Chapitre XII

Statistiques et probabilités

Sommaire

Activité—Situation initiale Sondages au collège 498



Sondages au collège

Quatrième

Situation initiale

Monsieur Grothendieck, principal du collège Bourbaki de Yoknapatawpha, souhaite avoir des informations sur ses élèves. Il organise plusieurs sondages pour assouvir sa curiosité.

Il rencontre d'abord un groupe de 13 élèves de troisièmes et leur demande de récupérer dans leur téléphone le temps exact en minutes passé sur leur téléphone samedi dernier. Voici les résultats obtenus :

0 min	124 min	48 min	245 min	104 min	190 min	85 min	35 min	215 min	55 min	34 min	176 min	262 min

1. Pour cette **série statistique**, déterminer la valeur minimale, la valeur maximale et la moyenne.

2. Existe-t-il une valeur de cette série dont on puisse dire que la moitié des élèves a eu un temps égal ou supérieur à cette valeur ?

Un quatorzième élève veut participer à cette enquête. Après un nouveau calcul, le principal obtient maintenant un moyenne de 115 min.

3. Combien de temps ce quatorzième élève a-t-il passé sur son téléphone samedi dernier ?

4. Existe-t-il maintenant un valeur de cette série dont on puisse dire que la moitié des élèves a eu un temps égal ou inférieur à cette valeur ?

Souhaitant améliorer ses données, le principal demande ensuite aux professeurs principaux de troisième de poser la même question à tous leurs élèves, voici les résultats regroupés en **intervalles** :

Temps en minutes	[0;30[	[30;60[	[60;90[	[90;120[	[120;150[	[150;180[	[180;210[	[210;240[	[240,270]
Effectif	7	23	28	29	23	13	9	5	3

5. Quel est l'**effectif total** de cette série statistique ?

6. Peut-on savoir quelle est la valeur minimale et la valeur maximale de cette série ?

7. Quelle **fréquence** d'élèves a utilisé son téléphone plus de 2 h ? Exprimer cette fréquence en pourcentage.

8. Trouver une méthode pour calculer la moyenne de cette série statistique. Arrondir ce résultat à la minute près.

9. Combien d'élèves ont passé 1 h 45 min ou plus devant leur téléphone ?

Le collège Bourbaki est à la campagne, les élèves prennent le bus pour venir en classe. Le principal voudrait savoir à quelle distance en kilomètre les sépare du collège. Voici les résultats qu'il a obtenu sur un groupe de 14 élèves.

1 km	9 km	11 km	9 km	9 km	9 km	2 km	1 km	10 km	9 km	1 km	2 km	1 km	10 km

10. Calculer la moyenne de cette série statistique.

11. Quel **fréquence** d'élèves, exprimée en pourcentage, habite à 9 km ou plus du collège ?

12. Quel **fréquence** d'élèves, exprimée en pourcentage, habite à 9 km ou moins du collège ?

13. Peut-on trouver une distance pour laquelle on peut affirmer que la moitié des élèves habitent à cette distance ou plus du collège ?

Un autre groupe de 11 élèves a été interrogé sur le même thème. Voici les résultats :

5 km	6 km	6 km	8 km	7 km	3 km	4 km	4 km	7 km	9 km	7 km

14. Calculer la moyenne de cette série statistique.

15. Déterminer la **médiane** de cette série statistique, c'est à dire une distance dont on peut dire que **au moins la moitié** des élèves vit à une distance **supérieure ou égale** à cette valeur.

16. En observant les deux dernières séries statistiques, la moyenne et la médiane pour chacune d'entre elle, quelle remarque peut-on faire ?



Sondages au collège — Correction

Situation initiale

Alexandre Grothendieck *est un mathématicien français incroyablement brillant. Né en 1928 à Berlin, il meurt en 2014 à Saint-Lizier dans l'Ariège. Il obtient la médaille Fields en 1966, qu'il refuse pour des raisons politiques. Entre 1950 et 1970 il révolutionne les mathématiques mondiales par son travail exceptionnel en géométrie algébrique. En 1970, il abandonne sa carrière de mathématicien, choqué par la guerre du Viet Nam et l'usage des mathématiques à des fins militaires. Il poursuivra sa carrière comme professeur des universités à Montpellier avant de se réfugier dans un petit village de l'Ariège où il vivra en solitaire loin du monde académique. Il meurt en 2014 en laissant de nombreux manuscrits qui sont étudiés en détail par de nombreux chercheurs.*

Nicolas Bourbaki *est un nom de mathématicien fictif. Il a été inventé en 1935 par un groupe de jeunes mathématiciens qui souhaitaient réécrire toutes les mathématiques de manières rigoureuse. Le groupe Bourbaki existe toujours aujourd'hui, il produit des livres de référence. Les membres de ce groupe gardent le secret.*

Le comté de Yoknapatawpha *est un lieu fictif inventé par le romancier américain William Faulkner. C'est une partie de l'état du Mississippi où se déroule beaucoup de ses romans, comme Le bruit et la fureur.*

1. La valeur minimale vaut 0 min et la valeur maximale 262 min.

Calculons la moyenne des 13 valeurs :

$$\text{Moyenne} = \frac{0\,\text{min} + 124\,\text{min} + 48\,\text{min} + 245\,\text{min} + 104\,\text{min} + 190\,\text{min} + 85\,\text{min} + 35\,\text{min} + 215\,\text{min} + 55\,\text{min} + 34\,\text{min} + 176\,\text{min} + 262\,\text{min}}{13}$$

$$\text{Moyenne} = \frac{1586\,\text{min}}{13} = 122\,\text{min}$$

La moyenne de cette série vaut 122 min.

2. Pour étudier cette question, il faut classer ces durées dans l'ordre croissant.

0 min ; 34 min ; 35 min ; 48 min ; 55 min ; 85 min ; **104 min** ; 124 min ; 176 min ; 190 min ; 215 min ; 245 min ; 262 min

Comme 13 = 6 + 1 + 6, la septième valeur est au centre de cette série classée dans l'ordre croissant.

Comme il y a 13 élèves, **on ne peut pas parler de la moitié des élèves**.
En revanche on peut dire que **au moins la moitié** des élèves à utilisé sont téléphone 104 min ou plus.

3. Avec 14 élèves, la moyenne est de 115 min, cela signifie que la somme des quatorze valeurs vaut $14 \times 115\,\text{min} = 1610\,\text{min}$.
Or on a vu en calculant la moyenne des treize premières valeurs, que la somme des treize premières vaut 1586 min.
Ainsi la valeur que l'on vient d'ajouter est $1610\,\text{min} - 1586\,\text{min} = 24\,\text{min}$.

Le quatorzième élève a utilisé son téléphone 24 min.

4. On ajoute la valeur 24 min à la série. Comme 14 = 7 + 7, la valeur cherchée est entre la septième et huitième valeur.
0 min ; 24 min ; 34 min ; 35 min ; 48 min ; 55 min ; **85 min** ; **104 min** ; 124 min ; 176 min ; 190 min ; 215 min ; 245 min ; 262 min

De toutes durées comprises entre 85 min et 104 min, on peut dire que au moins la moitié des élèves a utilisé sont téléphone un temps égal ou inférieur.
Traditionnellement, quand l'effectif est pair, on choisit la moyenne des deux valeurs.

Ici, $\frac{85\,\text{min} + 104\,\text{min}}{2} = \frac{189\,\text{min}}{2} = 94{,}5\,\text{min}$.

Au moins la moitié des élèves a utilisé son téléphone 94,5 min ou moins.

5. Le nombre d'élèves interrogés est 7 + 23 + 28 + 29 + 23 + 13 + 9 + 5 + 3 = 140. Il y 140 élèves en troisième.

6. On ne peut pas avoir une durée précise. On sait simplement que 7 élèves ont utilisé leur téléphone moins de 30 minutes et que 3 élèves l'ont utilisé entre 240 et 270 minutes.

7. 2 h =120 min. Le nombre d'élèves ayant utilisé leur téléphone 2 h ou plus : 23+13+9+5+3=53.

53 élèves sur 140 ont dépassé les 2 h. Soit une fréquence de $\frac{53}{140} \approx 0{,}38$ soit environ 38 %.

8. On n'a pas la liste exhaustive des 140 durées. On a simplement les effectifs par intervalles de longueur 30 min.
L'idée pour calculer la moyenne de cette série est de prendre le centre de chaque intervalle, c'est à dire la moyenne des deux bornes.
Par exemple, le centre de l'intervalle [120;150[est 135 puisque $\frac{120+150}{2} = \frac{270}{2} = 135$.
Ensuite, il faut compter chacun de ces centres autant de fois que d'élèves concernés. On appelle cela une **moyenne pondérée** par les effectifs.
Effectuons de cette manière le calcul de la moyenne :

$$\text{Moyenne} = \frac{7\times 15\,\text{min} + 23\times 45\,\text{min} + 28\times 75\,\text{min} + 29\times 105\,\text{min} + 23\times 135\,\text{min} + 13\times 165\,\text{min} + 9\times 195\,\text{min} + 5\times 225\,\text{min} + 3\times 255\,\text{min}}{7+23+28+29+23+13+9+5+3}$$

$$\text{Moyenne} = \frac{15\,180\,\text{min}}{140} \approx 108\,\text{min}.$$ La moyenne de cette série est 108 min.

9. 1 h 45 min = 105 min. La moitié de 140 vaut 70.
Ajoutons les effectifs dans l'ordre croissant : $7+23=30$, $7+23+28=58$ et $7+23+28+29=87$.
87 élèves ont utilisé leur téléphone moins de 120 minutes et $29+13+9+5+3=59$ élèves ont utilisé leur téléphone 90 minutes ou plus.
Difficile de dire autre chose !

10. $$\text{Moyenne} = \frac{1\,\text{km}+9\,\text{km}+11\,\text{km}+9\,\text{km}+9\,\text{km}+9\,\text{km}+2\,\text{km}+1\,\text{km}+10\,\text{km}+9\,\text{km}+1\,\text{km}+2\,\text{km}+1\,\text{km}+10\,\text{km}}{14}$$

$$\text{Moyenne} = \frac{84\,\text{km}}{14} = 6\,\text{km}.$$ La moyenne de cette série est 6 km.

11. Classons ces données dans l'ordre croissant :
1 km ; 1 km ; 1 km ; 1 km ; 2 km ; 2 km ; 9 km ; 9 km ; 9 km ; 9 km ; 9 km ; 10 km ; 10 km ; 11 km
On voit qu'il y a 8 élèves qui habitent à 9 km ou plus du collège.

La fréquence cherchée est $\frac{8}{14} \approx 0,57$ soit 57 %. 57 % des élèves habitent à 9 km ou plus du collège.

12. On voit qu'il y a 11 élèves qui habitent à 9 km ou moins du collège.

La fréquence cherchée est $\frac{11}{14} \approx 0,79$ soit 79 %. 79 % des élèves habitent à 9 km ou moins du collège.

13. Non, on ne peut pas trouver une telle distance.
En revanche, en changeant la phrase, on peut dire que : **au moins la moitié** des élèves habitent à 9 km **ou plus** du collège.

14. $$\text{Moyenne} = \frac{5\,\text{km}+6\,\text{km}+6\,\text{km}+8\,\text{km}+7\,\text{km}+3\,\text{km}+4\,\text{km}+4\,\text{km}+7\,\text{km}+9\,\text{km}+7\,\text{km}}{11}$$

$$\text{Moyenne} = \frac{66\,\text{km}}{11} = 6\,\text{km}.$$ La moyenne de cette série est 6 km, comme la série précédente !

15. Classons à nouveau ces distances dans l'ordre croissant :
3 km ; 4 km ; 4 km ; 5 km ; 6 km ; **6 km** ; 7 km ; 7 km ; 7 km ; 8 km ; 9 km
Comme $11 = 5+1+5$, on observe la sixième valeur.

Au moins la moitié des élèves vit à 6 km ou plus du collège.

16. Pour la première série, la moyenne vaut 6 km et la médiane 9 km.
Pour la seconde, la médiane et la moyenne sont égales et valent 6 km.

L'écart entre la moyenne et la médiane est un indicateur de dispersion. On constate que les valeurs dans la première série sont plus éloignée des unes des autres. La seconde série est plus regroupée. Quand la dispersion est importante, la moyenne n'a pas beaucoup de sens et ne caractérise par les informations transmises par la série.
Quand on observe les valeurs minimales et maximales des deux séries, 1 km et 11 km pour la première et 3 km et 9 km pour la seconde.
En calculant l'écart, que l'on appelle l'**étendue**, on obtient 10 km pour la première série et 6 km pour la seconde.
L'étendue est aussi un indicateur de la dispersion des valeurs de la série, plus elle est grande, plus les valeurs sont dispersée.

Chapitre XIII

Le reste...

Sommaire

I Enigmes mathématiques 501
Culture : Les sept ponts de Königsberg 502

I — Enigmes mathématiques

Énigme n° 1 : Suite logique

Compléter la suite logique suivante :

U ; D ; T ; Q ; C ; S ; ?

Énigme n° 3 : Suite logique – Épisode 3

Compléter la suite logique suivante :

1 ; 11 ; 21 ; 1211 ; 111221 ; ?

Informations légales

- **Auteur :** Fabrice ARNAUD
- **Web :** pi.ac3j.fr
- **Mail :** contact@ac3j.fr
- **Dernière modification :** 12 novembre 2026 à 20:42

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.2141
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Resolute Raccoon (Le Raton Laveur résolu) 26.04 avec la distribution TeX Live 2025.20260124 et LuaTex 1.22.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !

Licence CC BY-NC-SA 4.0



Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
Adapter — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.

Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.

Partage dans les Mêmes Conditions — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.

Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr

Comment créditer cette œuvre ?

Ce document, , a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 12 novembre 2026 à 20:42.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article :