



Les nombres relatifs – Somme algébrique

LA PREMIÈRE APPARITION connue des nombres négatifs est dans Les Neuf Chapitres sur l'art mathématique (Jiǔzhāng Suànshù), dont les versions qui nous sont parvenues datent du début de la dynastie Han (IIe siècle av. J.-C.), sans qu'on puisse dater les versions originales, sans doute plus anciennes. Les Neuf Chapitres utilise des bâtons de numération rouges pour les nombres positifs et des noirs pour les négatifs. Cela permettait aux Chinois de résoudre un système d'équations linéaires à coefficients négatifs.

En Inde, on formule des règles cohérentes pour les travailler, et on comprend leur signification (en même temps que celui du zéro) dans des situations telle que les emprunts et dettes, ainsi qu'en atteste le Brahmasphutasiddhanta de Brahmagupta (VIIe siècle), mais ces concepts peuvent être antérieurs. Brahmagupta utilise les nombres négatifs dans l'équation du second degré et sa solution; son vocabulaire est celui du commerce (un nombre négatif est une dette, un nombre positif une richesse).[2]

La première allusion écrite à des nombres négatifs apparaît dans des textes indiens comme l'Aryabhatiya du mathématicien indien Âryabhata (476-550) où sont définies les règles d'additions et de soustractions. Les nombres négatifs apparaissent alors comme représentant des dettes et les nombres positifs comme des recettes. Quelques siècles plus tard, dans les écrits du mathématicien perse Abu l-Wafa (940-998), on voit apparaître des produits de nombres négatifs par des nombres positifs. Cependant le nombre reste encore attaché à des quantités physiques et le nombre négatif n'a guère de statut légal. Al Khuwarizmi (783-850) par exemple, dans son ouvrage la Transposition et la réduction préfère traiter 6 types d'équations du second degré au lieu d'envisager des soustractions.

Les concepts indiens se diffusent lentement vers l'ouest; vers l'an 1000, les mathématiciens arabo-musulmans comme Abu l-Wafa utilisent couramment le zéro et les nombres négatifs (pour représenter des dettes, encore), et l'Occident entre en contact avec ces concepts.

Cependant la notion de quantité négative reste longtemps choquante; lorsque des nombres négatifs apparaissent on les considère comme « absurdes » ou faux. Par exemple Diophante (IIIe siècle), à propos de l'équation $4x + 20 = 0$, dont la solution est -5 , dit qu'elle est « absurde ». En Inde, Bhāskara II (XIIe siècle) utilise les nombres négatifs mais rejette les solutions négatives de l'équation quadratique; il les considère comme inadéquates et impossibles à interpréter. On fera de même en Occident au moins jusqu'au XVIIIe siècle. On s'autorise néanmoins à s'en servir, quitte à les appeler « absurdes » comme Nicolas Chuquet (XVe siècle) qui s'en sert comme exposant.

Les mathématiciens occidentaux résistent au concept, sauf dans le contexte commercial (toujours) où on peut les interpréter comme des dettes (Fibonacci, chapitre 13 de Liber Abaci, 1202) ou des pertes (Fibonacci, Flos, 1225).

Les nombres négatifs acquièrent progressivement droit de cité au cours du XIX^e siècle, pour n'être véritablement acceptés qu'au XX^e siècle.

En Europe les nombres relatifs apparaissent tardivement, on attribue en général à Simon Stevin (1548-1620) la fameuse règle des signes pour le produit de deux entiers relatifs. D'Alembert (1717-1783) lui-même dans l'Encyclopédie envisage le nombre relatif comme une idée dangereuse.

« Il faut avouer qu'il n'est pas facile de fixer l'idée des quantités négatives, que quelques habiles gens ont même contribué à l'embrouiller par les notions peu exactes qu'ils en ont données. Dire que la quantité négative est au-dessous du rien, c'est avancer une chose qui ne se peut pas concevoir. Ceux qui prétendent que 1 n'est pas comparable à -18 , que le rapport entre 1 et -1 est différent du rapport entre -1 et 1, sont dans une double erreur ... Il n'y a donc point réellement absolument de quantité négative isolée : -3 pris abstraitement ne présente à l'esprit aucune idée. »

Il faut attendre encore deux siècles et l'avènement du formalisme pour voir apparaître une construction formelle de l'ensemble des entiers relatifs à partir de classes d'équivalence de couples d'entiers naturels

C'est à Richard Dedekind (1831-1916) que l'on doit cette construction. Lui-même utilisait la lettre K pour désigner l'ensemble des entiers relatifs. Plusieurs autres conventions ont eu cours, jusqu'à ce que Nicolas Bourbaki popularise l'usage de la lettre Z, le symbole \mathbb{Z} , initiale de l'allemand Zahlen (nombres). [1]

Plan du cours :

I – Définition et comparaison

1 – Définition — Notion d'opposé

2 – Comparaison — Distance à zéro

II – Somme algébrique des nombres relatifs

1 – Somme des nombres relatifs

2 – La soustraction — Somme algébrique

Programme (BO n° 30 du 26-7-2018) :

- nombres décimaux (positifs et négatifs), notion d'opposé;
- somme, différence, produit et quotient de nombres décimaux.

Compétences :

- utiliser diverses représentations d'un même nombre (repérage sur la droite graduée);
- calculer avec des nombres relatifs;
- effectuer des calculs et des comparaisons pour traiter des problèmes.

♣ SITUATION INITIALE : Moins c'est rouge et plus c'est noir!

Matériel :

- un jeu de 52 cartes (sans les Jokers) pour deux équipes;
- une équipe garde un jeu de 13 cœurs et 13 piques;
- une autre équipe garde un jeu de 13 carreaux et 13 trèfles;
- une bande A3 pour la droite graduée;
- deux bouchons de stylos.

Valeur des cartes :

- les cartes rouges (cœur et carreau) sont les cartes négatives;
- les cartes noires (pique et trèfle) sont les cartes positives;
- chaque carte correspond à sa valeur nominale : 1 pour l'As, 2 pour le 2, ..., 10 pour le 10, 11 pour le valet, 12 pour la dame, 13 pour le roi.

Règle du jeu :

- au début du jeu, chaque joueur tire une carte et la remet dans le jeu;
- chacun positionne son bouchon sur la valeur de la carte;
- celui qui est le plus près de 0 commence (le plus jeune en cas d'égalité);
- chacun son tour, un joueur tire 2 cartes, fait la somme des cartes et déplace son bouchon suivant ce résultat puis il remet les cartes dans le jeu;
- lorsqu'un joueur arrive sur la 0, il marque un point;
- lorsqu'un joueur obtient 0 en faisant la somme des deux cartes, il marque un point;
- lorsqu'un joueur dépasse sort de la droite graduée, il retourne en 0 sans marquer un point;
- le premier joueur qui a 10 points a gagné la partie.

I — Définition et comparaison

1 Définition – Notion d'opposé

🔗 DÉFINITION 1.1 : Opposé d'un nombre entier ou décimal

a un nombre entier ou décimal

L'**opposé** du nombre a est l'unique nombre noté $-a$ ¹ vérifiant :

$$a + (-a) = 0$$

On dit que a est un nombre **positif** on le note $(+a)$.

Son opposé $(-a)$ est un nombre **négatif** on le note $(-a)$.

Les nombres positifs et négatifs sont des **nombres relatifs**.²

REMARQUE :

Comme $a + (-a) = (-a) + a = 0$ on constate aussi que a est l'opposé du nombre $-a$.

EXEMPLE :

-5 est l'opposé de 5 et 5 est l'opposé de -5 car $5 + (-5) = 0$

$0 + 0 = 0$ donc 0 est son propre opposé.

2 Comparaison et distance à zéro

🔗 PROPRIÉTÉ 1.1 : Comparaison des relatifs

a et b des nombres entiers ou décimaux positifs.

1. $(-a) \leq (+b)$
2. Si $(+a) < (+b)$ alors $(-b) < (-a)$

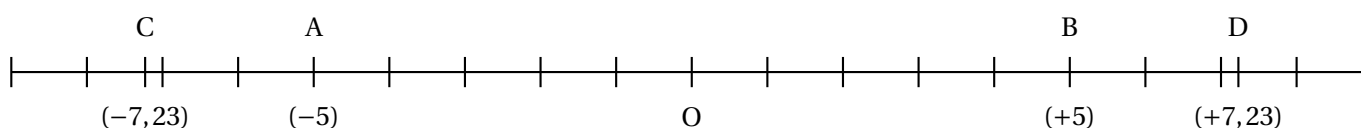
🔗 DÉMONSTRATION :

1. Comme par définitions $(+b) \geq 0$ et $(-a) \leq 0$ alors $(-a) \leq 0 \leq (+b)$
2. Si $(+a) < (+b)$ alors $(+a) + (-b) < (+b) + (-b)$ c'est à dire $(+a) + (-b) < 0$
De plus $(+a) + (-b) + (-a) < 0 + (-a)$ d'où $(-b) < (-a)$ ³

CQFD

REMARQUE :

Sur la droite graduée on peut positionner ces nombres :



Deux points ayant des abscisses opposés sont symétriques par rapport à l'origine de la droite.

EXEMPLE :

$-10\,000 < -0,0001$ mais $10\,000 > 0,0001$

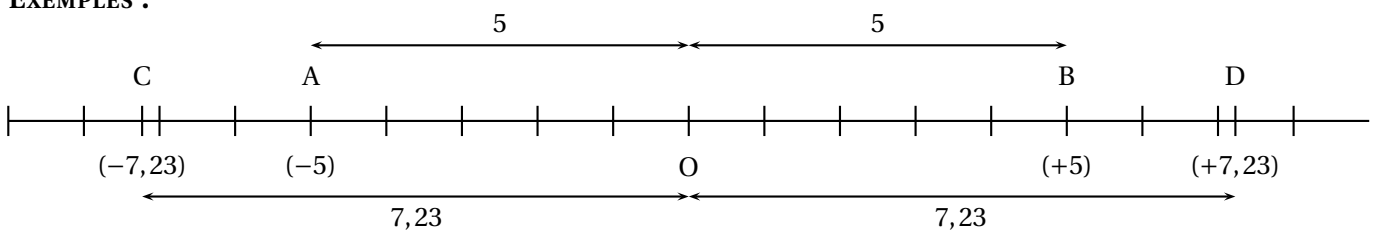
🌀 DÉFINITION 1.2 : Distance à zéro

a un nombre relatif positif ou négatif.

La **distance à zéro** du nombre a est un nombre positif qui correspond à la distance entre l'origine de la droite graduée et le point ayant pour abscisse a .

Deux nombres relatifs opposés ont la même distance à zéro.

EXEMPLES :



La distance à zéro de (-5) et $(+5)$ est 5.

La distance à zéro de $(-7,23)$ et $(+7,23)$ est 7,23.

II — Somme algébrique des nombres relatifs

1 Somme des nombres relatifs

4

🌀 PROPRIÉTÉ 1.2 : Somme des nombres relatifs

a et b deux nombres relatifs.

- Si a et b ont le même signe (positif ou négatif) alors la somme $a + b$ est du même signe et sa distance à zéro est égale à la somme des distances à zéro de a et b .
- Si a et b ont des signes différents alors la somme $a + b$ est du signe de celui des deux qui à la plus grande distance à zéro et la distance à zéro de cette somme est égale à la différence des deux distances à zéro.

🌀 DÉMONSTRATION :

Nous raisonnerons sur des exemples génériques :⁵

— $S = (+5) + (+3)$

$S = 5 + 3 = 8$: il s'agit de l'addition habituelle sur les nombres décimaux positifs;

— $S = (-5) + (-3)$

$S + (+5) + (+3) = S + 8$ et $S + (+5) + (+3) = (-5) + (-3) + (+5) + (+3) = 0$

Ainsi $S + 8 = 0$ ce qui signifie que S est l'opposé de 8;

$S = (-8)$

$$\text{— } S = (-5) + (+3)$$

$$S + (-3) = (-5) + (+3) + (-3) = (-5) \text{ donc } S + (-3) = (-5)$$

S est le nombre qui ajouté à (-3) donne (-5) or on sait que $(-3) + (-2) = (-5)$

$$S = (-2)$$

$$\text{— } S = (+5) + (-3)$$

$$S + (-5) + (+3) = (+5) + (-3) + (-5) + (+3) = 0 \text{ donc } (+5) + (-3) \text{ est l'opposé de } (-5) + (+3).$$

$$A = (+2)$$

CQFD

MÉTHODE 1.1 : Ajouter des nombres relatifs

Pour ajouter des nombres relatifs il est souvent pratique de commencer par ajouter ensemble les nombres de même signe puis d'effectuer à la fin la somme entre les deux nombres de signes différents.

$$A = (-3) + (+6) + (-2) + (+8) + (-4)$$

$$A = \underbrace{(+8) + (+6)}_{(+14)} + \underbrace{(-3) + (-2) + (-4)}_{(-9)}$$

$$A = (+14) + (-9)$$

$$A = (+5)$$

2 La soustraction — Somme algébrique

🌀 PROPRIÉTÉ 1.3 : Soustraction des nombres relatifs

Soustraire un nombre relatif revient à ajouter son opposé.

🌀 DÉMONSTRATION :

Démontrons ce résultat sur un exemple générique :⁶

$$\text{Calculons } D = (-7) - (5)$$

On sait que D vérifie $D + (-5) = (-7)$ par définition de la soustraction, D est en effet la différence entre (-7) et (-5) c'est à dire le nombre qu'il faut ajouter à (-5) pour obtenir (-7).⁷

$D + (-5) = (-7)$ donc en ajoutant (+5) dans chaque membre on obtient :

$$D + (-5) + (+5) = (-7) + (+5)$$

$$D = (-7) + (+5)$$

CQFD

EXEMPLES :

$$(+5) - (+3) = (+5) + (-3) = (+2) = 2 : \text{ la soustraction usuelle est devenue une addition. }^8$$

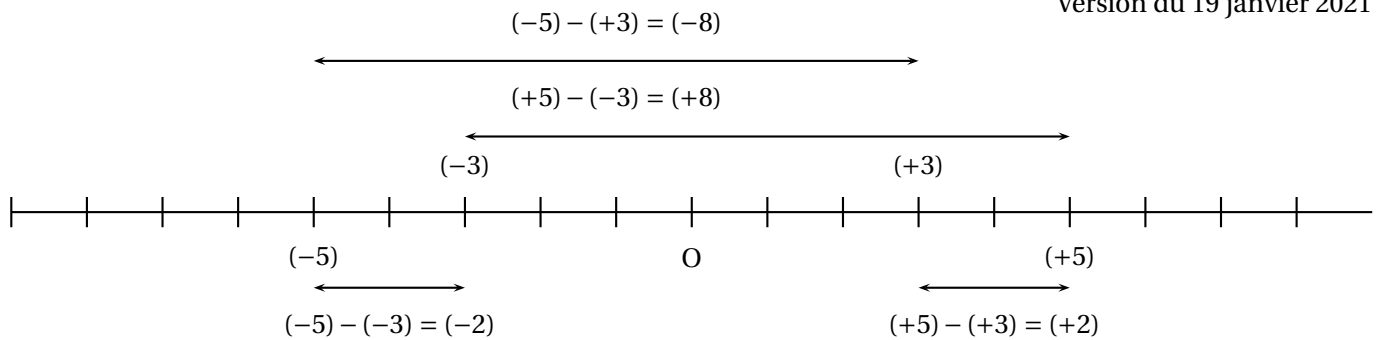
$$(+5) - (-3) = (+5) + (+3) = (+8)$$

$$(-5) - (-3) = (-5) + (+3) = (-2)$$

$$(-5) - (+3) = (-5) + (-3) = (-8)$$

INTERPRÉTATION :

La soustraction des nombres relatifs peut aussi s'interpréter comme une différence ordonnée entre deux nombres relatifs.

**CONVENTION :**

On sait que la somme de relatifs $(+7) + (+6) + (+4)$ revient à la somme habituelle $7 + 6 + 4$

On sait aussi que toutes expressions contenant une soustraction peut s'écrire sous la forme d'une somme :

$$(-3) + (+7) - (-4) - (+6) + (-3) = (-3) + (+7) + (+4) + (-6) + (-3)$$

On convient dorénavant de ne plus écrire les symboles opératoires $+$ dans une somme. On écrit seulement les nombres relatifs précédés des signes $+$ ou $-$, signes qui indiquent les caractères positifs ou négatif du nombre.

Ainsi $(-6) + (+7) + (-3) + (-4) = -6 + 7 - 3 - 4$ ou encore $(+7) + (-3) + (-2) + (+3) = 7 - 3 - 2 + 3$: le signe $+$ en première position est sous-entendu.

MÉTHODE 1.2 : Écrire une expression sous forme de somme algébrique

Dans une expression ne contenant que des additions et des soustractions :

- on transforme toute les soustractions en addition en utilisant la propriété I.3;
- on élimine ensuite les symboles d'addition entre les parenthèses;
- on supprime alors les parenthèses;
- un signe $+$ qui débute l'expression peut être supprimé.

Un moyen commode d'obtenir une expression algébrique consiste à appliquer les règles suivantes :⁹

- on supprime les parenthèses;
- deux signes $+$ ou deux signes $-$ consécutifs deviennent un $+$;
- une signe $-$ suivi d'un $+$ ou un signe $+$ suivi d'un $-$ devient un $-$;
- un signe $+$ qui débute l'expression peut être supprimé.

EXEMPLE :

$$A = (-5) + (+9) - (-4) - (+3) - (-7)$$

$$A = -5 + 9 + 4 - 3 + 7$$

$$A = 20 - 8$$

$$A = 12$$

$$B = (+7) - (-4) - (+9) + (-6)$$

$$B = 7 + 4 - 9 - 6$$

$$B = 11 - 15$$

$$B = -4$$

III — Annexes

1 Vocabulaire

VOCABULAIRE :

✧ **Nombres relatifs** : Ce sont les nombres dont le signe est déterminé par leurs positions par rapport à 0. Ces nombres sont positifs ou négatif.

✧ **Nombres positifs** : C'est un nombre relatif supérieur à 0.

✧ **Nombres négatifs** : C'est un nombre relatif inférieur à 0.

✧ **Somme algébrique** : Expression mathématiques où les symboles + et – indiquent le signe du terme suivant. L'addition, la somme, est sous-entendue et la soustraction devient la somme de l'opposé.

✧ **Zéro** : L'origine de la droite graduée qui permet par symétrie de construire la notion d'opposé et de nombres positifs et négatifs. 0 est positif. 0 est négatif.

2 Questions du jour

QUESTION DU JOUR N° 1 : Somme de nombres relatifs

Calculer les deux expressions suivantes :

$$A = (-3) + (-7) + (+8) + (+9) + (-5)$$

$$B = (-11) + (-8) + (+9) + (+11) + (+8) + (-9) + (-25)$$

QUESTION DU JOUR N° 2 : Somme de nombres relatifs – Épisode 2

Calculer les deux expressions suivantes :

$$A = (-1,5) + (-3,4) + (+2,8) + (+3,1) + (-3,2)$$

$$B = (+7,1) + (-3,7) + (+3,9) + (-3,7) + (-7,1) + (+3,9)$$

QUESTION DU JOUR N° 3 : Différence de nombres relatifs

Écrire ces expressions sous forme de somme puis calculer :

$$A = (-5) + (+9) - (+7) - (-3) + (-4)$$

$$B = (+9) - (-9) - (+8) - (-7) + (-3) + (-8)$$

QUESTION DU JOUR N° 4 : Différence de nombres relatifs — Épisode 2

Écrire ces expressions sous forme de somme puis calculer :

$$U = (-37) + (+81) - (+74) - (-37) + (-43)$$

$$V = (+32) - (-27) - (+18) - (-17) + (-23) + (-81)$$

QUESTION DU JOUR N° 5 : Différence de nombres relatifs — Épisode 3

Écrire ces expressions sous forme de somme puis calculer :

$$P = (-2,1) + (+3,5) - (+7,4) + (-3,7) - (-0,4)$$

$$B = (-1,2) - (-2,7) - (+0,18) - (-0,7) + (-2,3) + (-8,1)$$

QUESTION DU JOUR N° 6 : Écriture algébrique

Écrire l'expression sous forme algébrique puis calculer :

$$K = (-7) - (-4) + (-8) - (+9) - (-8)$$

$$G = (-3) + (-5) - (-8) + (-7) + (+9)$$

QUESTION DU JOUR N° 7 : Écriture algébrique — Épisode 2

Écrire l'expression sous forme algébrique puis calculer :

$$L = (-7,1) - (-3,4) + (-0,8) - (+0,9) - (-3,8)$$

$$J = (-3,2) + (-0,5) - (-3,8) + (-7,3) + (+1,9)$$

QUESTION DU JOUR N° 8 : Expressions complexes et nombres relatifs

Calculer en plusieurs étapes les expressions suivantes :

$$F = (-5 - 7) - (3 - 8) + (7 - 11)$$

$$U = (1 - 4 - 5) + (-1 - 2 + 8) - (-5 + 7 - 8 + 3) - 2$$

QUESTION DU JOUR N° 9 : Expressions complexes et nombres relatifs — Épisode 2

Calculer en plusieurs étapes les expressions suivantes :


$$R = [1 - (1 - 2) - 1] - [(3 - 7) - (6 - 9)]$$

$$U = 1 - [1 - (-1 - 1) - 1] - [(-1 + 1 - 1) - (-1 - 1 - 1) - 1]$$

 **QUESTION DU JOUR N° 10 :** Substitution de nombres relatifs


On pose $Z = a - b + c - d$

1. Calculer Z pour $a = -1$, $b = 3$, $c = -2$ et $d = 5$
2. Calculer Z pour $a = -3$, $b = -4$, $c = 2$ et $d = -7$

 **QUESTION DU JOUR N° 11 :** Substitution de nombres relatifs — Épisode 2

On pose $T = -a - (b + c) + d$

1. Calculer T pour $a = -1$, $b = 3$, $c = -2$ et $d = 5$
2. Calculer T pour $a = -3$, $b = -4$, $c = 2$ et $d = -7$

 **QUESTION DU JOUR N° 12 :** Substitution de nombres relatifs — Épisode 3

On pose $Q = (a - b) - (c - d)$

1. Calculer Q pour $a = -1$, $b = 3$, $c = -2$ et $d = 5$
2. Calculer Q pour $a = -3$, $b = -4$, $c = 2$ et $d = -7$

 **CORRECTION DU JOUR N° 1 : Somme de relatifs**

$$A = (-3) + (-7) + (+8) + (+9) + (-5)$$

$$A = (-15) + (+17)$$

$$A = (+2)$$

$$B = (-11) + (-8) + (+9) + (+11) + (+8) + (-9) + (-25)$$

$$B = (-25)$$

 **CORRECTION DU JOUR N° 2 : Somme de relatifs – Épisode 2**

$$A = (-1,5) + (-3,4) + (+2,8) + (+3,1) + (-3,2)$$

$$A = (-8,1) + (+5,9)$$

$$A = (-2,2)$$

$$B = (+7,1) + (-3,7) + (+3,9) + (-3,7) + (-7,1) + (+3,9)$$

$$B = (-7,4) + (+7,8)$$

$$B = (-0,4)$$

3 Exercices

EXERCICE N° 1.1 : Le cygne et les signes



Pour cet exercice un repère au format portrait est fourni.

1. Dans ce repère placer les points suivants puis relier les segments.

$A(-5; 4) — B(-4; 5) — C(-3; 4) — D(-3; 2) — E(-4; 1) — F(0; 1) — G(-2; -1)$

$H(-1; -2) — I(-3; -2) — J(-5; 0) — K(-5; 2) — L(-4; 3) — M(-4, 4)$

2. On définit maintenant le point $A_1(-5; -4)$ ainsi :

- l'abscisse est la même de l'abscisse du point A;
- l'ordonnée est l'opposé de l'ordonnée du point A.

Faire de même avec les 12 autres points.

Tracer la figure d'une autre couleur. Quelle transformation géométrique est illustrée par cette figure ?

3. On définit le point $A_2(5; -4)$ ainsi :

- l'abscisse est l'opposé de l'abscisse du point A;
- l'ordonnée est l'opposé de l'ordonnée du point A.

Faire de même avec les 12 autres points.

Tracer la figure d'une autre couleur. Quelle transformation géométrique est illustrée par cette figure ?

4. On définit le point $A_3(1; -2)$ ainsi :

- l'abscisse est la somme de l'abscisse de A et de 6;
- l'ordonnée est la somme de l'ordonnée de A et de -6 ;

Faire de même avec les 12 autres points.

Tracer la figure d'un autre couleur. Quelle transformation géométrique est illustrée par cette figure ?

5. On définit le point $A_4(-10; 8)$ ainsi :

- l'abscisse est le double de l'abscisse de A;
- l'ordonnée est le double de l'ordonnée de A;

Faire de même avec les 12 autres points.

Tracer la figure d'un autre couleur. Quelle transformation géométrique est illustrée par cette figure ?

EXERCICE N° 1.2 : Somme de nombres relatifs



Calculer en détaillant les étapes :

$$A = (-4) + (-7) + (+11) + (+12) + (-10)$$

$$B = (-8) + (+13) + (-7) + (-13) + (+7) + (+8)$$

$$C = (-76) + (+34) + (-24) + (+66) + (-28) + (+42)$$

4 Devoirs maison

DEVOIR MAISON : NOMBRES RELATIFS — Le jeu

Dans un jeu le candidat doit répondre à 10 questions. Voici la règle du compte des points :

- réponse juste : $+5 \text{ pt}$;
- réponse fausse : -4 pt ;
- aucune réponse : pas de point perdu ni gagné!

1. Quel est le score maximal à ce jeu? Quel est le score minimal?

2.a Marie a répondu juste à 4 questions, faux à 3 questions et n'a pas répondu aux autres. Quel est son score?

2.b Nicolas a 7 mauvaises réponses et 3 bonnes réponses. Quel est son score?

3. Sarah souhaite avoir un score le plus près possible de 0. Combien de réponses justes, fausses et non réponse doit elle obtenir?

L'animateur du jeu décide maintenant que l'absence de réponse est pénalisé par -2 pt

4. Compléter le tableau suivant :

	Réponses justes	Réponses fausses	Absence de réponse	Total des points
Marie	7	2	1	
Adam	3	5	2	
Kelya	2	4		
Mouna		3	4	

5. Comment obtenir 0 avec cette nouvelle règle de comptage des points.

Toutes traces de recherche sera valorisée!

5 Évaluations

Évaluation de mathématiques – Les relatifs

Tout le travail doit être effectué sur votre copie.

Exercice 1 : Calculer les sommes de relatifs suivantes en détaillant les étapes.

$$A = (-3) + (+5) + (-7) + (-11)$$

$$B = (-5) + (-7) + (+15) + (-4) + (+9)$$

$$C = (-3, 1) + (+7, 5) + (-5, 2) + (-7, 5) + (+3, 1)$$

$$D = (-113) + (+132) + (-13) + (+18) + (-24)$$

Exercice 2 : Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$$E = (-4) - (-6) + (-6) - (+7)$$

$$F = (-5) + (-4) - (-10) - (+11)$$

$$G = (-3) + (-4) + (+9) - (-6) - (+7)$$

Exercice 3 : Calculer ces expressions algébriques en détaillant les étapes.

$$H = -7 + 3 - 8 + 10 - 3$$

$$I = -3 - 7 - 10 + 3 + 2 - 7$$

$$K = (-3 + 5 - 3) - (-8 + 11 - 3 + 4)$$

$$L = [1 - (-1 - 1) - 1] - [2 + (-2 - 3) + 2]$$

Exercice 4 : On se donne les expressions suivantes :

$$Z = (a - b + c) - (a + b - c) \text{ et } W = (c - a - b) + (c + a - b)$$

1. Calculer Z et W pour $a = 1$, $b = -3$ et $c = -5$
2. Calculer Z et W pour $a = -2$, $b = 5$ et $c = -3$
3. Calculer Z et W pour trois nombre a , b et c de votre choix.
4. Quelle conjecture pouvez-vous faire?

Évaluation de mathématiques – Les relatifs

Tout le travail doit être effectué sur votre copie.

Exercice 1 : Calculer les sommes de relatifs suivantes en détaillant les étapes.

$$A = (-4) + (+5) + (-9) + (-11)$$

$$B = (-5) + (-10) + (+13) + (-4) + (+9)$$

$$C = (-3, 8) + (+7, 9) + (-5, 2) + (-7, 9) + (+3, 8)$$

$$D = (-117) + (+132) + (-13) + (+18) + (-20)$$

Exercice 2 : Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$$E = (-4) - (-6) + (-7) - (+7)$$

$$F = (-5) + (-4) - (-13) - (+11)$$

$$G = (-3) + (-4) + (+10) - (-6) - (+7)$$

Exercice 3 : Calculer ces expressions algébriques en détaillant les étapes.

$$H = -8 + 3 - 8 + 10 - 3$$

$$I = -5 - 7 - 10 + 3 + 2 - 7$$

$$K = (-2 + 5 - 3) - (-8 + 11 - 3 + 4)$$

$$L = [1 - (-1 - 1) - 1] - [2 + (-2 - 4) + 2]$$

Exercice 4 : On se donne les expressions suivantes :

$$Z = (a - b + c) - (a + b - c) \text{ et } W = (c - a - b) + (c + a - b)$$

1. Calculer Z et W pour $a = 2$, $b = -4$ et $c = -5$
2. Calculer Z et W pour $a = -3$, $b = 5$ et $c = -3$
3. Calculer Z et W pour trois nombre a , b et c de votre choix.
4. Quelle conjecture pouvez-vous faire?

Évaluation de mathématiques – Les relatifs – Correction

Exercice 1 : Calculer les sommes de relatifs suivantes en détaillant les étapes.

$$A = (-3) + (+5) + (-7) + (-11)$$

$$A = (-21) + (+5)$$

$$\boxed{A = (-16)}$$

$$B = (-5) + (-7) + (+15) + (-4) + (+9)$$

$$B = (-16) + (+24)$$

$$\boxed{B = (+8)}$$

$$C = (-3, 1) + (+7, 5) + (-5, 2) + (-7, 5) + (+3, 1)$$

$$\boxed{C = (-5, 2)}$$

$$D = (-113) + (+132) + (-13) + (+18) + (-24)$$

$$D = (-150) + (+150)$$

$$\boxed{D = 0}$$

Exercice 2 : Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$$E = (-4) - (-6) + (-6) - (+7)$$

$$E = (-4) + (+6) + (-6) + (-7)$$

$$\boxed{E = (-11)}$$

$$F = (-5) + (-4) - (-10) - (+11)$$

$$F = (-5) + (-4) + (+10) + (-11)$$

$$F = (-20) + (+10)$$

$$\boxed{F = (-10)}$$

$$G = (-3) + (-4) + (+9) - (-6) - (+7)$$

$$G = (-3) + (-4) + (+9) + (+6) + (-7)$$

$$G = (-14) + (+15)$$

$$\boxed{G = (+1)}$$

Exercice 3 : Calculer ces expressions algébriques en détaillant les étapes.

$$H = -7 + 3 - 8 + 10 - 3$$

$$H = -18 + 13$$

$$\boxed{H = -5}$$

$$I = -3 - 7 - 10 + 3 + 2 - 7$$

$$I = -27 + 6$$

$$\boxed{I = -21}$$

$$K = (-3 + 5 - 3) - (-8 + 11 - 3 + 4)$$

$$K = (-6 + 5) - (-11 + 15)$$

$$K = -1 - 4$$

$$\boxed{K = -5}$$

$$L = [1 - (-1 - 1) - 1] - [2 + (-2 - 3) + 2]$$

$$L = [1 - (-2) - 1] - [2 + (-5) + 2]$$

$$L = [1 + 2 - 1] - [2 - 5 + 2]$$

$$L = 2 - (-1)$$

$$L = 2 + 1$$

$$\boxed{L = 3}$$

$$W = (-5 - 1 - (-3)) + (-5 + 1 - (-3))$$

$$W = (-5 - 1 + 3) + (-5 + 1 + 3)$$

$$W = -3 + (-1)$$

$$\boxed{W = -4}$$

$$W = (-3 - (-2) - 5) + (-3 + (-2) - 5)$$

$$W = (-3 + 2 - 5) + (-3 - 2 - 5)$$

$$W = -6 - 10 \text{ donc } \boxed{W = -16}$$

$$W = (-1 - 1 - 0) + (-1 + 1 - 0)$$

$$\boxed{W = -2}$$

Exercice 4 : On se donne les expressions suivantes :

1. Calculer Z et W pour $a = 1$, $b = -3$ et $c = -5$

$$Z = (1 - (-3) + (-5)) - (1 + (-3) - (-5))$$

$$Z = (1 + 3 - 5) - (1 - 3 + 5)$$

$$Z = -1 - 3$$

$$\boxed{Z = -4}$$

$$W = (-5 - 2 - (-4)) + (-5 + 2 - (-4))$$

$$W = (-5 - 2 + 4) + (-5 + 2 + 4)$$

$$W = -3 + 1$$

$$\boxed{W = -2}$$

2. Calculer Z et W pour $a = -2$, $b = 5$ et $c = -3$

$$Z = (-2 - 5 + (-3)) - (-2 + 5 - (-3))$$

$$Z = -10 - (3 + 3)$$

$$Z = -10 - 6 \text{ donc } \boxed{Z = -16}$$

$$W = (-3 - (-3) - 5) + (-3 + (-3) - 5)$$

$$W = (-3 + 3 - 5) + (-3 - 3 - 5)$$

$$W = -5 + (-11)$$

$$W = -5 - 11$$

$$\boxed{W = -16}$$

3. Calculer Z et W pour $a = 1$, $b = 0$ et $c = -1$ on a :

$$Z = (1 - 0 + (-1)) - (1 + 0 - (-1))$$

$$Z = 0 - 2 \text{ donc } \boxed{Z = -2}$$

$$W = (-1 - 1 - 0) + (-1 + 1 - 0)$$

$$\boxed{W = -2}$$

4. Quelle conjecture pouvez-vous faire?

Les expressions Z et W semblent toujours donner le même résultat.

Évaluation de mathématiques – Les relatifs – Correction

Exercice 1 : Calculer les sommes de relatifs suivantes en détaillant les étapes.

$$A = (-4) + (+5) + (-9) + (-11)$$

$$A = (-24) + (+5)$$

$$\boxed{A = (-19)}$$

$$B = (-5) + (-10) + (+13) + (-4) + (+9)$$

$$B = (-19) + (+22)$$

$$\boxed{B = (+3)}$$

$$C = (-3, 8) + (+7, 9) + (-5, 2) + (-7, 9) + (+3, 8)$$

$$\boxed{C = (-5, 2)}$$

$$D = (-117) + (+132) + (-13) + (+18) + (-20)$$

$$D = (-150) + (+150)$$

$$\boxed{D = 0}$$

Exercice 2 : Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$$E = (-4) - (-6) + (-7) - (+7)$$

$$E = (-4) + (+6) + (-7) + (-7)$$

$$E = (-18) + (+6)$$

$$\boxed{E = (-12)}$$

$$F = (-5) + (-4) - (-13) - (+11)$$

$$F = (-5) + (-4) + (+13) + (-11)$$

$$F = (-20) + (+13)$$

$$\boxed{F = (-7)}$$

$$G = (-3) + (-4) + (+10) - (-6) - (+7)$$

$$G = (-3) + (-4) + (+10) + (+6) + (-7)$$

$$G = (-14) + (+16)$$

$$\boxed{G = (+2)}$$

Exercice 3 : Calculer ces expressions algébriques en détaillant les étapes.

$$H = -8 + 3 - 8 + 10 - 3$$

$$H = -19 + 13$$

$$\boxed{H = -6}$$

$$I = -5 - 7 - 10 + 3 + 2 - 7$$

$$I = -29 + 5$$

$$\boxed{I = -24}$$

$$K = (-2 + 5 - 3) - (-8 + 11 - 3 + 4)$$

$$K = (-5 + 5) - (-11 + 15)$$

$$K = 0 - 4$$

$$\boxed{K = -4}$$

$$L = [1 - (-1 - 1) - 1] - [2 + (-2 - 4) + 2]$$

$$L = [1 - (-2) - 1] - [2 + (-6) + 2]$$

$$L = [1 + 2 - 1] - [2 - 6 + 2]$$

$$L = 2 - (-2)$$

$$L = 2 + 2$$

$$\boxed{L = 4}$$

Exercice 4 : On se donne les expressions suivantes :

1. Calculer Z et W pour $a = 2$, $b = -4$ et $c = -5$

$$Z = (2 - (-4) + (-5)) - (2 + (-4) - (-5))$$

$$Z = (2 + 4 - 5) - (2 - 4 + 5)$$

$$Z = 1 - 3$$

$$\boxed{Z = -2}$$

$$W = (-5 - 2 - (-4)) + (-5 + 2 - (-4))$$

$$W = (-5 - 2 + 4) + (-5 + 2 + 4)$$

$$W = -3 + 1$$

$$\boxed{W = -2}$$

2. Calculer Z et W pour $a = -3$, $b = 5$ et $c = -3$

$$Z = (-3 - 5 + (-3)) - (-3 + 5 - (-3))$$

$$Z = (-3 - 5 - 3) - (-3 + 5 + 3)$$

$$Z = -11 - 5$$

$$\boxed{Z = -16}$$

$$W = (-3 - (-3) - 5) + (-3 + (-3) - 5)$$

$$W = (-3 + 3 - 5) + (-3 - 3 - 5)$$

$$W = -5 + (-11)$$

$$W = -5 - 11$$

$$\boxed{W = -16}$$

3. Calculer Z et W pour $a = 1$, $b = 0$ et $c = -1$

$$Z = (1 - 0 + (-1)) - (1 + 0 - (-1))$$

$$Z = 0 - 2$$

$$\boxed{Z = -2}$$

$$W = (-1 - 1 - 0) + (-1 + 1 - 0)$$

$$W = -2 + 0$$

$$\boxed{W = -2}$$

4. Quelle conjecture pouvez-vous faire?

Les expressions Z et W semblent toujours donner le même résultat.

Évaluation

Exercice 1 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant, quand c'est nécessaire, votre démarche :

$$A = (-7) + (-9)$$

$$B = (-11) + (+6)$$

$$C = (+8) + (+10)$$

$$D = (+6) + (-13)$$

$$E = (+7) + (-8) + (+9) + (-5)$$

$$F = (-7) + (-8) + (+9) + (-2) + (+5) + (-1)$$

$$G = (-56) + (+78) + (-105) + (+56) + (-78)$$

Exercice 2 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant votre démarche :

$$H = (-6) - (-7) - (+8)$$

$$I = (+7) - (+9) + (-10) - (-7)$$

$$J = (-10) - (-11) - (+9) + (-8)$$

$$K = (-13) - (+13) - (-13) + (-13)$$

Exercice 3

On pose $X = (-7)$, $Y = (+11)$ et $Z = (-5)$

Calculer en recopiant l'expression puis en détaillant vos calculs :

1. $Z - X + Y$

2. $X + Y - Z$

Évaluation

Exercice 1 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant, quand c'est nécessaire, votre démarche :

$$A = (-5) + (-11)$$

$$B = (-12) + (+6)$$

$$C = (+8) + (+11)$$

$$D = (+7) + (-13)$$

$$E = (+8) + (-9) + (+10) + (-5)$$

$$F = (-5) + (-8) + (+9) + (-2) + (+7) + (-1)$$

$$G = (-65) + (+87) + (-106) + (+65) + (-87)$$

Exercice 2 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant votre démarche :

$$H = (-7) - (-6) - (+8)$$

$$I = (+7) - (+10) + (-9) - (-7)$$

$$J = (-11) - (-10) - (+9) + (-8)$$

$$K = (-15) - (+15) - (-15) + (-15)$$

Exercice 3

On pose $X = (-7)$, $Y = (+11)$ et $Z = (-5)$

Calculer en recopiant l'expression puis en détaillant vos calculs :

1. $Z + X - Y$

2. $Y - X - Z$

Évaluation — Correction

Exercice 1 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant votre démarche :

$$A = (-7) + (-9)$$

$$\boxed{A = (-16)}$$

$$B = (-11) + (+6)$$

$$\boxed{B = (-5)}$$

$$C = (+8) + (+10)$$

$$\boxed{C = (+18)}$$

$$D = (+6) + (-13)$$

$$\boxed{D = (-7)}$$

$$E = (+7) + (-8) + (+9) + (-5)$$

$$E = (+16) + (-13)$$

$$\boxed{E = (+3)}$$

$$F = (-7) + (-8) + (+9) + (-2) + (+5) + (-1)$$

$$F = (-18) + (+14)$$

$$\boxed{F = (-4)}$$

$$G = (-56) + (+78) + (-105) + (+56) + (-78)$$

$$\boxed{G = (-105)}$$

Exercice 2 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant votre démarche :

$$H = (-6) - (-7) - (+8)$$

$$H = (-6) + (+7) + (-8)$$

$$H = (-14) + (+7)$$

$$\boxed{H = (-7)}$$

$$I = (+7) - (+9) + (-10) - (-7)$$

$$I = (+7) + (-9) + (-10) + (+7)$$

$$I = (-19) + (+14)$$

$$\boxed{I = (-5)}$$

$$J = (-10) - (-11) - (+9) + (-8)$$

$$J = (-10) + (+11) + (-9) + (-8)$$

$$J = (-27) + (+11)$$

$$\boxed{J = (-16)}$$

$$K = (-13) - (+13) - (-13) + (-13)$$

$$K = (-13) + (-13) + (+13) + (-13)$$

$$\boxed{K = (-26)}$$

Exercice 3

On pose $X = (-7)$, $Y = (+11)$ et $Z = (-5)$

Calculer en recopiant l'expression puis en détaillant vos calculs :

1. $Z - X + Y$

$$(-5) - (-7) + (+11)$$

$$(-5) + (+7) + (+11)$$

$$(-5) + (+18)$$

$$\boxed{(-13)}$$

2. $X + Y - Z$

$$(-7) + (+11) - (-5)$$

$$(-7) + (+11) + (+5)$$

$$(-7) + (+16)$$

$$\boxed{(+9)}$$

Évaluation — Correction

Exercice 1 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant votre démarche :

$$A = (-5) + (-11)$$

$$\boxed{A = (-16)}$$

$$B = (-12) + (+6)$$

$$\boxed{B = (-6)}$$

$$C = (+8) + (+11)$$

$$\boxed{C = (+19)}$$

$$D = (+7) + (-13)$$

$$\boxed{D = (-6)}$$

$$E = (+8) + (-9) + (+10) + (-5)$$

$$E = (-14) + (+18)$$

$$\boxed{E = (+4)}$$

$$F = (-5) + (-8) + (+9) + (-2) + (+7) + (-1)$$

$$F = (-16) + (+16)$$

$$\boxed{F = 0}$$

$$G = (-65) + (+87) + (-106) + (+65) + (-87)$$

$$\boxed{G = (-106)}$$

Exercice 2 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant votre démarche :

$$H = (-7) - (-6) - (+8)$$

$$H = (-7) + (+6) + (-8)$$

$$H = (-15) + (+6)$$

$$\boxed{H = (-9)}$$

$$I = (+7) - (+10) + (-9) - (-7)$$

$$I = (+7) + (-10) + (-9) + (+7)$$

$$I = (-19) + (+14)$$

$$\boxed{I = (-5)}$$

$$J = (-11) - (-10) - (+9) + (-8)$$

$$J = (-11) + (+10) + (-9) + (-8)$$

$$J = (-28) + (+10)$$

$$\boxed{J = (-18)}$$

$$K = (-15) - (+15) - (-15) + (-15)$$

$$K = (-15) + (-15) + (+15) + (-15)$$

$$\boxed{K = (-30)}$$

Exercice 3

On pose $X = (-7)$, $Y = (+11)$ et $Z = (-5)$

Calculer en recopiant l'expression puis en détaillant vos calculs :

1. $Z + X - Y$

$$(-5) + (-7) - (+11)$$

$$(-5) + (-7) + (-11)$$

$$\boxed{(-23)}$$

2. $Y - X - Z$

$$(+11) - (-7) - (-5)$$

$$(+11) + (+7) + (+5)$$

$$\boxed{(+23)}$$

Évaluation

Exercice 1 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant, quand c'est nécessaire, votre démarche :

$$A = -3 + 6 - 7 + 5$$

$$B = -11 - 10 + 21 + 8$$

$$C = -123 + 238 - 456 + 123 - 238 + 456 - 17$$

$$D = -7 + 11 - 13 + 10 - 1 + 8 - 9 - 3$$

Exercice 2 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant votre démarche :

$$E = -3 - (-3 + 7 - 1 + 4)$$

$$F = 5 - (3 - 2 - 4 + 3) - (1 - 3 - 4 + 5)$$

$$G = (-3 + 6 - 11 + 4) - (-6 - 8 + 10 - 11)$$

$$H = 1 - [1 - (1 - 3 + 2) - 2] - 3$$

Exercice 3

On pose $a = -7$, $b = 11$, $c = -5$ et $d = -3$

Calculer en recopiant l'expression puis en détaillant vos calculs :

1. $(a - b) - (c - d) + (d - a)$

2. $(d - a - b + c) - (a - b + d - c)$

Évaluation

Exercice 1 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant, quand c'est nécessaire, votre démarche :

$$A = -6 + 5 - 7 + 5$$

$$B = -13 - 10 + 22 + 8$$

$$C = -132 + 238 - 456 + 132 - 238 + 456 - 19$$

$$D = -8 + 13 - 11 + 12 - 1 + 8 - 9 - 3$$

Exercice 2 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant votre démarche :

$$E = -4 - (-4 + 7 - 1 + 3)$$

$$F = 6 - (5 - 2 - 4 + 3) - (1 - 3 - 6 + 5)$$

$$G = (-4 + 6 - 12 + 4) - (-6 - 8 + 10 - 12)$$

$$H = 1 - [2 - (2 - 3 + 1) - 2] - 3$$

Exercice 3

On pose $a = -6$, $b = 12$, $c = -5$ et $d = -3$

Calculer en recopiant l'expression puis en détaillant vos calculs :

1. $(a - d) - (c - b) + (d - a)$

2. $(b - a - d + c) - (a - b + d - c)$

Évaluation — Correction

Exercice 1 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant, quand c'est nécessaire, votre démarche :

$$A = -3 + 6 - 7 + 5$$

$$A = -10 + 11$$

$$\boxed{A = 1}$$

$$B = -11 - 10 + 21 + 8$$

$$B = -20 + 29$$

$$\boxed{B = 9}$$

$$C = -123 + 238 - 456 + 123 - 238 + 456 - 17$$

$$C = (-123 + 123) + (238 - 238) + (-456 + 456) - 17$$

$$\boxed{C = -17}$$

$$D = -7 + 11 - 13 + 10 - 1 + 8 - 9 - 3$$

$$D = -33 + 29$$

$$\boxed{D = -4}$$

Exercice 2 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant votre démarche :

$$E = -3 - (-3 + 7 - 1 + 4)$$

$$E = -3 - (-4 + 11)$$

$$E = -3 - 7$$

$$\boxed{E = -10}$$

$$F = 5 - (3 - 2 - 4 + 3) - (1 - 3 - 4 + 5)$$

$$F = 5 - (6 - 6) - (6 - 7)$$

$$F = 5 - 0 - (-1)$$

$$F = 5 + 1$$

$$\boxed{F = 6}$$

$$G = (-3 + 6 - 11 + 4) - (-6 - 8 + 10 - 11)$$

$$G = (-14 + 10) - (-25 + 10)$$

$$G = -4 - (-15)$$

$$G = -4 + 15$$

$$\boxed{G = 11}$$

$$H = 1 - [1 - (1 - 3 + 2) - 2] - 3$$

$$H = 1 - [1 - (3 - 3) - 2] - 3$$

$$H = 1 - [1 - 0 - 2] - 3$$

$$H = 1 - (-1) - 3$$

$$H = 1 + 1 - 3$$

$$\boxed{H = -1}$$

Exercice 3 On pose $a = -7$, $b = 11$, $c = -5$ et $d = -3$. Calculer en recopiant l'expression puis en détaillant vos calculs :

$$1. (a - b) - (c - d) + (d - a) = (-7 - 11) - (-5 + 3) + (-3 + 7) =$$

$$-18 - (-2) + 4$$

$$-18 + 2 + 4 = \boxed{-12}$$

$$2. (d - a - b + c) - (a - b + d - c) = (-3 + 7 - 11 - 5) - (-7 - 11 -$$

$$3 + 5) = (-19 + 7) - (-21 + 5)$$

$$-12 - (-16) = -12 + 16 = \boxed{4}$$

Évaluation — Correction

Exercice 1 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant, quand c'est nécessaire, votre démarche :

$$A = -6 + 5 - 7 + 5$$

$$A = -13 + 10$$

$$\boxed{A = -3}$$

$$B = -13 - 10 + 22 + 8$$

$$B = -23 + 30$$

$$\boxed{B = 7}$$

$$C = -132 + 238 - 456 + 132 - 238 + 456 - 19$$

$$C = (-132 + 132) + (238 - 238) + (-456 + 456) - 19$$

$$\boxed{C = -19}$$

$$D = -8 + 13 - 11 + 12 - 1 + 8 - 9 - 3$$

$$D = -32 + 33$$

$$\boxed{D = 1}$$

Exercice 2 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant votre démarche :

$$E = -4 - (-4 + 7 - 1 + 3)$$

$$E = -4 - (-5 + 10)$$

$$E = -4 - 5$$

$$\boxed{E = -9}$$

$$F = 6 - (5 - 2 - 4 + 3) - (1 - 3 - 6 + 5)$$

$$F = 6 - (8 - 6) - (6 - 9)$$

$$F = 6 - 2 - (-3)$$

$$F = 4 + 3$$

$$\boxed{F = 7}$$

$$G = (-4 + 6 - 12 + 4) - (-6 - 8 + 10 - 12)$$

$$G = (-16 + 10) - (-26 + 10)$$

$$G = -6 - (-16)$$

$$G = -6 + 16$$

$$\boxed{G = 10}$$

$$H = 1 - [2 - (2 - 3 + 1) - 2] - 3$$

$$H = 1 - [2 - (0) - 2] - 3$$

$$H = 1 - [0] - 3$$

$$H = 1 - 3$$

$$\boxed{H = -2}$$

Exercice 3 On pose $a = -6$, $b = 12$, $c = -5$ et $d = -3$. Calculer en recopiant l'expression puis en détaillant vos calculs :

$$1. (a - d) - (c - b) + (d - a) = (-6 + 3) - (-5 - 12) + (-3 + 6)$$

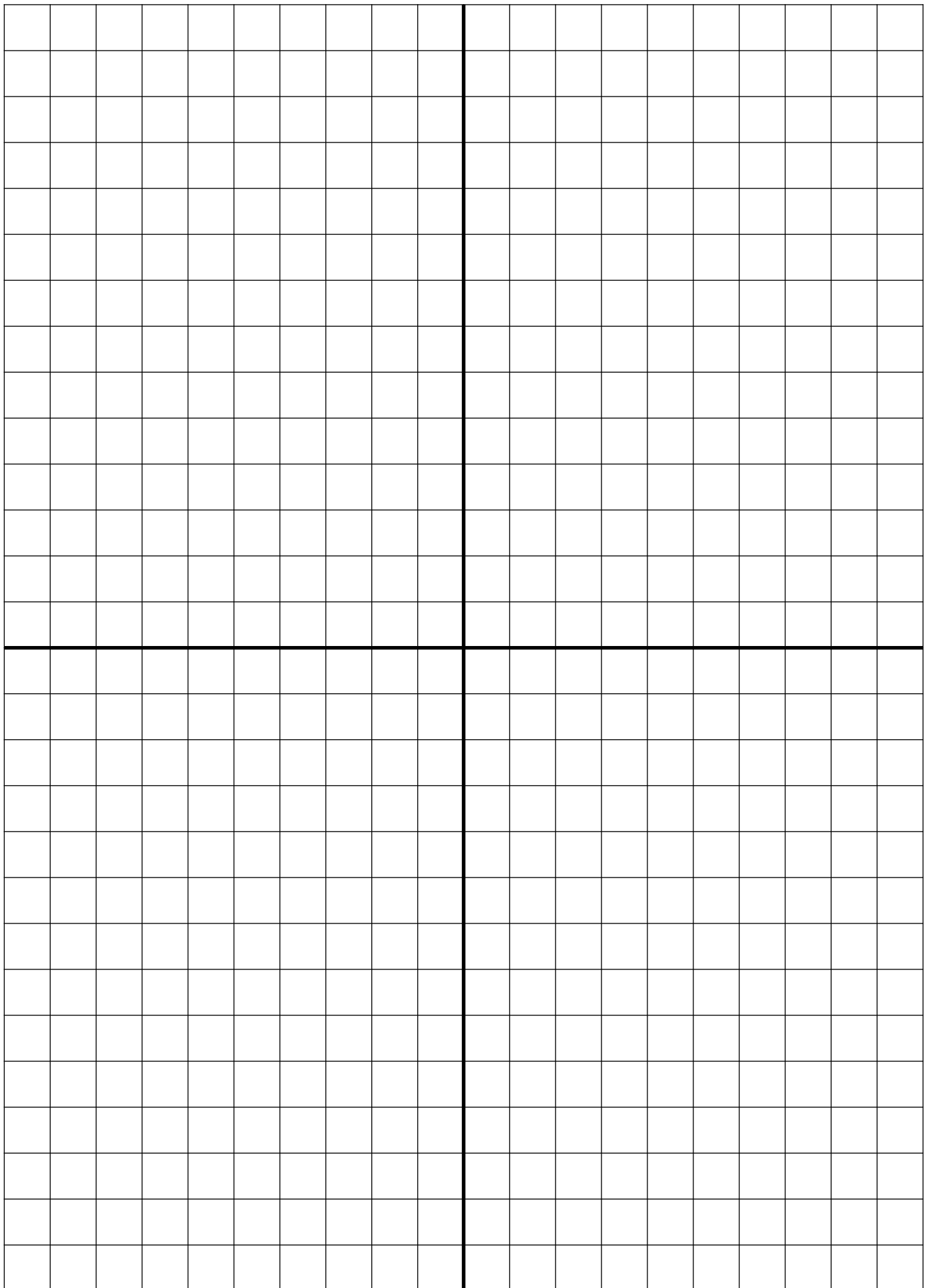
$$-3 - (-17) + 3 = -3 + 17 + 3 = \boxed{17}$$

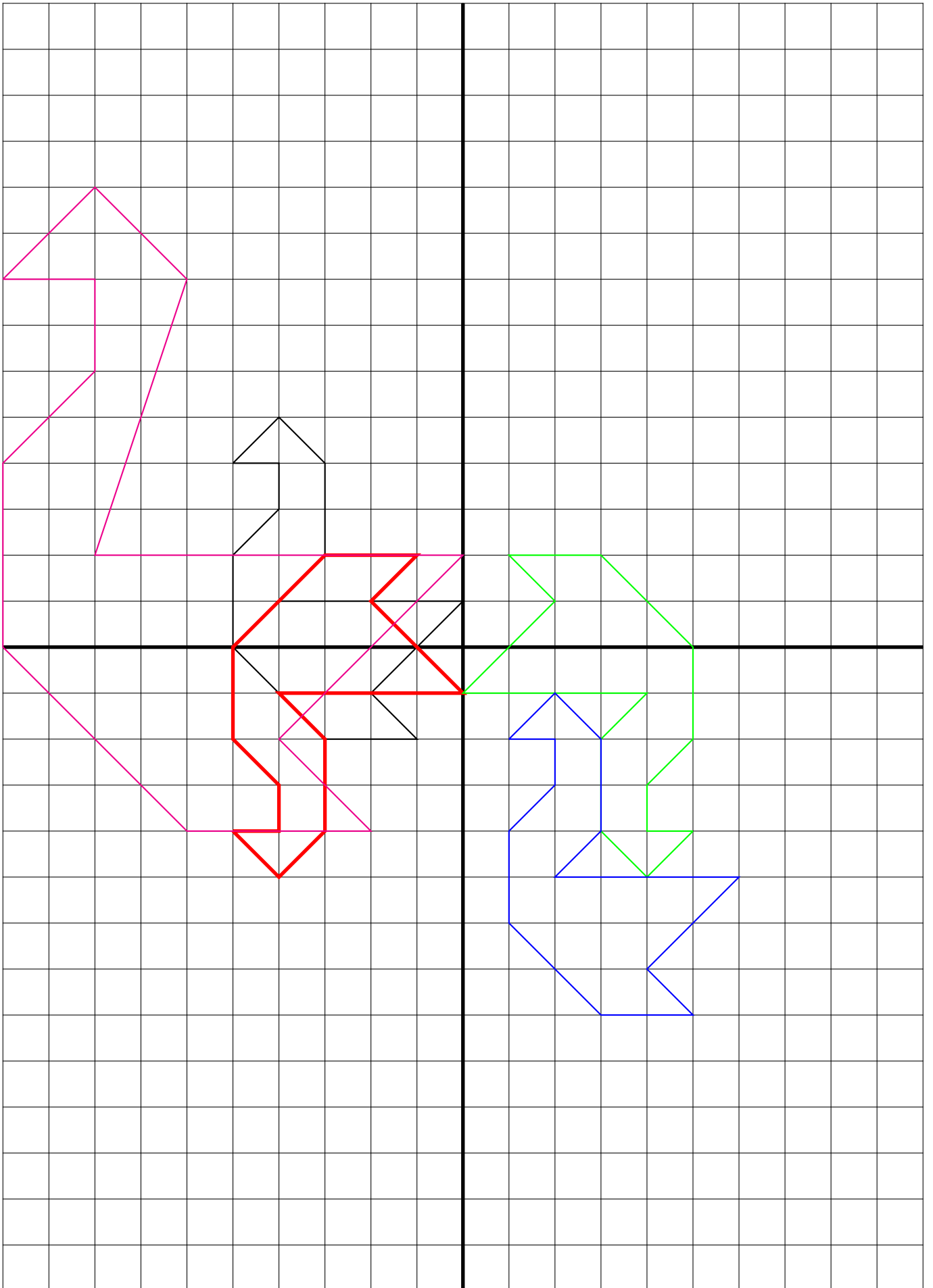
$$2. (b - a - d + c) - (a - b + d - c) = (-12 + 6 + 3 - 5) - (-6 - 12 -$$

$$3 + 5) = (-17 + 9) - (-21 + 5)$$

$$-8 - (-16) = -8 + 16 = \boxed{8}$$

6 Documents pratiques





Tâche complexe : la pharmacie

Document 1 : mes médicaments disponibles dans la pharmacie



Docteur Sofia MITRARNAUD
Rue de la conjecture qui brille
31 415 TOULOUSE

Le 1 septembre 2018

Monsieur Pia PINTO DA MARIA
78 ans

Sectral 200mg
3cp/j pendant 1 mois

Doliprane
2cp 3fois/j pendant 1 mois
Non substituable

Augmentin
3 cp/j pendant 20j

Document 3 : Wikipédia

Médicaments génériques

Un médicament générique — ou générique — est un médicament identique ou équivalent à celui d'une marque (appelé médicament princeps), mais produit et vendu sous sa dénomination commune internationale (DCI, nom chimique de la substance) ou sous un nouveau nom commercial.

La substance active (ou principe actif du médicament) en est identique à celle du produit de marque, les seules différences possibles étant la présentation et les excipients.

Le pharmacien doit dans la mesure où un médicament générique est disponible substituer le médicament original par un médicament générique sauf dans le cas où l'ordonnance du médecin indique que celui-ci n'est pas substituable.

Un patient se rend à la pharmacie avec l'ordonnance ci-après. Le pharmacien a dans sa réserve les médicaments présentés ci-dessus.

En respectant la loi sur les médicaments génériques, quelle est le montant des économies que le pharmacien va pouvoir faire faire à la sécurité sociale sur cette ordonnance ?

Notes

¹ Il aurait été plus judicieux d'utiliser un autre symbole que $-$ pour désigner l'opposé d'un nombre, par exemple $opp(a)$ ce qui aurait pour mérite d'éviter la confusion quand on aborde la soustraction

² C'est une des constructions possibles de cet ensemble.

³ On suppose sans le dire que $(\mathbb{Z}, +)$ est un groupe ordonné.

⁴ L'idée est de prolonger la somme des nombres positifs aux nombres relatifs. Cette prolongation doit respecter les propriétés usuelles de l'addition dont la commutativité

⁵ Une démonstration dans le cas général demande d'utiliser la notation $opp(a)$ pour l'opposé de a un nombre relatif et éviter la confusion avec la soustraction.

a et b deux relatifs, $S = a + b$

$S + opp(a) + opp(b) = a + b + opp(a) + opp(b) = 0$ donc $opp(a) + opp(b)$ est l'opposé de $a + b$ c'est à dire $opp(a + b) = opp(a) + opp(b)$

— Si $a \geq 0$ et $b \geq 0$ on a la somme habituelle;

— Si $a \leq 0$ et $b \leq 0$ alors $opp(a) \geq 0$ et $opp(b) \geq 0$ ainsi $opp(a) + opp(b) = opp(a + b) > 0$ Ainsi $a + b \leq 0$ et sa distance à zéro est la même que celle de $opp(a) + opp(b)$

— Si $a \leq 0$ et $b \geq 0$, $S = a + b$ donc $S + opp(a) = a + b + opp(a)$ ainsi $S + opp(a) = b$

— si $b \geq opp(a)$ alors S est la différence entre b et $opp(a)$, $S = b - opp(a) \geq 0$

— si $b \leq opp(a)$ On a $S + opp(a) = b$ donc $opp(S + opp(a)) = opp(b)$ et $opp(S) + a = opp(b)$ Comme $b \leq opp(a)$ on a $opp(b) \geq a$ Ainsi $opp(S)$ est la différence entre $opp(b)$ et a , $opp(S) = opp(b) - a \geq 0$. Finalement S est négatif.

⁶ Une démonstration dans le cas générale demanderait pour plus de clarté de noter l'opposé d'un nombre relatif a sous la forme $opp(a)$ par exemple, pour éviter la confusion entre les symboles.

Dans ce cas on obtiendrait pour a et b deux relatifs, $D = a - b$ donc D vérifie $D + b = a$ (par définition étendue de la différence de deux nombres).

Comme $D + b = a$ on arrive à $D + b + opp(b) = a + opp(b)$ et finalement $D = a + opp(b)$

⁷ On définit la soustraction comme nombre répondant à la question des « additions à trous ». Dans une théorie plus axiomatique des opérations dans \mathbb{Z} , la soustraction n'est pas une opération en tant que telle, elle est définie comme somme de l'opposé.

⁸ J'aime à dire à ce moment là que nous venons de faire disparaître la soustraction. Plus précisément, nous avons quatre opérations fondamentales sur les nombres avant ce chapitre et il n'en reste maintenant plus que trois! La soustraction n'est qu'une addition particulière. Ce sera bientôt le tour de la division. Cette manière de penser tient à la structure de groupe additif de \mathbb{Z} et celle de corps pour \mathbb{R} .

⁹ C'est une règle usuelle mais qui peut présenter une difficulté didactique. Cela n'a en effet aucun lien avec la multiplication des nombres relatifs et cela peut contribuer à créer de la confusion entre l'addition et la multiplication des nombres relatifs. Il est nécessaire de bien distinguer à l'oral ces deux notions.

Ainsi « -5 devient $+5$ » est une phrase à proscrire. Il est raisonnable de dire « -5 revient à soustraire l'opposé de 5 c'est à dire ajouter 5 ce qu'on écrit $+5$ »