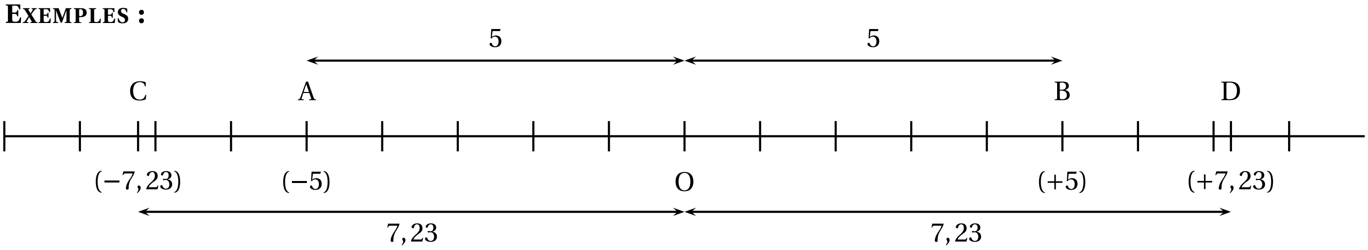
Deux points ayant des abscisses opposés sont symétriques par rapport à l'origine de la droite.

EXEMPLE :
$-10000 < -0{,}0001$ mais $10000 > 0{,}0001$

> **DÉFINITION 1.2 : Distance à zéro**
>
> a un nombre relatif positif ou négatif.
> La **distance à zéro** du nombre a est un nombre positif qui correspond à la distance entre l'origine de la droite graduée et le point ayant pour abscisse a.
> Deux nombres relatifs opposés ont la même distance à zéro.

EXEMPLES :



La distance à zéro de (-5) et $(+5)$ est 5.
La distance à zéro de $(-7,23)$ et $(+7,23)$ est $7,23$.

II — Somme algébrique des nombres relatifs

1 Somme des nombres relatifs

4

> **PROPRIÉTÉ 1.2 : Somme des nombres relatifs**
>
> a et b deux nombres relatifs.
> — Si a et b ont le même signe (positif ou négatif) alors la somme $a+b$ est du même signe et sa distance à zéro est égale à la somme des distances à zéro de a et b.
> — Si a et b ont des signes différents alors la somme $a+b$ est du signe de celui des deux qui à la plus grande distance à zéro et la distance à zéro de cette somme est égale à la différence des deux distances à zéro.

DÉMONSTRATION :

Nous raisonnerons sur des exemples génériques :[5]

— $S = (+5) + (+3)$
  $S = 5 + 3 = 8$: il s'agit de l'addition habituelle sur les nombres décimaux positifs ;
— $S = (-5) + (-3)$
  $S + (+5) + (+3) = S + 8$ et $S + (+5) + (+3) = (-5) + (-3) + (+5) + (+3) = 0$
  Ainsi $S + 8 = 0$ ce qui signifie que S est l'opposé de 8 ;
  $S = (-8)$

— $S = (-5) + (+3)$
  $S + (-3) = (-5) + (+3) + (-3) = (-5)$ donc $S + (-3) = (-5)$
  S est le nombre qui ajouté à (-3) donne (-5) or on sait que $(-3) + (-2) = (-5)$
  $S = (-2)$
— $S = (+5) + (-3)$
  $S + (-5) + (+3) = (+5) + (-3) + (-5) + (+3) = 0$ donc $(+5) + (-3)$ est l'opposé de $(-5) + (+3)$.
  $A = (+2)$

CQFD

MÉTHODE 1 . 1 : Ajouter des nombres relatifs
Pour ajouter des nombres relatifs il est souvent pratique de commencer par ajouter ensemble les nombres de même signe puis d'effectuer à la fin la somme entre les deux nombres de signes différents.

$A = (-3) + (+6) + (-2) + (+8) + (-4)$
$A = \underbrace{(+8) + (+6)}_{(+14)} + \underbrace{(-3) + (-2) + (-4)}_{(-9)}$
$A = (+14) + (-9)$
$A = (+5)$

2 La soustraction — Somme algébrique

PROPRIÉTÉ 1.3 : Soustraction des nombres relatifs

Soustraire un nombre relatif revient à ajouter son opposé.

DÉMONSTRATION :

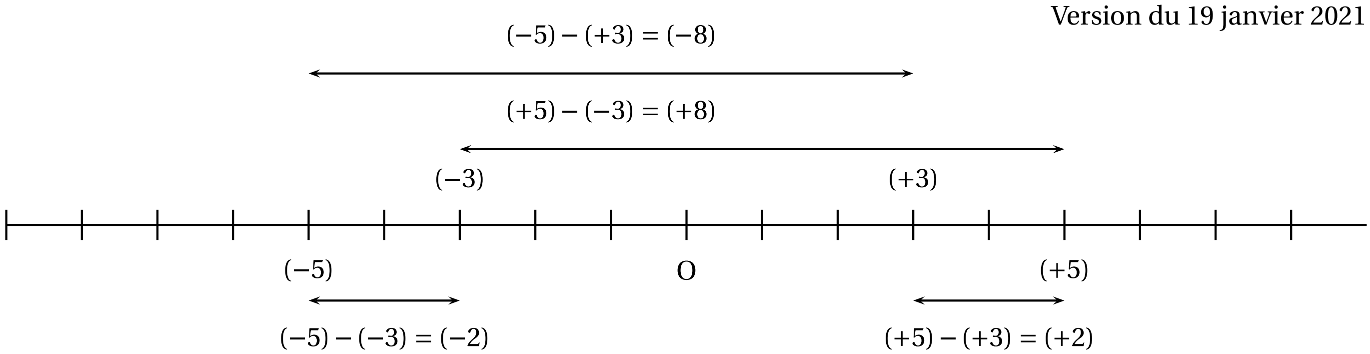
Démontrons ce résultat sur un exemple générique : [6]
Calculons $D = (-7) - (5)$
On sait que D vérifie $D + (-5) = (-7)$ par définition de la soustraction, D est en effet la différence entre (-7) et (-5) c'est à dire le nombre qu'il faut ajouter à (-5) pour obtenir (-7).[7]
$D + (-5) = (-7)$ donc en ajoutant $(+5)$ dans chaque membre on obtient :

$$D + (-5) + (+5) = (-7) + (+5)$$
$$D = (-7) + (+5)$$

CQFD

EXEMPLES :
$(+5) - (+3) = (+5) + (-3) = (+2) = 2$: la soustraction usuelle est devenue une addition. [8]
$(+5) - (-3) = (+5) + (+3) = (+8)$
$(-5) - (-3) = (-5) + (+3) = (-2)$
$(-5) - (+3) = (-5) + (-3) = (-8)$

INTERPRÉTATION :
La soustraction des nombres relatifs peut aussi s'interpréter comme une différence ordonnée entre deux nombres relatifs.



CONVENTION :
On sait que la somme de relatifs $(+7)+(+6)+(+4)$ revient à la somme habituelle $7+6+4$
On sait aussi que toutes expressions contenant une soustraction peut s'écrire sous la forme d'une somme :
$(-3)+(+7)-(-4)-(+6)+(-3) = (-3)+(+7)+(+4)+(-6)+(-3)$

On convient dorénavant de ne plus écrire les symboles opératoires + dans une somme. On écrit seulement les nombres relatifs précédés des signes + ou −, signes qui indiquent les caractères positifs ou négatif du nombre.

Ainsi $(-6)+(+7)+(-3)+(-4) = -6+7-3-4$ ou encore $(+7)+(-3)+(-2)+(+3) = 7-3-2+3$: le signe + en première position est sous-entendu.

MÉTHODE 1 . 2 : Écrire une expression sous forme de somme algébrique
Dans une expression ne contenant que des additions et des soustractions :
- on transforme toute les soustractions en addition en utilisant la propriété I.3;
- on élimine ensuite les symboles d'addition entre les parenthèses;
- on supprime alors les parenthèses;
- un signe + qui débute l'expression peut être supprimé.

Un moyen commode d'obtenir une expression algébrique consiste à appliquer les règles suivantes :[9]
- on supprime les parenthèses;
- deux signes + ou deux signes − consécutifs deviennent un +;
- une signe − suivi d'un + ou un signe + suivi d'un − devient un −;
- un signe + qui débute l'expression peut être supprimé.

EXEMPLE :

$A = (-5)+(+9)-(-4)-(+3)-(-7)$
$A = -5+9+4-3+7$
$A = 20-8$
$A = 12$

$B = (+7)-(-4)-(+9)+(-6)$
$B = 7+4-9-6$
$B = 11-15$
$B = -4$