Vérification : On obtient un nombre négatif! L'événement décrit dans l'énoncé du problème n'arrivera donc pas dans le futur.
Cela signifie en fait que cet événement a eu lieu dans le passé, il y a exactement 2 ans.
En effet, il y a deux ans j'avais 43 ans, Jules avait 9 ans, Marie 15 ans et Pierre 19 ans.
Comme $9+15+19=43$ on constate que la solution de l'équation a bien du sens, même si elle n'est pas la réponse à l'exercice!

IV — Annexes

EXERCICE N° 9.1 : Vérifier si un nombre est une solution d'une équation

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ?

Affirmation n° 1 : -3 est une solution de l'équation : $3x+1=2x-1$

Affirmation n° 2 : -1 est une solution de l'équation : $5x-7=3x-9$

Affirmation n° 3 : 2 est une solution de l'équation : $5(3x+1)=3(2x-1)$

Affirmation n° 4 : $\dfrac{5}{3}$ est une solution de l'équation : $6x-7=3x-2$

Affirmation n° 5 : $\dfrac{3}{4}$ est une solution de l'équation : $5x-8=2x-4$

Affirmation n° 6 : -3 est une solution de l'équation : $3x^2-21=2x^2+4x$

EXERCICE N° 9.2 : Résoudre des équations du premier degré

Résoudre chacune des équations suivantes :

$$(1) \quad 5x+3=3x+9$$

$$(2) \quad 3x-2=x+11$$

$$(3) \quad 7x-8=10x-7$$

$$(4) \quad 7-2x=9-5x$$

$$(5) \quad -3x-9=-1+7x$$

$$(6) \quad 10x-1=1-3x$$

$$(7) \quad 9x-5=8-7x$$

$$(8) \quad 4+8x=1-4x$$

EXERCICE N° 9.3 : **Problème et équation**

Deux élèves ont chacun une calculatrice. Ils affichent le même nombre sur leurs calculatrices.
Juliette multiplie le nombre par 3 puis ajoute 4 au résultat obtenu. Clément multiplie le nombre affiché par 2 puis ajoute 7 au résultat obtenu.
Quand ils ont terminé, ils constatent que leurs calculatrices affichent les mêmes nombres.

1. En notant x le nombre de départ, exprimer à l'aide de x les calculs effectués par Juliette.
2. Exprimer en utilisant la lettre x les calculs effectués par Clément.
3. En résolvant une équation qui utilise les expressions des questions **1.** et **2.**, trouver quel était le nombre affiché au départ sur les deux calculatrices.
4. Vérifier le résultat obtenu en reprenant les étapes de l'énoncé.

EXERCICE N° 9.4 : **Problème et équation — Épisode 2**

Deux élèves ont chacun une calculatrice. Ils affichent le même nombre sur leurs calculatrices.
Alice multiplie le nombre par 6 puis ajoute 7 au résultat obtenu. Adrien multiplie le nombre par 2 puis ajoute 10.
Quand ils ont terminé, ils constatent que leurs calculatrices affichent les mêmes nombres.

Quel était le nombre affiché au départ ?

EXERCICE N° 9.5 : **Problème et équation — Épisode 3**

Je pense à un nombre. Son double augmenté de 16 est égal à son triple diminué de 21.

Quel est ce nombre ?

EXERCICE N° 9.6 : **Problème et équation — Épisode 4**

Trois personnes se partagent un héritage de 1 900 € .
La seconde personne reçoit 70 € de plus que la première.
La troisième personne reçoit le double de la part de la première moins 150 €.

Calculer la part de chaque personne.

EXERCICE N° 9.7 : **Problème et équation — Épisode 5**

a. Trouver trois nombres entiers consécutifs dont la somme est 129.

b. Trouver cinq nombres entiers consécutifs dont la somme est 455.

c. Trouver trois nombres entiers pairs consécutifs dont la somme est 144.

d. Trouver trois nombre entiers impairs consécutifs dont la somme est 633.

Deux nombres entiers sont consécutifs « s'ils se suivent » comme 10 *et* 11 *ou* 101 *et* 102.

EXERCICE N° 9.8 : **Trop difficile !!**

Un père à 42 ans. Il a trois enfants qui ont respectivement 4 ans, 9 ans et 11 ans.
Dans combien d'années l'âge du père sera exactement égal à la somme des âges de ses trois enfants ?

EXERCICE N^{o} 9.1 : Vérifier si un nombre est une solution d'une équation CORRECTION

Les affirmations suivantes sont-elles vraies?

Affirmation n^{o} 1 : -3 est une solution de l'équation : $3x+1=2x-1$

Pour $x=-3$,
$3x+1=3\times(-3)+1=-9+1=-8$
$2x-1=2\times(-3)-1=-6-1=-7$

$\boxed{-3 \text{ n'est pas une solution de l'équation}}$

Affirmation n^{o} 2 : -1 est une solution de l'équation : $5x-7=3x-9$

Pour $x=-1$,
$5x-7=5\times(-1)-7=-5-7=-12$
$3x-9=3\times(-1)-9=-3-9=-12$

$\boxed{-1 \text{ est une solution de l'équation.}}$

Affirmation n^{o} 3 : 2 est une solution de l'équation : $5(3x+1)=3(2x-1)$

Pour $x=2$,
$5(3x+1)=5(3\times2+1)=5(6+1)=5\times7=35$
$3(2x-1)=3(2\times2-1)=3(4-1)=3\times3=9$

$\boxed{2 \text{ n'est pas une solution de l'équation}}$

Affirmation n^{o} 4 : $\frac{5}{3}$ est une solution de l'équation : $6x-7=3x-2$

Pour $x=\frac{5}{3}$,

$6x-7=6\times\frac{5}{3}-7=\frac{30}{3}-7=10-7=3$

$3x-2=3\times\frac{5}{3}-2=5-2=3$

$\boxed{\frac{5}{3} \text{ est une solution de l'équation.}}$

Affirmation n^{o} 5 : $\frac{3}{4}$ est une solution de l'équation : $5x-8=2x-4$

Pour $x=\frac{3}{4}$,

$5x-8=5\times\frac{3}{4}-8=\frac{15}{4}-\frac{32}{4}=-\frac{17}{4}$

$2x-4=2\times\frac{3}{4}-4=\frac{6}{4}-\frac{24}{4}=-\frac{18}{4}$

$\boxed{\frac{3}{4} \text{ n'est pas une solution de l'équation.}}$

Affirmation n° 6 : -3 est une solution de l'équation : $\quad 3x^2-21=2x^2+4x$

Pour $x=-3$,
$3x^2-21=3\times 3\times(-3)^2-21=3\times 9-21=27-21=6$
$2x^2+4x=2\times(-3)^2+4\times(-3)=2\times 9-12=18-12=6$

$\boxed{-3 \text{ est une solution de l'équation.}}$

EXERCICE N° 9.2 : Résoudre des équations du premier degré CORRECTION

Résoudre chacune des équations suivantes :

$$\begin{aligned}
5x+3&=3x+9\\
5x+3-3x&=3x+9-3x\\
2x+3&=9\\
2x+3-3&=9-3\\
2x&=6\\
x&=\frac{6}{2}\\
x&=3
\end{aligned}$$

$\boxed{3 \text{ est la solution de l'équation.}}$

$$\begin{aligned}
3x-2&=x+11\\
3x-2-x&=x+11-x\\
2x-2&=11\\
2x-2+2&=11+2\\
2x&=13\\
x&=\frac{13}{2}\\
x&=6,5
\end{aligned}$$

$\boxed{6,5 \text{ est la solution de l'équation.}}$

$$\begin{aligned}
7x-8&=10x-7\\
7x-8-10x&=10x-7-10x\\
-3x-8&=-7\\
-3x-8+8&=-7+8\\
-3x&=1\\
x&=-\frac{1}{3}
\end{aligned}$$

$\boxed{-\frac{1}{3} \text{ est la solution de l'équation.}}$

$$\begin{aligned}
7-2x&=9-5x\\
7-2x+5x&=9-5x+5x\\
7+3x&=9\\
7+3x-7&=9-7\\
3x&=2\\
x&=\frac{2}{3}
\end{aligned}$$

$\boxed{\frac{2}{3} \text{ est la solution de l'équation.}}$

$$\begin{aligned}
-3x-9&=-1+7x\\
-3x-9-7x&=-1+7x-7x\\
-10x-9&=-1\\
-10x-9+9&=-1+9\\
-10x&=8\\
x&=-\frac{8}{10}\\
x&=-0,8
\end{aligned}$$

$\boxed{-0,8 \text{ est la solution de l'équation.}}$

$$\begin{aligned}
10x-1&=1-3x\\
10x-1+3x&=1-3x+3x\\
13x-1&=1\\
13x-1+1&=1+1\\
13x&=2\\
x&=\frac{2}{13}
\end{aligned}$$

$\boxed{\frac{2}{13} \text{ est la solution de l'équation.}}$

$\boxed{\frac{13}{16} \text{ est la solution de l'équation.}}$

$$\begin{aligned}
9x-5 &= 8-7x \\
9x-5{\color{red}+7x} &= 8-7x{\color{red}+7x} \\
16x-5 &= 8 \\
16x-5{\color{red}+5} &= 8{\color{red}+5} \\
16x &= 13 \\
x &= \frac{13}{16}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
4+8x &= 1-4x \\
4+8x{\color{red}+4x} &= 1-4x{\color{red}+4x} \\
4+12x &= 1 \\
4+12x{\color{red}-4} &= 1{\color{red}-4} \\
12x &= -3 \\
x &= -\frac{3}{12} \\
x &= -0,25
\end{aligned}$$

Notes

[1]Raisonnons par l'absurde sur un exemple générique. Si le quotient $20 \div 0$ avait un sens alors $0 \times (20 \div 0) = 20$. Or comme pour tout nombre x on a $0 \times x = 0$, l'égalité $0 \times x = a$ n'est vérifiée que pour $a = 0$. Ce qui signifie en toute rigueur que seul le quotient de 0 par 0 aurait un sens. Cependant par l'absurde on aurait $0 \times (0 \div 0) = 0$ mais ce quotient peut dans ce cas prendre la valeur réelle de notre choix... Ce qui rend absurde son existence!

[2]De plus $\frac{15}{5} = 3$ et $\frac{3}{1} = 3$: il n'y a donc pas unicité de la fraction $\frac{a}{b}$ telle que $b \times \frac{a}{b} = a$

[3]Certains nombres ne sont pas rationnels comme pa $\sqrt{2}$, π, $cos(10°)$...

[4]Je me restreins au cas des fractions, c'est-à-dire avec un numérateur et dénominateur entier. Avec des quotients et a, b et k des réels quelconques non nul cette propriété reste bien sûr vraie!

[5]L'identification précédente entre $\frac{5}{3}$ et $\frac{45}{27}$ repose sur l'intégrité de l'anneau des nombres rationnels.

En effet comme $27 \times \frac{5}{3} = 45$ et $27 \times \frac{45}{27} = 45$ on peut écrire $27 \times \frac{5}{3} - 27 \times \frac{45}{27} = 0$

Ainsi $27\left(\frac{5}{3} - \frac{45}{27}\right) = 0$ ce qui pour des raisons d'intégrité oblige $\frac{5}{3} = \frac{45}{27}$.

On utilise l'intégrité de l'anneau des rationnels dans la plupart des démonstrations de ce chapitre.
Il paraît bien difficile de parler de cela à des collégiens!