Les triangles rectangles ABC et BDE sont superposables. Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BED}$ sont donc égaux, il en est de même des angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{EBD}$.
On sait que dans un triangle rectangles, les angles aigus sont complémentaires, c'est-à-dire que $\widehat{ABC}+\widehat{ACB}=90°$.
On en déduit que $\widehat{ABC}+\widehat{DBE}=90°$. Comme $\widehat{ABD}$ est plat, on arrive au fait que $\widehat{CBE}$ est droit.
Cela justifie le fait que l'existence du carré de le seconde figure!

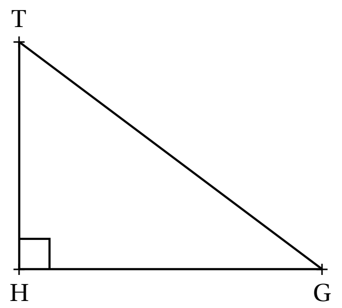
Démonstration de Périgal en 1917
Voir en annexe!

CQFD

REMARQUE :
$7^2 = \underbrace{7\times 7}_{\text{2 fois}} = 49$. À ne pas confondre avec $7\times 2 = \underbrace{7+7}_{\text{2 fois}} = 14$

II — Application du théorème de Pythagore et racine carrée

CALCUL DE L'HYPOTÉNUSE CONNAISSANT LES DEUX CÔTÉS DE L'ANGLE DROIT :
On étudie le triangle GHT rectangle en H tel que HG = 4 cm et HT = 3 cm. On trace ce triangle et on constate en mesurant que GT ≈ 5 cm

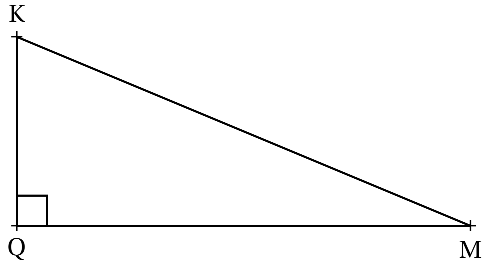


Dans le triangle GHT rectangle en H, d'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$HG^2 + HT^2 = GT^2$$
$$4^2 + 3^2 = GT^2$$
$$GT^2 = 16 + 9$$
$$GT^2 = 25$$

GT est donc un nombre dont le carré est 25, GT = 5 car $5^2 = 25$
L'hypoténuse [GT] mesure 5 cm.[2]

CALCUL D'UN CÔTÉ DE L'ANGLE DROIT CONNAISSANT L'HYPOTÉNUSE ET UN AUTRE CÔTÉ :
On étudie le triangle QMK rectangle en Q tel que QM = 12 cm et MK = 13 cm. On mesure et on constate que QK ≈ 5 cm.

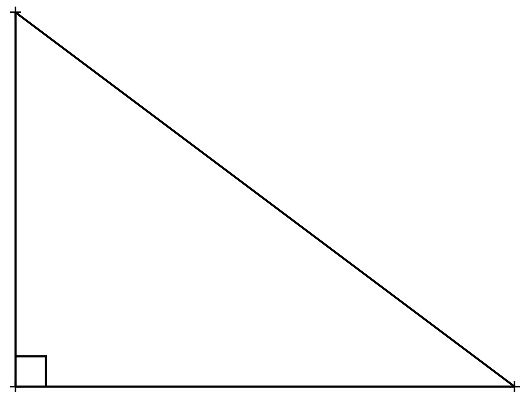


Dans le triangle QMK rectangle en Q, d'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$QM^2 + QK^2 = MK^2$$
$$12^2 + QK^2 = 13^2$$
$$144 + QK^2 = 169$$
$$QK^2 = 169 - 144$$
$$QK^2 = 25$$

QK est donc un nombre dont le carré est 25, $QK = 5$

CALCUL D'UN CÔTÉ DONT LA MESURE AU CARRÉ NE SOIT PAS UN CARRÉ PARFAIT :
On étudie le triangle RAK rectangle en K tel que $KR = 4,95\ cm$ et $KA = 6,6\ cm$. Calculons la mesure du côté [AR].



Dans le triangle RAK rectangle en K, d'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$KA^2 + KR^2 = AR^2$$
$$6,6^2 + 4,95^2 = AR^2$$
$$AR^2 = 43,56 + 24,5025$$
$$AR^2 = 68,0625$$

On ne connait pas immédiatement un nombre dont le carré vaut exactement $68,0625$.
Notons x ce nombre.
Comme $8^2 = 64 < 68,0625 < 81 = 9^2$ on en déduit que $8 < x < 9$.[3]
En utilisant la calculatrice on trouve que $8,2^2 = 67,24 < 68,0625 < 68,89 = 8,3^2$ et donc que $8,2 < x < 8,3$.
On constate alors que $8,25^2 = 68,0625$.
Finalement $AR = 8,25\ cm$.

PROPRIÉTÉ 2.2 : La racine carrée — Admise

Pour tout nombre positif a, il existe un unique nombre positif dont le carré vaut exactement le nombre a.
Ce nombre s'appelle la **racine carrée** de a et se note $\sqrt{a}$.
Par définition $\left(\sqrt{a}\right)^2 = \sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$

EXEMPLES :

$\sqrt{0} = 0$ et $\sqrt{1} = 1$.
$\sqrt{49} = 7$ car $7^2 = 49$.
La plupart des racines carrées ne sont pas des nombres décimaux, ni même des nombres rationnels.
$\sqrt{2} \approx 1,41421$ et $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$