I — Produit des fractions

À rédiger !

II — Quotient des fractions

À rédiger !

Les fractions

Définition

a et b sont deux nombres entiers relatifs et b est différent de 0.
La fraction $\dfrac{a}{b}$ désigne le nombre vérifiant $b \times \dfrac{a}{b} = a$
a

Notes

[1] On souhaite que le produit de deux nombres relatifs ait les mêmes propriétés que le produit habituel sur les nombres décimaux positifs. En particulier l'associativité, la commutativité et la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

Une démonstration dans le cas général est hors de portée du collège.

a et b deux nombres relatifs.

$a \times \left(b + opp(b)\right) = a \times 0 = 0$ en distribuant $a \times b + a \times opp(b) = 0$

Ainsi $a \times b$ est l'opposé de $a \times opp(b)$, ces deux nombres sont donc de signe contraire et $opp(ab) = a \times opp(b)$

En échangeant le rôle de a et b et en invoquant la commutativité de la multiplication on arrive ainsi à :

$opp(a \times b) = a \times opp(b) = b \times opp(a)$.

Développons $\left(a + opp(a)\right)\left(b + opp(b)\right) = 0$

$a \times b + a \times opp(b) + b \times opp(a) + opp(a) \times opp(b) = 0$

Comme $a \times opp(b) = b \times opp(a) = opp(a \times b)$

$a \times b + opp(a \times b) + opp(a \times b) + opp(a) \times opp(b) = 0$

$opp(a \times b) + opp(a) \times opp(b) = 0$ ce qui signifie que $opp(a) \times opp(b)$ est l'opposé de $opp(a \times b)$

C'est à dire $opp(a) \times opp(b) = a \times b$.

Par disjonction de cas sur les signes respectifs de a et b on obtient la propriété précédente.

[2] On se gardera bien à l'oral de dire que « − par + égal − »pour éviter les confusions avec l'addition, on préférera « le produit d'un négatif par un positif est négatif. »