
I — Produit des nombres relatifs

🌀 PROPRIÉTÉ 5.1 : Produit de deux nombres relatifs

La distance à zéro du produit de deux nombres relatifs est égale au produit des distances à zéro des deux facteurs.

- le produit de deux nombres de même signe est positif;
- le produit de deux nombres de signes contraires est négatif.

🌀 DÉMONSTRATION :

Démontrons ce résultat sur un exemple générique.¹

- produit de deux nombres positifs : $P = (+5) \times (+7)$
C'est le produit usuel.
 $P = 35$.
- produit d'un nombre positif par un nombre négatif : $P = (+5) \times (-7)$
Calculons $A = (+5) \times ((-7) + (+7)) = (+5) \times 0 = 0$
En distribuant $(+5)$, $A = (+5) \times (-7) + (+5) \times (+7) = 0$
Ainsi $(+5) \times (-7)$ est l'opposé de $(+5) \times (+7) = (+35)$
 $P = (-35)$
- produit d'un nombre négatif par un nombre positif : $P = (-5) \times (+7)$
Comme la multiplication est commutative, $P = (+7) \times (-5) = -35$ d'après le cas précédent.
 $P = (-35)$
- produit de deux nombres négatif : $P = (-5) \times (-7)$
Calculons $A = (-5) \times ((-7) + (+7)) = (-5) \times 0 = 0$
En distribuant (-5) , $A = (-5) \times (-7) + (-5) \times (+7) = 0$
Ainsi $(-5) \times (-7)$ est l'opposé de $(-5) \times (+7) = (-35)$
 $P = (+35)$

CQFD

EXEMPLES :

$$(-5) \times (+8) = (-40) \quad ^2$$

On peut maintenant aborder des expressions plus complexes en utilisant les règles de priorités usuelles :

$$A = (-5) \times (+7) + (-7) \times (-3)$$

$$A = -35 + 21$$

$$A = -14$$

$$B = (1 - 5 \times 2) \underbrace{(-7 - 5 \times 2)}_{\text{on effectue } -5 \times 2}$$

$$B = (1 - 10)(-7 - 10)$$

$$B = -9 \times -17$$

$$B = 153$$

$$C = (-3 \times 5 - 5 \times (-2)) (3 \times (-5) - 6 \times 3)$$

$$C = (-15 + 10) \times (-15 - 18)$$

$$C = -5 \times (-33)$$

$$C = 165$$