

$$\text{— } S = (-5) + (+3)$$

$$S + (-3) = (-5) + (+3) + (-3) = (-5) \text{ donc } S + (-3) = (-5)$$

S est le nombre qui ajouté à (-3) donne (-5) or on sait que $(-3) + (-2) = (-5)$

$$S = (-2)$$

$$\text{— } S = (+5) + (-3)$$

$$S + (-5) + (+3) = (+5) + (-3) + (-5) + (+3) = 0 \text{ donc } (+5) + (-3) \text{ est l'opposé de } (-5) + (+3).$$

$$A = (+2)$$

CQFD

MÉTHODE 1.1 : Ajouter des nombres relatifs

Pour ajouter des nombres relatifs il est souvent pratique de commencer par ajouter ensemble les nombres de même signe puis d'effectuer à la fin la somme entre les deux nombres de signes différents.

$$A = (-3) + (+6) + (-2) + (+8) + (-4)$$

$$A = \underbrace{(+8) + (+6)}_{(+14)} + \underbrace{(-3) + (-2) + (-4)}_{(-9)}$$

$$A = (+14) + (-9)$$

$$A = (+5)$$

2 La soustraction — Somme algébrique

🌀 PROPRIÉTÉ 1.3 : Soustraction des nombres relatifs

Soustraire un nombre relatif revient à ajouter son opposé.

🌀 DÉMONSTRATION :

Démontrons ce résultat sur un exemple générique :⁶

$$\text{Calculons } D = (-7) - (5)$$

On sait que D vérifie $D + (-5) = (-7)$ par définition de la soustraction, D est en effet la différence entre (-7) et (-5) c'est à dire le nombre qu'il faut ajouter à (-5) pour obtenir (-7).⁷

$D + (-5) = (-7)$ donc en ajoutant (+5) dans chaque membre on obtient :

$$D + (-5) + (+5) = (-7) + (+5)$$

$$D = (-7) + (+5)$$

CQFD

EXEMPLES :

$$(+5) - (+3) = (+5) + (-3) = (+2) = 2 : \text{ la soustraction usuelle est devenue une addition. }^8$$

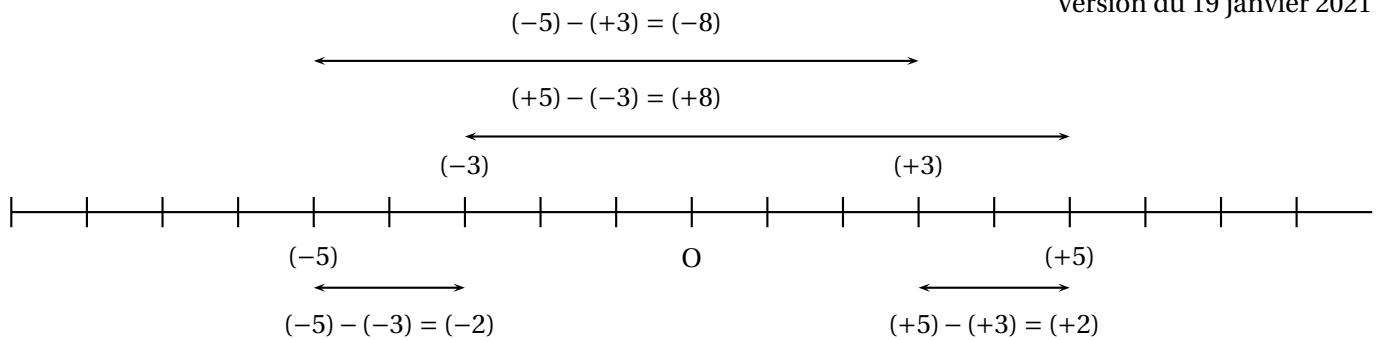
$$(+5) - (-3) = (+5) + (+3) = (+8)$$

$$(-5) - (-3) = (-5) + (+3) = (-2)$$

$$(-5) - (+3) = (-5) + (-3) = (-8)$$

INTERPRÉTATION :

La soustraction des nombres relatifs peut aussi s'interpréter comme une différence ordonnée entre deux nombres relatifs.

**CONVENTION :**

On sait que la somme de relatifs $(+7) + (+6) + (+4)$ revient à la somme habituelle $7 + 6 + 4$

On sait aussi que toutes expressions contenant une soustraction peut s'écrire sous la forme d'une somme :

$$(-3) + (+7) - (-4) - (+6) + (-3) = (-3) + (+7) + (+4) + (-6) + (-3)$$

On convient dorénavant de ne plus écrire les symboles opératoires $+$ dans une somme. On écrit seulement les nombres relatifs précédés des signes $+$ ou $-$, signes qui indiquent les caractères positifs ou négatif du nombre.

Ainsi $(-6) + (+7) + (-3) + (-4) = -6 + 7 - 3 - 4$ ou encore $(+7) + (-3) + (-2) + (+3) = 7 - 3 - 2 + 3$: le signe $+$ en première position est sous-entendu.

MÉTHODE 1.2 : Écrire une expression sous forme de somme algébrique

Dans une expression ne contenant que des additions et des soustractions :

- on transforme toute les soustractions en addition en utilisant la propriété I.3;
- on élimine ensuite les symboles d'addition entre les parenthèses;
- on supprime alors les parenthèses;
- un signe $+$ qui débute l'expression peut être supprimé.

Un moyen commode d'obtenir une expression algébrique consiste à appliquer les règles suivantes :⁹

- on supprime les parenthèses;
- deux signes $+$ ou deux signes $-$ consécutifs deviennent un $+$;
- une signe $-$ suivi d'un $+$ ou un signe $+$ suivi d'un $-$ devient un $-$;
- un signe $+$ qui débute l'expression peut être supprimé.

EXEMPLE :

$$A = (-5) + (+9) - (-4) - (+3) - (-7)$$

$$A = -5 + 9 + 4 - 3 + 7$$

$$A = 20 - 8$$

$$A = 12$$

$$B = (+7) - (-4) - (+9) + (-6)$$

$$B = 7 + 4 - 9 - 6$$

$$B = 11 - 15$$

$$B = -4$$