Il est souvent nécessaire de simplifier le résultat : $\frac{35}{21}=\frac{7\times 5}{7\times 3}=\frac{5}{3}$

Cas particulier : en présence d'unités !

$5+\frac{7}{9}=\frac{5}{1}+\frac{7}{9}$, tout nombre entier peut s'écrire sous la forme d'une fraction dont le dénominateur est 1.

$\frac{5\times 9}{1\times 9}+\frac{7}{9}=\frac{45}{9}+\frac{7}{9}=\frac{52}{9}$

Troisième cas : les deux dénominateurs n'ont rien en commun !

Le produit de ces dénominateurs est un dénominateur commun.

$\frac{7}{8}+\frac{6}{5}$, le produit $8\times 5=40$ est un multiple commun à 8 et 5.

$\frac{7\times 5}{8\times 5}+\frac{6\times 8}{5\times 8}=\frac{35}{40}+\frac{48}{40}=\frac{73}{40}$

Attention, le produit de deux dénominateurs n'est pas toujours le plus petit dénominateur commun !

$\frac{7}{12}-\frac{4}{15}$, $12\times 15=180$ est un dénominateur commun possible... mais il y a mieux !

On peut lister les multiples de 12 : $12-24-36-48-60-72$... et ceux de 15 : $15-30-45-60$...
60 est un dénominateur commun plus petit !

$\frac{7}{12}-\frac{4}{15}=\frac{7\times 5}{12\times 5}-\frac{4\times 4}{15\times 4}=\frac{35}{60}-\frac{16}{60}=\frac{19}{60}$

IV — Produit des fractions

PROPRIÉTÉ 3.4 : Produit de deux fractions

a, b, c et d sont des nombres entiers relatifs, $b\neq 0$ et $d\neq 0$.

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$$

DÉMONSTRATION :

Sur un exemple générique :

Calculons $\frac{5}{3}\times\frac{4}{7}$

On sait que $3\times\frac{5}{3}=5$ et que $7\times\frac{4}{7}=4$

On peut multiplier les membres de ces égalités :

$$3\times\frac{5}{3}\times 7\times\frac{4}{7}=5\times 4$$

$$3\times 7\times\frac{5}{3}\times\frac{4}{7}=20$$

$$21\times\frac{5}{3}\times\frac{4}{7}=20$$

De plus on sait que :

$$21 \times \frac{20}{21} = 20$$

On en déduit que $\frac{5}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{20}{21} = \frac{5 \times 4}{3 \times 7}$

De manière générale, a, b, c et d des entiers relatifs avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$

Calculons $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$

On sait que $b \times \frac{a}{b} = a$ et que $d \times \frac{c}{d} = c$

On peut multiplier les membres de ces égalités :

$$b \times \frac{a}{b} \times d \times \frac{c}{d} = a \times c$$

$$b \times d \times \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = a \times c$$

De plus on sait que :

$$b \times d \times \frac{a \times c}{b \times d} = a \times c$$

On en déduit que $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

CQFD

EXEMPLES :

$\frac{5}{3} \times \frac{7}{13} = \frac{5 \times 7}{3 \times 13} = \frac{35}{39}$

Il est souvent conseillé de simplifier un produit avant de l'effectuer :

$\frac{16}{15} \times \frac{35}{24} = \frac{560}{360}$: mais il faut alors simplifier !

$\frac{16}{15} \times \frac{35}{24} = \frac{16 \times 35}{15 \times 24} = \frac{8 \times 2 \times 7 \times 5}{3 \times 5 \times 8 \times 3} = \frac{8 \times 2 \times 7 \times 5}{3 \times 5 \times 8 \times 3} = \frac{2 \times 7}{3 \times 3} = \frac{14}{9}$

De manière encore plus caricaturale ....

$\frac{64}{63} \times \frac{81}{56} = \frac{5\,184}{3\,528}$: oups !

$\frac{64}{63} \times \frac{81}{56} = \frac{64 \times 81}{63 \times 56} = \frac{8 \times 8 \times 9 \times 9}{7 \times 9 \times 8 \times 7} = \frac{8 \times 8 \times 9 \times 9}{7 \times 9 \times 8 \times 7} = \frac{8 \times 9}{7 \times 7} = \frac{72}{49}$