I — Équations et solutions

Voici une équation :

$$\underbrace{3x+2}_{\text{Premier membre}} = \underbrace{x+6}_{\text{Second membre}}$$

Une **équation** est constituée de deux membres et d'un symbole d'égalité.
Chaque membre est une expression algébrique.
Une **équation du premier degré à une inconnue** est constituée de deux expressions contenant une même lettre, souvent x, dont l'exposant est au maximum 1. Il n'y a donc pas de termes en x^2 ou en x^3 dans une équation du premier degré.

On dit que x est une **inconnue** de l'équation.

Résoudre une équation c'est déterminer tous les nombres x tels que l'égalité soit vérifiée.

Dans l'exemple ci-dessus, on sait que l'expression $3x+2$ n'est pas équivalente à l'expression $x+6$.
Ainsi par exemple pour $x=3$, on remarque que $3x+2=3\times3+2=11$ et $x+6=3+6=9$.

Résoudre cette équation revient à trouver tous les nombres x tels que cette égalité soit vérifiée (vraie).

Une équation peut avoir une seule solution, plusieurs solutions ou aucune solution.

Une stratégie pour trouver des solutions d'une équation consiste à faire plusieurs essais :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$3x+2$	-13	-10	-7	-4	-1	2	5	8	11	19	22
$x+6$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

On constate que pour $x=2$ les expressions $3x+2$ et $x+6$ sont égales.
On dit que 2 est une **solution** de l'équation.

On ne sait pas si c'est la seule solution. Il en existe peut-être d'autres.

Voici une deuxième équation :

$$7x+3=4x+8$$

On peut à nouveau tester plusieurs valeurs dans un tableau :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$7x+3$	-32	-25	-18	-11	-4	3	10	17	24	31	38
$4x+8$	-12	-8	-4	0	4	8	12	16	20	24	28

On remarque que pour $x = 1$ on a $7x+3 < 4x+8$ (car $10 < 12$) et que pour $x = 2$ on a $7x+3 > 4x+8$ (car $17 > 16$).
Il y a peut-être une solution comprise entre 1 et 2. Nous pouvons « zoomer » :

x	1	$1,1$	$1,2$	$1,3$	$1,4$	$1,5$	$1,6$	$1,7$	$1,8$	$1,9$	2
$7x+3$	10	$10,7$	$11,4$	$12,1$	$12,8$	$13,5$	$14,2$	$14,9$	$15,6$	$16,3$	17
$4x+8$	12	$12,4$	$12,8$	$13,2$	$13,6$	14	$14,4$	$14,8$	$15,2$	$15,6$	16

On remarque à nouveau que pour $x = 1,6$ on a $7x+3 < 4x+8$ (car $14,2 < 14,4$) et pour $x = 1,7$ on a $7x+3 > 4x+8$ (car $14,9 > 14,8$)
« Zoomons »entre $1,6$ et $1,7$:

x	$1,60$	$1,61$	$1,62$	$1,63$	$1,64$	$1,65$	$1,66$	$1,67$	$1,68$	$1,69$	$1,70$
$7x+3$	$14,20$	$14,27$	$14,34$	$14,41$	$14,48$	$14,55$	$14,62$	$14,69$	$14,76$	$14,83$	$14,90$
$4x+8$	$14,40$	$14,44$	$14,48$	$14,52$	$14,56$	$14,60$	$14,64$	$14,68$	$14,72$	$14,76$	$14,80$

On constate à nouveau qu'il existe certainement une solution comprise entre $1,67$ et $1,68$.
Nous pourrions continuer cette recherche avec un tableur!

MÉTHODE 9 . 1 : Tester si un nombre est solution d'une équation
On peut vérifier si un nombre est solution d'une équation :

- il suffit de remplacer x par le nombre dans chaque membre de l'équation;
- on vérifie ensuite si les deux calculs donnent le même résultat;
- si le deux résultats sont égaux alors le nombre choisi est une solution de l'équation;
- sinon ce n'est pas une solution.

EXEMPLES :
Soit l'équation :

$$5x+3 = 9+6x$$