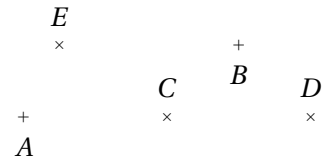
La leçon — Version prof

Les textes écrit en violet sont destinés à l'enseignant, ils ne font pas partie de ce qu'on appelle la trace écrite.
Les démonstrations sont aussi en violet, elles sont le plus souvent présentée à l'oral.

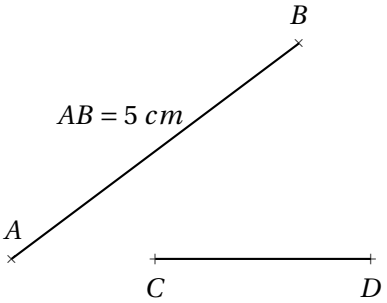
I — Les objets fondamentaux : points, segments, droite et demi-droite

Définition 2.1 : Point, segment, droite et demi-droite

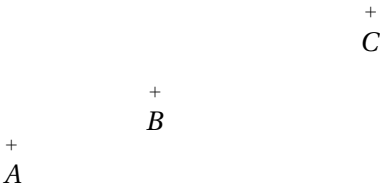
Un **point** géométrique ne désigne pas un objet mais un emplacement. Un point ne possède ni longueur, ni largeur, ni épaisseur. On représente un point par une croix et on le nomme par une lettre.



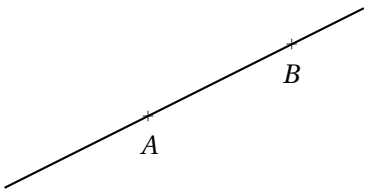
Un **segment** est la ligne la plus courte reliant deux points. Un segment possède une longueur mais pas de largeur ni d'épaisseur.
On note [**AB**] le segment reliant les points A et B. A et B sont les **extrémités** du segment.
On note **AB** la longueur du segment $[AB]$.



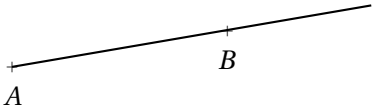
Trois points sont **alignés** si l'un de ces trois points se trouve sur le segment formé par les deux autres.



Une **droite** est la ligne constituée par tous les points alignés avec deux points.
On note (**AB**) la droite passant par A et B constituée des points alignés avec A et B.
Une droite ne possède ni longueur, ni largeur, ni épaisseur.



Une **demi-droite** est une partie de droite limitée d'un seul côté par un point : son **origine** .
On note [**AB**) la demi-droite d'origine A passant par B.
Une demi-droite ne possède ni longueur, ni largeur, ni épaisseur.



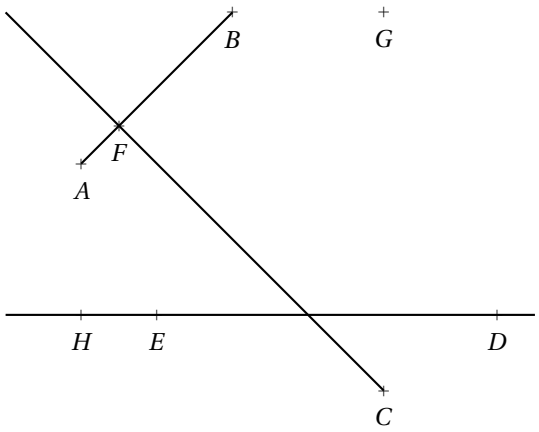
II — Un première relation : appartenir, ne pas appartenir

Définition 2.2 : Appartenir, ne pas appartenir

Lorsqu'un point se situe sur un segment, une demi-droite ou sur une droite, on dit qu'il **appartient** au segment, la demi-droite ou la droite.
On utilise le symbole $\in$ pour « appartient à ».

Dans le cas contraire on dit qu'il **n'appartient pas** .
On utilise le symbole $\notin$ pour « n'appartient pas à ».

Exemple :



$F \in [AB]$

$H \in (ED)$

$G \notin [CF)$

$H \notin [ED)$

$H \in [DE)$

Remarque :

Pour qu'un objet (segment, droite, demi-droite) soit défini, il suffit que deux points soient donnés, même si l'objet n'est pas représenté.

Ainsi sur la figure ci-dessus, la droite (GD) est définie ainsi que le segment $[AH]$ ou la demi-droite $[BA)$.

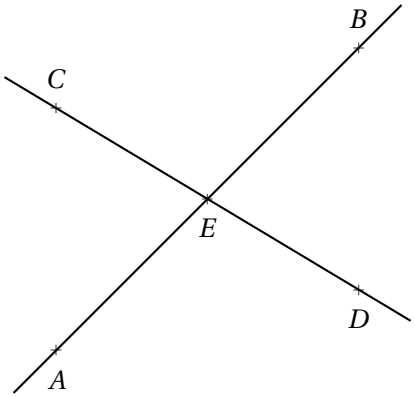
III — Distance et inégalité triangulaire

IV — Position relative des droites : parallèles, sécantes et perpendiculaires

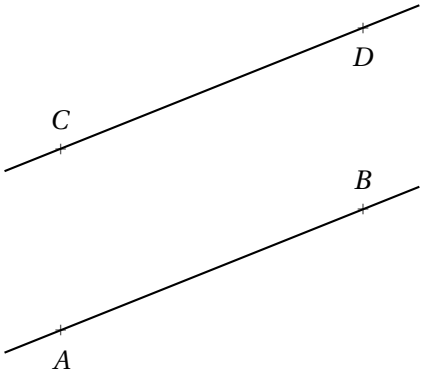
Définition 2.3 : Droites sécantes, parallèles et concourrantes

Deux droites qui se rencontrent ne le font qu'une seule fois, on dit qu'elles sont **sécantes** .[3]
Le point où elles se recontrent s'appelle **le point d'intersection** .
Quand trois droites ou plus se rencontrent au même point d'intersection, on dit que ces droites sont **concourrantes** .

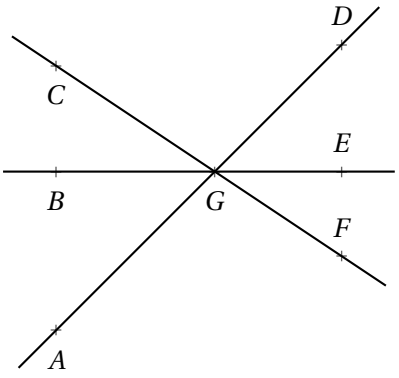
Deux droites qui n'ont pas de point d'intersection sont **parallèles** .



Les droites (AB) et (CD) sont sécantes en E.
E est le point d'intersection des droites (AB) et (CD).

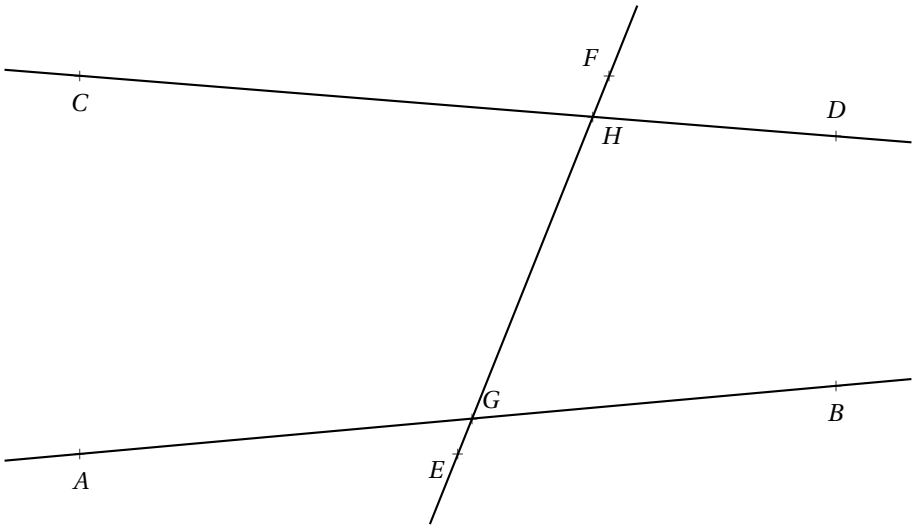


Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
On écrit (**AB**)//(**CD**)



Les droites (AD), (BE) et (CF) sont concourrantes en G.

Remarque :
Deux droites sécantes n'ont pas forcément leur point d'intersection constructible sur la figure tracée.



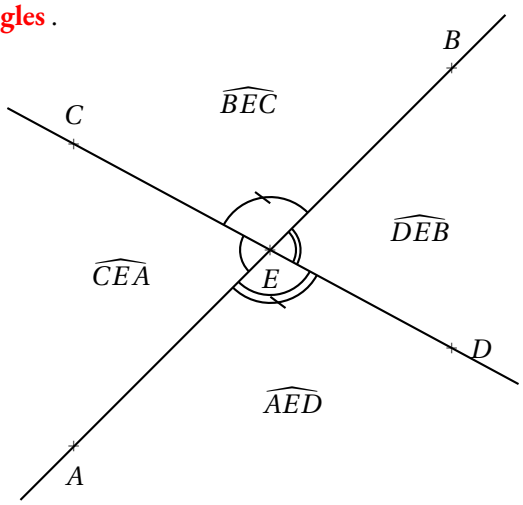
Les droites (AB) et (EF) sont clairement sécantes en G.

Les droites (CD) et (EF) sont clairement sécantes en H.

Les droites (AB) et (CD) sont sécantes même si le point d'intersection n'apparaît pas sur la figure.

Propriété 2.1 : Angles formés par deux droites

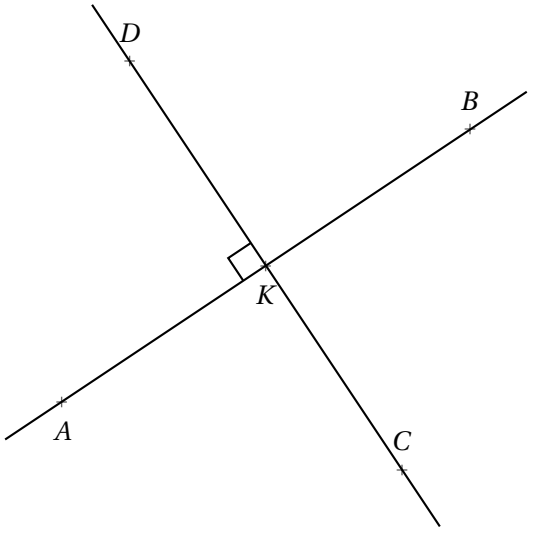
Deux droites sécantes définissent quatre **angles** .



On note ces quatre angles de la manière suivante : $\widehat{AEC}$ ou $\widehat{CEA}$; $\widehat{CEB}$ ou $\widehat{BEC}$; $\widehat{BED}$ ou $\widehat{DEB}$; $\widehat{AED}$ ou $\widehat{DEA}$;

Définition 2.4 : Droites perpendiculaires

Deux droites sont **perpendiculaires** si elles sont sécantes et si elles se coupent en formant quatres angles égaux.
Dans ce cas, on dit que chacun de ces angles est un **angle droit** .



On code un angle droit en faisant un petit carré sur la figure. On ne note qu'un seul des quatre angles droits.
Les droites (AB) et (CD) sont perpendiculaires, on écrit (**AB**) $\perp$ (**CD**).
On dit que l'angle $\widehat{AKD}$ est droit.

Remarque :

Le contraire de l'ajectif parallèle n'est pas perpendiculaire!

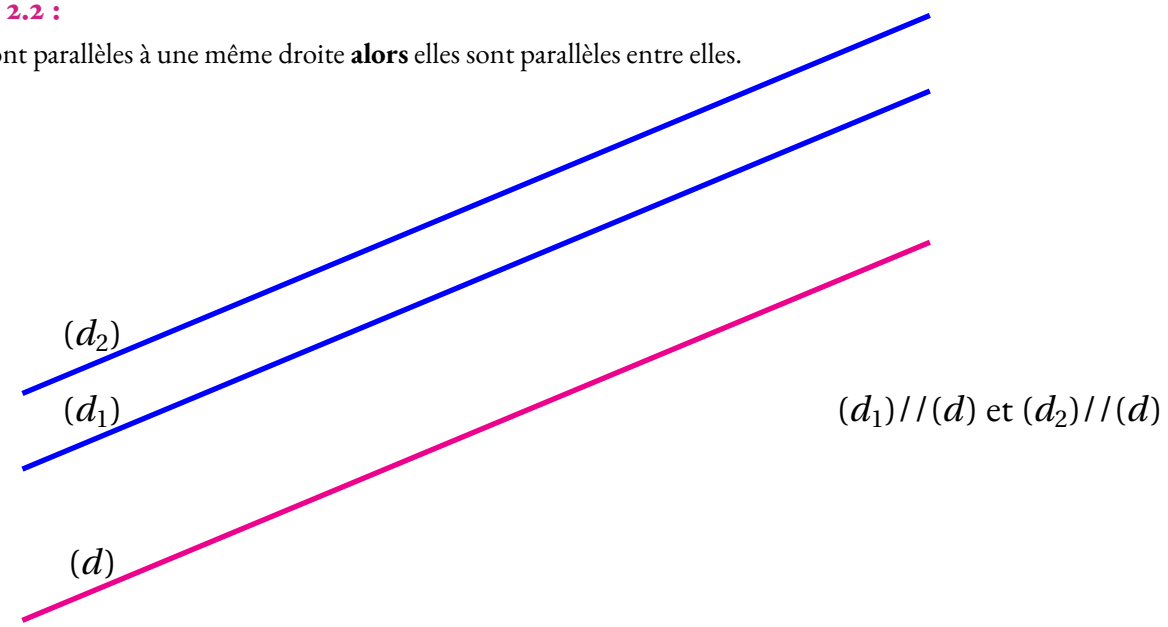
Le contraire de parallèle est sécante.

Des droites perpendiculaires sont des cas particuliers de droites sécantes.

V — Parallèles et perpendiculaires : relations fondamentales

Propriété 2.2 : *(Admise)*

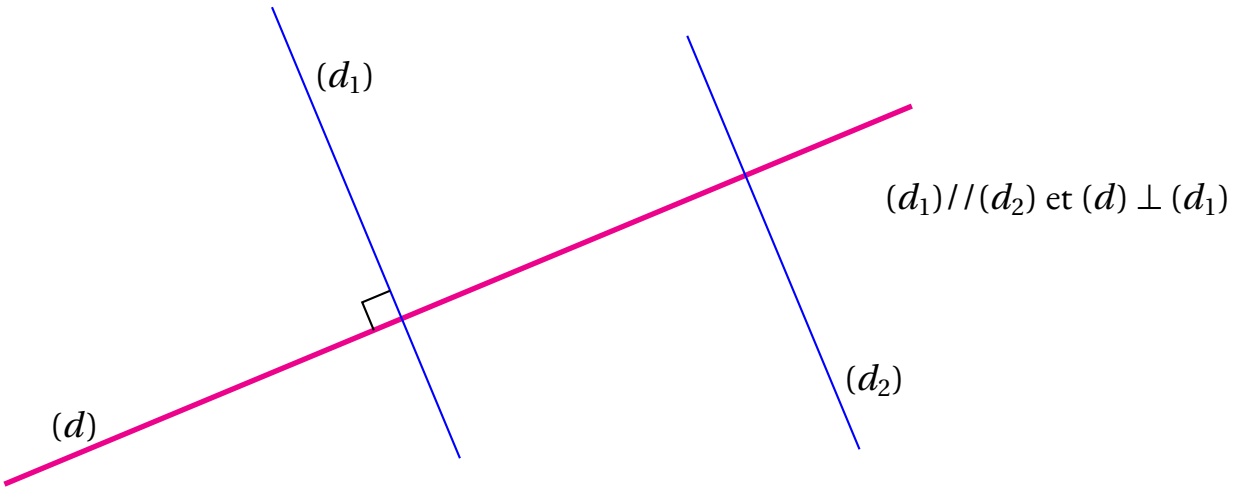
Si deux droites sont parallèles à une même droite **alors** elles sont parallèles entre elles.



Soit (d) une droite et (d_1) et (d_2) deux droites parallèles à la droite (d).
Supposons que les droites (d_1) et (d_2) soient sécantes, elles se coupent en M.
Choisissons un point $A \in (d_1)$ et $B \in (d_2)$ distincts du point M.
On sait ainsi que $(AM)//(d)$ et que $(BM)//(d)$.
(AM) et (BM) sont donc deux droites parallèles à (d) passant par M.
Or **l'axiome des parallèles** affirme que par un point il ne passe qu'une seule parallèle à une droite.
Les deux droites (AM) et (BM) sont donc superposées, ce qui signifie que si les droites (d_1) et (d_2) sont sécantes en un point alors elles sont confondues.
Par conséquent, si deux droites différentes sont parallèles à une même droite, alors elles n'ont pas de point d'intersection.

Propriété 2.3 : *(Admise)*

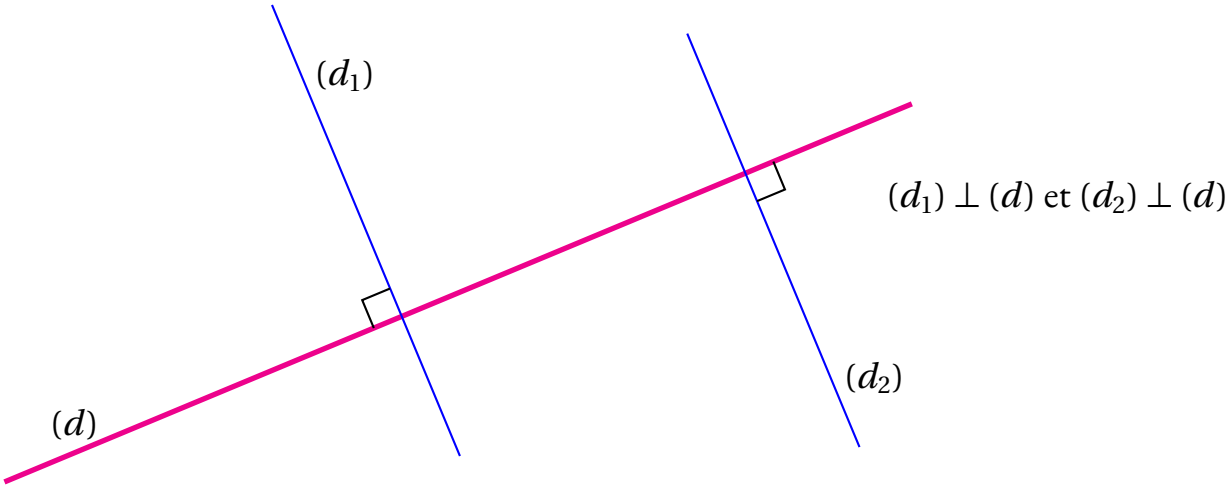
Si deux droites sont parallèles **alors** toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.



Soit $(d_1)//(d_2)$ et $(d) \perp (d_1)$. Notons A le point d'intersection de (d) et (d_1).

Propriété 2.4 : *(Admise)*

Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite **alors** elles sont parallèles entre elles.



Soit (d) une droite et (d_1) et (d_2) deux droites perpendiculaires à la droite (d).
Notons A l'intersection de (d_1) et (d) et B l'intersection de (d_2) et (d).
Supposons que les droites (d_1) et (d_2) sont sécantes, elles se coupent en M.

Informations légales

- **Auteur :** Fabrice ARNAUD
- **Web :** pi.ac3j.fr
- **Mail :** contact@ac3j.fr

- **Dernière modification :** 12 novembre 2026 à 20:45

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.2141
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Resolute Raccoon (Le Raton Laveur résolu) 26.04 avec la distribution TeX Live 2025.20260124 et LuaTex 1.22.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !

Licence CC BY-NC-SA 4.0



Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
Adapter — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
Partage dans les Mêmes Conditions — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr

Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, **Cours.pdf**, a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 12 novembre 2026 à 20:45.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : https://pi.ac3j.fr/mathematiques-college