
IV — Annexes

1 Exercices

EXERCICE N° 8.1 : Substituer une lettre par un nombre

Voici quatre expressions algébriques littérales :

$$A = 5x + 9$$

$$B = 1 - 7x + 3 + 8x$$

$$C = 5(2x - 1)$$

$$D = 3x^2 - 2x + 1$$

Calculer la valeur numérique exacte de chacune de ces expressions en remplaçant x par la valeur proposée. (Il y a donc 16 calculs numériques à effectuer!)

1. $x = 0$

2. $x = 3$

3. $x = -2$

4. $x = \frac{2}{3}$

EXERCICE N° 8.2 : Réduire une expression littérale

Réduire chacune des expressions littérales suivantes :

$$A = x + x$$

$$B = x - x$$

$$C = x \times x$$

$$D = 2x + 3 + 4x + 5$$

$$E = -2x + 7 - 3x - 8 - x + 6$$

$$F = 1 - 7x - 8 + 11x - 2 + 4x - 3$$

$$G = 2x^2 + 2x - 3 + 4x^2 - 3x + 1$$

$$H = 3x^2 + 1 - 3x + 5 - 3x^2 + 7x$$

$$I = 1 - 7x + x^2 + x + 1 - 3x + 8x^2 - 11$$

EXERCICE N° 8.3 : Réduire une expression littérale

Développer et réduire chacune des expressions littérales ci-dessous :

$$A = 7(2x + 2)$$

$$B = 5(1 - 4x)$$

$$C = 3(-2x - 3)$$

$$D = -4(5x - 2)$$

$$E = -5(-6x - 7)$$

$$F = 2x(1 - x)$$

$$G = 3(4x + 1) + 5(3x - 4)$$

$$H = 2x(3x + 1) + 3(1 + 3x)$$

$$I = -3(1 - x) - 4(2 + x)$$

$$J = -2x(3x - 1) - 3(3x + 2)$$

EXERCICE N° 8.1 : Substituer une lettre par un nombre

CORRECTION

Voici quatre expressions algébriques littérales :

$$A = 5x + 9$$

$$B = 1 - 7x + 3 + 8x$$

$$C = 5(2x - 1)$$

$$D = 3x^2 - 2x + 1$$

Calculer la valeur numérique exacte de chacune de ces expressions en remplaçant x par la valeur proposée. (Il y a donc 16 calculs numériques à effectuer!)**1. Pour $x = 0$**

$$A = 5 \times 0 + 9 = 0 + 9 = \boxed{9}$$

$$B = 1 - 7 \times 0 + 3 + 8 \times 0 = 1 + 3 = \boxed{4}$$

$$C = 5(2 \times 0 - 1) = 5(0 - 1) = 5(-1) = \boxed{-5}$$

$$D = 3 \times 0^2 - 2 \times 0 + 1 = 0 - 0 + 1 = \boxed{1}$$

2. $x = 3$

$$A = 5 \times 3 + 9 = 15 + 9 = \boxed{24}$$

$$B = 1 - 7 \times 3 + 3 + 8 \times 3 = 1 - 21 + 3 + 24 = \boxed{7}$$

$$C = 5(2 \times 3 - 1) = 5(6 - 1) = 5 \times 5 = \boxed{25}$$

$$D = 3 \times 3^2 - 2 \times 3 + 1 = 3 \times 9 - 6 + 1 = 27 - 6 + 1 = \boxed{22}$$

3. $x = -2$

$$A = 5 \times (-2) + 9 = -10 + 9 = \boxed{-1}$$

$$B = 1 - 7 \times (-2) + 3 + 8 \times (-2) = 1 + 14 + 3 - 16 = \boxed{2}$$

$$C = 5(2 \times (-2) - 1) = 5(-4 - 1) = 5 \times (-5) = \boxed{-25}$$

$$D = 3 \times (-2)^2 - 2 \times (-2) + 1 = 3 \times 4 + 4 + 1 = 12 + 5 = \boxed{17}$$

4. $x = \frac{2}{3}$

$$A = 5 \times \frac{2}{3} + 9 = \frac{10}{3} + 9 = \frac{10}{3} + \frac{27}{3} = \boxed{\frac{37}{3}}$$

$$B = 1 - 7 \times \frac{2}{3} + 3 + 8 \times \frac{2}{3} = 1 - \frac{14}{3} + 3 + \frac{16}{3} = 4 + \frac{2}{3} = \frac{12}{3} + \frac{2}{3} = \boxed{\frac{14}{3}}$$

$$C = 5\left(2 \times \frac{2}{3} - 1\right) = 5\left(\frac{4}{3} - 1\right) = 5\left(\frac{4}{3} - \frac{3}{3}\right) = 5 \times \frac{1}{3} = \boxed{\frac{5}{3}}$$

$$D = 3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 2 \times \frac{2}{3} + 1 = 3 \times \frac{4}{9} - \frac{4}{3} + 1 = \frac{12}{9} - \frac{12}{9} + 1 = \boxed{1}$$

EXERCICE N° 8.2 : Réduire une expression littérale

CORRECTION

Réduire chacune des expressions littérales suivantes :

$$A = x + x = \boxed{2x}$$

$$B = x - x = \boxed{0}$$

$$C = x \times x = \boxed{x^2}$$

$$D = 2x + 3 + 4x + 5 = \boxed{6x + 8}$$

$$E = -2x + 7 - 3x - 8 - x + 6 = \boxed{-6x + 5}$$

$$F = 1 - 7x - 8 + 11x - 2 + 4x - 3 = \boxed{8x - 12}$$

$$G = 2x^2 + 2x - 3 + 4x^2 - 3x + 1 = \boxed{6x^2 - x - 2}$$

$$H = 3x^2 + 1 - 3x + 5 - 3x^2 + 7x = \boxed{-4x + 6}$$

$$I = 1 - 7x + x^2 + x + 1 - 3x + 8x^2 - 11 = \boxed{9x^2 - 9x - 9}$$

EXERCICE N° 8.3 : Réduire une expression littérale

CORRECTION

Développer et réduire chacune des expressions littérales ci-dessous :

$$A = 7(2x + 2) = \boxed{14x + 14}$$

$$B = 5(1 - 4x) = \boxed{5 - 20x}$$

$$C = 3(-2x - 3) = \boxed{-6x - 9}$$

$$D = -4(5x - 2) = \boxed{-20x + 8}$$

$$E = -5(-6x - 7) = \boxed{30x + 35}$$

$$F = 2x(1 - x) = \boxed{2x - 2x^2}$$

$$G = 3(4x + 1) + 5(3x - 4) = 12x + 3 + 15x - 20 = \boxed{27x - 17}$$

$$H = 2x(3x + 1) + 3(1 + 3x) = 6x^2 + 2x + 3 + 9x = \boxed{6x^2 + 11x + 3}$$

$$I = -3(1 - x) - 4(2 + x) = -3 + 3x - 8 - 4x = \boxed{-x - 11}$$

$$J = -2x(3x - 1) - 3(3x + 2) = -6x^2 + 3x - 9x - 6 = \boxed{-6x^2 - 6x - 6}$$

Interrogation de mathématiques

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$$A = 7(2x - 1) + 3(5x + 2)$$

$$D = (3x + 1)(5x - 1)$$

$$B = 3x(3x + 1) + 2x(5x + 3)$$

$$E = (7 - 3x)(2 - 5x)$$

$$C = -5x(1 - 2x) + 2(3 - 5x)$$

$$F = (3x - 1)(2x + 1) + (3x - 1)(5x + 2)$$

$$D = 2x + x^2 - 3(2x - 1) + 3x(1 - 2x)$$

$$G = 3(5x - 1) + (3x - 1)(5x + 4) + x^2 - 1$$

Interrogation de mathématiques

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$$A = 3(5x - 1) + 2(6x + 2)$$

$$D = (3x + 1)(6x - 1)$$

$$B = 4x(2x + 1) + 2x(6x + 3)$$

$$E = (7 - 3x)(2 - 6x)$$

$$C = -4x(1 - 2x) + 3(3 - 5x)$$

$$F = (2x - 1)(3x + 1) + (2x - 1)(4x + 2)$$

$$D = 3x + x^2 - 3(3x - 1) + 3x(1 - 3x)$$

$$G = 3(6x - 1) + (3x - 1)(4x + 5) + x^2 - 1$$

Interrogation de mathématiques

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$$A = 3(4x - 1) + 3(5x + 2)$$

$$D = (3x + 1)(6x - 1)$$

$$B = 2x(3x + 1) + 3x(5x + 3)$$

$$E = (7 - 4x)(2 - 5x)$$

$$C = -6x(1 - 2x) + 3(3 - 5x)$$

$$F = (4x - 1)(2x + 1) + (2x - 1)(5x + 2)$$

$$D = 3x + x^2 - 3(3x - 1) + 3x(1 - 2x)$$

$$G = 3(4x - 1) + (2x - 1)(5x + 4) + x^2 - 1$$

Interrogation de mathématiques

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$$A = 4(5x - 1) + 2(6x + 2)$$

$$D = (2x + 1)(3x - 1)$$

$$B = 3x(2x + 1) + 2x(6x + 3)$$

$$E = (7 - 5x)(2 - 6x)$$

$$C = -3x(1 - 3x) + 3(3 - 5x)$$

$$F = (3x - 1)(3x + 1) + (5x - 1)(4x + 2)$$

$$D = 5x + x^2 - 3(5x - 1) + 3x(1 - 3x)$$

$$G = 3(7x - 1) + (4x - 1)(4x + 5) + x^2 - 1$$

Notes

¹Raisonnons par l'absurde sur un exemple générique. Si le quotient $20 \div 0$ avait un sens alors $0 \times (20 \div 0) = 20$. Or comme pour tout nombre x on a $0 \times x = 0$, l'égalité $0 \times x = a$ n'est vérifiée que pour $a = 0$. Ce qui signifie en toute rigueur que seul le quotient de 0 par 0 aurait un sens. Cependant par l'absurde on aurait $0 \times (0 \div 0) = 0$ mais ce quotient peut dans ce cas prendre la valeur réelle de notre choix... Ce qui rend absurde son existence!

²De plus $\frac{15}{5} = 3$ et $\frac{3}{1} = 3$: il n'y a donc pas unicité de la fraction $\frac{a}{b}$ telle que $b \times \frac{a}{b} = a$

³Certains nombres ne sont pas rationnels comme $\sqrt{2}$, π , $\cos(10^\circ)$...

⁴Je me restreins au cas des fractions, c'est-à-dire avec un numérateur et dénominateur entier. Avec des quotients et a , b et k des réels quelconques non nul cette propriété reste bien sûr vraie!

⁵L'identification précédente entre $\frac{5}{3}$ et $\frac{45}{27}$ repose sur l'intégrité de l'anneau des nombres rationnels.

En effet comme $27 \times \frac{5}{3} = 45$ et $27 \times \frac{45}{27} = 45$ on peut écrire $27 \times \frac{5}{3} - 27 \times \frac{45}{27} = 0$

Ainsi $27 \left(\frac{5}{3} - \frac{45}{27} \right) = 0$ ce qui pour des raisons d'intégrité oblige $\frac{5}{3} = \frac{45}{27}$.

On utilise l'intégrité de l'anneau des rationnels dans la plupart des démonstrations de ce chapitre. Il paraît bien difficile de parler de cela à des collégiens!

