On enlève 3 dans chaque membre.

L'opposé de x vaut -6 donc $x=-6$

3. Résolvons l'équation :

$$8x-9=1-7x$$

$$8x-9{\color{red}+7x}=1-7x{\color{red}+7x}$$

On ajoute $7x$ à chaque membre.
Cela revient à enlever $-7x$ car soustraire c'est ajouter l'opposé !

$$15x-9=1$$

$$15x-9{\color{red}+9}=1{\color{red}+9}$$

On ajoute 9 à chaque membre.
Cela revient à enlever -9.

$$15x=10$$

$$x=\frac{10}{15}$$

On utilise la définition du quotient.

$$x=\frac{2}{3}$$

III — Résolution des problèmes du premier degré

On utilise souvent les équations pour résoudre des problèmes.

MÉTHODE 9 . 3 : Résoudre un problème avec une équation

Voici les étapes nécessaires à la résolution d'un problème avec une équation :

— **Choix de l'inconnue** : en analysant le problème on détermine la grandeur inconnue modélisée par une lettre (souvent x). Il faut préciser clairement à quoi correspond cette lettre en indiquant aussi l'unité de la grandeur;

— **Mise en équation** : c'est la partie la plus difficile! Elle consiste à modéliser les données de l'exercice sous formes d'expressions littérales qui dépendent de l'inconnue choisie. Il faut ensuite construire une équation qui correspond à la question posée;

— **Résolution de l'équation** : il s'agit de résoudre une équation du premier degré avec la méthode habituelle sans se soucier du problème de départ;

— **Vérification** : il faut vérifier si la solution trouvée correspond bien à la grandeur recherchée. Il faut vérifier qu'elle est bien compatible avec le problème : est-ce un nombre entier? Un nombre positif? Un nombre décimal? ...

EXEMPLES :

Problème n° 1 : Pour un étudiant, la prix d'une place de concert coûte 30 €. Le prix normal est 45 €.
Le soir du concert il a été vendu 80 places. Le montant total de la recette est 3 225 €.

Combien d'étudiant ont assisté à cette séance ?

Première méthode de modélisation :
Choix de l'inconnue : Posons x le nombre d'étudiants ayant assisté au concert.

Mise en équation : Il y a 80 personnes qui assistent au concert dont x étudiants.
Cela signifie qu'il y a $80 - x$ personnes qui ont payé le tarif normal.
Les x étudiants ont payé chacun 30 € donc ensemble ils ont payé $30x$ €.
Les $80 - x$ autres personnes ont payé chacun 45 € donc ensemble ils ont payé $45(80 - x)$ €.
Le montant de la recette est 3 225 € ainsi nous obtenons l'équation suivante :

$$30x + 45(80 - x) = 3\,225$$

Résolution de l'équation :

$$\begin{aligned}
30x + 45(80 - x) &= 3\,225 \\
30x + 45 \times 80 - 45x &= 3\,225 \\
30x + 3\,600 - 45x &= 3\,225 \\
3\,600 - 15x &= 3\,225 \\
3\,600 - 15x {\color{red}+15x} &= 3\,225 {\color{red}+15x} \\
3\,600 &= 3\,225 + 15x \\
3\,600 {\color{red}-3\,225} &= 3\,225 + 15x {\color{red}-3\,225} \\
375 &= 15x \\
15x &= 375 \\
x &= \frac{375}{15} \\
x &= 25
\end{aligned}$$

Vérification : Il y a 25 tarifs étudiant donc $80 - 25 = 55$ personnes au tarif normal.
25×30 € $= 750$ €.
55×45 € $= 2\,475$ €.
Et 750 € +2 475 € = 3 225 €.
La solution trouvée convient donc bien au problème.

$\boxed{\text{Il y a 25 étudiants à ce concert.}}$

Seconde méthode de modélisation :
Choix de l'inconnue : Posons cette fois ci y le nombre de tarifs normaux pour ce concert.

Mise en équation : Il y a 80 personnes qui assistent au concert dont y tarifs normaux.
Cela signifie qu'il y a $80 - y$ étudiants qui ont payé le tarif réduit.
Les $80 - y$ étudiants ont payé chacun 30 € donc ensemble ils ont payé $30(80 - y)$ €.
Les y autres personnes ont payé chacun 45 € donc ensemble ils ont payé $45y$ €.
Le montant de la recette est 3 225 € ainsi nous obtenons l'équation suivante :

$$30(80 - y) + 45y = 3\,225$$

Résolution de l'équation :

$$
\begin{aligned}
30(80-y)+45y &= 3225\\
30\times 80-30y+45y &= 3225\\
2400+15y &= 3225\\
2400+15y{\color{red}-2400} &= 3225{\color{red}-2400}\\
15y &= 825\\
y &= \frac{825}{15}\\
y &= 55
\end{aligned}
$$

Vérification : Il y a 55 tarifs normaux donc $80-55=25$ personnes au tarif étudiant.
25×30 € $=750$ €.
55×45 € $=2\,475$ €.
Et 750 € $+2\,475$ € $=3\,225$ €.
La solution trouvée convient donc bien au problème.

$\boxed{\text{Il y a 25 étudiants à ce concert.}}$

Les deux modélisations permettent d'obtenir deux équations différentes, mais elles aboutissent à la même réponse !

UN PROBLÈME SANS SOLUTION OU PRESQUE... :
J'ai trois enfants : Jules 11 ans, Marie 17 ans et Pierre 21 ans.
Sachant que je viens d'avoir 45 ans, dans combien d'années mon âge sera-t-il égal à la somme des âges de mes enfants ?

Choix de l'inconnue : Posons n le nombre d'années cherché.

Mise en équation : Dans n année Jules aura $11+n$ ans, Marie aura $17+n$ ans, Pierre aura $21+n$ ans et j'aurai $45+n$ ans.
La somme des âges de mes enfants sera donc $11+n+17+n+21+n$.
Nous obtenons donc l'équation suivante :

$$11+n+17+n+21+n=45+n$$

Résolution de l'équation :

$$
\begin{aligned}
11+n+17+n+21+n &= 45+n\\
49+3n &= 45+n\\
49+3n{\color{red}-49} &= 45+n{\color{red}-49}\\
3n &= n-4\\
3n{\color{red}-n} &= n-4{\color{red}-n}\\
2n &= -4\\
n &= -\frac{4}{2}\\
n &= -2
\end{aligned}
$$