

4 Devoirs maison

DEVOIR MAISON : NOMBRES RELATIFS — Les Repunits

Un **Repunit** est un nombre dont l'écriture décimale est constituée que du chiffre 1.

1, 11, 111, 11 111... 111 111 111 111 sont des Repunits.

1. Effectuer la division euclidienne en la posant de 11 par 9, de 111 par 9, de 1 111 par 9 et enfin de 11 111 par 9
2. En utilisant votre calculatrice, écrire l'égalité euclidienne qui correspond à la division par 9 des Repunits 111 111, 1 111 111, 11 111 111 et 111 111 111.
3. Que remarquez-vous?
4. Quels sont les Repunits inférieurs à 10^{18} qui sont divisibles par 3?
5. Quels sont les Repunits inférieurs à 10^{18} qui sont divisibles par 9?
6. [INTERNET] – Un Repunit peut-il être premier?

NOM :

PRÉNOM :

CLASSE :

Évaluation – Nombres relatifs

Exercice 1 : Calculer en détaillant votre méthode.

$$A = (-4) \times 3 + (-5) \times (-7) + 5 \times 2 + (-6) \times (-2)$$

$$B = (-3) \times (-3) - (-4) \times 5 - 9 \times 7 - (-5) \times (-4)$$

$$C = 5 - 3 \times 7 + 7 - (-5) \times (-2) + 3$$

$$D = (1 - 3 \times 2)(3 \times (-2) + 1)$$

Exercice 2

On pose $a = -2$, $b = 5$, $c = -3$ et $d = -5$. Calculer :

$$Z = a \times b + b \times c + c \times d + d \times a$$

$$Y = (a - b) \times (c - d)$$

$$X = (1 - b + c)(2 + a - d)$$

$$W = (a - d)(b - a) - (c - b)(b - a)$$

NOM :

PRÉNOM :

CLASSE :

Évaluation – Nombres relatifs

Exercice 1 : Calculer en détaillant votre méthode.

$$A = (-4) \times 3 + (-5) \times (-6) + 5 \times 2 + (-5) \times (-2)$$

$$B = (-3) \times (-3) - (-4) \times 5 - 8 \times 7 - (-5) \times (-4)$$

$$C = 7 - 3 \times 7 + 7 - (-5) \times (-2) + 3$$

$$D = (2 - 3 \times 2)(3 \times (-2) + 1)$$

Exercice 2

On pose $a = -3$, $b = 5$, $c = -2$ et $d = -5$. Calculer :

$$Z = a \times b + b \times c + c \times d + d \times a$$

$$Y = (a - b) \times (c - d)$$

$$X = (1 - b + c)(2 + a - d)$$

$$W = (a - d)(b - a) - (c - b)(b - a)$$

NOM :

PRÉNOM :

CLASSE :

Évaluation – Nombres relatifs

Exercice 1 : Calculer en détaillant votre méthode.

$$A = (-5) \times 3 + (-5) \times (-7) + 5 \times 2 + (-6) \times (-2)$$

$$B = (-4) \times (-3) - (-4) \times 5 - 9 \times 7 - (-5) \times (-4)$$

$$C = 2 - 3 \times 7 + 7 - (-5) \times (-2) + 3$$

$$D = (3 - 3 \times 2)(3 \times (-2) + 1)$$

Exercice 2

On pose $a = -4$, $b = 5$, $c = -3$ et $d = -5$. Calculer :

$$Z = a \times b + b \times c + c \times d + d \times a$$

$$Y = (a - b) \times (c - d)$$

$$X = (1 - b + c)(2 + a - d)$$

$$W = (a - d)(b - a) - (c - b)(b - a)$$

Notes

¹On souhaite que le produit de deux nombres relatifs ait les mêmes propriétés que le produit habituel sur les nombres décimaux positifs. En particulier l'associativité, la commutativité et la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

Une démonstration dans le cas général est hors de portée du collège.

a et b deux nombres relatifs.

$$a \times (b + \text{opp}(b)) = a \times 0 = 0 \text{ en distribuant } a \times b + a \times \text{opp}(b) = 0$$

Ainsi $a \times b$ est l'opposé de $a \times \text{opp}(b)$, ces deux nombres sont donc de signe contraire et $\text{opp}(ab) = a \times \text{opp}(b)$

En échangeant le rôle de a et b et en invoquant la commutativité de la multiplication on arrive ainsi à :

$$\text{opp}(a \times b) = a \times \text{opp}(b) = b \times \text{opp}(a).$$

Développons $(a + \text{opp}(a))(b + \text{opp}(b)) = 0$

$$a \times b + a \times \text{opp}(b) + b \times \text{opp}(a) + \text{opp}(a) \times \text{opp}(b) = 0$$

Comme $a \times \text{opp}(b) = b \times \text{opp}(a) = \text{opp}(a \times b)$

$$a \times b + \text{opp}(a \times b) + \text{opp}(a \times b) + \text{opp}(a) \times \text{opp}(b) = 0$$

$\text{opp}(a \times b) + \text{opp}(a) \times \text{opp}(b) = 0$ ce qui signifie que $\text{opp}(a) \times \text{opp}(b)$ est l'opposé de $\text{opp}(a \times b)$

C'est à dire $\text{opp}(a) \times \text{opp}(b) = a \times b$.

Par disjonction de cas sur les signes respectifs de a et b on obtient la propriété précédente.

²On se gardera bien à l'oral de dire que « - par + égal - » pour éviter les confusions avec l'addition, on préférera « le produit d'un négatif par un positif est négatif. »