On peut tester les nombres 1, 6 et -6 :

Pour $x = 1$, $5x+3 = 5+3 = 8$ et $9+6x = 9+6 = 15$. Comme $8 \neq 15$, 1 n'est pas une solution.

Pour $x = 6$, $5x+3 = 30+3 = 33$ et $9+6x = 9+36 = 45$. Comme $33 \neq 45$, 6 n'est pas une solution.

Pour $x = -6$, $5x+3 = -30+3 = -27$ et $9+6x = 9-36 = -27$. Donc -6 est une solution !

Voici une autre équation :

$$7x+3 = 4x+8$$

Nous avons déjà testé de nombreux nombres sont succès.

Pour $x = \frac{5}{3}$,

$7x+3 = 7 \times \frac{5}{3} + 3 = \frac{35}{3} + \frac{9}{3} = \frac{44}{3}$

$4x+8 = 4 \times \frac{5}{3} + 8 = \frac{20}{3} + \frac{24}{3} = \frac{44}{3}$

On constate donc que $\frac{5}{3}$ est une solution de cette équation.

Voici une dernière équation qui n'est pas du premier degré :

$$x^3 - x = 2x^2 - 2$$

Testons les nombres 0, 1, -1, 2 et -2.

Pour $x = 0$, $x^3 - x = 0^3 - 0 = 0$ et $2x^2 - 2 = 2 \times 0^2 - 2 = -2$ comme $0 \neq -2$, 0 n'est pas une solution.

Pour $x = 1$, $x^3 - x = 1^3 - 1 = 0$ et $2x^2 - 2 = 2 - 2 = 0$ donc 1 est une solution de l'équation.

Pour $x = -1$, $x^3 - x = (-1)^3 - (-1) = -1 + 1 = 0$ et $2x^2 - 2 = 2(-1)^2 - 2 = 2 - 2 = 0$ donc -1 est une solution.

Pour $x = 2$, $x^3 - x = 2^3 - 2 = 8 - 2 = 6$ et $2x^2 - 2 = 2 \times 2^2 - 2 = 8 - 2 = 6$ donc 2 est une solution.

Pour $x = -2$, $x^3 - x = (-2)^3 - (-2) = -8 + 2 = -6$ et $2x^2 - 2 = 2(-2)^2 - 2 = 8 - 2 = 6$ donc -2 n'est pas une solution.

Nous avons donc trouvé 3 solutions à cette équation : 1, -1 et 2.

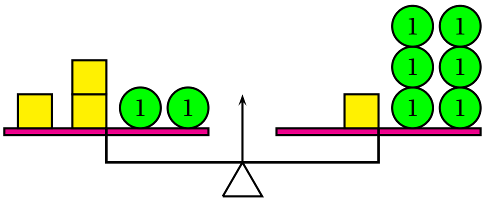
II — Résolution des équations du premier degré

Il y a un principe fondamental qui définit la notion d'égalité.

❧ DÉFINITION 9.1 :

Quand deux quantités sont égales on peut ajouter ou soustraire la même quantité aux deux membres de l'égalité sans changer cette égalité.

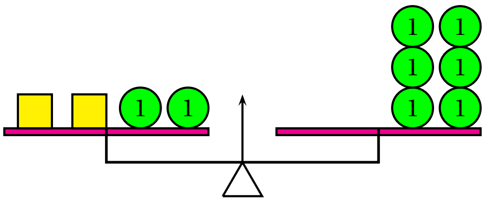
Ce principe peut être illustré par une balance à deux plateaux.
On cherche la masse d'un carré jaune. La boule verte a une masse d'une unité. Pour déterminer la masse d'un carré jaune nous allons effectuer des manipulations qui ne modifient pas l'équilibre. Nous allons donc ajouter ou soustraire la même quantité aux deux plateaux.
La balance à gauche peut se modéliser sous la forme de l'équation de droite. x désigne la masse du carré jaune.



$$3x+2=x+6$$

L'objectif est de rassembler les objets semblables dans le même plateau.
On enlève un carré jaune sur chaque plateau.

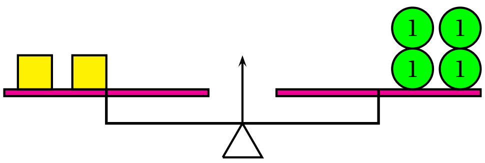
$$3x+2-x=x+6-x$$



$$2x+2=6$$

On enlève deux boules vertes dans les deux plateaux.

$$2x+2-2=6-2$$



$$2x=4$$

Arrivé à cette étape on utilise la définition des fractions.

❧ DÉFINITION 9.2 : Fraction et quotient

a et b deux nombres non nuls.

La fraction $\frac{a}{b}$ est le nombre vérifiant l'égalité suivante :

$$b \times \frac{a}{b} = a$$

Ainsi la solution de l'équation $2x=4$ est le nombre $\frac{4}{2}$ puisque $2 \times \frac{4}{2} = 4$.

$\frac{4}{2} = 0,5$ est une solution de l'équation.

REMARQUE :

En résolvant cette équation ainsi nous avons également démontré que $0,5$ est **la seule** solution de cette équation !

MÉTHODE 9 . 2 : Résoudre une équation du premier degré

Pour résoudre une équation du premier degré on effectue une succession de manipulations pour obtenir des équations équivalentes.
Cela revient à ajouter ou soustraire des termes identiques aux deux membres de l'équation comme on le ferait dans une balance en équilibre.
L'objectif consiste à isoler dans un membre les termes contenant l'inconnue (souvent la lettre x) et dans l'autre membre les nombres.
Pour conclure la résolution il faut utiliser la définition de la fraction quotient.

EXEMPLES :

1. Résolvons l'équation :

$$7x+3=4x+8$$

On souhaite rassembler les termes en x à gauche et les nombres à droite.

$$7x+3-4x=4x+8-4x$$

On enlève donc $4x$ à chaque membre
(ce qui revient à ajouter $-4x$).

$$3x+3=8$$

$$3x+3-3=8-3$$

On enlève 3 à chaque membre (on ajoute -3).

$$3x=5$$

On utilise la définition du quotient.

$$x=\frac{5}{3}$$

Remarquons que $\frac{5}{3} \approx 1,67$.
Nous avions approché cette solution dans la première partie sans atteindre la valeur exacte.
La résolution de l'équation par cette méthode est donc bien plus efficace que la recherche en utilisant un tableau de valeurs.

Une nouvelle fois, cette résolution prouve l'unicité de la solution : $\frac{5}{3}$ est la seule solution de l'équation !

2. Résolvons l'équation :

$$5x+3=9+6x$$

$$5x+3-6x=9+6x-6x$$

$$-x+3=9$$

$$-x+3-3=9-3$$

On enlève $6x$ dans chaque membre.

$$-x=6$$

$$x=-6$$