

Les triangles rectangles ABC et BDE sont superposables. Les angles  $\widehat{ABC}$  et  $\widehat{BED}$  sont donc égaux, il en est de même des angles  $\widehat{ACB}$  et  $\widehat{EBD}$ .

On sait que dans un triangle rectangles, les angles aigus sont complémentaires, c'est à dire que  $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90^\circ$ .

On en déduit que  $\widehat{ABC} + \widehat{DBE} = 90^\circ$ . Comme  $\widehat{ABD}$  est plat, on arrive au fait que  $\widehat{CBE}$  est droit.

Cela justifie le fait que l'existence du carré de la seconde figure!

### Démonstration de Périgal en 1917

Voir en annexe!

CQFD

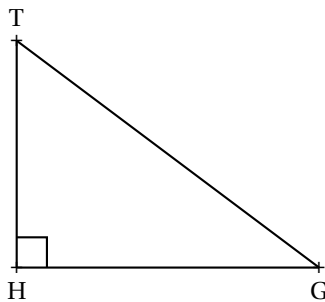
#### REMARQUE :

$7^2 = \underbrace{7 \times 7}_{2 \text{ fois}} = 49$ . À ne pas confondre avec  $7 \times 2 = \underbrace{7 + 7}_{2 \text{ fois}} = 14$

## II — Application du théorème de Pythagore et racine carrée

#### CALCUL DE L'HYPOTÉNUSE CONNAISSANT LES DEUX CÔTÉS DE L'ANGLE DROIT :

On étudie le triangle GHT rectangle en H tel que  $HG = 4 \text{ cm}$  et  $HT = 3 \text{ cm}$ . On trace ce triangle et on constate en mesurant que  $GT \approx 5 \text{ cm}$



Dans le triangle GHT rectangle en H, d'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$HG^2 + HT^2 = GT^2$$

$$4^2 + 3^2 = GT^2$$

$$GT^2 = 16 + 9$$

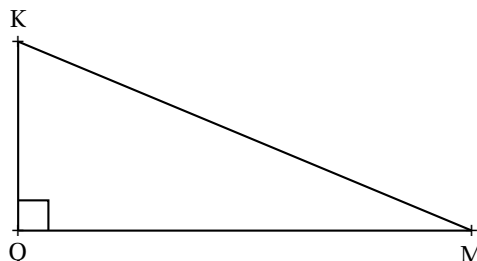
$$GT^2 = 25$$

GT est donc un nombre dont le carré est 25,  $GT = 5$  car  $5^2 = 25$

L'hypoténuse [GT] mesure  $5 \text{ cm}$ .

#### CALCUL D'UN CÔTÉ DE L'ANGLE DROIT CONNAISSANT L'HYPOTÉNUSE ET UN AUTRE CÔTÉ :

On étudie le triangle QMK rectangle en Q tel que  $QM = 12 \text{ cm}$  et  $MK = 13 \text{ cm}$ . On mesure et on constate que  $QK \approx 5 \text{ cm}$ .



Dans le triangle QMK rectangle en Q, d'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$QM^2 + QK^2 = MK^2$$

$$12^2 + QK^2 = 13^2$$

$$144 + QK^2 = 169$$

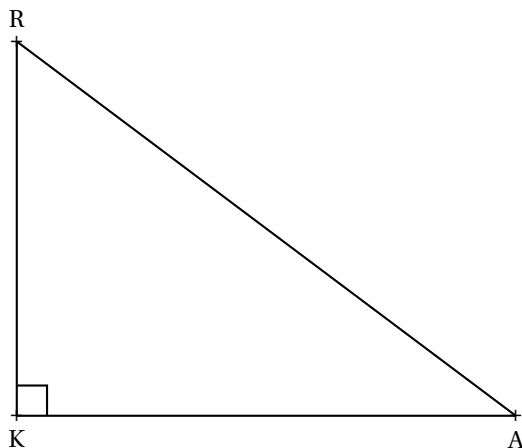
$$QK^2 = 169 - 144$$

$$QK^2 = 25$$

QK est donc un nombre dont le carré est 25,  $QK = 5$

**CALCUL D'UN CÔTÉ DONT LA MESURE AU CARRÉ NE SOIT PAS UN CARRÉ PARFAIT :**

On étudie le triangle RAK rectangle en K tel que  $KR = 4,95 \text{ cm}$  et  $KA = 6,6 \text{ cm}$ . Calculons la mesure du côté [AR].



Dans le triangle RAK rectangle en K, d'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$KA^2 + KR^2 = AR^2$$

$$6,6^2 + 4,95^2 = AR^2$$

$$AR^2 = 43,56 + 24,5025$$

$$AR^2 = 68,0625$$

On ne connaît pas immédiatement un nombre dont le carré vaut exactement 68,0625.

Notons  $x$  ce nombre.

Comme  $8^2 = 64 < 68,0625 < 81 = 9^2$  on en déduit que  $8 < x < 9$ .<sup>3</sup>

En utilisant la calculatrice on trouve que  $8,2^2 = 67,24 < 68,0625 < 68,89 = 8,3^2$  et donc que  $8,2 < x < 8,3$ .

On constate alors que  $8,25^2 = 68,0625$ .

Finalement  $AR = 8,25 \text{ cm}$ .

### 🌀 PROPRIÉTÉ 2.2 : La racine carrée

Admise

Pour tout nombre positif  $a$ , il existe un unique nombre positif dont le carré vaut exactement le nombre  $a$ .

Ce nombre s'appelle la **racine carrée** de  $a$  et se note  $\sqrt{a}$ .

Par définition  $(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$

#### EXEMPLES :

$$\sqrt{0} = 0 \text{ et } \sqrt{1} = 1.$$

$$\sqrt{49} = 7 \text{ car } 7^2 = 49.$$

La plupart des racines carrées ne sont pas des nombres décimaux, ni même des nombres rationnels.

$$\sqrt{2} \approx 1,41421 \text{ et } \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$$

#### MÉTHODE 2.1 : Calculer la mesure du côté d'un triangle rectangle

Pour utiliser le théorème de Pythagore il faut connaître la mesure de deux côtés et vouloir calculer la mesure du troisième.