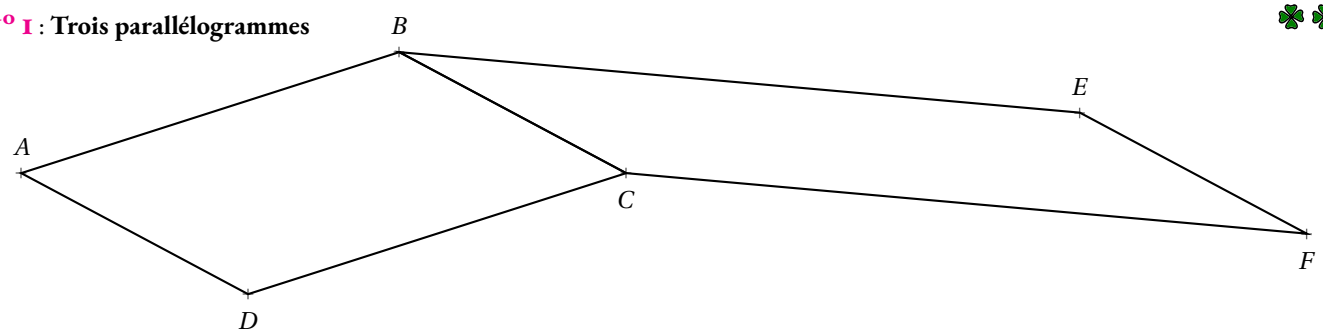
Entraînement

Quadrilatères et parallélogrammes

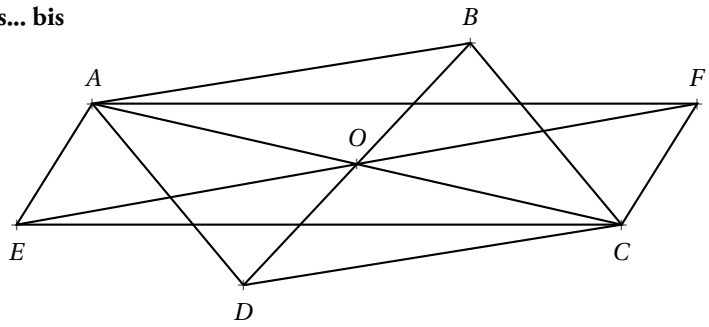
Cinquième

Exercice n° 1 : Trois parallélogrammes



On sait que $ABCD$ et $BEFC$ sont des parallélogrammes. Demontrer que $AEFD$ est un parallélogramme.

Exercice n° 2 : Trois parallélogrammes... bis

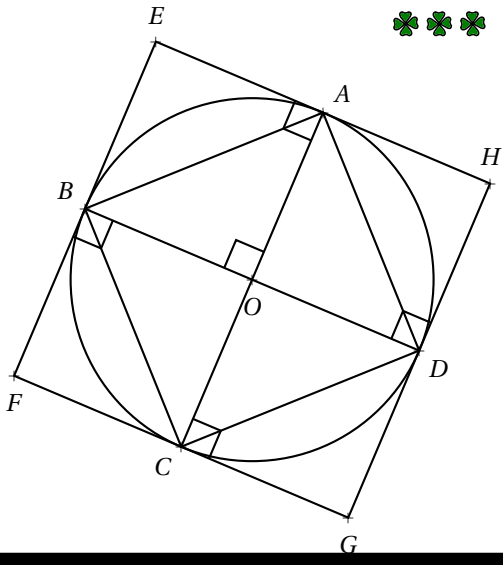


On sait que $ABCD$ et $AFCE$ sont deux parallélogrammes de centre O. Demontrer que $EDFB$ est un parallélogramme.

Exercice n° 3 : Des carrés inscrits et circonscrits

Sur la figure ci-contre :

- $[AC]$ et $[BD]$ sont deux diamètres perpendiculaires du cercle de centre O;
- $(EH) \perp (AC)$ et $A \in (EH)$;
- $(EF) \perp (BD)$ et $B \in (EF)$;
- $(FG) \perp (AC)$ et $C \in (FG)$;
- $(HG) \perp (BD)$ et $D \in (HG)$.



1.a. Démontrer que $ABCD$ est un parallélogramme.
1.b. Démontrer que $ABCD$ est un rectangle.
1.c. Démontrer que $ABCD$ est un losange.
1.d. Que peut-on en déduire pour $ABCD$.

2. Démontrer que $EHGF$ est un carré.
Démontrer que c'est un parallélogramme puis un rectangle comme dans la question précédente.

Exercice n° 4 : Vrai ou faux

Les affirmations suivantes sont-elles vraies.
Quand l'une d'entre elle est fausse, faire une figure pour illustrer la réponse.

Affirmation n° 1 : Un carré est un losange.
Affirmation n° 2 : Un losange est un carré.
Affirmation n° 3 : Un losange est un parallélogramme.
Affirmation n° 4 : Un quadrilatère dont les diagonales ont la même longueur est un rectangle.
Affirmation n° 5 : Un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires est un carré.
Affirmation n° 6 : Un quadrilatère ayant deux axes de symétries est un rectangle.
Affirmation n° 7 : Un parallélogramme ayant un angle droit est un rectangle.
Affirmation n° 8 : Un quadrilatère ayant trois côtés égaux est un losange.
Affirmation n° 9 : Un quadrilatère ayant trois angles droits est un rectangle.
Affirmation n° 10 : Un quadrilatère ayant un axe de symétrie est un trapèze.

Exercice n° 5 : De Varignon à Wittenbauer

1. Tracer un triangle BAC tel que $AB = 6\,\text{cm}$, $AC = 9\,\text{cm}$ et $\widehat{CAB} = 106°$.

2. Tracer un triangle BCE isocèle en E tel que $BE = 7{,}5\,\text{cm}$ tel que A et E soient de part et d'autre de la droite (BC).

3. Placer I, J, K et L les milieux respectifs des segments $[AB]$, $[BE]$, $[EC]$ et $[AC]$.

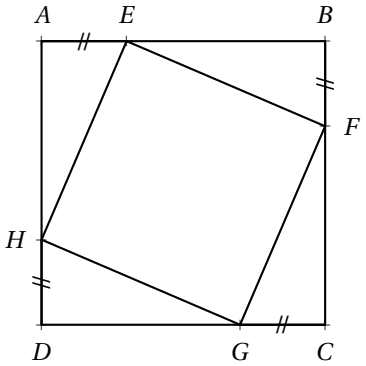
4. Quelle conjecture peut-on faire sur le quadrilatère $IJKL$? Mesurer chacun de ses angles.

5. Placer M et N sur $[AB]$ tel que $AM = MN = NB$, puis P et Q sur $[BE]$ tel que $BP = PQ = QE$.
Placer R et S sur $[EC]$ tel que $ER = RS = SC$ et enfin T et U sur $[CA]$ tel que $CT = TU = UA$.

6. (NP) et (QR) sont sécantes en V, (QR) et (ST) sont sécantes en W.
(ST) et (UM) sont sécantes en X enfin (UM) et (NP) sont sécantes en Y.

7. Quelle conjecture peut-on faire sur le quadrilatère $VWXY$? Mesurer chacun de ses angles.

Exercice n° 6 : Un carré dans un carré



On sait que $ABCD$ est un carré de côté 1 m et que $E \in [AB]$, $F \in [BC]$, $G \in [CD]$ et $H \in [DA]$ tels que $AE = BF = CG = DH = 30\,\text{cm}$.

On veut démontrer que $EFGH$ est un carré

1. Démontrer que $AECG$ est un parallélogramme.

2. Démontrer que $BFDH$ est un parallélogramme.

3.a. Démontrer en utilisant **1.** et **2.** que $[EG]$ et $[HF]$ se coupent en leur milieu.
3.b. Que peut-on dire de $EFGH$?

4.a. Démontrer que les angles $\widehat{AEH}$ et $\widehat{BEF}$ sont **complémentaires**.
4.b. En déduire que $EFGH$ est un rectangle.

5.a. Expliquer pourquoi les triangles AEH et EBF sont **égaux** (*superposables*).
5.b. En déduire que $HE = EF$.

6. Conclure

Quadrilatères et parallélogrammes — Correction

Entraînement

Exercice n° 1

Correction

Trois parallélogrammes

On remarque que les deux parallélogrammes ont un côté commun, nous allons utiliser cette propriété.

Comme $ABCD$ est un parallélogramme, ses côtés opposés sont égaux et parallèles. Ainsi $AD = BC$ et $(AD)//(BC)$.

Comme $BEFC$ est un parallélogramme, ses côtés opposés sont égaux et parallèles. Ainsi $BC = EF$ et $(BC)//(EF)$.

Comme ($AD = BC$ et que $BC = EF$ on en déduit que $AD = EF$.

Comme $(AD)//(BC)$ et que $(BC)//(EF)$, on sait que **si deux droites sont parallèles à une même droite alors elles sont parallèles**, donc $(AD)//(EF)$.

Finalement, dans le quadrilatère non croisé $AEFD$, les côtés opposés $[AD]$ et $[EF]$ sont égaux et parallèles, il s'agit d'un parallélogramme !

Exercice n° 2

Correction

Trois parallélogrammes... bis

On constate que les deux parallélogrammes partagent une même diagonale, nous allons utiliser les propriétés des diagonales.

Comme $ABCD$ est un parallélogramme, les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en leur milieu O.

Comme $AFCE$ est un parallélogramme, les diagonales $[AC]$ et $[FE]$ se coupent en leur milieu O.

Ainsi les segments $[BD]$ et $[FE]$ se coupent en leur milieu O.

Le quadrilatère $EDFB$ a ses diagonales $[BD]$ et $[FE]$ qui se coupent en leur milieu, c'est un parallélogramme.

Exercice n° 3

Correction

Des carrés inscrits et circonscrits

1.a. Comme $[AC]$ et $[BD]$ sont deux diamètres du cercle, ces segments se coupent en leur milieu O.

Le quadrilatère $ABCD$ a ses diagonales $[AC]$ et $[BD]$ qui se coupent en leur milieu, il s'agit d'un parallèlogramme.

1.b. Les deux diagonales $[AC]$ et $[BD]$ sont aussi des diamètres du cercle, elles sont donc de même longueur.

Le parallélogramme $ABCD$ a des diagonales de même longueur, il s'agit d'un rectangle.

1.c. Les triangles rectangles ABO et AOD sont superposables, leurs côtés de l'angle droit sont égaux au rayon du cercle. On en déduit que $AB = AD$.

Le parallélogramme $ABCD$ a deux côtés consécutifs égaux, il s'agit d'un losange.

1.d. $ABCD$ est un rectangle, il s'agit aussi d'un losange. Finalement $ABCD$ est un carré.

2. Comme $(EH) \perp (AC)$ et $(FG) \perp (AC)$, comme on sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles**, donc $(EH)//(FG)$.

Comme $(EF) \perp (BD)$ et $(HG) \perp (BD)$, comme on sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles**, donc $(EF)//(HG)$.

$EHGF$ a ses côtés opposés parallèles deux à deux, il s'agit d'un parallèlogramme.

Comme $(EA)//(BO)$ et que $(EB)//(AO)$, $EAOB$ est un parallélogramme.
De plus, $EAOB$ a au moins un angle droit, il s'agit d'un rectangle.
Enfin, $OB = OA$, il s'agit également d'un losange et donc d'un carré.

Le parallélogramme $EAOB$ a un angle droit en E, il s'agit d'un rectangle.
De plus $BE = OA$ et $EA = BO$ donc $EH = EF$, $EAOB$ est un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs égaux, c'est un losange.

$EAOB$ est un rectangle et un losange, il s'agit d'un carré.

Exercice n° 4

Correction

Vrai ou faux

Les affirmations suivantes sont-elles vraies.
Quand l'une d'entre elle est fausse, faire une figure pour illustrer la réponse.

Affirmation n° 1 : Un carré est un losange.

VRAIE. Un carré a ses côtés tous égaux, il s'agit bien d'un cas particulier de losange.

Affirmation n° 2 : Un losange est un carré.

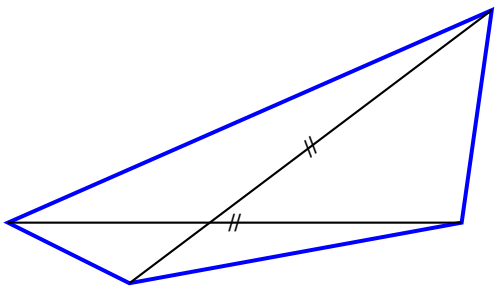
FAUX. Un losange n'a pas forcément un angle droit. Il existe des losanges non rectangle !

Affirmation n° 3 : Un losange est un parallélogramme.

VRAIE. Un losange a ses côtés opposés parallèles deux à deux. Ce sont bien des parallélogrammes.

Affirmation n° 4 : Un quadrilatère dont les diagonales ont la même longueur est un rectangle.

FAUX. Les diagonales d'un quadrilatères peuvent avoir la même longueur sans se couper en leur milieu.



Affirmation n° 5 : Un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires est un carré.

FAUX. Un parallélogramme ayant des diagonales perpendiculaires est un losange et tous les losanges ne sont pas carrés !

Affirmation n° 6 : Un quadrilatère ayant deux axes de symétries est un rectangle.

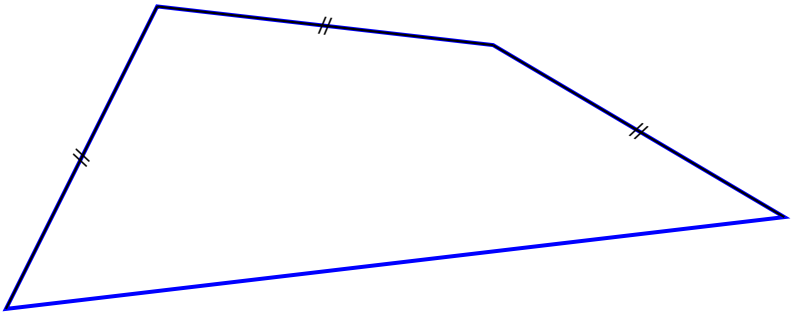
FAUX. Un losange a deux axes de symétries et tous les losanges ne sont pas rectangles.

Affirmation n° 7 : Un parallélogramme ayant un angle droit est un rectangle.

VRAIE. C'est une propriété caractéristique.

Affirmation n° 8 : Un quadrilatère ayant trois côtés égaux est un losange.

FAUX. Un quadrilatère peut avoir trois côtés égaux sans en avoir quatre.



Affirmation n° 9 : Un quadrilatère ayant trois angles droits est un rectangle.

VRAIE. Cela a été démontré en classe. Cela repose sur les propriétés liant les droites parallèles et perpendiculaires.

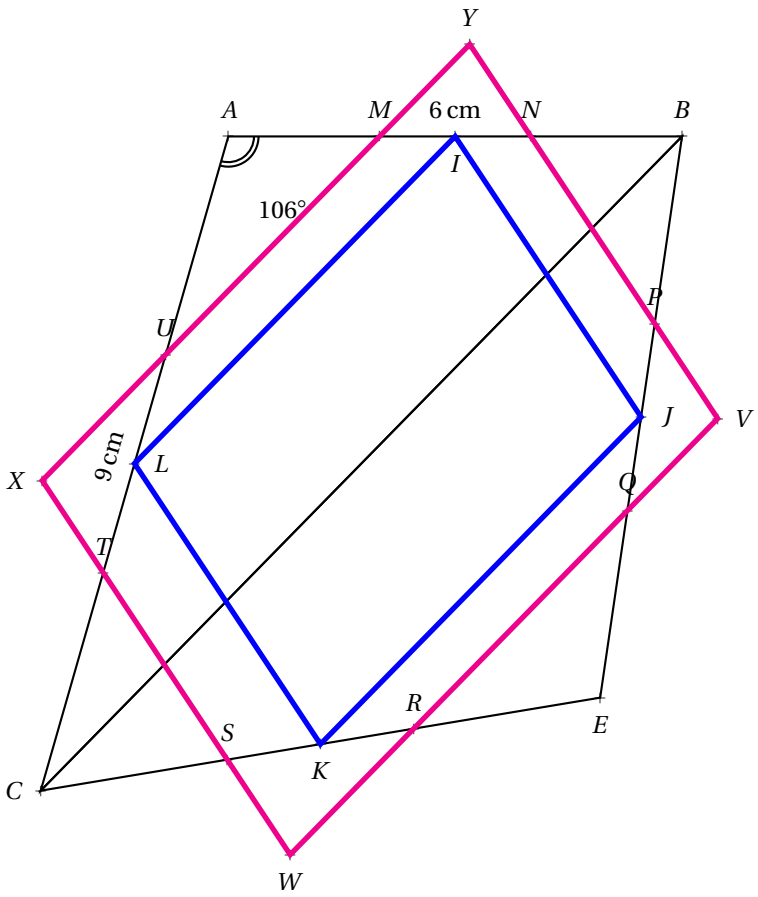
Affirmation n° 10 : Un quadrilatère ayant un axe de symétrie est un trapèze.

FAUX. Cela peut-être un cerf-volant, voir fiche de synthèse.

Exercice n° 5

De Varignon à Wittenbauer

Correction



Chacun de ces quadrilatères est un parallèlogramme.
Ils sont semblables ! C'est à dire, ils ont les mêmes angles. L'un est un agrandissement de l'autre !

Exercice n° 6 : Un carré dans un carré

1. Dans le quadrilatère $AECG$, $AE = CG = 30\,\text{cm}$. De plus comme $ABCD$ est un carré, $(AE)//(CG)$.

Ainsi $AECG$ est un quadrilatère non croisé ayant deux côtés opposés parallèles et égaux, il s'agit d'un parallèlogramme.

2. Dans le quadrilatère $BFDH$, $BF = DH = 30\,\text{cm}$. De plus comme $ABCD$ est un carré, $(BF)//(DH)$.

Ainsi $BFDH$ est un quadrilatère non croisé ayant deux côtés opposés parallèles et égaux, il s'agit d'un parallèlogramme.

3.a.

Comme $AECG$ est un parallélogramme, les diagonales $[AC]$ et $[EG]$ se coupent en leur milieu.
Comme $BFDH$ est un parallélogramme, les diagonales $[BD]$ et $[FH]$ se coupent en leur milieu.

Or $ABCD$ est un carré, donc un parallélogramme, les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ ont donc le même milieu, appelons-le O.
On en déduit que $[EG]$ et $[FH]$ ont aussi le même milieu O.

3.b. Comme le quadrilatère $EFGH$ a ses diagonales, $[EG]$ et $[FH]$, qui se coupent en leur milieu, il s'agit d'un parallèlogramme.

4.a. Les triangles AEH et EBF sont rectangles et ont les côtés de l'angle droit égaux à $30\,\text{cm}$ et $70\,\text{cm}$. Ils sont donc superposables.
Ainsi les angles de ses triangles sont égaux deux à deux.

Informations légales

— **Auteur :** Fabrice ARNAUD
— **Web :** pi.ac3j.fr
— **Mail :** contact@ac3j.fr
— **Dernière modification :** 12 novembre 2026 à 20:43

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.2141
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Resolute Raccoon (Le Raton Laveur résolu) 26.04 avec la distribution TeX Live 2025.20260124 et LuaTex 1.22.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !

Licence CC BY-NC-SA 4.0

Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
Adapter — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
Partage dans les Mêmes Conditions — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr

Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, **Cours.pdf**, a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 12 novembre 2026 à 20:43.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : **https://pi.ac3j.fr/mathematiques-college**