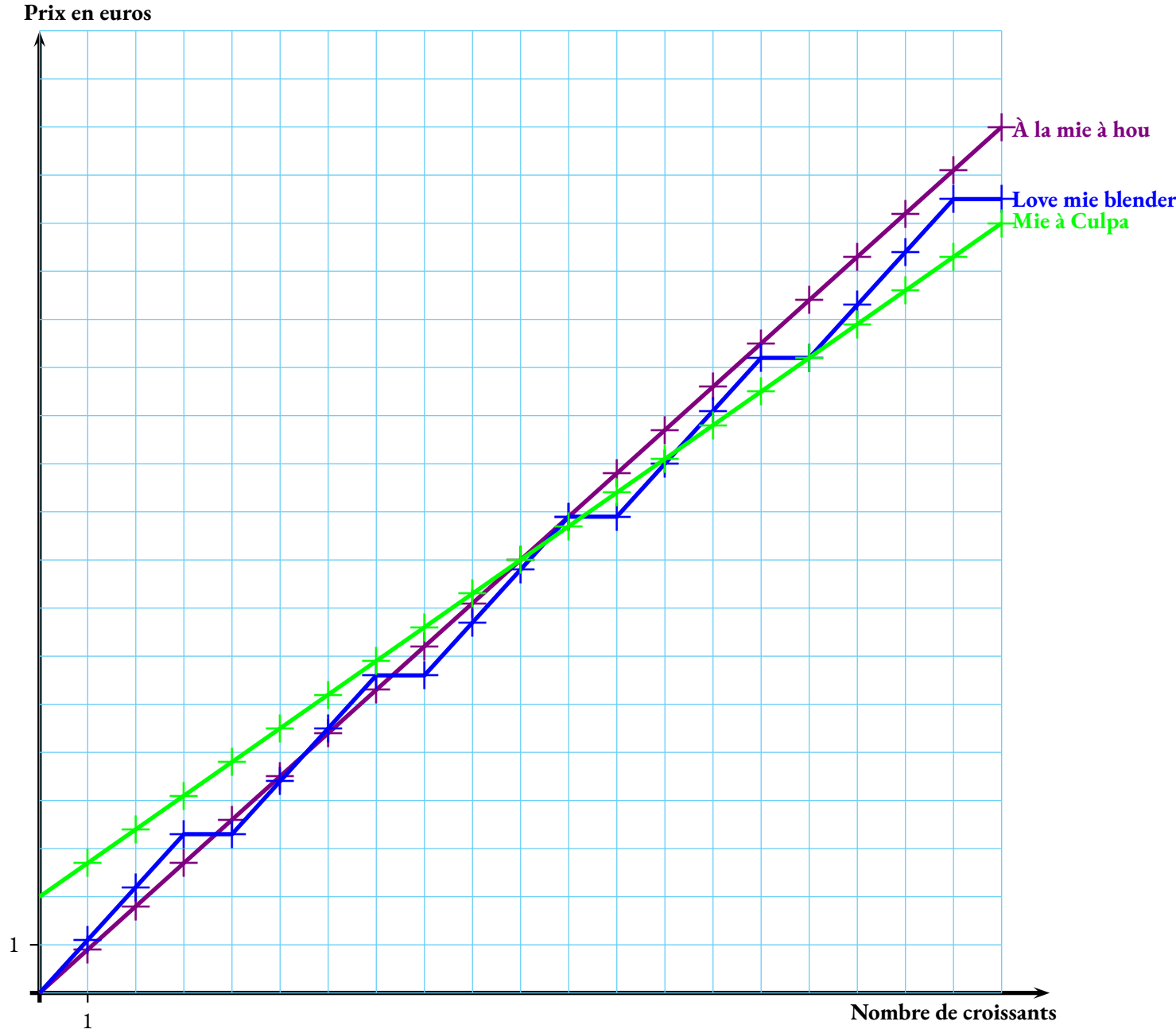
On constate que :

— À la mie à hou, le prix payé est proportionnel au nombre de croissants achetés. En effet, il suffit de multiplier le nombre de croissants par 0,90 pour obtenir le prix payé en euro ;

— Pour Love mie blender, le prix payé n'est pas proportionnel au nombre de croissants achetés. On peut bien sûr diviser le prix payé par le nombre de croissants pour constater que cette valeur n'est pas constante dans tous le tableau. On peut aussi observer certaines combinaisons : par exemple pour 7 croissants on paye 6,60 € et pour le double, 14 croissants on ne paye que 12,10 € qui n'est pas le double du prix pour 7 ;

— Pour Mie Culpa, comme pour aucun croissant on paye déjà 3 € , le prix n'est pas proportionnel au nombre de croissants.

Représentons graphiquement ces trois situations, en plaçant le nombre de croissants en abscisse et le prix payé en ordonnée.



❧ **Théorème 10.2 : Représentation graphique de grandeurs proportionnelles**

Si deux grandeurs sont **proportionnelles** **alors** leur représentation graphique est une **droite passant par l'origine du repère** .

Réciproquement,

Si la représentation graphique de deux grandeurs est **une droite passant par l'origine du repère** **alors** ces deux grandeurs sont **proportionnelles** .

Informations légales

- **Auteur :** Fabrice ARNAUD
- **Web :** pi.ac3j.fr
- **Mail :** contact@ac3j.fr
- **Dernière modification :** 12 novembre 2026 à 20:42

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.2141
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Resolute Raccoon (Le Raton Laveur résolu) 26.04 avec la distribution TeX Live 2025.20260124 et LuaTex 1.22.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !

Licence CC BY-NC-SA 4.0



Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
Adapter — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.

Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.

Partage dans les Mêmes Conditions — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.

Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr

Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, , a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 12 novembre 2026 à 20:42.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article :