Fiche d'exercices

Problème d'arithmétique

Troisième

Exercice n° 1 : Décomposer et simplifier

Simplifier les fractions suivantes en décomposant chaque numérateur et dénominateur en produit de facteurs premiers.

$$\frac{315}{1260} \qquad \frac{4212}{2808} \qquad \frac{1071}{2295} \qquad \frac{6300}{7875}$$

Exercice n° 2 : Un monde parfait

1. Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres 6, 16, 28, 96, 220, 284 et 496.

2.a. Vérifier que $60 = 2^2 \times 3 \times 5$.

2.b. Expliquer pourquoi 2^2 ; 3 ; 5 ; $2^2 \times 3$; 2×5 et $2 \times 3 \times 5$ sont des diviseurs de 60.

2.c. Faire la liste de tous les diviseurs de 60. Combien il y en a-t-il ?

3. En s'inspirant des questions **2.a.**, **2.b.** et **2.c**, faire la liste des diviseurs de 6, 28, 96, 220, 284 et 496.

4.a. Effectuer la somme des diviseurs propres de 60, c'est à dire la somme de tous les diviseurs sauf 60.

4.b. Faire de même avec les nombres 6, 16, 28, 96, 220, 284, 496.

Un nombre est **déficient** quand la somme de ses diviseurs propres est strictement inférieure à lui-même.
Un nombre est **abondant** quand la somme de ses diviseurs propres est strictement supérieure à lui-même.
Un nombre est **parfait** quand la somme de ses diviseurs propres est égale à lui-même.
Deux nombres sont **amicaux** quand la somme des diviseurs propres de l'un est égale à l'autre.

5. Parmi les nombres entiers précédents, indiquer ceux qui sont déficients, abondants, parfaits et le couple de nombre amicaux.

À ce jour, personne ne sait s'il existe une infinité de nombres parfaits. On connait 52 nombres parfaits. Les six premiers sont 6, 28, 496, 8128, 33 550 336 *et* 8 589 869 056. *Le dernier a été découvert en 2024, il s'agit de* $2^{136279840}(2^{136279841} - 1)$, *il possède 82 millions de chiffres. On ne sait pas s'il existe des nombres parfaits impairs.*
On ne sait pas s'il existe une infinité de couples de nombre amicaux. Les premiers sont (220; 284), (1184; 1210), (2620; 2924), (5020; 5564). *Ces nombres sont recherchés depuis l'antiquité, ils seraient une forme de porte bonheur. Le plus grand couple connu est constitué de deux nombres ayant chacun* 24 073 *chiffres.*

Exercice n° 3 : Charlie et la chocolaterie

Willy Wonka vient de produire 1092 poissons au chocolat au lait et 924 coquillages au chocolat noir.
Il veut constituer des sachets, **tous identiques**, contenant des poissons et des coquillages.
Il cherche la meilleure répartition : faire un **maximum** de sachets et ne laisser **aucun** chocolat.

1. En plaçant 12 poissons et 12 coquillages dans chaque sachet, aura-t-il atteint son objectif ?

2. Même question avec 22 coquillages et 17 poissons.

3.a. Décomposer en produit de facteurs premiers les nombre 1092 et 924.

3.b. Faire la liste des diviseurs de 1092 et 924.

4. En utilisant les listes précédentes, indiquer quelle est la meilleure répartition.

5. Tester l'algorithme suivant avec les nombres 1092 et 924 :

- Soustraire le plus petit au plus grand ;
- Observer les trois nombres obtenus, les deux nombres de départ et la différence, puis éliminer le plus grand ;
- Recommencer la première étape jusqu'à obtenir le nombre 0.

Que peut-on constater ?

Exercice n° 4 : Speed

Astrid, Ingrid et Solveig sont conducteurs de bus à Toulouse. Ils ont l'habitude de se retrouver le matin à 6h30 à la station Les Arènes au début de leurs services.
Astrid avec la ligne 12, repasse toutes les 36 minutes aux Arènes. Ingrid repasse toutes les 24 minutes et Solveig toutes les 27 minutes.

1. Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres 24, 27 et 36.

2.a. Dans combien de temps Astrid et Ingrid vont-elles se retrouver à la même heure aux Arènes ?
2.b. Même question avec Astrid et Solveig puis avec Ingrid et Solveig.

3. Est-il possible qu'ils se rencontrent tous les trois à la même heure avant la fin de leurs services à 14h30 ?

Exercice n° 5 : Psychose

Norman Bates souhaite poser des nouveaux carreaux de carrelage dans sa douche italienne. Il s'agit d'un mur de 252 cm de haut sur 462 cm de long. Il ne veut faire aucune coupe, les carreaux doivent exactement tenir dans l'emplacement prévu.

1. Le carrelage actuel est constitué de carreaux carrés de 6 cm de côté. Combien de carreaux ont été nécessaires ?

2. Norman hésite entre des carreaux carrés de 21 cm de côté et d'autres plus grands de 28 cm. Les deux dimensions sont-elles possibles dans sa situation ?

3. Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres 252 et 462.

4. Faire la liste de tous les diviseurs 252 et 462.

5. Norman veut finalement acheter des carreaux carrés les plus grands possibles pour sa douche italienne.
Quelle taille de carreaux doit-il choisir ?

6. Heureusement pour lui, cette taille optimale existe en magasin. Il sont vendus par paquet de 12 au prix de 52,90 € le mètre carré.
Combien va lui coûter l'achat des carreaux ?

Exercice n° 6 : Vrai ou faux ?

Indiquer si chacune des propositions suivantes est vraie ou fausse.
Justifier la réponse en donnant un contre-exemple quand la proposition est fausse et une démonstration quand elle est vraie.

Affirmation n° 1 : La somme de deux nombres pairs est un nombre pair ;
Affirmation n° 2 : La somme de deux nombres impairs est un nombre impair ;
Affirmation n° 3 : Si un nombre est divisible par 6 alors il est divisible par 2 et par 3 ;
Affirmation n° 4 : Si un nombre est divisible par 2 et 3 alors il est divisible par 6 ;
Affirmation n° 5 : Si un nombre est divisible par 3 et 9 alors il est divisible par 27 ;
Affirmation n° 6 : Le carré d'un nombre pair est un nombre pair ;
Affirmation n° 7 : Le carré d'un nombre impair est un nombre pair ;
Affirmation n° 8 : La somme de trois nombres entiers consécutifs est un nombre pair.
Affirmation n° 9 : Tout nombre entier dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
Affirmation n° 10 : Tout nombre entier dont le chiffre des unités est 6 est divisible par 2.

Exercice n° 7 : Timbré ou pas ?

Sophie a hérité des 2744 timbres de collection de son grand oncle Srinivasa. Elle vient de les trier, il y a 1064 timbres français, 952 anglais et 728 allemands.
Elle souhaite les vendre à la brocante sous forme de lots, tous identiques. Elle aimerait faire un maximum de lots sans qu'il ne reste aucune timbre.

1. Peut-elle faire 14 lots ?

2. Va-t-elle atteindre son objectif en faisant des lots contenant 19 timbres de chaque sorte ?

3. Décomposer chacun des nombres 1064, 952 et 728 en produit de facteurs premiers.

4. Déterminer la liste des diviseurs de chacun des nombres.

5. Déterminer le nombre maximal de lots tous identiques possibles et préciser la constitution de chaque lot.

☞ Fiche d'exercices—Correction ☜

Informations légales

— **Auteur :** Fabrice ARNAUD
— **Web :** pi.ac3j.fr
— **Mail :** contact@ac3j.fr
— **Dernière modification :** 12 novembre 2026 à 20:43

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.2141
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Resolute Raccoon (Le Raton Laveur résolu) 26.04 avec la distribution TeX Live 2025.20260124 et LuaTex 1.22.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !

Licence CC BY-NC-SA 4.0

Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
Adapter — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
Partage dans les Mêmes Conditions — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr

Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, **Cours.pdf**, a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 12 novembre 2026 à 20:43.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : **https://pi.ac3j.fr/mathematiques-college**