CHAPITRE III

Nombres rationnels : égalité et somme de fractions

À rédiger !

Plan du cours :

À rédiger !

Programme (***BO n^o 30 du 26-7-2018***) **:**

- À rédiger !

Compétences :

- À rédiger !

Situation initiale : La pêche à pied à Noirmoutier

La famille Cantor sera en vacances sur l'ile de Noirmoutier durant le mois d'août de l'été 2020. Elle souhaite profiter des grandes marées le 23 août 2020 pour organiser une sortie pêche à pied. Pour préparer cette journée, cette famille qui ne connaît pas bien la culture de la côte atlantique, a consulté la capitainerie du port pour obtenir des consignes de sécurité, le site Wikipédia et marée.info pour obtenir des informations.
En utilisant toutes ces informations, indiquer à la famille Cantor l'heure à laquelle ils pourront aller pêcher et celle où ils devront absolument rentrer.

Prendre connaissance de la météo, des horaires de marée et anticiper la remontée de la mer. Vous pouvez commencer lorsque la marée descendante à atteint un quart du marnage. Vous devez absolument rentrer quand la marée montante a atteint un tiers du marnage.
Éviter d'aller pêcher par temps de brume ou d'orage. Ne partez pas seul et prévenez quelqu'un resté à terre. Disposer d'un moyen de communication pour alerter les secours.

Wikipédia
L'encyclopédie libre

Période de pêche
Du fait des conditions de pêches, les grandes marées sont très favorables à cette activité. Les zones découvertes à marée basse l'étant beaucoup moins souvent que lors des marées normales, la population de crustacés est nettement plus importante. Ces événements attirent en règle générale un grand nombre de pêcheurs à pied.

Marée
La marée est la variation de la hauteur du niveau des mers et des océans, causée par des forces gravitationnelles dues à la Lune et au Soleil, le tout conjugué à la rotation de la Terre sur son axe et la révolution de la Terre.
Le niveau le plus élevé atteint par la mer au cours d'un cycle de marée est appelé pleine mer (PM) ou marée haute. Le niveau le plus bas est appelé basse mer (BM) ou marée basse.

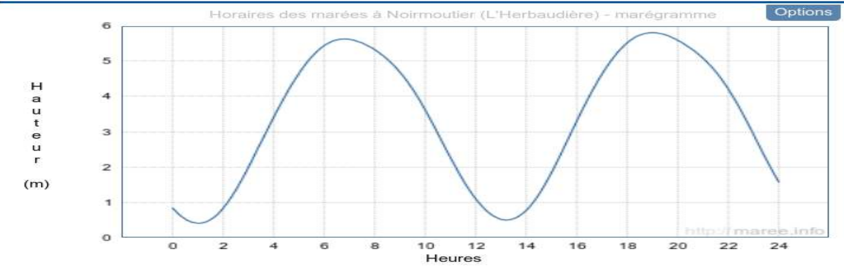
Marnage
Le marnage est la différence de hauteur d'eau entre la pleine mer et la basse mer.

Vendredi 21 Août 2020 UTC+2 Semaine 34 47°02' N 2°18' W **Noirmoutier (L'Herbaudière)**

Lever du soleil : 07h14 Premier croissant de lune Coucher du soleil : 21h06

	Coeff.	Heure	Durée de la marée	Heure de marée	Hauteur	Marnage	1/12	1/4	1/2
BM		01h01			0,41m				
PM	103	06h48	05h47	00h57	5,62m	5,21m	0,43m	1,30m	2,61m
BM		13h13	06h25	01h04	0,50m	5,12m	0,43m	1,28m	2,56m
PM	104	18h59	05h46	00h57	5,80m	5,30m	0,44m	1,33m	2,65m

Horaires des marées à Noirmoutier (L'Herbaudière) – marégramme Options



Date	Heure	Hauteur	Coeff.
Ven. 21	01h01	0,41m	
	06h48	5,62m	103
	13h13	0,50m	
	18h59	5,80m	104
Sam. 22	01h45	0,39m	
	07h26	5,56m	103
	13h58	0,55m	
	19h39	5,67m	100
Dim. 23	02h30	0,53m	
	08h04	5,38m	96
	14h45	0,74m	
	20h19	5,41m	91
Lun. 24	03h17	0,81m	
	08h43	5,10m	85
	15h35	1,03m	
	21h02	5,05m	78
Mar. 25	04h08	1,18m	
	09h27	4,76m	71
	16h32	1,38m	
	21h55	4,64m	63
Mer. 26	05h05	1,57m	
	10h32	4,42m	56
	17h36	1,70m	

I — Définition du quotient

❧ DÉFINITION 3.1 : Fraction

a et b deux nombres entiers relatifs et $b \neq 0$

La **fraction** $\frac{a}{b}$ désigne le quotient $a \div b$ de a par b, c'est à dire un nombre vérifiant :

$$b \times \frac{a}{b} = a$$

- a est le **numérateur** de la fraction ;
- b est le **dénominateur** de la fraction ;
- a et b sont séparés par **la barre de fraction** ou vinculum.

REMARQUE :

la division par 0 n'est pas une opération autorisée ![1]

EXEMPLES :

$5 \times \frac{15}{5} = 15$ ainsi $\frac{15}{5} = 3$: une fraction peut correspondre à un **nombre entier**.

Réciproquement, comme $3 = 3 \div 1 = \frac{3}{1}$, tout nombre entier a peut s'écrire sous la forme d'une fraction $a = \frac{a}{1}$ [2]

$4 \times \frac{7}{4} = 7$ et $7 \div 4 = 1{,}75$ donc la fraction $\frac{7}{4}$ correspond à **un nombre décimal**.
Réciproquement, le nombre décimal $3{,}141\,592 = \frac{3\,141\,592}{1\,000\,000}$, tout nombre décimal peut s'écrire sous la forme d'une fraction.

$3 \times \frac{4}{3} = 4$ et $4 \div 3 \approx 1{,}333$, $\frac{4}{3}$ n'est pas un nombre décimal, c'est **un nombre rationnel**.[3]

II — Égalité de fractions : le produit en croix

PROPRIÉTÉ 3.1 : Égalité de fractions

a, b et k des nombres entiers relatifs avec $b \neq 0$ et $k \neq 0$ [4]

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times b}$$

En multipliant le numérateur et le dénominateur d'une fraction par le même nombre non nul on obtient une fraction égale.

DÉMONSTRATION :

Pour a et b deux nombres entiers relatifs et $b \neq 0$ on a $b \times \frac{a}{b} = a$
k un nombre entier relatif non nul, on peut multiplier l'égalité précédente par k :

$$k \times b \times \frac{a}{b} = a \times k$$

$$b \times k \times \frac{a}{b} = a \times k$$

Or par définition du quotient : $b \times k \times \frac{a \times b}{b \times k} = a \times k$
Finalement en observant ces deux égalités on constate que $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$

CQFD

EXEMPLES :

Cette propriété permet de simplifier les fractions :
$A = \frac{56}{64} = \frac{8 \times 7}{8 \times 8} = \frac{7}{8}$

Cette propriété permet aussi d'obtenir des fractions égales entre elles :

III — Somme algébrique de fractions

À rédiger !

EXERCICE N° 3.1 : Avec le même dénominateur et des nombres entiers

Pour ajouter ou soustraire deux fractions ayant le même dénominateur, il suffit d'ajouter et soustraire les numérateurs. Le dénominateur du résultat est le même que celui des termes de départ.

$$\frac{5}{3}-\frac{1}{3}=\frac{5-1}{3}=\frac{4}{3} \text{ et } \frac{6}{7}+\frac{5}{7}=\frac{11}{7}$$

Calculer de même :

$A=\frac{5}{2}+\frac{6}{2}$

$B=\frac{7}{8}-\frac{5}{8}$

$C=\frac{15}{4}+\frac{9}{4}$

$D=\frac{11}{7}-\frac{4}{7}$

$E=\frac{8}{11}-\frac{13}{11}$

$F=\frac{7}{6}-\frac{11}{6}$

EXERCICE N° 3.2 : Avec le même dénominateur et des nombres entiers relatifs

Calculer :

$A=\frac{5}{2}+\frac{-6}{2}$

$B=\frac{-7}{8}-\frac{-5}{8}$

$C=\frac{-15}{4}+\frac{9}{4}$

$D=\frac{-11}{7}-\frac{-4}{7}$

$E=-\frac{8}{11}-\frac{-13}{11}$

$F=-\frac{-7}{6}-\frac{-11}{6}$

EXERCICE N° 3.3 : Avec des dénominateurs multiples l'un de l'autre

Quand les fractions ont des dénominateurs différents, il faut les modifier pour qu'elles aient le même dénominateur. Ce dénominateur commun est un multiple des dénominateurs des fractions de départ.

$$\frac{5}{2}+\frac{7}{8}=\frac{5\times 4}{2\times 4}+\frac{7}{8}=\frac{20}{8}+\frac{7}{8}=\frac{27}{8}$$

Calculer :

$A=\frac{5}{3}-\frac{8}{9}$

$B=\frac{7}{4}+\frac{3}{16}$

$C=\frac{-15}{7}+\frac{9}{28}$

$D=\frac{-11}{2}-\frac{1}{10}$

$E=\frac{8}{9}-\frac{5}{27}$

$F=\frac{1}{6}-\frac{1}{36}$

EXERCICE N° 3.4 : Avec des dénominateurs différents

Quand les fractions ont des dénominateurs différents, il faut les modifier pour qu'elles aient le même dénominateur. Ce dénominateur commun est un multiple des dénominateurs des fractions de départ.

$$\frac{5}{2}+\frac{7}{3}=\frac{5\times 3}{2\times 3}+\frac{7\times 2}{3\times 2}=\frac{15}{6}+\frac{14}{6}=\frac{29}{6}$$

Calculer :

$A=\frac{5}{3}+\frac{7}{4}$

$B=\frac{7}{5}+\frac{8}{7}$

$C=\frac{4}{9}-\frac{3}{5}$

$D=\frac{5}{12}-\frac{3}{15}$

$E=1+\frac{5}{3}$

$F=\frac{8}{5}-5$

EXERCICE N° 3.5 : Avec des dénominateurs différents

Calculer :

$A = 3 - \frac{5}{3} + \frac{3}{4}$

$B = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$

$C = \frac{5}{2} + \frac{3}{4} - \frac{7}{8}$

$D = \frac{7}{3} - \frac{5}{9} + \frac{5}{18}$

$E = \frac{5}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{5}$

$F = \frac{3}{7} - \frac{5}{2} + \frac{4}{3}$

NOM :　　　　　　　　　　　　PRÉNOM :　　　　　　　　　　　　CLASSE :

Évaluation – Fractions

Exercice 1 : Compléter les égalités suivantes :

$\dfrac{7}{3} = \dfrac{}{21} = \dfrac{35}{} = \dfrac{56}{}$

$\dfrac{12}{7} = \dfrac{}{49} = \dfrac{36}{} = \dfrac{60}{}$

$\dfrac{5}{4} = \dfrac{}{16} = \dfrac{25}{} = \dfrac{60}{}$

$\dfrac{16}{12} = \dfrac{}{27} = \dfrac{40}{} = \dfrac{24}{}$

$\dfrac{11}{6} = \dfrac{}{36} = \dfrac{55}{} = \dfrac{33}{}$

$\dfrac{25}{15} = \dfrac{}{21} = \dfrac{45}{} = \dfrac{65}{}$

Exercice 2 : Simplifier les fractions suivantes :

$A = \dfrac{42}{49} =$

$E = \dfrac{84}{96} =$

$B = \dfrac{56}{64} =$

$F = \dfrac{128}{196} =$

$C = \dfrac{63}{72} =$

$G = \dfrac{108}{162} =$

$D = \dfrac{75}{55} =$

Exercice 3 : Les fractions suivantes sont-elles égales ? Justifier votre réponse.

1. $\dfrac{13}{8}$ et $\dfrac{21}{13}$

2. $\dfrac{65}{39}$ et $\dfrac{95}{57}$

3. $\dfrac{22}{7}$ et $\dfrac{333}{106}$

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Évaluation – Fractions

Exercice 1 : Compléter les égalités suivantes :

$\frac{9}{4} = \frac{\ldots}{16} = \frac{45}{\ldots} = \frac{63}{\ldots}$

$\frac{12}{7} = \frac{\ldots}{49} = \frac{36}{\ldots} = \frac{60}{\ldots}$

$\frac{7}{3} = \frac{\ldots}{24} = \frac{49}{\ldots} = \frac{56}{\ldots}$

$\frac{16}{12} = \frac{\ldots}{27} = \frac{40}{\ldots} = \frac{24}{\ldots}$

$\frac{12}{6} = \frac{\ldots}{36} = \frac{60}{\ldots} = \frac{36}{\ldots}$

$\frac{25}{15} = \frac{\ldots}{21} = \frac{45}{\ldots} = \frac{65}{\ldots}$

Exercice 2 : Simplifier les fractions suivantes :

$A = \frac{56}{64} =$

$E = \frac{128}{196} =$

$B = \frac{42}{49} =$

$F = \frac{84}{96} =$

$C = \frac{75}{55} =$

$G = \frac{108}{162} =$

$D = \frac{63}{72} =$

Exercice 3 : Les fractions suivantes sont-elles égales ? Justifier votre réponse.

1. $\frac{65}{39}$ et $\frac{95}{57}$ **2.** $\frac{13}{8}$ et $\frac{21}{13}$ **3.** $\frac{22}{7}$ et $\frac{333}{106}$

Évaluation – Fractions — Correction

Exercice 1 : Compléter les égalités suivantes :

$$\frac{7}{3} = \frac{7 \times 7}{21} = \frac{49}{21} = \frac{35}{5 \times 3} = \frac{35}{15} = \frac{56}{3 \times 8} = \frac{56}{24}$$

$$\frac{12}{7} = \frac{12 \times 7}{49} = \frac{84}{49} = \frac{36}{3 \times 7} = \frac{36}{21} = \frac{60}{7 \times 5} = \frac{60}{35}$$

$$\frac{5}{4} = \frac{5 \times 4}{16} = \frac{20}{16} = \frac{25}{5 \times 4} = \frac{25}{20} = \frac{60}{12 \times 4} = \frac{60}{48}$$

$$\frac{16}{12} = \frac{4 \times 4}{4 \times 3} = \frac{4}{3} = \frac{36}{27} = \frac{40}{30} = \frac{24}{18}$$

$$\frac{11}{6} = \frac{11 \times 6}{36} = \frac{66}{36} = \frac{55}{6 \times 5} = \frac{55}{30} = \frac{33}{3 \times 6} = \frac{33}{18}$$

$$\frac{25}{15} = \frac{5 \times 5}{5 \times 3} = \frac{5}{3} = \frac{35}{21} = \frac{45}{27} = \frac{65}{39}$$

Exercice 2 : Simplifier les fractions suivantes :

$$A = \frac{42}{49} = \frac{6 \times 7}{7 \times 7} = \frac{6}{7}$$

$$B = \frac{56}{64} = \frac{8 \times 7}{8 \times 8} = \frac{7}{8}$$

$$C = \frac{63}{72} = \frac{9 \times 7}{8 \times 9} = \frac{7}{8}$$

$$D = \frac{75}{55} = \frac{5 \times 15}{5 \times 11} = \frac{15}{11}$$

$$E = \frac{84}{96} = \frac{2 \times 42}{2 \times 48} = \frac{42}{48} = \frac{6 \times 7}{6 \times 8} = \frac{7}{8}$$

$$F = \frac{128}{196} = \frac{2 \times 64}{2 \times 98} = \frac{64}{98} = \frac{2 \times 32}{2 \times 49} = \frac{32}{49}$$

$$G = \frac{108}{162} = \frac{2 \times 54}{2 \times 81} = \frac{54}{81} = \frac{9 \times 6}{9 \times 9} = \frac{6}{9} = \frac{3 \times 2}{3 \times 3} = \frac{2}{3}$$

Exercice 3 : Les fractions suivantes sont-elles égales ? Justifier votre réponse.

1. $\frac{13}{8}$ et $\frac{21}{13}$

$13 \times 13 = 169$ et $8 \times 21 = 168$ donc ces fractions ne sont pas égales.

2. $\frac{65}{39}$ et $\frac{95}{57}$

$65 \times 57 = 3\,705$ et $39 \times 95 = 3\,705$ donc elles sont égales.

3. $\frac{22}{7}$ et $\frac{333}{106}$

$22 \times 106 = 2\,332$ et $7 \times 333 = 2\,333$ donc ces fractions ne sont pas égales.

Évaluation – Fractions — Correction

Exercice 1 : Compléter les égalités suivantes :

$$\frac{9}{4}=\frac{9\times4}{16}=\frac{36}{16}=\frac{45}{9\times4}=\frac{45}{36}=\frac{63}{7\times4}=\frac{60}{28}$$

$$\frac{7}{3}=\frac{7\times7}{21}=\frac{49}{21}=\frac{35}{5\times3}=\frac{35}{15}=\frac{56}{3\times8}=\frac{56}{24}$$

$$\frac{12}{6}=\frac{12\times6}{36}=\frac{72}{36}=\frac{60}{6\times5}=\frac{60}{30}=\frac{36}{3\times6}=\frac{36}{18}$$

$$\frac{12}{7}=\frac{12\times7}{49}=\frac{84}{49}=\frac{36}{3\times7}=\frac{36}{21}=\frac{60}{7\times5}=\frac{60}{35}$$

$$\frac{16}{12}=\frac{4\times4}{4\times3}=\frac{4}{3}=\frac{36}{27}=\frac{40}{30}=\frac{24}{18}$$

$$\frac{25}{15}=\frac{5\times5}{5\times3}=\frac{5}{3}=\frac{35}{21}=\frac{45}{27}=\frac{65}{39}$$

Exercice 2 : Simplifier les fractions suivantes :

$$A=\frac{56}{64}=\frac{8\times7}{8\times8}=\frac{7}{8}$$

$$B=\frac{42}{49}=\frac{6\times7}{7\times7}=\frac{6}{7}$$

$$C=\frac{75}{55}=\frac{5\times15}{5\times11}=\frac{15}{11}$$

$$D=\frac{63}{72}=\frac{9\times7}{8\times9}=\frac{7}{8}$$

$$E=\frac{128}{196}=\frac{2\times64}{2\times98}=\frac{64}{98}=\frac{2\times32}{2\times49}=\frac{32}{49}$$

$$E=\frac{84}{96}=\frac{2\times42}{2\times48}=\frac{42}{48}=\frac{6\times7}{6\times8}=\frac{7}{8}$$

$$G=\frac{108}{162}=\frac{2\times54}{2\times81}=\frac{54}{81}=\frac{9\times6}{9\times9}=\frac{6}{9}=\frac{3\times2}{3\times3}=\frac{2}{3}$$

Exercice 3 : Les fractions suivantes sont-elles égales ? Justifier votre réponse.

1. $\frac{65}{39}$ et $\frac{95}{57}$

$65\times57=3\,705$ et $39\times95=3\,705$ donc elles sont égales.

2. $\frac{13}{8}$ et $\frac{21}{13}$

$13\times13=169$ et $8\times21=168$ donc ces fractions ne sont pas égales.

3. $\frac{22}{7}$ et $\frac{333}{106}$

$22\times106=2\,332$ et $7\times333=2\,333$ donc ces fractions ne sont pas égales.

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Évaluation – Fractions

Exercice 1 : Compléter les égalités suivantes :

$6 \times \quad = 5$ $8 \times \quad = 7$

$9 \times \quad = 1$ $7 \times \quad = 8$

Exercice 2 : Compléter en indiquant les étapes :

$A = \frac{7}{3} = \qquad = \frac{28}{}$ $E = \frac{21}{14} = \qquad = \frac{}{18}$

$B = \frac{5}{8} = \qquad = \frac{}{48}$ $F = \frac{27}{36} = \qquad = \frac{}{16}$

$C = \frac{7}{11} = \qquad = \frac{}{77}$ $G = \frac{45}{35} = \qquad = \frac{}{49}$

$D = \frac{8}{3} = \qquad = \frac{56}{}$ $H = \frac{48}{32} = \qquad = \frac{}{22}$

Exercice 3 : Simplifier au maximum les fractions suivantes :

$I = \frac{42}{49} =$ $M = \frac{84}{96} =$

$J = \frac{56}{64} =$

$N = \frac{128}{196} =$

$K = \frac{63}{72} =$

$O = \frac{108}{162} =$

$L = \frac{75}{55} =$

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Évaluation – Fractions

Exercice 1 : Compléter les égalités suivantes :

$7 \times \ldots = 5$

$6 \times \ldots = 7$

$11 \times \ldots = 1$

$7 \times \ldots = 6$

Exercice 2 : Compléter en indiquant les étapes :

$A = \dfrac{8}{3} = \ldots = \dfrac{32}{\ldots}$

$E = \dfrac{24}{16} = \ldots = \dfrac{\ldots}{18}$

$B = \dfrac{5}{6} = \ldots = \dfrac{\ldots}{48}$

$F = \dfrac{27}{36} = \ldots = \dfrac{\ldots}{16}$

$C = \dfrac{9}{11} = \ldots = \dfrac{\ldots}{77}$

$G = \dfrac{45}{35} = \ldots = \dfrac{\ldots}{49}$

$D = \dfrac{8}{5} = \ldots = \dfrac{56}{\ldots}$

$H = \dfrac{48}{32} = \ldots = \dfrac{\ldots}{22}$

Exercice 3 : Simplifier au maximum les fractions suivantes :

$I = \dfrac{56}{64} =$

$M = \dfrac{84}{96} =$

$J = \dfrac{42}{49} =$

$N = \dfrac{196}{128} =$

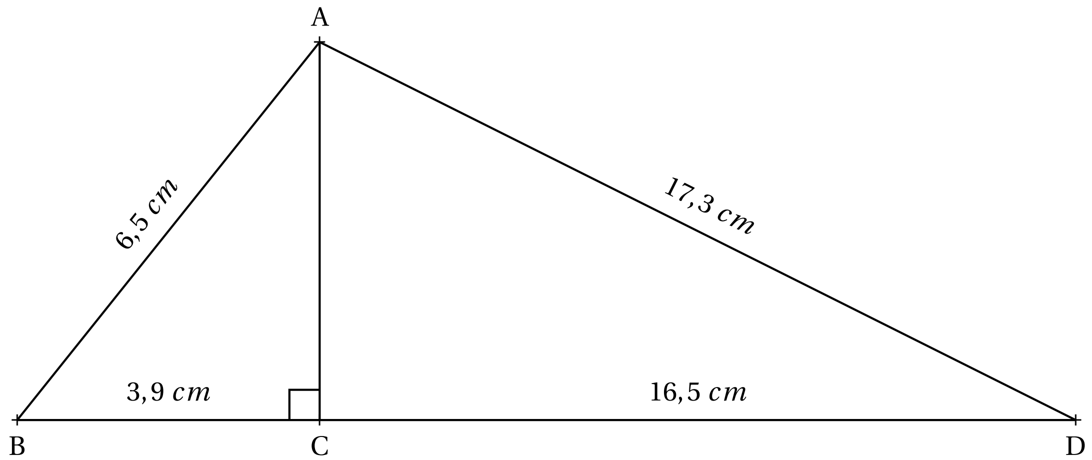
$K = \dfrac{72}{63} =$

$O = \dfrac{162}{108} =$

$L = \dfrac{75}{55} =$

Évaluation de mathématiques

Exercice 1 *(6 points)*



1. Calculer la longueur AC

2. On admettra dans cette question que AC = 5,2 cm. Le triangle ACD est-il rectangle ?

3. Sachant que les points B, C et D sont alignés, le triangle BAD est-il rectangle ?

Exercice 2 : Calculer en détaillant vos calculs et en simplifiant au maximum votre résultat : *(10 points)*

$A = \frac{7}{9} + \frac{8}{9} - \frac{14}{9}$

$D = \frac{7}{5} - \frac{8}{7}$

$G = \frac{3}{4} - \frac{4}{3} - \frac{11}{12}$

$B = 3 - \frac{3}{10} - \frac{33}{10}$

$E = 5 - \frac{8}{3}$

$H = \frac{4}{7} - \frac{1}{4} + 3$

$C = \frac{5}{3} - \frac{7}{15}$

$F = 3 + \frac{5}{4} - \frac{1}{20}$

$I = \frac{7}{12} - \frac{17}{15} - \frac{31}{60}$

Exercice 3 : Les affirmations suivantes sont-elles vraies. Justifier à chaque fois votre réponse. *(4 points)*

1. Lorsque l'on multiplie $\frac{7}{3}$ par 7 on obtient 3.

2. Les fractions $\frac{78}{102}$ et $\frac{143}{187}$ sont égales.

3. $\frac{99}{70}$ et $\frac{577}{408}$ sont égales.

Évaluation de mathématiques — Correction

Exercice 1

1.
Dans le triangle ABC rectangle en C,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\mathrm{CA}^2+\mathrm{CB}^2=\mathrm{AB}^2$$
$$\mathrm{CA}^2+3,9^2=6,5^2$$
$$\mathrm{CA}^2+15,21=42,25$$
$$\mathrm{CA}^2=42,25-15,21$$
$$\mathrm{CA}^2=27,04$$
$$\mathrm{CA}=\sqrt{27,04}$$
$$\mathrm{CA}=5,2$$

$\boxed{\mathrm{CA}=5,2\ cm}$

2.
Comparons $\mathrm{CA}^2+\mathrm{CD}^2$ et AD^2 :

$\mathrm{CA}^2+\mathrm{CD}^2$	AD^2
$5,2^2+16,5^2$	$17,3^2$
$27,04+272,25$	
$299,29$	$299,29$

Comme $\mathrm{CA}^2+\mathrm{CD}^2=\mathrm{AD}^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle CAD est rectangle en C}}$.

3.
Comparons $\mathrm{AB}^2+\mathrm{AD}^2$ et BD^2 :

$\mathrm{AB}^2+\mathrm{AD}^2$	BD^2
$6,5^2+17,3^2$	$(3,9+16,5)^2$
$42,25+299,29$	$20,4^2$
$341,54$	$416,16$

Comme

$$\mathrm{AB}^2+\mathrm{AD}^2\neq\mathrm{BD}^2$$

, d'après **la contraposée du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle ABD n'est pas rectangle}}$.

Exercice 2 : Calculer en détaillant vos calculs et en simplifiant au maximum votre résultat : *(10 points)*

$A = \frac{7}{9} + \frac{8}{9} - \frac{14}{9}$

$\boxed{A = \frac{1}{9}}$

$B = 3 - \frac{3}{10} - \frac{33}{10}$

$B = \frac{3 \times 10}{1 \times 10} - \frac{3}{10} - \frac{33}{10}$

$B = \frac{30}{10} - \frac{3}{10} - \frac{33}{10}$

$B = \frac{-6}{10}$

$B = \frac{3 \times 2}{5 \times 2}$

$\boxed{B = \frac{3}{5}}$

$C = \frac{5}{3} - \frac{7}{15}$

$C = \frac{5 \times 5}{3 \times 5} - \frac{7}{15}$

$C = \frac{25}{15} - \frac{7}{15}$

$C = \frac{18}{15}$

$C = \frac{6 \times 3}{3 \times 5}$

$\boxed{C = \frac{6}{5}}$

$D = \frac{7}{5} - \frac{8}{7}$

$D = \frac{7 \times 7}{5 \times 7} - \frac{8 \times 5}{7 \times 5}$

$D = \frac{49}{35} - \frac{40}{35}$

$\boxed{D = \frac{9}{35}}$

$E = 5 - \frac{8}{3}$

$E = \frac{5 \times 3}{1 \times 3} - \frac{8}{3}$

$E = \frac{15}{3} - \frac{8}{3}$

$\boxed{E = \frac{7}{3}}$

$F = 3 + \frac{5}{4} - \frac{1}{20}$

$F = \frac{3 \times 20}{1 \times 20} + \frac{5 \times 5}{4 \times 5} - \frac{1}{20}$

$F = \frac{60}{20} + \frac{25}{20} - \frac{1}{20}$

$F = \frac{84}{20}$

$F = \frac{4 \times 21}{4 \times 5}$

$\boxed{F = \frac{21}{5}}$

$G = \frac{3}{4} - \frac{4}{3} - \frac{11}{12}$

$G = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} - \frac{4 \times 4}{3 \times 4} - \frac{11}{12}$

$G = \frac{9}{12} - \frac{16}{12} - \frac{11}{12}$

$G = \frac{-18}{12}$

$G = \frac{-3 \times 6}{6 \times 2}$

$\boxed{G = \frac{-3}{2}}$

$H = \frac{4}{7} - \frac{1}{4} + 3$

$H = \frac{4 \times 4}{7 \times 4} - \frac{1 \times 7}{4 \times 7} + \frac{3 \times 28}{1 \times 28}$

$H = \frac{16}{28} - \frac{7}{28} + \frac{84}{28}$

$\boxed{H = \frac{93}{28}}$

$I = \frac{7}{12} - \frac{17}{15} - \frac{31}{60}$

$I = \frac{7 \times 5}{12 \times 5} - \frac{17 \times 4}{15 \times 4} - \frac{31}{60}$

$I = \frac{35}{60} - \frac{68}{60} - \frac{31}{60}$

$I = \frac{-64}{60}$

$I = \frac{-16 \times 4}{15 \times 4}$

$\boxed{I = \frac{-16}{15}}$

Exercice 3 : Les affirmations suivantes sont-elles vraies. Justifier à chaque fois votre réponse. *(4 points)*

1. Lorsque l'on multiplie $\frac{7}{3}$ par 7 on obtient 3. On sait que $3 \times \frac{7}{3} = 7$ donc $\boxed{\text{Affirmation n}^\text{o}\text{ 1 est fausse}}$.

2. Les fractions $\frac{78}{102}$ et $\frac{143}{187}$ sont égales. Comme $78 \times 187 = 14\,586$ et $102 \times 143 = 14\,586$, $\boxed{\text{Affirmation n}^\text{o}\text{ 2 est vraie}}$.

3. $\frac{99}{70}$ et $\frac{577}{408}$ sont égales. Comme $99 \times 408 = 40\,392$ et $70 \times 577 = 40\,390$, $\boxed{\text{Affirmation n}^\text{o}\text{ 3 est fausse}}$.

Notes

[1]Raisonnons par l'absurde sur un exemple générique. Si le quotient $20 \div 0$ avait un sens alors $0 \times (20 \div 0) = 20$. Or comme pour tout nombre x on a $0 \times x = 0$, l'égalité $0 \times x = a$ n'est vérifiée que pour $a = 0$. Ce qui signifie en toute rigueur que seul le quotient de 0 par 0 aurait un sens. Cependant par l'absurde on aurait $0 \times (0 \div 0) = 0$ mais ce quotient peut dans ce cas prendre la valeur réelle de notre choix... Ce qui rend absurde son existence!

[2]De plus $\dfrac{15}{5} = 3$ et $\dfrac{3}{1} = 3$: il n'y a donc pas unicité de la fraction $\dfrac{a}{b}$ telle que $b \times \dfrac{a}{b} = a$

[3]Certains nombres ne sont pas rationnels comme par exemple $\sqrt{2}$, π, $cos(10°)$...

[4]Je me restreints au cas des fractions, c'est à dire avec un numérateur et dénominateur entier. Avec des quotients et a, b et k des réels quelconques non nul cette propriété reste bien sûr vraie!