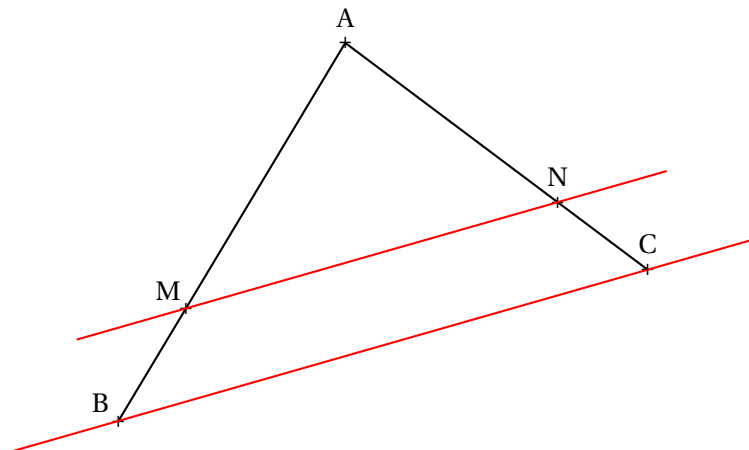


I — Le théorème de Thalès

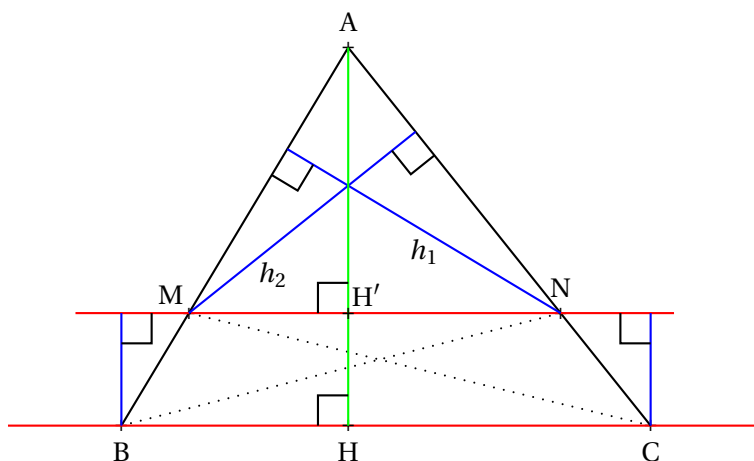
THÉORÈME 5.1 : Théorème de Thalès



Si dans un triangle ABC une droite parallèle à (BC) coupe [AB] en M et [AC] en N alors les mesures des triangles ABC et AMN sont proportionnelles, c'est-à-dire :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

DÉMONSTRATION :



En observant les triangles MNB et MNC on constate qu'ils ont une base commune, le segment [MN]. Par rapport à cette base ils ont la même hauteur puisque les droites (MN) et (BC) sont parallèles. On en déduit qu'ils ont la même aire.

$$\mathcal{A}(\text{MNB}) = \mathcal{A}(\text{MNC})$$

$$\mathcal{A}(\text{AMN}) = AM \times h_1 \text{ et } \mathcal{A}(\text{ABN}) = AB \times h_1 \text{ ainsi } \frac{\mathcal{A}(\text{AMN})}{\mathcal{A}(\text{ABN})} = \frac{AM}{AB}$$

$$\mathcal{A}(\text{AMN}) = AN \times h_2 \text{ et } \mathcal{A}(\text{ACM}) = AC \times h_2 \text{ ainsi } \frac{\mathcal{A}(\text{AMN})}{\mathcal{A}(\text{ACM})} = \frac{AN}{AC}$$

On constate que $\mathcal{A}(\text{ABN}) = \mathcal{A}(\text{AMN}) + \mathcal{A}(\text{MNB})$ et que $\mathcal{A}(\text{ACM}) = \mathcal{A}(\text{AMN}) + \mathcal{A}(\text{MNC})$
Comme $\mathcal{A}(\text{MNB}) = \mathcal{A}(\text{MNC})$ on prouve ainsi que $\mathcal{A}(\text{ABN}) = \mathcal{A}(\text{ACM})$